C. ATHANASIU
V. GRECU
V. MUŞAT

A. STANCIU
N. BOTI
A. CHIRICĂ

IV-12649

IV
19679

GEOTEHNICĂ ŞI FUNDAŢII

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI ÎNVĂȚĂMÎNTULUI

Conf. dr. ing. P. RĂILEANU – Institutul Politehnic Iași
Șef lucr. dr. ing. C. ATHANASIU – Institutul de Construcții București
Șef lucr. ing. V. GRECU – Institutul Politehnic Iași
Șef lucr. ing. V. MUȘAT – Institutul Politehnic Iași
Șef lucr. dr. ing. A. STANCIU – Institutul Politehnic Iași
Conf. dr. ing. N. BOȚI – Institutul Politehnic Iași
Asist. ing. A. CHIRICĂ – Institutul de Construcții București

GEOTEHNICĂ ȘI FUNDAȚII

— EXEMPLE DE CALCUL —

214367
B.C.U. - IASI

EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ – BUCUREȘTI

PREFAȚĂ

Complexitatea și volumul important al lucrărilor de construcții prevăzute în documentele de partid și de stat, în concordanță cu noua calitate în toate formele de activitate productivă și de pregătire a cadrelor, cer însușirea de către viitorii specialiști a unor cunoștințe temeinice bazate pe experiența înaintașilor și pe cuceririle științei și tehnicii din țară și străinătate.

În lucrare sînt prezentate exemple de calcul din geotehnică, fundații și procedee de fundare, cuprinzînd problemele prevăzute în planurile de învățămînt pentru studenții facultăților de construcții și hidrotehnică.

S-a urmărit ca structurarea pe capitole și subcapitole să fie cît mai accesibilă înțelegerii.

Autorii exprimă și pe această cale mulțumirea lor pentru sprijinul acordat de către colegii de la disciplinele de Geotehnică și fundații de la Institutul de Construcții București, Institutul Politehnic Iași, Cluj-Napoca și Timișoara.

De asemenea, mulțumesc în mod deosebit pentru ajutorul efectiv acordat de ing. M. Dobrescu în colaționarea și ordonarea materialului, precum și pentru prezentarea grafică a unor capitole din lucrare.

AUTORII

CUPRINS

Prefață 3

Capitolul I. *Elemente de documentație geotehnică. Proprietăți fizice ale pământurilor* 5

Capitolul II. *Proprietățile mecanice ale pământurilor* 25

Capitolul III. *Starea de eforturi și deformații în terenul de fundare* 31

III.1. Starea de eforturi unitare 31

III.2. Starea de deformații în pământ 60

III.3. Condiția de echilibru limită 90

Capitolul IV. *Stabilitatea taluzurilor. Împingerea pământurilor. Capacitatea portantă a terenului de fundare* 108

IV.1. Stabilitatea taluzurilor 108

IV.2. Împingerea pământurilor 138

IV.3. Capacitatea portantă a terenului de fundare 188

Capitolul V. *Fundații de suprafață* 207

Capitolul VI. *Fundații pe piloți și chesoane* 285

Capitolul VII. *Sprijiniri. Palplanșe. Îmbunătățirea terenului de fundare. Agresivitatea apei.* 336

VII.1. Sprijiniri 336

VII.2. Palplanșe 346

VII.3. Îmbunătățirea terenului de fundare 354

VII.4. Agresivitatea apei 357

Capitolul VIII. *Programe de calcul pentru rezolvarea unor probleme simple de Geotehnică și Fundații* 365

VIII.1. Programul CØNS—1 365

VIII.2. Programul STAB—1 366

VIII.3. Programul BEAR—1 377

VIII.4. Programul RADIER 377

VIII.5. Programul APIL—1 386

VIII.6. Programul APIL—2 399

Bibliografie 408

CAPITOLUL I

ELEMENTE DE DOCUMENTAȚIE GEOTEHNICĂ. PROPRIETĂȚILE FIZICE ALE PĂMÎNTURILOR

I.1. Care sînt datele principale pe care trebuie să le furnizeze o prospectare geotehnică în vederea amplasării unei construcții?

Rezolvare.

Pentru amplasarea unei construcții sînt necesare observații care să furnizeze date referitoare la:

a) caracteristicile topografice generale ale amplasamentului (elemente de relief, cursuri de apă, bălți, împrejmuiri, arbori, aflorimente stîncoase) precum și căile de acces disponibile pentru vehicule și utilajul terasier;

b) amplasarea rețelelor subterane (cabluri electrice, telefonice, conducte de apă sau de canalizare);

c) geologia generală a zonei amplasamentului, acordîndu-se o atenție deosebită naturii rocii de bază și posibilității producerii de prăbușiri;

d) datele despre folosințele anterioare ale amplasamentului, inclusiv informații asupra eventualelor degradări ale construcțiilor mai vechi din zonă a căror cauză ar fi putut-o constitui terenul de fundare necorespunzător;

e) unele fenomene specifice deosebite: seismicitate, fenomene datorită factorilor climatici, ca: producerea de viituri, umflarea și contracția sezonieră a pămîntului, procese de eroziune;

f) posibilitatea obținerii de materiale de construcții locale (agregate pentru betoane, piatră, apă și calitatea acestora);

g) descrierea detaliată a stratificației terenului, inclusiv caracteristicile apei subterane în întreaga zonă care se va afla sub influența viitoarelor fundații sau lucrări în execuție, precum și a formațiilor aflate la adîncime mai mare, dar care ar putea afecta condițiile geotehnice sau hidrogeologice ale amplasamentului;

h) rezultatele încercărilor de laborator efectuate pe probele de pămînt sau de rocă extrase din zona amplasamentului, în funcție de caracteristicile construcției, a fundației și de tehnologia adoptată;

i) rezultatele analizelor chimice ale pămînturilor și ale apei subterane efectuate în scopul stabilirii unei eventuale agresivități asupra elementelor de fundație.

I.2. În carnetul de lucru al unei formații de foraje și prospecțiuni geotehnice se menționează următoarele date referitoare la un foraj:

0,00—0,50 m pămînt vegetal;
0,50—1,40 m argilă prăfoasă cafenie — brună;

1,40—9,20 m praf argilos de culoare galbenă, cu concreţiuni de calcar cu macropori, în stare tare;
9,20—13,00 m pietriș aluvionar cu nisip galben și bolovani;
13,00 m argilă marnoasă vînăt-cenușie, compactă.

Nu s-a constatat prezența apei subterane. Se cere trasarea profilului geotehnic al forajului.

Rezolvare. Figura I.1.

I.3. Cunoscîndu-se stratificaţia din forajele F_1, F_2, F_3, F_4, să se întocmească profilul geologic și blocul diagram al terenului pe care urmează să se amplaseze o construcţie (fig. I.2—I.5).

Rezolvare. Profilul geologic și blocul diagram al forajelor menţionate sînt date în figurile I.6 și I.7.

I.4. Să se traseze diagrama de variaţie a presiunii geologice pentru profilul F_2 de la problema I.3, cunoscînd că greutăţile volumice ale straterlor sînt:

— Strat 1 — umplutură de pămînt $\gamma_1 = 16{,}0$ kN/m³.

— Strat 2 — argilă slab prăfoasă cenușie plastic vîrtoasă $\gamma_2 = 19{,}2$ kN/m³.

— Strat 3 — praf nisipos cenușiu plastic consistent $\gamma_3 = 18{,}4$ kN/m³; $\gamma_3' = 14{,}5$ kN/m³.

— Strat 4 — nisip mediu cu pietriș mic $\gamma_4 = 12{,}7$ kN/m³.

— Strat 5 — argilă marnoasă vînătă cu filme de nisip vîrtoasă $\gamma_5 = 15{,}6$ kN/m³.

Rezolvare.

Calculul presiunii geologice se face cu formula generală:

$$\sigma_{ghi} = \sum_{i=1}^{n} \gamma_i h_i.$$

Valorile presiunii geologice:

$$\sigma_A = 0;$$

$$\sigma_B = \gamma_1 \cdot h_1 = 16{,}0 \times 2{,}80 = 44{,}7 \text{ kN/m}^2;$$

$$\sigma_C = \sigma_B + \gamma_2 h_2 = 44{,}7 + 19{,}2 \times 6{,}70 = 172{,}7 \text{ kN/m}^2;$$

$$\sigma_D = \sigma_C + \gamma_3 h_3^1 = 172{,}7 + 16{,}0 \times 0{,}90 = 187{,}1 \text{ kN/m}^2.$$

Începînd cu punctul E, se ia în considerare greutatea volumică a pămîntului submersat.

$$\sigma_E = \sigma_D + \gamma_3' \cdot h_3^2;$$

$$\sigma_E = 187{,}1 + 14{,}5 \times 2{,}0 = 216{,}1 \text{ kN/m}^2;$$

$$\sigma_F = \sigma_E + \gamma_4 h_4 = 216{,}1 + 12{,}7 \times 0{,}3 = 216{,}5 \text{ kN/m}^2.$$

Pentru a trasa diagrama și pentru ultimul strat vom lua în considerare primii doi metri.

$$\sigma_H = \sigma_F + \gamma_5 h_5 = 216{,}5 + 15{,}6 \times 2{,}0 = 247{,}7 \text{ kN/m}^2.$$

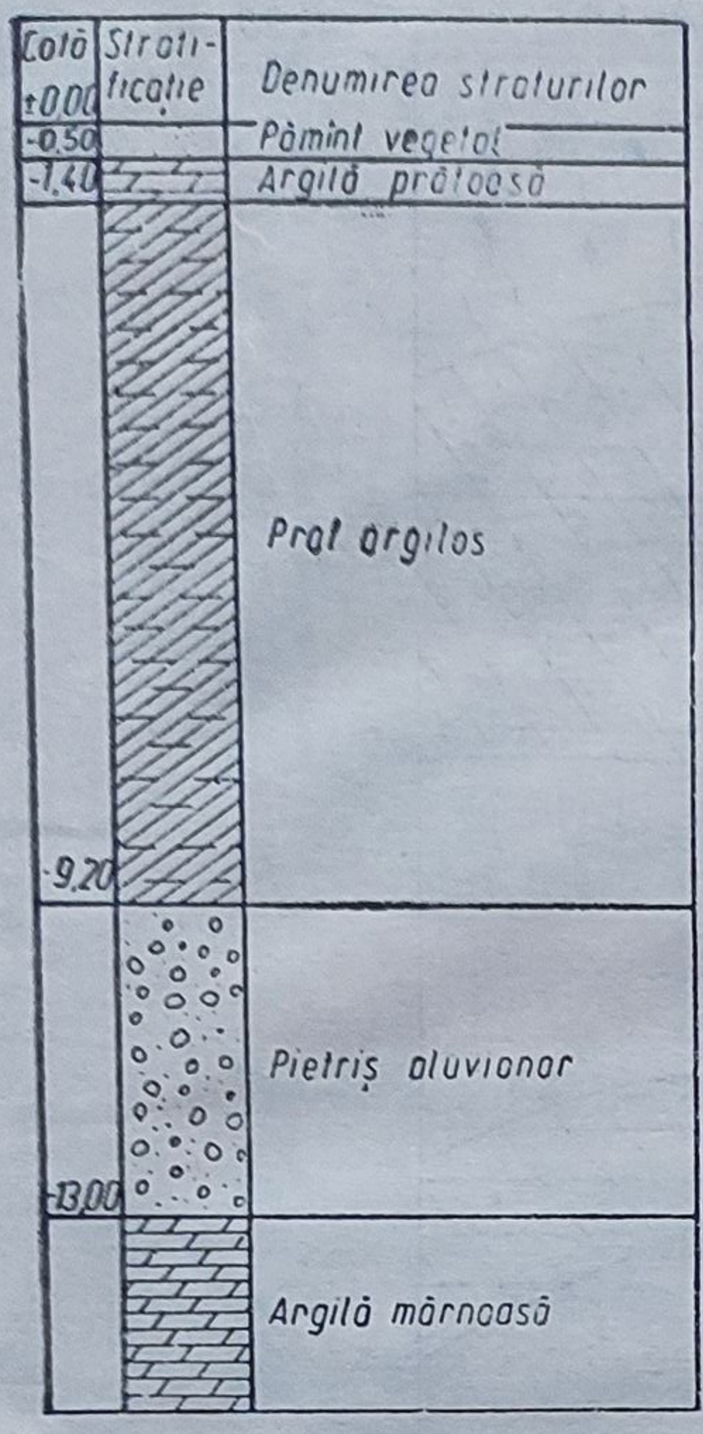


Fig. I.1. Profilul geotehnic al unui foraj.

Forajul F_1 (43,50)

Fig. I.2. Forajul F 1.

Forajul F_2 (40,20)

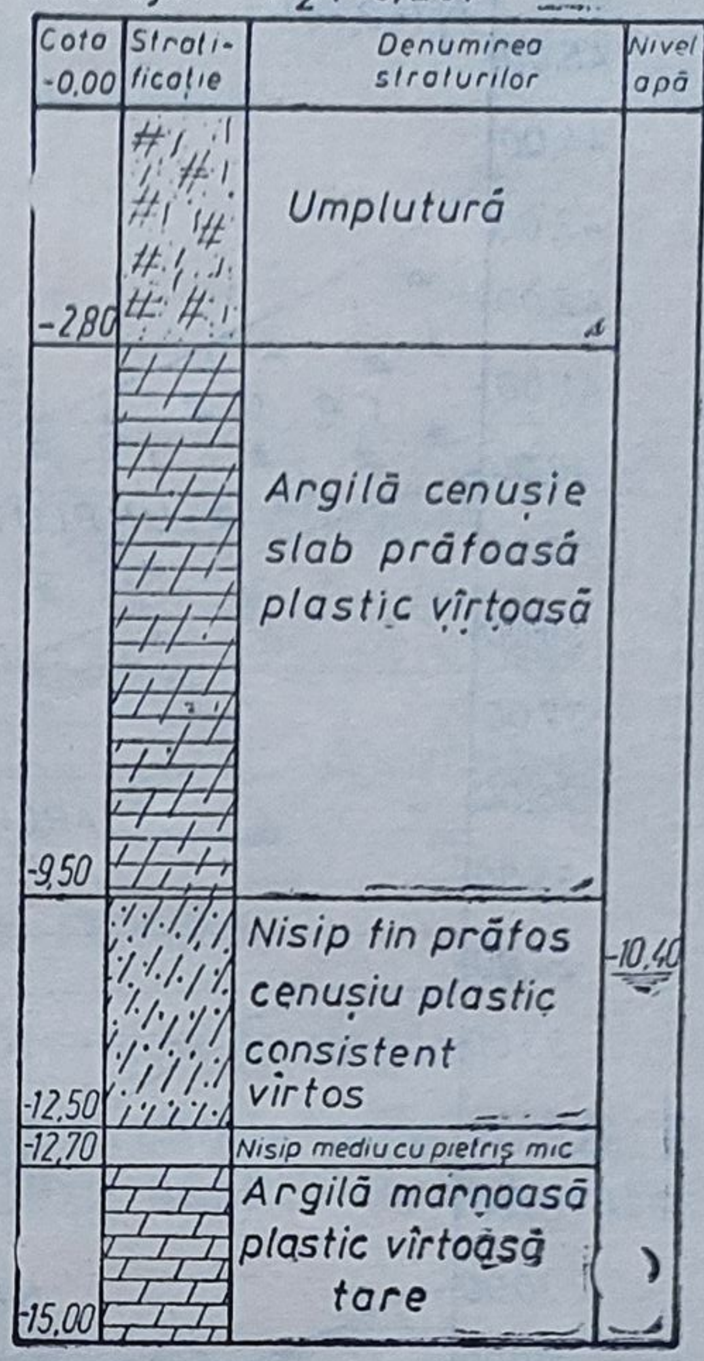


Fig. I.3. Forajul F 2.

Forajul F_3 (45,50)

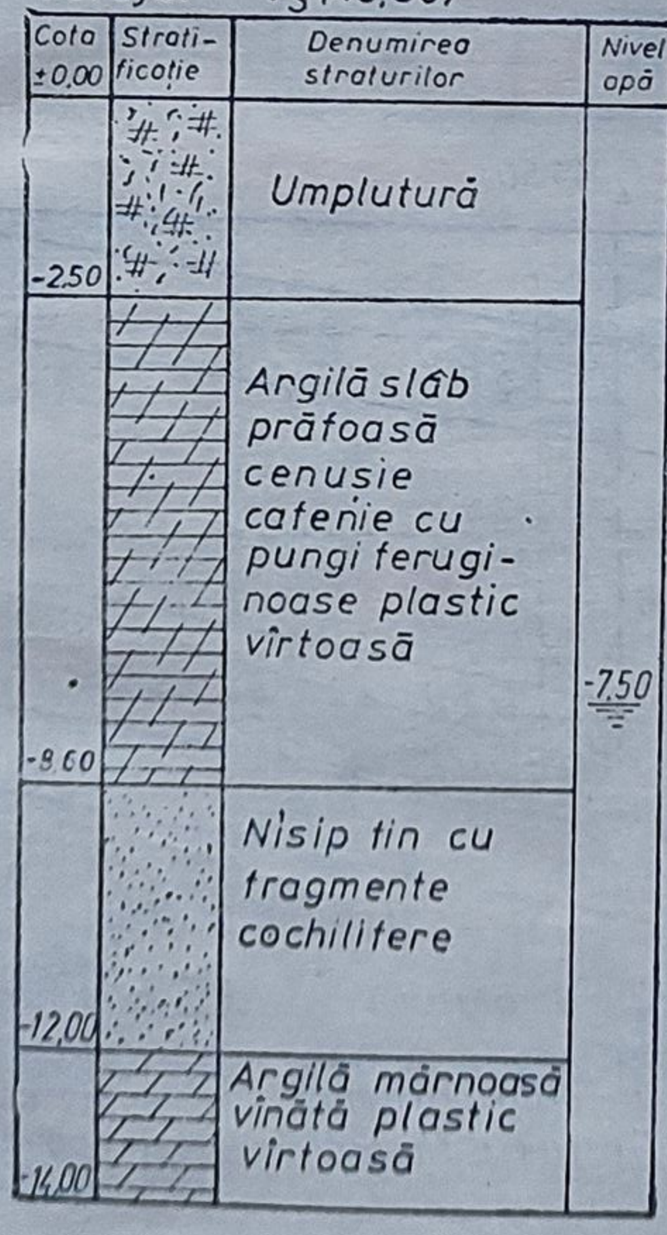


Fig. I.4. Forajul F 3.

Forajul F_4 (44,50)

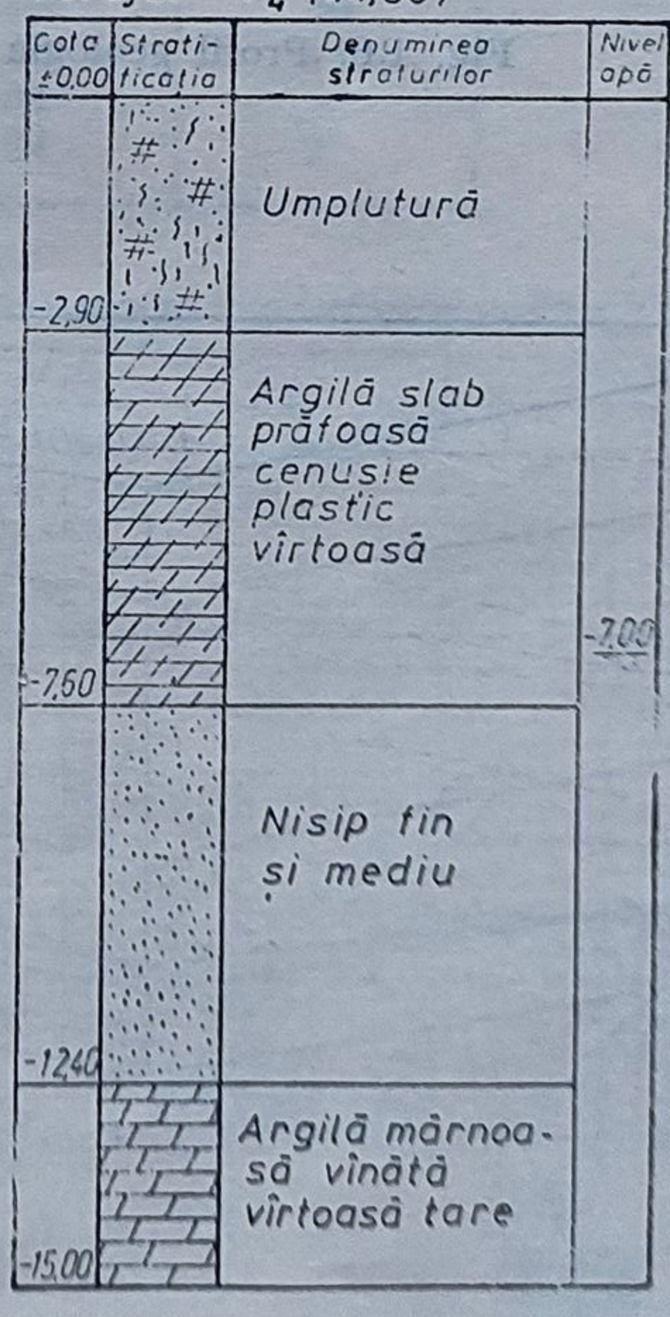


Fig. I.5. Forajul F 4.

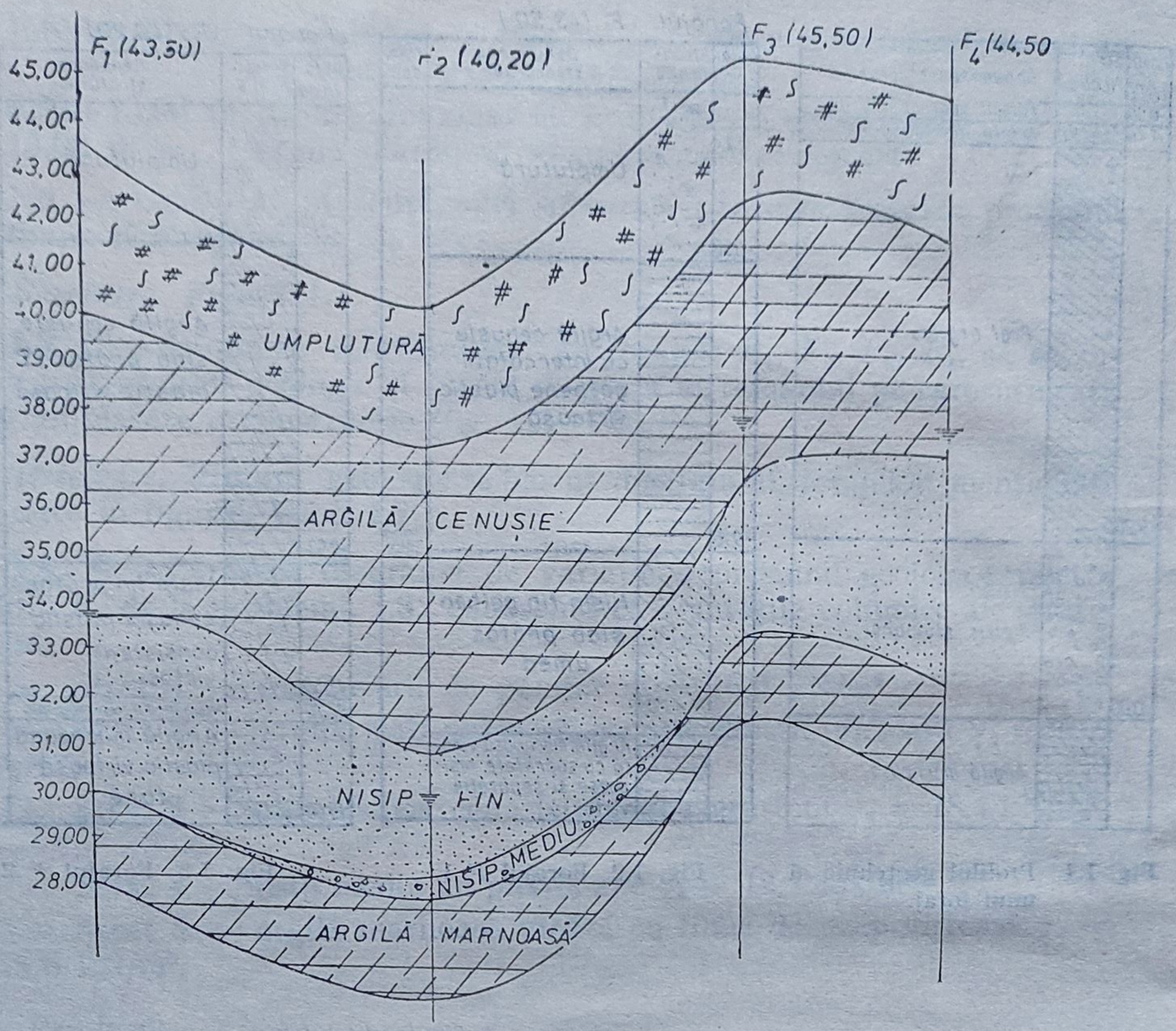


Fig. I.6. Profil geologic prin forajul F 1 ; F 2 ; F 3.

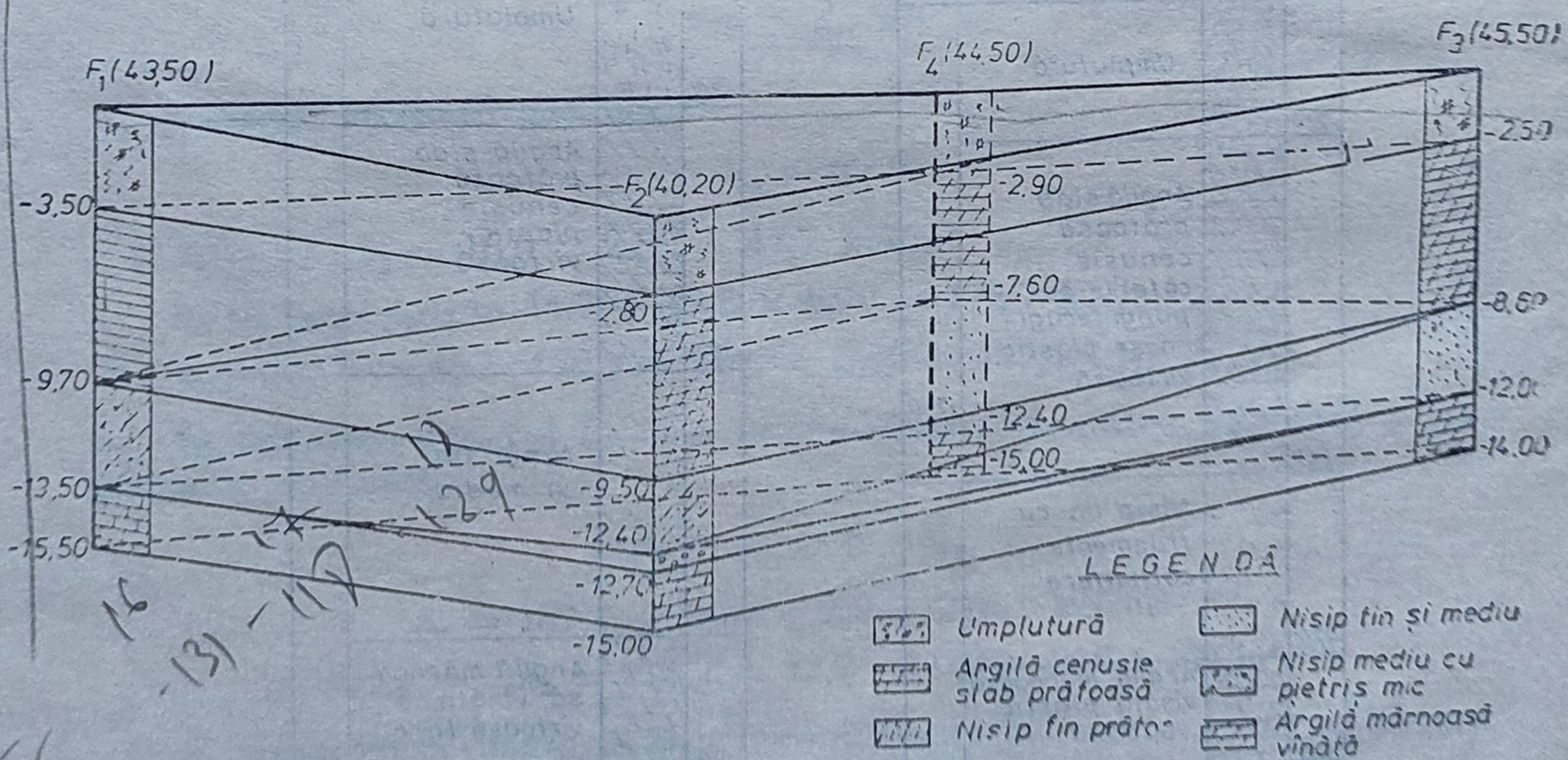


Fig. I.7. Bloc diagram.

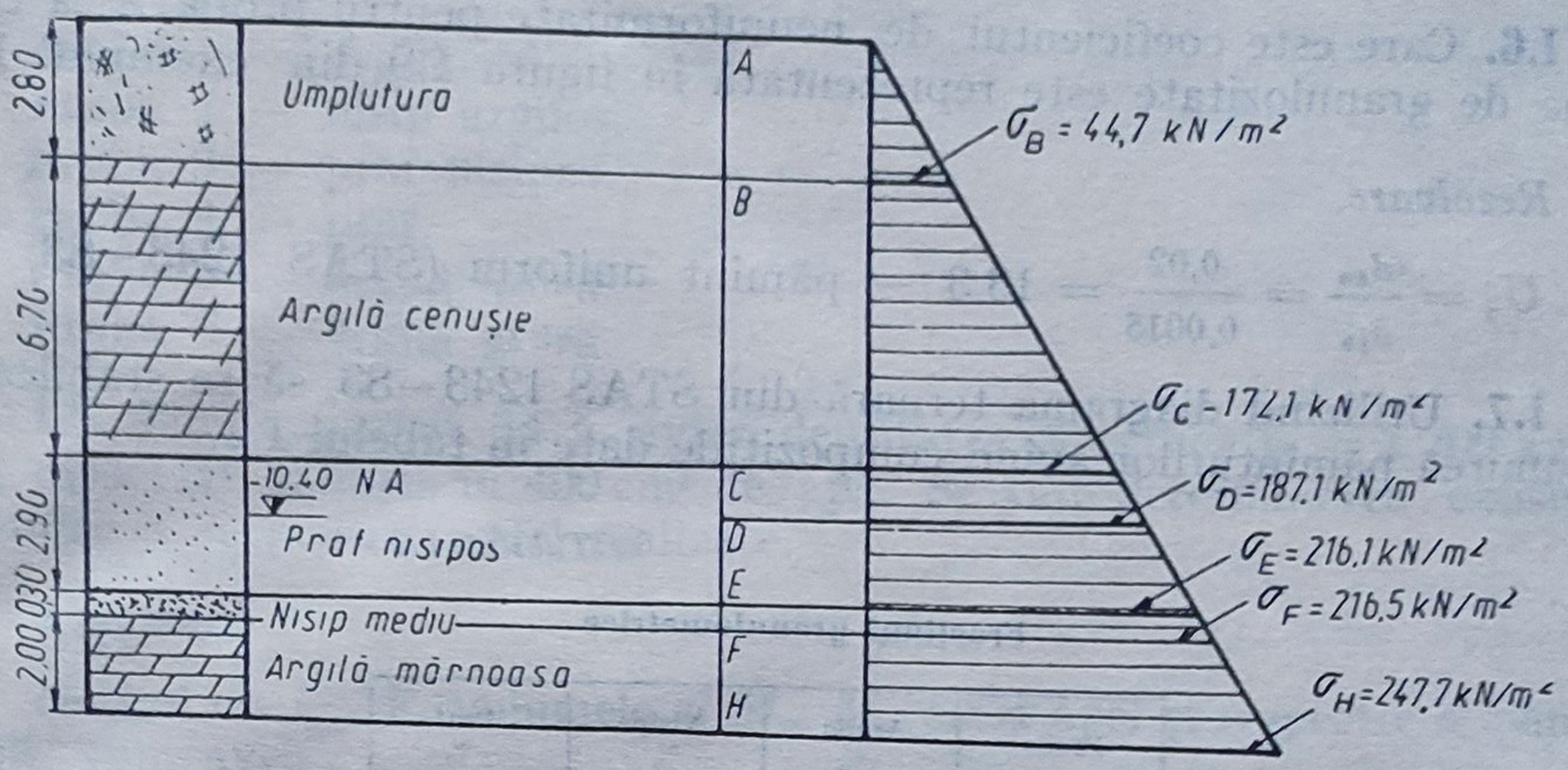


Fig. I.8. Diagrama de variație a presiunii geologice.

În figura I.8 se reprezintă la scară variația presiunii geologice.

I.5. Să se traseze curba de granulozitate pentru pământurile *A*, *B*, *C* și *D* având fracțiunile granulometrice obținute prin analize de laborator prezentate în tabelul I.1.

Rezolvare. Figura I.9

Tabelul I.1

Tipuri de pământuri

Proba	Fracțiunea %		
	< 0,005 mm	0,05 — 0,005 mm	2,0 — 0 05 mm
A	24	46	30
B	30	26	44
C	65	34	—
D	74	24	2

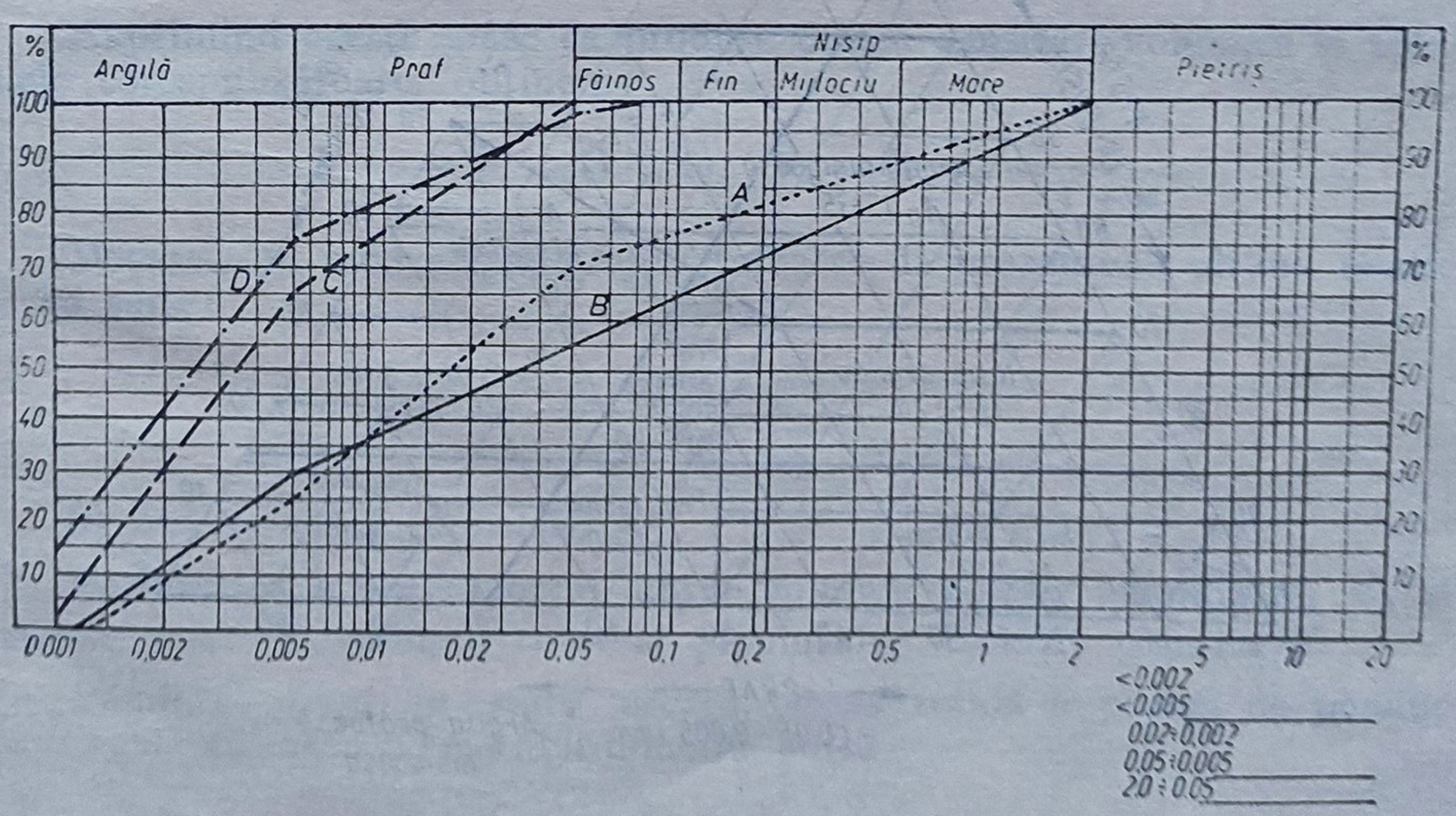


Fig. I.9. Curbe de granulozitate pentru pământurile *A*, *B*, *C*, *D*.

I.6. Care este coeficientul de neuniformitate pentru proba *A*, a cărei curbă de granulozitate este reprezentată în figura I.9 din exemplul I.5?

Rezolvare.

$$U_n = \frac{d_{60}}{d_{10}} = \frac{0{,}02}{0{,}0015} = 13{,}3$$ — pământ uniform (STAS 1243—83).

I.7. Utilizînd diagrama ternară din STAS 1243—83, să se stabilească denumirea pământurilor avînd compozițiile date în tabelul I.2.

Tabelul I.2

Fracțiuni granulometrice

Proba	Argilă %	Nisip %	Praf %
1	56	20	24
2	17	61	22
3	1	36	63
4	0	27	73
5	82	18	0
6	77	17	6

În figura I.10 se prezintă diagrama ternară după STAS 1243—83.

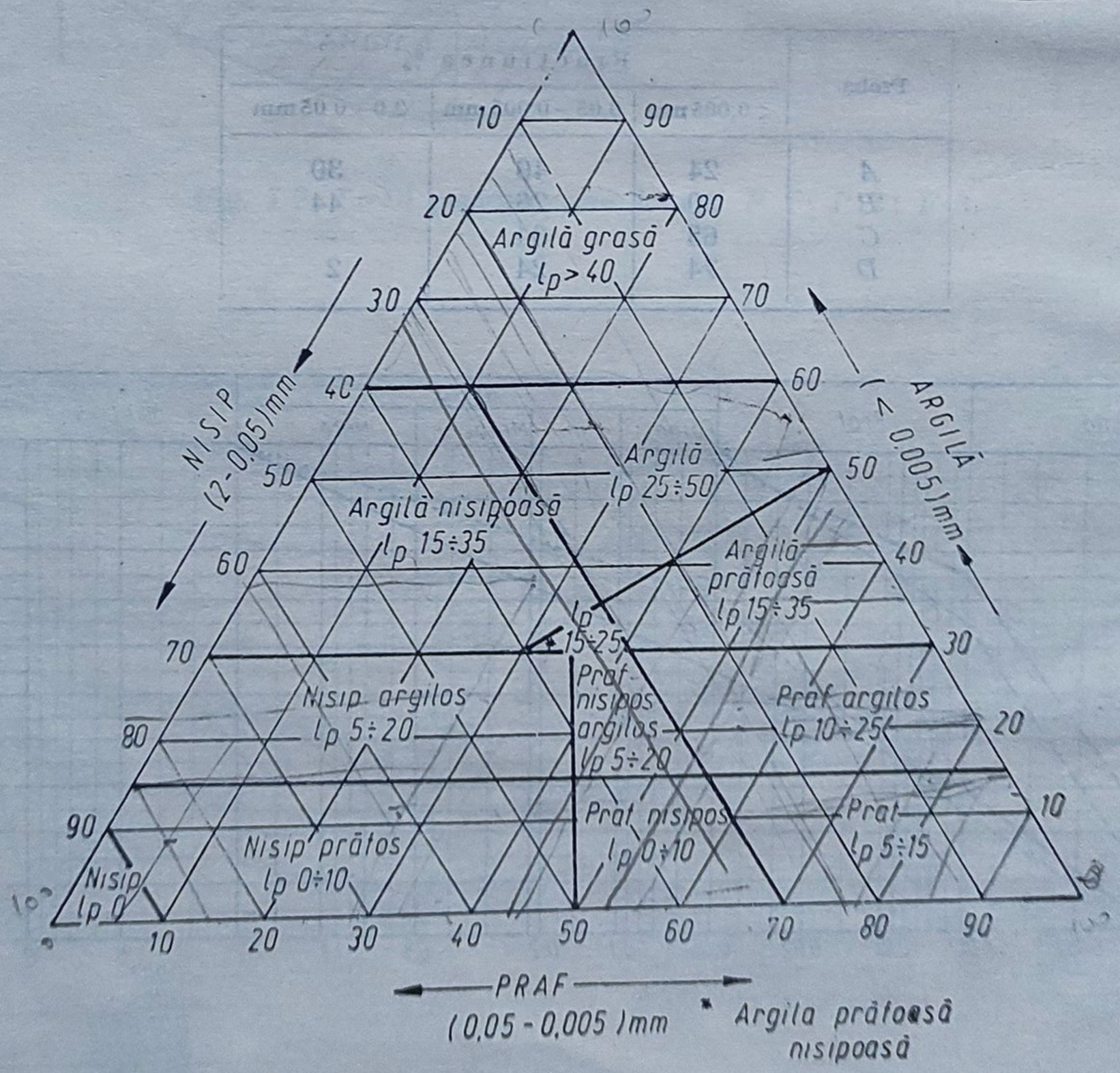


Fig. I.10. Diagramă ternară.

Rezolvare.

Proba 1 — argilă.
Proba 2 — nisip argilos.
Proba 3 — praf nisipos.
Proba 4 — praf.
Proba 5 — argilă grasă.
Proba 6 — argilă grasă.

I.8. Pământ uscat 54 g, avînd densitatea specifică $\rho_s = 2\,700$ kg/m³, este dispersat uniform în 400 cm³ de apă. Se cere determinarea densității specifice a suspensiei astfel realizate.

Rezolvare.

Notînd cu V_w, V_s volumele și M_w, M_s masa apei și respectiv a pământului, vom avea:

volumul soluției $V = V_w + V_s = 400 + \frac{54}{2,7} = 420$ cm³;

masa soluției $M = M_w + M_s = 400 + 54 = 454$ g;

densitatea specifică a soluției $\rho = \frac{454}{420} = 1,04$ g/cm³.

I.9. Cunoscînd caracteristicile de fază ale unui pământ, determinate prin încercări de laborator γ, γ_s și w, să se determine relațiile de calcule ale caracteristicilor de fază derivate.

Rezolvare.

a) *Determinarea greutății volumice a pământului în stare uscată* γ_d.

Plecînd de la definiția umidității $w = \frac{M_w}{M_s}$, unde M_w și M_s sînt masa apei și respectiv a probei uscate, masa totală a probei va fi:

$$M = M_s (1 + w).$$

Exprimînd aceste mase ca produse dintre densități volumice și volumele corespunzătoare, obținem:

$$V \cdot \rho = V \cdot \rho_d (1 + w), \text{ de unde } \rho_d = \frac{\rho}{1 + w}.$$

Deoarece în mod obișnuit umiditatea se dă procentual, ultima relație se va scrie:

$$\rho_d = \frac{\rho}{1 + \frac{w}{100}}$$

b) *Determinarea porozității n.*

Porozitatea n este raportul dintre volumul porilor pământului, V_p și volumul aparent (volumul total al pământului, inclusiv golurile) V.

Pământul fiind în stare uscată, masa totală a probei de pământ va fi egală cu masa scheletului mineral, adică

$$M = M_s.$$

Explicitînd aceste mase funcţie de volumul total V al probei, volumul scheletului V_s şi densitatea volumică a pămîntului în stare uscată ρ_d şi a densităţii scheletului ρ_s, avem:

$$\rho_d \cdot V = \rho_s \cdot V_s.$$

Împărţind prin V şi ţinînd cont de definiţia porozităţii enunţată mai sus, obţinem:

$$\rho_d = \rho_s \cdot \frac{V_s}{V} = \rho_s \cdot \frac{V - V_p}{V} = \rho_s \left(1 - \frac{V_p}{V}\right);$$

$$\rho_d = \rho_s(1 - n).$$

$$n = \frac{\rho_s - \rho_d}{\rho_s}.$$

Dacă porozitatea se exprimă în procente, $n = \frac{\rho_s - \rho_d}{\rho_s} \cdot 100$.

c) *Determinarea indicelui porilor e.*

Indicele porilor e este raportul între volumul porilor pămîntului V_p şi volumul particulelor solide V_s din acea cantitate de pămînt.

$$n = \frac{V_p}{V} = \frac{V_p}{V_s + V_p} = \frac{\frac{V_p}{V_s}}{\frac{V_s}{V_s} + \frac{V_p}{V_s}} = \frac{e}{1 + e},$$

deoarece am arătat mai sus că: $\frac{V_p}{V_s} = e$.

Explicitînd pe e în funcţie de n, se obţine:

$$e = \frac{n}{1 - n}.$$

Deoarece n se exprimă uzual în % relaţia de mai sus trebuie scrisă sub forma:

$$e = \frac{n}{100 - n}.$$

Se observă că se mai poate obţine o relaţie a lui e funcţie de ρ_s şi ρ_d introducînd valoarea lui n determinată la punctul b.

$$e = \frac{\rho_s - \rho_d}{\rho_d}.$$

d) *Determinarea gradului de umiditate* S_r.

Este raportul între volumul apei conţinute în porii pămîntului şi volumul total al porilor din acel pămînt.

În cazul cînd porii sînt umpluţi cu apă avem o umiditate:

$$w_{sat} = \frac{M_{wmax}}{M_s} \cdot 100 = \frac{V_p \cdot \rho_w}{V_s \cdot \rho_s} \cdot 100 = \frac{e \cdot \rho_w}{\rho_s} \cdot 100\ \%.$$

Gradul de umiditate se determină deci:

$$S_r = \frac{w}{w_{sat}} = \frac{\rho_s \cdot w}{100 \cdot e \cdot \rho_w}$$

STAS 1243—83 dă următoarea clasificare a pământurilor în funcție de gradul lor de umiditate:

Tabelul I.3

Gradul de umiditate	S_r
Uscat	$\leqslant 0{,}40$
Umed	$> 0{,}40 \ldots \leqslant 0{,}80$
Foarte umed	$> 0{,}80 \ldots \leqslant 0{,}90$
Practic saturat	$> 0{,}90$

e) *Determinarea densității volumice a pământului în stare saturată* ρ_{sat}. ρ_{sat} este raportul între masa pământului saturat (porii fiind în întregime plini cu apă) și volumul acestuia (inclusiv golurile).

$$\rho_{sat} = (1 - n) \cdot \rho_s + n \cdot \rho_w.$$

Dacă n este în %

$$\rho_{sat} = \left(1 - \frac{n}{100}\right) \cdot \rho_s + \frac{n}{100} \cdot \rho_w.$$

f) *Determinarea densității volumice submersate a pământului* ρ'.

ρ' este raportul dintre masa pământului determinată în stare submersată, sub apă, și volumul acestuia (inclusiv golurile, *v.* fig. I.11).

Masa totală a pământului submersat este $M' = M_s - M_w = \rho_s \cdot V_s - \rho_w \cdot V_s = V_s(\rho_s - \rho_w)$.

$$\rho' \cdot V = V_s(\rho_s - \rho_w);$$

$$\rho' = \frac{V - V_p}{V}(\rho_s - \rho_w);$$

$$\rho' = (1 - n)(\rho_s - \rho_w).$$

Dacă n este exprimat în procente, relația ultimă trebuie scrisă sub forma:

$$\rho' = \left(1 - \frac{n}{100}\right)(\rho_s - \rho_w).$$

g) *Determinarea gradului de îndesare* I_D.

I_D caracterizează starea de îndesare a unui pământ nisipos.

$$I_D = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}},$$

în care: e este indicele porilor pământului în condiții naturale;

e_{max} — indicele porilor pământului în stare de afînare maximă;

e_{min} — indicele porilor pământului în stare de îndesare maximă.

STAS 1243—83 dă următoarea clasificare a nisipurilor funcție de gradul de îndesare în tabelul I.4.

Tabelul I.4

Starea de îndesare	I_D
Afînată	$\geqslant 0{,}00 \ldots < 0{,}33$
Cu îndesare medie	$> 0{,}33 \ldots \leqslant 0{,}66$
Îndesată	$> 0{,}66 \ldots < 1{,}00$

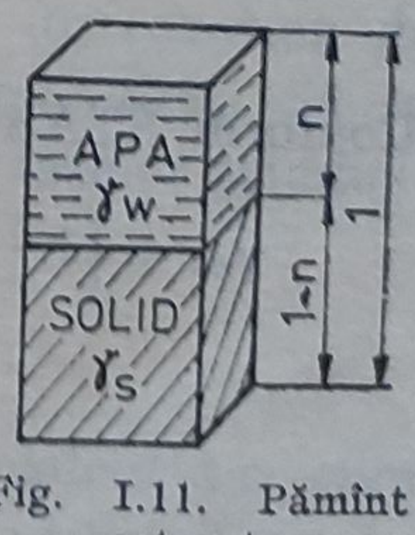


Fig. I.11. Pământ saturat.

STAS 1243—83 dă următoarea clasificare a pământurilor în funcție de gradul lor de umiditate:

Tabelul I.3

Gradul de umiditate	S_r
Uscat	$<0{,}40$
Umed	$>0{,}40\ldots<0{,}80$
Foarte umed	$>0{,}80\ldots<0{,}90$
Practic saturat	$>0{,}90$

e) *Determinarea densității volumice a pământului în stare saturată* ρ_{sat}.

ρ_{sat} este raportul între masa pământului saturat (porii fiind în întregime plini cu apă) și volumul acestuia (inclusiv golurile).

$$\rho_{sat} = (1 - n) \cdot \rho_s + n \cdot \rho_w.$$

Dacă n este în %

$$\rho_{sat} = \left(1 - \frac{n}{100}\right) \cdot \rho_s + \frac{n}{100} \cdot \rho_w.$$

f) *Determinarea densității volumice submersate a pământului* ρ'.

ρ' este raportul dintre masa pământului determinată în stare submersată, sub apă, și volumul acestuia (inclusiv golurile, *v.* fig. I.11).

Masa totală a pământului submersat este $M' = M_s - M_w = \rho_s \cdot V_s - \rho_w \cdot V_s = V_s(\rho_s - \rho_w)$.

$$\rho' \cdot V = V_s(\rho_s - \rho_w);$$

$$\rho' = \frac{V - V_p}{V}(\rho_s - \rho_w);$$

$$\rho' = (1 - n)(\rho_s - \rho_w).$$

Dacă n este exprimat în procente, relația ultimă trebuie scrisă sub forma:

$$\rho' = \left(1 - \frac{n}{100}\right)(\rho_s - \rho_w).$$

g) *Determinarea gradului de îndesare* I_D.

I_D caracterizează starea de îndesare a unui pământ nisipos.

$$I_D = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}},$$

în care: e este indicele porilor pământului în condiții naturale;

e_{max} — indicele porilor pământului în stare de afînare maximă;

e_{min} — indicele porilor pământului în stare de îndesare maximă.

STAS 1243—83 dă următoarea clasificare a nisipurilor funcție de gradul de îndesare în tabelul I.4.

Tabelul I.4

Starea de îndesare	I_D
Afînată	$\geqslant 0{,}00\ldots<0{,}33$
Cu îndesare medie	$>0{,}33\ldots\leqslant 0{,}66$
Îndesată	$>0{,}66\ldots<1{,}00$

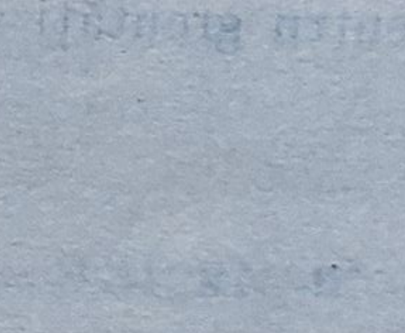


Fig. I.11. Pământ saturat.

h) *Determinarea capacității de îndesare* C_i.

C_i este capacitatea pământurilor nisipoase de a-și micșora volumul porilor prin așezarea particulelor solide și se calculează cu expresia :

$$C_i = \frac{e_{max} - e_{min}}{e_{min}}.$$

Clasificarea nisipurilor după valoarea C_i este dată în tabelul I.5.

Tabelul I.5

Capacitatea de îndesare	C_i
Mică	$<0,4$
Mijlocie	$0,4 \ldots 0,6$
Mare	$>0,6$

I.10. Să se determine caracteristicile de fază pentru o argilă grasă cenușie având greutatea volumică $\gamma = 16,8$ kN/m³, greutatea volumică a scheletului, $\gamma_s = 26,6$ kN/m³, umiditatea în stare naturală, $w = 32,5\%$.

Rezolvare.

Utilizînd relațiile de calcul din problema anterioară I.9, particularizînd pentru greutăți specifice, se obțin pe rînd indicii geotehnici :

$$\gamma_d = \frac{\gamma}{1 + \frac{w}{100}} = \frac{16,8}{1 + \frac{32,5}{100}} = 12,6 \text{ kN/m}^3;$$

$$n = \frac{\gamma_s - \gamma_d}{\gamma_s} = \frac{26,6 - 12,6}{26,6} = \frac{14,0}{26,6} = 0,526;$$

$$n = 52,6\%;$$

$$e = \frac{n}{1 - n} = \frac{0,526}{1 - 0,526} = 1,10.$$

Același rezultat se obține, dacă se utilizează o relație asemănătoare ca pentru n.

$$e = \frac{\gamma_s - \gamma_d}{\gamma_d} = \frac{26,6 - 12,6}{12,6} = \frac{14,0}{12,6} = 1,10;$$

$$S_r = \frac{\gamma_s \cdot w}{100 \cdot e \cdot \gamma_w} = \frac{26,6 \cdot 32,25}{110 \cdot 10} = 0,772.$$

Conform STAS 1243—83 pământul este umed.

$$\gamma_{sat} = \left(1 - \frac{n}{100}\right) \cdot \gamma_s + \frac{n}{100} \cdot \gamma_w = \left(1 - \frac{52,6}{100}\right) \cdot 26,6 + \frac{52,6}{100} \cdot 10 =$$

$$= 17,89 \text{ kN/m}^3;$$

$$\gamma' = \left(1 - \frac{n}{100}\right)(\gamma_s - \gamma_w) = 7,868 \text{ kN/m}^3.$$

I.11. Un strat de pămînt nisipos are $\gamma_s = 26{,}6$ kN/m³, o umiditate de 8,20% și $\gamma = 17$ kN/m³. Să se calculeze indicii geotehnici derivați caracteristici pentru acest fel de pămînt. Care este cantitatea de apă necesară pentru a satura 1 m³ de pămînt nisipos?

Rezolvare.

$$\gamma_d = \frac{\gamma}{1 + \frac{w}{100}} = \frac{17}{1{,}082} = 15{,}71 \text{ kN/m}^3;$$

$$n = \frac{\gamma_s - \gamma_d}{\gamma_s} = \frac{26{,}60 - 15{,}71}{26{,}60} = 0{,}409;\ n = 40{,}9\%;$$

$$e = \frac{\gamma_s - \gamma_d}{\gamma_d} = \frac{26{,}60 - 15{,}71}{15{,}71} = 0{,}693;$$

$$S_r = \frac{\gamma_s \cdot w}{100 \cdot e \cdot \gamma_w} = \frac{26{,}60 \cdot 8{,}2}{69{,}3 \cdot 10} = 0{,}315.$$

Nisipul este uscat.

$$\gamma_{sat} = \left(1 - \frac{n}{100}\right)\gamma_s + \frac{n}{100} \cdot \gamma_w = \left(1 - \frac{40{,}9}{100}\right) \cdot 26{,}60 + \frac{40{,}9}{100} \cdot 10 = 19{,}811 \text{ kN/m}^3;$$

$$\gamma' = \left(1 - \frac{n}{100}\right)(\gamma_s - \gamma_w) = \left(1 - \frac{40{,}9}{100}\right)(26{,}60 - 10{,}00) = 9{,}81 \text{ kN/m}^3.$$

Greutatea totală a apei necesară pentru a satura 1 m³ de nisip este:

$$G_w = \gamma_w \cdot n \cdot V = 10 \cdot 0{,}409 \cdot 1{,}00 = 4{,}09 \text{ kN}$$

Datorită umidității naturale, în pămînt se află o cantitate de apă:

$$G'_w = \frac{8{,}20}{100 + 8{,}2} \cdot 17 = 1{,}28 \text{ kN}.$$

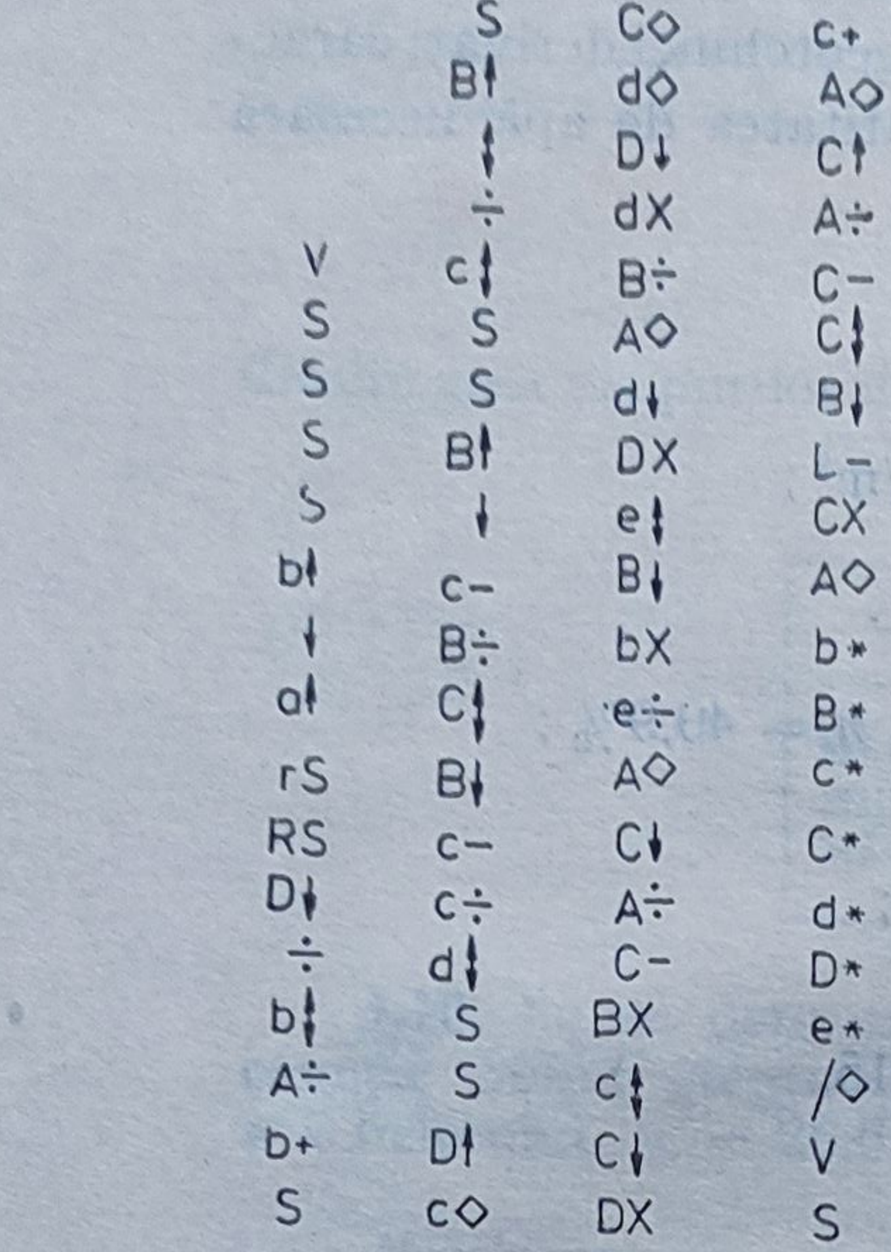
Greutatea apei necesară pentru a satura 1 m³ de pămînt este:

$$G = G_w - G'_w = 4{,}09 - 1{,}28 = 2{,}81 \text{ kN}.$$

I.12. În urma încercărilor de laborator efectuate pe un eșantion de argilă s-a obținut $\gamma = 20{,}4$ kN/m³, $\gamma_s = 27{,}2$ kN/m³ și $w = 19\%$. Să se determine caracteristicile de fază și să se traseze diagrama fazelor și indicilor geotehnici.

Rezolvare.

Determinarea indicilor geotehnici se poate face prin calcul așa cum s-a procedat la exemplele anterioare (I.9; I.10; I.11) sau utilizînd un cal



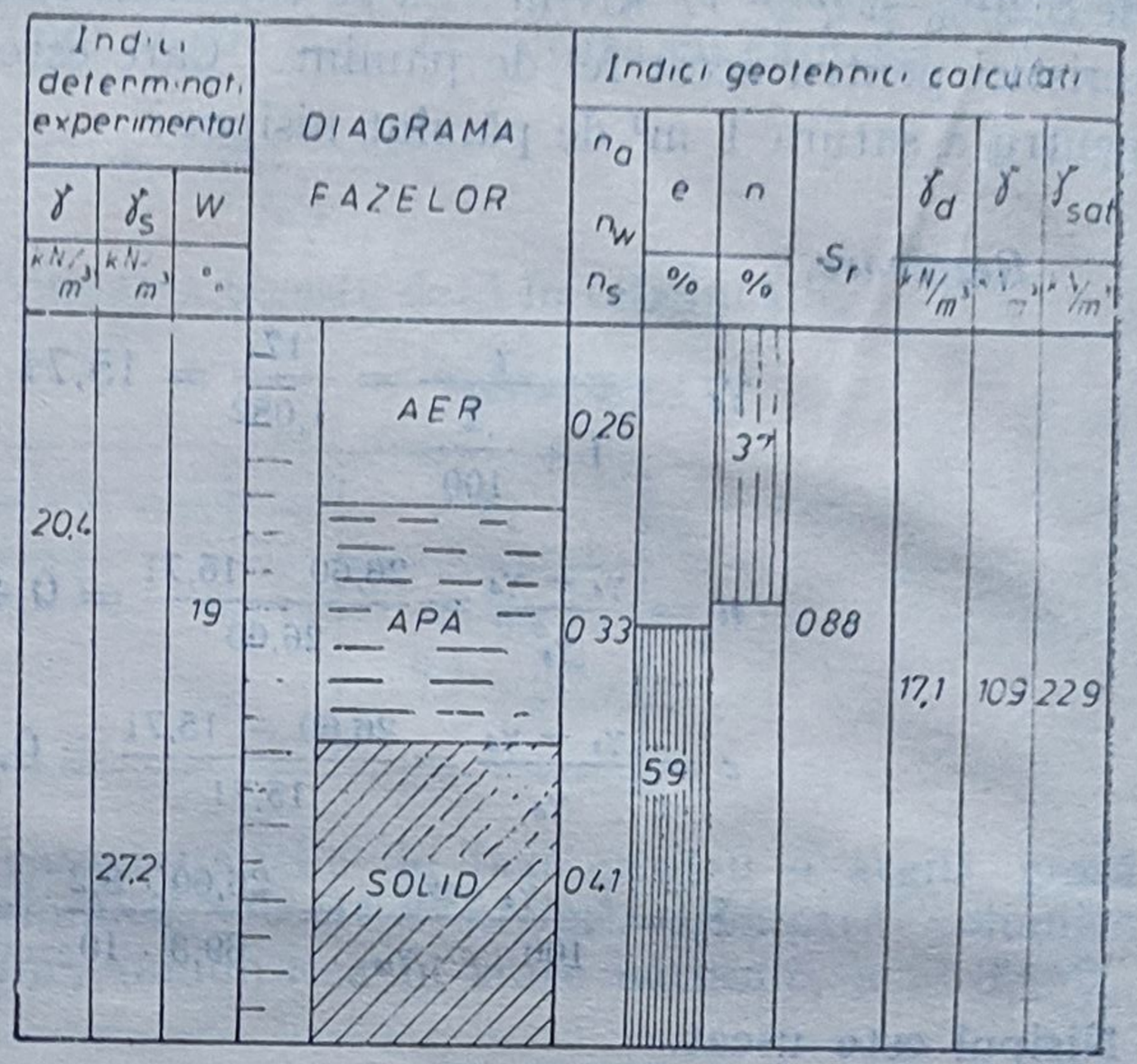


Fig. I.12. Program Olivetti.

Fig. I.13. Indici geotehnici pentru exemplul I.12.

culator de birou. În cazul utilizării calculatorului OLIVETTI PROGRAMMA 101, (programul este dat în figura I.12.)

se obţin direct rezultatele:

$\gamma_d = 17{,}142$ kN/m³; $e = 58{,}6\%$; $\gamma_{sat} = 22{,}853$ kN/m³;

$n = 36{,}9\%$; $S_r = 0{,}881$; $\gamma' = 10{,}853$ kN/m³

Datele se centralizează în diagrama dată în figura I.13.

I.13. În vederea îmbunătăţirii unui teren de fundare alcătuit dintr-un strat de loess de 4,0 m grosime se utilizează metoda de compactare cu maiul greu de 3 t. Prin batere se realizează o tasare a suprafeţei stratului de 22 cm.

Ştiind că iniţial stratul avea $\gamma_1 = 16{,}5$ kN/m³, $\gamma_s = 27{,}0$ kN/m³ şi $w_1 = 7{,}8\%$, să se determine variaţia medie de porozitate şi greutatea volumică medie ca urmare a aplicării tehnologiei de îmbunătăţire.

Rezolvare.

Înainte de compactare:

$$\gamma_{d1} = \frac{\gamma_1}{1 + \frac{w_1}{100}} = \frac{16{,}5}{1 + 0{,}078} = 15{,}31 \text{ kN/m}^3;$$

$$n_1 = \frac{\gamma_s - \gamma_{d1}}{\gamma_s} = \frac{27{,}0 - 15{,}31}{27{,}0} = 0{,}43, \text{ adică } n = 43\%.$$

— După compactarea cu maiul de 3 t:

$$\gamma_{2med} = \frac{h_1 \cdot \gamma_1}{h_2} = \frac{4{,}0 \cdot 16{,}5}{4{,}0 - 0{,}22} = 17{,}46 \text{ kN/m}^3.$$

– Reducerea de porozitate:

$$\Delta n = \frac{s}{h} = \frac{0{,}22}{4{,}00} = 0{,}06;$$

$n_2 = 37\%$; $\gamma_{d2med} = \gamma_s(1 - n_2) = 27{,}0 \cdot 0{,}63 = 17{,}0$ kN/m³.

I.14. Ca urmare a amplasării unei construcții pe un strat de pămînt argilos avînd grosimea de 3,2 m, se produce o îndesare a pămîntului. În urma determinărilor s-au obținut pentru strat următoarele caracteristici geotehnice: $\gamma_1 = 20{,}4$ kN/m³, $w_1 = 26{,}9\%$ și $\gamma_s = 27{,}2$ kN/m³. Urmare a influenței construcției, greutatea volumică crește la $\gamma_2 = 21{,}0$ kN/m³, iar umiditatea scade la 25,4%.

Să se calculeze:

a) tasarea suprafeței stratului;

b) cantitatea de apă evacuată din strat pe fiecare m²;

c) variația gradului de umiditate a pămîntului.

Rezolvare.

– Înainte de îndesare:

$$\gamma_{d1} = \frac{\gamma_1}{1 + \frac{w_1}{100}} = \frac{20{,}4}{1{,}269} = 16{,}1 \text{ kN/m}^3;$$

$$n_1 = \frac{\gamma_s - \gamma_{d1}}{\gamma_s} = \frac{27{,}2 - 16{,}1}{27{,}2} = 0{,}41; \quad n_1 = 41\%.$$

– Greutatea totală a apei pe m² de strat:

$$G_{w1} = \gamma_{d1} \cdot \frac{w_1}{100} \cdot h = 16{,}1 \cdot 0{,}269 \cdot 3{,}2 = 1{,}39 \text{ t/m}^2 = 13{,}9 \text{ kN/m}^2.$$

– După amplasarea construcției:

$$\gamma_{d2} = \frac{\gamma_2}{1 + \frac{w_2}{100}} = \frac{21{,}0}{1{,}254} = 16{,}8 \text{ kN/m}^3;$$

$$n_2 = \frac{\gamma_s - \gamma_{d2}}{\gamma_s} = \frac{27{,}2 - 16{,}8}{27{,}2} = 0{,}385; \quad \text{adică} \quad n = 38{,}5\%.$$

a) *Tasarea suprafeței stratului:* $s = \frac{\Delta h}{h} \cdot h = \Delta n \cdot h =$

$= (0{,}410 - 0{,}385) \cdot 3{,}2 = 0{,}08\ m = 8$ cm.

b) *Greutatea totală a apei pe m² de strat,* după amplasarea construcției este:

$$G_{w2} = \gamma_{d2} \cdot \frac{w_2}{100}(h - s) = 16{,}8 \cdot 0{,}254(3{,}2 - 0{,}08) = 1{,}36 \text{ t/m}^2 = 13{,}6 \text{ kN/m}^2.$$

Cantitatea de apă evacuată este: $G_{w1} - G_{w2} = 13{,}9 - 13{,}6 = 0{,}3$ kN/m².

c) *Gradul de umiditate inițial:*

$$S_{r1} = \frac{\gamma_s \cdot w_1(1 - n_1)}{n_1 \cdot \gamma_w} = \frac{27{,}2 \cdot \frac{26{,}9}{100} \cdot (1 - 0{,}41)}{0{,}41 \cdot 10} = 1{,}05.$$

Gradul de umiditate după amplasarea construcției:

$$S_{r2} = \frac{\gamma_s \cdot w_2(1 - n_2)}{n_2 \cdot \gamma_w} = \frac{27{,}2 \cdot \frac{25{,}4}{100} \cdot (1 - 0{,}385)}{0{,}385 \cdot 10} = 1{,}103$$

deci, variația gradului de umiditate va fi:

$$1{,}103 - 1{,}05 = 0{,}053.$$

I.15. Să se determine variația indicilor geotehnici pentru o probă de pămînt supusă încercării Proctor. Rezultatele sînt înscrise în tabelul I.6.

Tabelul I.6

Rezultatele unei încercări Proctor

Date	U/M	Numărul determinării							
		1	2	3	4	5	6	7	8
γ	kN/m³	14,6	15,1	15,6	15,7	16,0	16,1	15,5	15,0
w	%	11,9	14,3	16,4	17,7	20,0	21,7	24,8	26,1
γ_s	kN/m³	—	—	26,8	—	—	—	—	—

Rezolvare.

Utilizînd programul la mașina electronică OLIVETTI sau formulele de calcul, se obțin rezultatele din tabelul I.7.

Tabelul I.7

Indici geotehnici

Indicele	U/M	Încercarea							
		1	2	3	4	5	6	7	8
γ_a	kN/m³	13,1	13,2	13,4	13,4	13,3	13,2	12,4	11,9
n	%	51,2	50,6	49,9	50,1	50,2	50,6	53,6	55,6
e	%	105	103	100	101	101	103	116	125
w_{sat}	%	39,2	38,2	37,2	37,5	37,6	38,2	43,1	46,7
S_r	—	0,30	0,37	0,44	0,47	0,53	0,57	0,57	0,56
γ_{sat}	kN/m³	18,2	18,3	18,4	18,4	18,4	18,3	17,8	17,5
γ'	kN/m³	8,20	8,29	8,42	8,38	8,37	8,29	7,80	7,46

I.16. Să se determine gradul de compactare al unei probe de pămînt recoltată din terasamentul unui drum la adîncimea de 1,85 m, alcătuită dintr-o argilă nisipoasă cu $\rho = 1{,}85$ g/cm³. Încercarea *Proctor* a stabilit pentru pămîntul respectiv o umiditate optimă de compactare de 12 % și $\rho_{dmax} = 1{,}90$ g/cm³.

Rezolvare.

STAS 2914—69 şi 9850—83 menţionează că gradul de compactare se exprimă în procente, prin raportul dintre densitatea aparentă în stare uscată (ρ_{def}) a materialului din terasament şi densitatea aparentă în stare uscată (ρ_{dmax}) determinată în laborator prin metoda *Proctor* normal, conform STAS 1913/13—83. Terasamentele sînt compactate (conform STAS 2914—69), dacă li se asigură condiţiile din tabelul I.8.

Tabelul I.8

Gradul de compactare

Zonele din terasament la care se prescrie gradul de compactare	Gradul de compactare %			
	Pământuri			
	necoezive		coezive	
	Îmbrăcăminţi permanente	Îmbrăcăminţi semipermanente	Îmbrăcăminţi permanente	Îmbrăcăminţi semipermanente
a) primii 30 cm ai terenului natural de sub rambleu cu înălţimea h de:				
$h \leqslant 2{,}00$ m	100	95	97	93
$h > 2{,}00$ m	95	92	92	90
b) în corpul rambleului la adîncimea h sub patul drumului:				
$h < 0{,}50$ m	100	97	100	97
$0{,}5 < h < 2{,}00$ m	100	97	97	94
$h > 2{,}00$ m	95	92	92	90
c) în deblee pe adîncimea de 30 cm sub patul drumului	100	100	100	100

Gradul de compactare este $\frac{1{,}85}{1{,}90} = 0{,}97$. Compactarea este corespunzătoare.

I.17. Să se completeze în formularul de profil al forajului datele pentru o probă la care s-au obţinut următoarele rezultate de laborator: $\gamma = 19{,}2$ kN/m³, $\gamma_s = 27{,}1$ kN/m³, $w = 25{,}4\%$. Din analiza granulometrică a rezultat: nisip = 1%, praf = 36%, argilă = 63%.

Limitele de plasticitate: $w_P = 17{,}2\%$, $w_L = 84{,}0\%$, celelalte caracteristici sînt: $M_{2-3} = 55$ daN/cm², $\varphi = 20°20'$, $c = 0{,}60$ daN/cm².

Rezolvare.

Datele sînt trecute în profilul forajului din figura I.14.

I.18. Definiţi starea de plasticitate a unui pămînt. Cum se pot clasifica pămînturile după plasticitatea lor?

Rezolvare.

În conformitate cu STAS 1243—83, starea de plasticitate a unui pămînt este definită de indicele de plasticitate I_P care arată intervalul de umiditate în care pămînturile se află în stare plastică. I_P este dat de relaţia

$$I_P = w_L - w_P.$$

I P IAȘI
LABORATORUL GEOTEHNIC

PROFILUL FORAJULUI NR. F 1

LUCRAREA
DATA

Cota față de foraj	Grosimea stratului	Cota apei subterane	Stratificația	Denumirea stratului	Nr. și felul probei	Cota probei (0,00 foraj)	Plasticitate W_n — $I_p = W_L - W_p$ — W_L / Umiditate	Indice de consistență: Plastic: Curgător	Moale	Consistent	Vîrtos	Tare	Compoz. granulom: Pietris	Nisip	Praf	Argilă	Greutatea volumică	Volumul porilor	Indice de porozitate	Grad de umiditate	Proba de compresiune-tasare: Mod de compr. M1-3 daN/cm²	Mod de compr. M2-3 daN/cm²	Tas spec. 2 daN/cm² ep2	Prin înmuiere	Unghiul de frecare interioară Φ°	Coeziune daN/cm²	Penetrare	Obs.
m	m	m				m	20 40 60 80	0,25	0,50	0,70	1,00		2,0	0,5	0,05		γ	n%	e	Sr	M_{1-3}	M_{2-3}	e_{a2}	i_{m3}	5 10 15 20 25 30	c	N	
20,00																												
2,80	2,80			Umplutură de pămînt și moloz		1,00																						
						2,00																						
						3,00	17,2 25,4 66,8 84,0				0,86		–	1	36	63	19,2	42,8	0,75	0,91		55	7,2		20,20	0,60		
9,50	6,70			Argilă slab prăfoasă cenușie plastic-vîrtoasă		4,00																						
						5,00																						
						6,00																						
						7,00																						
						8,00																						
						9,00																						
12,40	2,90			Praf nisipos cenușiu cu intercalații galbene pentru consistența vîrtoasă		10,00																						
						11,00																						
						12,00																						
15,00	2,60			Argilă marnoasă vînătă cu film de nisip vîrtoasă		13,00																						
						14,00																						
						15,00																						

Fig. I.14. Profilul forajului nr. *F* 1.

STAS-ul menţionat clasifică pământurile în :

— Neplastic $I_P = 0$.
— Cu plasticitate redusă $0 < I_P \leqslant 10$.
— Cu plasticitate mijlocie $10 < I_P \leqslant 20$.
— Cu plasticitate mare $20 < I_P \leqslant 35$.
— Cu plasticitate foarte mare $I_P > 35$.

I.19. Cum se defineşte starea de consistenţă a pământurilor? Cum se clasifică pământurile după acest indice?

Rezolvare.

Consistenţa pământului este definită de indicele de consistenţă

$$I_C = \frac{w_L - w}{I_P}$$

sau de indicele de lichiditate

$$I_L = \frac{w - w_P}{I_P} = 1 - I_C.$$

După valoarea lui I_C sau a indicelui de lichiditate, pământurile se pot împărţi conform STAS 1243—83. Această clasificare este prezentată în tabelul I.9.

Tabelul I.9

Starea pământului	I_C	I_L
Curgătoare	$\leqslant 0$	$\geqslant 1$
Plastic curgătoare	$> 0{,}00 \ldots . \leqslant 0{,}25$	$\geqslant 0{,}75 \ldots . < 1{,}00$
Plastic moale	$> 0{,}25 \ldots . \leqslant 0{,}50$	$\geqslant 0{,}50 \ldots . \quad 0{,}75$
Plastic consistentă	$> 0{,}50 \ldots . \leqslant 0{,}75$	$\geqslant 0{,}25 \ldots . \quad 0{,}50$
Plastic vîrtoasă	$> 0{,}75 \ldots . \leqslant 1{,}00$	$\geqslant 0 \quad \ldots . < 0{,}25$
Tare	$\geqslant 1$	$\leqslant 0$

I.20. Ce consistenţă are un pământ, dacă :

a) $w > w_L$;
b) $w_L < w < w_P$;
c) $w_P > w$?

Rezolvare.

Folosind tabelul I.9, rezultă :

a) curgătoare ;
b) plastică ;
c) tare.

I.21. Care este plasticitatea unei argile cu limitele $w_P = 16{,}1\,\%$, $w_L = 56{,}2\%$ şi $w = 33{,}4\%$?

Rezolvare.

$$I_P = w_L - w_P = 56{,}2 - 16{,}1 = 40{,}1\%.$$

Este o argilă cu plasticitate foarte mare (conform STAS 1243—83).
Pentru a găsi starea ei de consistenţă, se determină :

$$I_C = \frac{w_L - w}{I_P} = \frac{56{,}2 - 33{,}4}{40{,}1} = \frac{22{,}8}{40{,}1} = 0{,}57.$$

Argila este plastic consistentă.

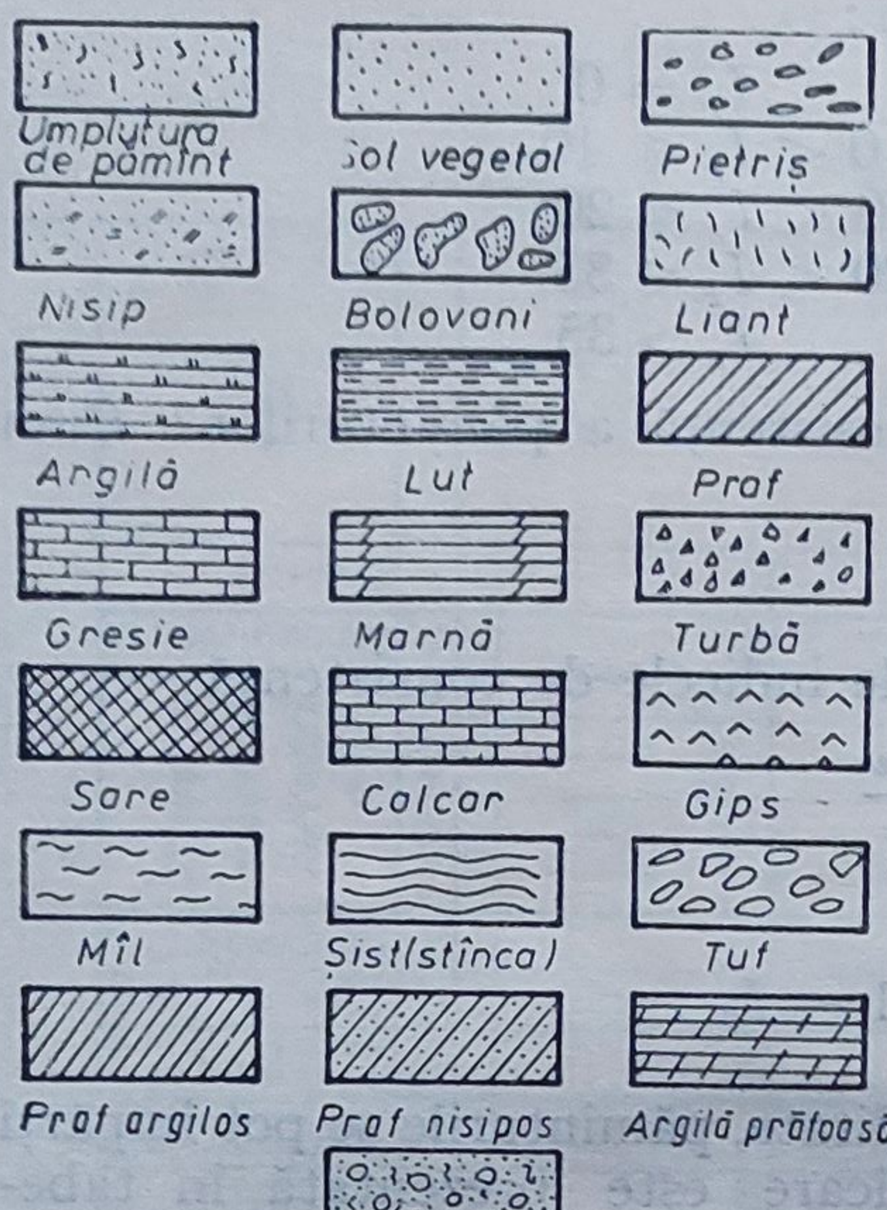


Fig. I.15. Semne convenționale.

I.22. Cum se poate defini, ținînd cont de indicele de consistență, un strat de pămînt care în urma analizei granulometrice a rezultat a fi un praf argilos, avînd: $w_L = 33{,}4\%$, $w_P = 15{,}4\%$ și $w = 25{,}9\%$?

Rezolvare.

$$I_P = w_L - w_P = 33{,}4 - 15{,}4 = 18{,}0\%,$$

$$I_C = \frac{w_L - w}{I_P} = \frac{33{,}4 - 25{,}9}{18{,}0} = \frac{7{,}5}{18{,}0} = 0{,}42.$$

Pămîntul respectiv este un praf argilos plastic moale.

ANEXA I

SEMNE CONVENȚIONALE

(Geotehnică și Fundații — M. Păunescu; Editura Didactică și Pedagogică, București, 1973, pag. 40). Figura I.15.

TERMINOLOGIE — SIMBOLURI ȘI UNITĂȚI DE MĂSURĂ

(STAS 3950—1981)

Termen	Simbol	Dimensiuni	Unități
1	2	3	4
Adîncime de fundare	D_f	L	m
Capacitate de adsorbție	C_A	—	%
Capacitate de îndesare	C_i	—	—
Capacitate portantă a terenului de fundare	P_{cr}	FL^{-2}	kPa
Capacitate portantă de calcul a pilotului	R	F	kN
Căldura maximă de umezire	$q_{u\ max}$	—	J/g (cal/g)
Coeficient de compresibilitate	a_v	L^2F^{-1}	$1/kPa(cm^2/N)$
Coeficient de compresibilitate volumică	m_v	L^2F^{-1}	$1/kPa(cm^2/N)$
Coeficient de consolidare	c_v	L^2T^{-1}	cm^2/s
Coeficient de deformație laterală	ν	—	—
Coeficient de frecare	μ	—	—
Coeficient de higroscopicitate	w_c	—	—
Coeficient de neuniformitate	U_n	—	—
Coeficient de permeabilitate	k	LT^{-1}	cm/s
Coeficientul presiunii pămîntului	K	—	—
Coeficient de tasare	K_s	FL^{-3}	kN/m^3
Coeficient de tasare specifică	ε_p	—	—
Coeficienți de capacitate portantă	N_γ; N_c; N_q	—	—
Coeficient de umflare la îngheț	C_u	—	%
Coeziune aparentă	c_u	FL^{-2}	kPa
Coeziune efectivă	c'	FL^{-2}	kPa
Contracție volumică	C_v	—	%
Conținut de carbonați	CO_3	—	—
Conținut de materii organice	HUM	—	—
Conținut de sulfați	SO_4	—	—
Criteriu de plasticitate	C_p	—	—

ANEXA I (continuare)

1	2	3	4
Densitatea pământului	ρ	ML^{-3}	g/cm³
Densitatea apei	ρ_w	ML^{-3}	g/cm³
Densitatea pământului în stare saturată	ρ_{sat}	ML^{-3}	g/cm³
Densitatea pământului în stare submersată	ρ'	ML^{-3}	g/cm³
Densitatea pământului în stare uscată	ρ_d	ML^{-3}	g/cm³
Densitatea scheletului	ρ_s	ML^{-3}	g/cm³
Diametru echivalent	d	L	mm
Diametru efectiv	d_{10}	L	mm
Efort deviator	σ	FL^{-2}	N/cm²
Efort unitar normal efectiv	σ'	FL^{-2}	kPa
Efort unitar normal total	σ	FL^{-2}	kPa
Efort unitar tangențial	τ	FL^{-2}	kPa
Factor de timp	T_v	—	—
Forța curentului asupra unității de volum	j	FL^{-3}	kN/m³
Forța totală a curentului	J	F	kN
Frecare de contact	f	FL^{-2}	kPa
Grad de compactare	D	—	—
Grad de consolidare	U	—	%
Grad de îndesare	I_D	—	—
Grad de umiditate	S_r	—	—
Gradient hidraulic	i	—	—
Greutatea specifică a apei	γ_w	FL^{-3}	kN/m³
Greutatea volumică a pământului	γ	FL^{-3}	kN/m³
Greutatea volumică a scheletului	γ_s	FL^{-3}	kN/m³
Greutatea pământului în stare saturată	γ_{sat}	FL^{-3}	kN/m³
Greutatea pământului în stare submersată	γ'	FL^{-3}	kN/m³
Greutatea volumică a pământului în stare uscată	γ_d	FL^{-3}	kN/m³
Împingerea pământului	p, P	FL^{-2}, F	—
Înălțime capilară	h_c	L	cm, m
Înălțime critică	H_c	L	m
Încercare de forfecare consolidată drenată	$C \cdot D$	—	—
Încercare de forfecare consolidată nedrenată	$C \cdot U$	—	—
Încercare de forfecare neconslidată nedrenată	$U \cdot U$	—	—
Indice de activitate	I_A	—	—
Indice de compresiune	C_C	—	—
Indice de consistență	I_C	—	—
Indice de contracție-umflare	I_{CU}	—	—
Indice de plasticitate	I_P	—	—
Indicele porilor	e	—	—
Limită de contracție	w_s	—	%
Limita inferioară de plasticitate	w_P	—	%
Limita superioară de plasticitate	w_L	—	%
Modul de deformație edometric	M	FL^{-2}	kPa
Modul de deformație liniară	E	FL^{-2}	kPa
Modul de deformație volumică	K	FL^{-2}	kPa
Panta hidraulică a curentului	i	—	m
Pierdere de sarcină	h_r	L	%
Porozitate	n	—	—
Presiune critică	P_{cr}	FL^{-2}	kPa
Presiune de contact	p	FL^{-2}	kPa
Presiune de umflare	p_u	FL^{-2}	kPa
Presiune geologică	σ'_g	FL^{-2}	kPa
Presiunea apei din pori	u	FL^{-2}	kPa
Rezistența la compresiune cu deformare laterală liberă	p_c	FL^{-2}	kPa
Rezistența la forfecare a pământului	τ_f	FL^{-2}	kPa

ANEXA I (continuare)

1	2	3	4
Sucţiune	h	—	cm coloană echivalentă de apă sau N/cm^2
Tasare specifică suplimentară prin umezire	i_{mp}	—	%
Umflare liberă	U_L	—	%
Umiditate optimă	w_{opt}	—	%
Unghi de deviere	α, β, γ	—	grade
Unghi de frecare interioară	φ	—	grade
Unghi de frecare interioară aparentă	Φ_u	—	grade
Unghi de frecare interioară efectivă	Φ'	—	grade
Unghiul taluzului natural	β	—	grade
Viteza aparentă de filtraţie	v	LT^{-1}	m/s
Viteza reală de filtraţie	v_r	LT^{-1}	m/s

CAPITOLUL II

PROPRIETĂȚILE MECANICE ALE PĂMÎNTURILOR

II.1. Să se stabilească relaţiile de calcul referitoare la compresibilitatea şi deformabilitatea unui pămînt în următoarele cazuri:

a) pămîntul este încercat în edometru;
b) determinarea este efectuată în aparatul monoaxial;
c) determinarea este efectuată în aparatul triaxial, presiunea laterală fiind q.

Rezolvare.

a) Modulul de deformaţie edometric M, în intervalul de presiune $p_1 - p_2$, se defineşte ca fiind:

$$M = \frac{p_2 - p_1}{\frac{\Delta h_2}{h_0} - \frac{\Delta h_1}{h_0}};$$

unde: p_1, p_2 sînt presiunile luate în consideraţie;
h_0 — înălţimea iniţială a probei;
Δh_1, Δh_2 — tasările stabilizate ale probei faţă de înălţimea iniţială la aplicarea sarcinilor p_1 şi p_2.

Pentru a utiliza porozităţile, se face observaţia:

$$\frac{\Delta h_2}{h_0'} = \frac{e_0 - e_2}{1 + e_0}; \quad \frac{\Delta h_1}{h_0} = \frac{e_0 - e_1}{1 + e_0}.$$

$$M = \frac{p_2 - p_1}{\frac{e_0 - e_2}{1 + e_0} - \frac{e_0 - e_1}{1 + e_0}} = \frac{p_2 - p_1}{e_1 - e_2}(1 + e_0).$$

b) La aparatul monoaxial: $\sigma_x = \sigma_y = 0$, $\sigma_z = p$.

Expresia generalizată a legii lui Hooke

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

se reduce la $\varepsilon_z = \frac{p}{E}$, rezultă $E = \frac{p}{\varepsilon_z}$.

c) În aparatul triaxial: $\sigma_x = \sigma_y = q$; $\sigma_z = p$.

Prin aplicarea legii lui Hooke, se obţine:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(p - 2 \cdot \nu \cdot q);$$

de unde $E = \frac{1}{\varepsilon_z}(p - 2 \cdot \nu \cdot q)$.

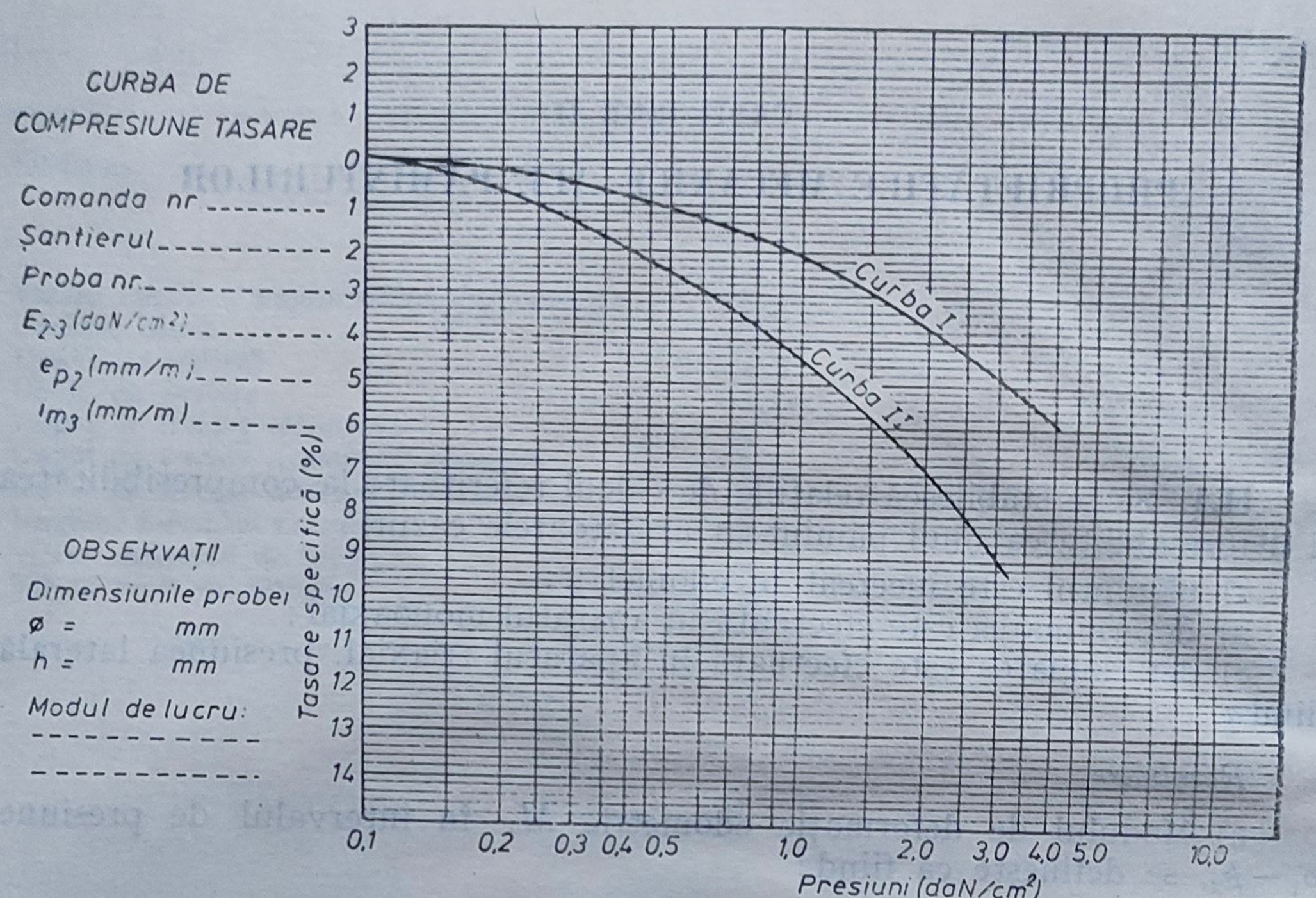


Fig. II.1. Curba de compresiune-tasare.

II.2. Să se determine modulul de deformație edometric pentru pământul a cărui curbă este dată în figura II.1 (curba II) pentru intervalele de presiuni de 1—3 daN/cm² și 2—3 daN/cm².

Rezolvare.

$$M_{1-3} = \frac{3-1}{0{,}090 - 0{,}042} = \frac{2}{0{,}048} = 42 \text{ daN/cm}^2;$$

$$M_{2-3} = \frac{3-2}{0{,}090 - 0{,}071} = \frac{1}{0{,}019} = 52 \text{ daN/cm}^2.$$

II.3. Să se stabilească legătura între deformația verticală a probei de pământ și valoarea corespunzătoare a variației indicelui porilor.

Rezolvare.

Se consideră că un volum de pământ de formă cilindrică de suprafață A, sub acțiunea unor încărcări exterioare ce cresc de la p_1 la p_2 se tasează de la înălțimea inițială h_1 la o înălțime h_2 (fig. II.2).

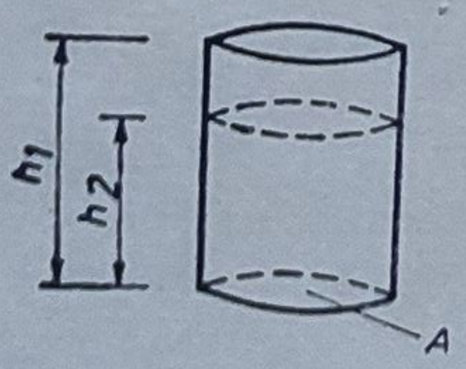


Fig. II.2. Variația volumului probei.

Volumul inițial:

$$V_1 = A \cdot h_1 = V_s + V_{g1} = V_s\left(1 + \frac{V_{g1}}{V_s}\right) = V_s\,(1 + e_1)$$

Volumul final:

$$V_2 = A \cdot h_2 = V_s + V_{g2} = V_s\left(1 + \frac{V_{g2}}{V}\right) = V_s(1 + e_2)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{1 + e_1}{1 + e_2};$$

$$e_2 = e_1 + \Delta e\,;$$

$$\frac{h_1}{h_2 - h_1} = \frac{h_1}{-\Delta h} = \frac{1 + e_1}{e_2 - e_1},$$

de unde $e_2 = e_{1z} - \frac{\Delta h}{h_1}(1 + e_1)$.

Această relație permite a calcula tasarea unui strat de înălțime h_1 din natură, dacă pe toată grosimea lui avem un spor de efort unitar uniform.

Dacă se scrie $\frac{\Delta h}{h} = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}$, se poate obține deformația verticală a probei de pământ

$$\Delta h = m_v (p_2 - p_1) \cdot h_1$$

unde: $m_v = \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1} \cdot \frac{1}{p_2 - p_1}$ și este denumit modul de compresibilitate volumică.

II.4. Să se traseze curba de compresiune — prorozitate pentru o probă de pământ alcătuită dintr-o argilă nisipoasă saturată, la care în urma încercărilor la 0,5; 1; 3 și 4 daN/cm² au rezultat umiditățile: 22,8%; 22,3% 20,7%; 19,2%. Greutatea specifică a scheletului mineral este $\gamma_s = 26{,}7$ kN/m³..

Rezolvare

$$e_1 = \frac{w_{sat1} \cdot \gamma_s}{\gamma_w} = \frac{0{,}228 \cdot 26{,}7}{10} = 0{,}609\,;$$

$$n_1 = \frac{e_1}{1 + e_1} = \frac{0{,}609}{1{,}609} = 0{,}378\,; \qquad n_1 = 37{,}8\%.$$

$$e_2 = \frac{w_{sat2} \cdot \gamma_s}{\gamma_w} = \frac{0{,}223 \cdot 26{,}7}{10} = 0{,}595\,;$$

$$n_2 = \frac{e_2}{1 + e_2} = \frac{0{,}595}{1{,}595} = 0{,}373\,; \qquad n_2 = 37{,}3\%.$$

$$e_3 = \frac{w_{sat3} \cdot \gamma_s}{\gamma_w} = \frac{0{,}207 \cdot 26{,}7}{10} = 0{,}553\,;$$

$$n_3 = \frac{e_3}{1 + e_3} = \frac{0{,}553}{1{,}553} = 0{,}356\,; \qquad n_3 = 35{,}6\%.$$

$$e_4 = \frac{w_{sat4} \cdot \gamma_s}{\gamma_w} = \frac{0{,}192 \cdot 26{,}7}{10} = 0{,}513\,;$$

$$n_4 = \frac{e_4}{1 + e_4} = \frac{0{,}513}{1{,}513} = 0{,}339\,; \qquad n_4 = 33{,}9\%.$$

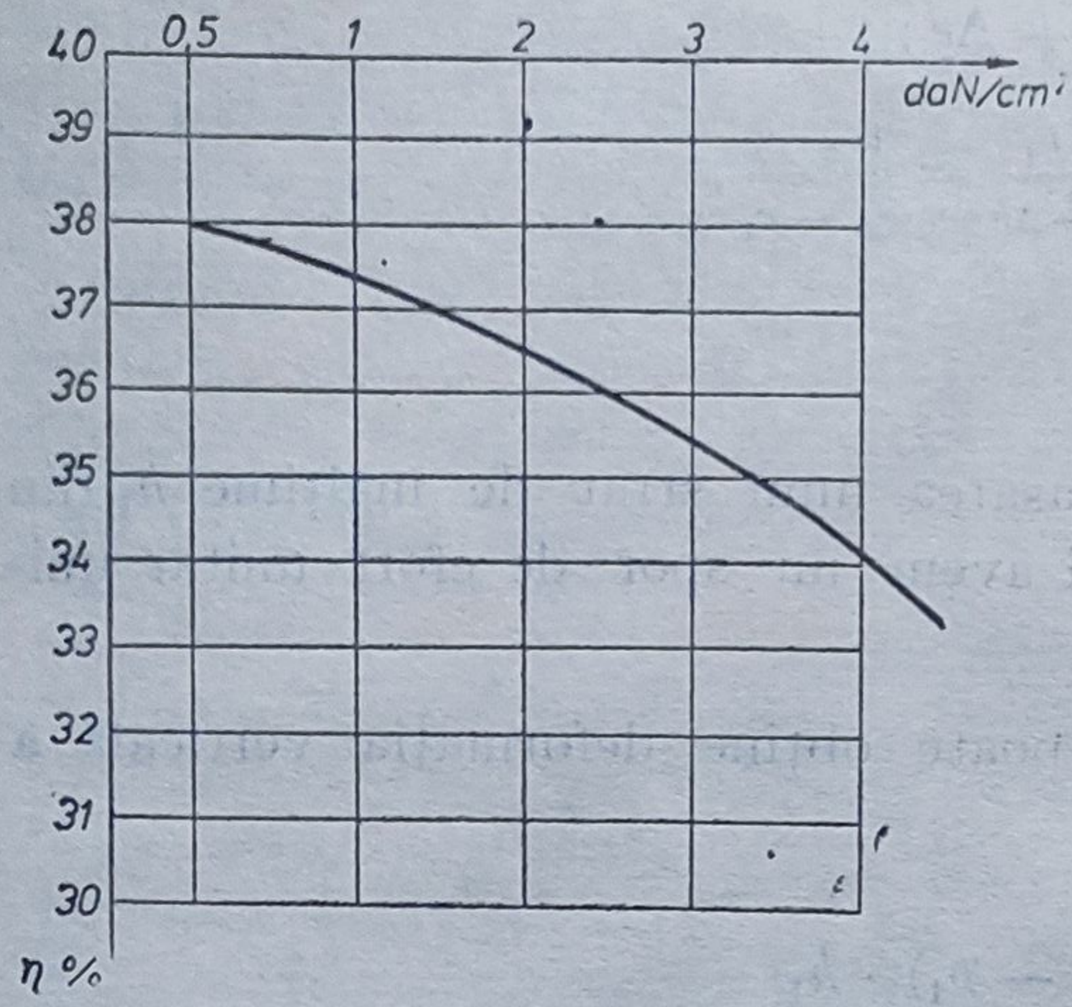


Fig. II.3. Curba de compresiune-porozitate.

Graficul este reprezentat în figura II.3.

II.5. În figura II.4 se dă curba de tasare a unei probe de loess care a fost supusă la umezire, la presiunea de 3 daN/cm², dintr-un strat de 2,20 m grosime. Să se calculeze tasarea stratului la un efort mediu de 3 daN/cm² înainte și după umezire, precum și în cazul cînd, după ce umezirea a avut loc la 3 daN/cm², presiunea crește la 4,5 daN/cm².

Rezolvare.

— înainte de umezire $s_1 = \frac{5}{100} \cdot 2{,}20 = 0{,}11$ m;

— după umezire $s_2 = \frac{5 + 4{,}1}{100} \cdot 2{,}20 = 0{,}20$ m;

— după umezire și creșterea presiunii $s_3 = \frac{5 + 4{,}1 + 1{,}0}{100} \cdot 2{,}2 = 0{,}22$ m.

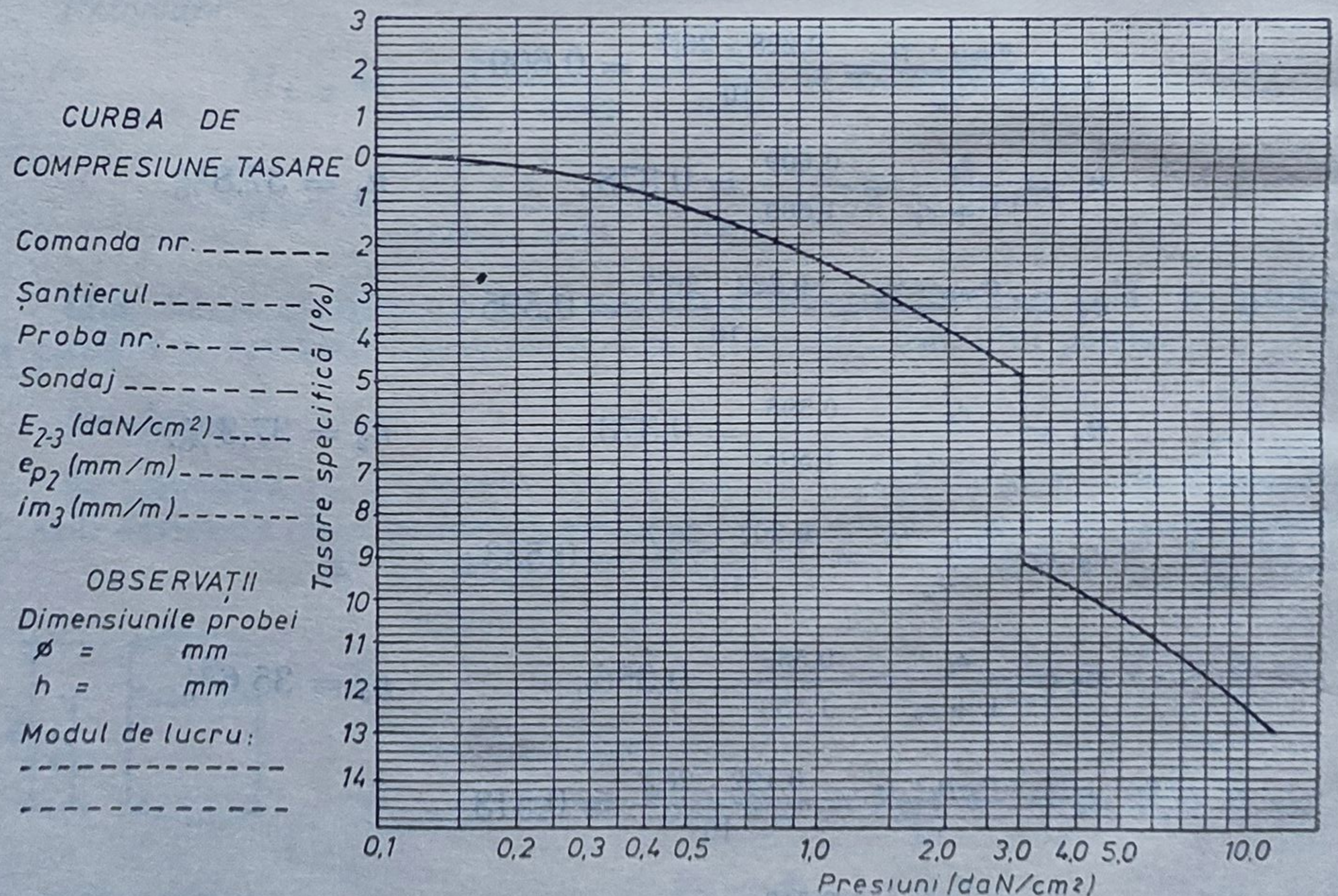


Fig. II.4. Curba de compresiune-tasare la un loess.

II.6. În urma încercării, consolidată — drenată în caseta de forfecare pe plan obligat a unei argile, au rezultat următoarele valori :

$\tau_{f1} = 0{,}526$ daN/cm² pentru presiunea verticală $\sigma = 1$ daN/cm²;
$\tau_{f2} = 0{,}750$ daN/cm² pentru presiunea verticală $\sigma = 2$ daN/cm²;
$\tau_{f3} = 0{,}900$ daN/cm² pentru presiunea verticală $\sigma = 3$ daN/cm².

Să se determine parametrii rezistenți la forfecare prin metoda analitică.

Rezolvare.

$$\operatorname{tg} \Phi' = \frac{n \sum_1^n \sigma_i \tau_{fi} - \sum_1^n \sigma_i \sum_1^n \tau_{fi}}{n \sum_1^n \sigma_i^2 - \left(\sum_1^n \sigma_i\right)^2};$$

$$c' = \frac{\sum_1^n \sigma_i^2 \sum_1^n \tau_{fi} - \sum_1^n \sigma_i \tau_{fi} \sum_1^n \sigma_i}{n \sum_1^n \sigma_i^2 - \left(\sum_1^n \sigma_i\right)^2}.$$

Introducînd datele numerice, termenii de mai sus devin :

$$\sum_1^n \sigma_i \cdot \tau_{fi} = 1{,}00 \cdot 0{,}526 + 2{,}00 \cdot 0{,}750 + 3{,}00 \cdot 0{,}900 = 4{,}726;$$

$$\sum_1^n \sigma_i = 1{,}00 + 2{,}00 + 3{,}00 = 6{,}00;$$

$$\sum_1^n \tau_{fi} = 0{,}526 + 0{,}750 + 0{,}900 = 2{,}176;$$

$$\sum_1^n \sigma_i^2 = 1{,}00^2 + 2{,}00^2 + 3{,}00^2 = 14{,}00;$$

$$\left(\sum_1^n \sigma_i\right)^2 = 6^2 = 36{,}00;$$

$$\operatorname{tg} \Phi' = \frac{3 \cdot 4{,}726 - 6{,}00 \cdot 2{,}176}{3 \cdot 14 - 36} = \frac{14{,}178 - 13{,}056}{42 - 36} = \frac{1{,}122}{6} = 0{,}187;$$

$$c' = \frac{14{,}00 \cdot 2{,}176 - 4{,}726 \cdot 6{,}00}{3 \cdot 14 - 36} = \frac{30{,}464 - 28{,}356}{42 - 36} = \frac{2{,}108}{6} = 0{,}35 \text{ daN/cm}^2.$$

Deci $\Phi' = 10°40'$; $c' = 0{,}36$ daN/cm².

II.7. Un eșantion de argilă este încercat la aparatul de compresiune monoaxială. La presiunea $p = 5$ daN/cm² proba se rupe realizînd un plan $\alpha = 52°$ față de baze. Să se determine unghiul de frecare interioară și coeziunea.

Rezolvare.

$$\Phi = 2\alpha - 90° = 14°;$$

$$c = \frac{1 - \sin \Phi}{2 \cdot \cos \Phi} = \frac{1 - \sin 14°}{2 \cdot \cos 14°} = \frac{1 - 0{,}24192}{2 \cdot 0{,}97030} = \frac{0{,}758}{1{,}941} = 0{,}39 \text{ daN/cm}^2.$$

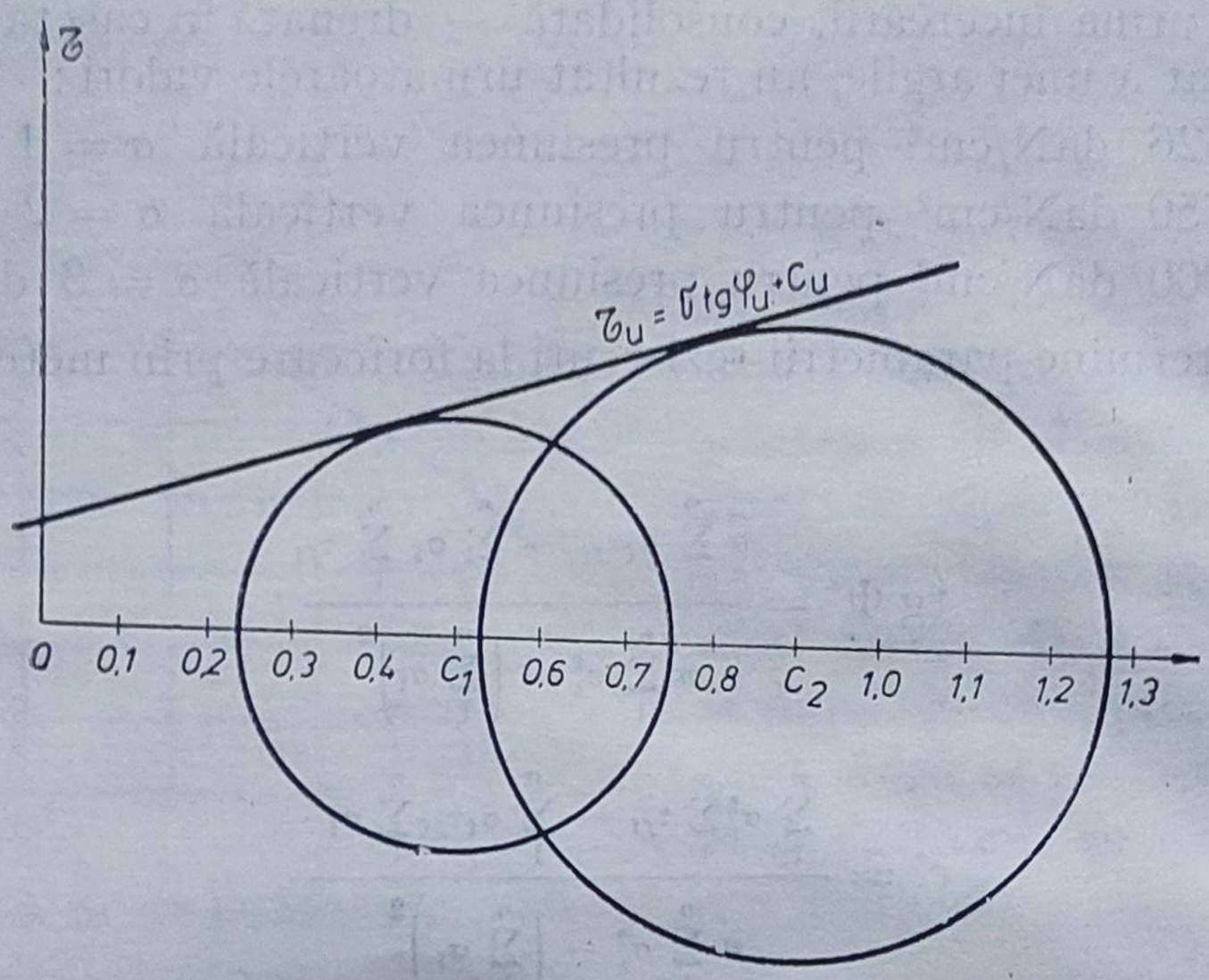


Fig. II.5. Dreapta lui Coulomb.

II.8. Să se traseze dreapta lui Coulomb pentru un pămînt încercat în aparatul de compresiune triaxială pe probe neconsolidate — nedrenate, pentru care s-au obținut următoarele date:

— Incercarea 1 $\sigma_1 = 0{,}24$ daN/cm²; $\sigma_3 = 0{,}76$ daN/cm².
— Incercarea 2 $\sigma_1 = 0{,}53$ daN/cm²; $\sigma_3 = 1{,}27$ daN/cm².

Rezolvare.

Din figura II.5 rezultă dreapta lui C o u l o m b.

II.9. Să se traseze cercul Mohr și să se determine unghiul de frecare internă al unei probe de nisip lipsit de coeziune care încercat în aparatul de compresiune triaxială s-a rupt la o presiune axială p de 3 ori mai mare decît cea laterală q.

Rezolvare.

$$\sin \Phi = \frac{p - q}{p + q} = \frac{3q - q}{3q + q} = \frac{2}{4} = 0{,}5; \quad \Phi = 30°.$$

În figura II.6 este desenat cercul Mohr pentru situația dată.

II.10. Să se determine care trebuie să fie efortul axial aplicat unui pămînt care are $\Phi = 12°$ și $c = 0{,}51$ daN/cm², pentru ca el să reziste la un efort tangențial de 1,2 daN/cm² cu un coeficient de siguranță de $\eta = 1{,}5$.

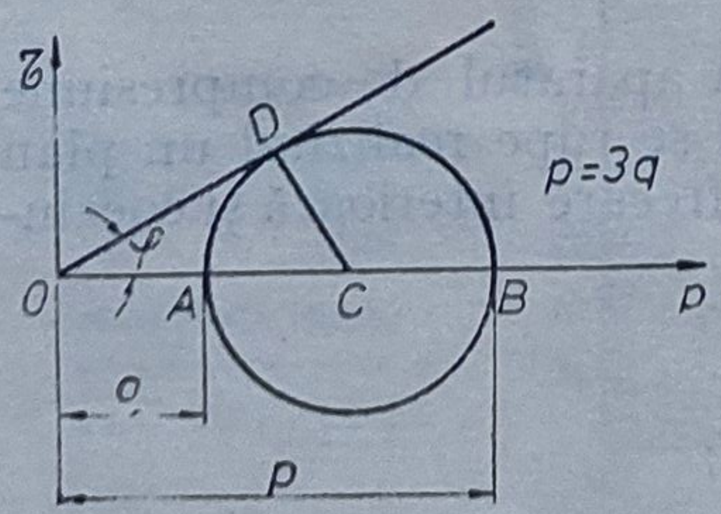


Fig. II.6. Cercul lui Mohr pentru exemplul II.9.

Rezolvare.

Efortul tangențial de rupere

$$\tau_r = \tau \cdot \eta = 1{,}2 \cdot 1{,}5 = 1{,}8 \text{ daN/cm}^2,$$

dar $\tau_r = \operatorname{tg} \Phi \cdot \sigma + c$,

de unde

$$\sigma = \frac{\tau \cdot \eta - c}{\operatorname{tg} \Phi} = \frac{1{,}8 - 0{,}51}{0{,}21256} = \frac{1{,}29}{0{,}21256} = 6 \text{ daN/cm}^2.$$

CAPITOLUL III

STAREA DE EFORTURI ȘI DEFORMAȚII ÎN TERENUL DE FUNDARE

III.1. STAREA DE EFORTURI UNITARE

III.1.1. Un stîlp transmite pe teren o sarcină a cărei valoare este $P = 1\,500$ kN. Să se calculeze variația efortului unitar vertical pe direcția de aplicare a forței P, în ipoteza semispațiului elastic Boussinesq.

Rezolvare.

În cazul problemei spațiale efortul unitar σ_z se calculează cu formula :

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} \text{ — relație stabilită de Boussinesq}$$

sau

$$\sigma_z = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}} \cdot \frac{P}{z^2},$$

notînd cu $I_1 = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}$, valoarea efortului devine $\sigma_z = \frac{P}{z^2} \cdot I_1$.

Valoarea coeficientului I_1 este funcție de raportul r/z, în care : r reprezintă distanța măsurată pe orizontală de la punctul de aplicație al forței pînă în secțiunea în care calculăm valoarea efortului ;

z — reprezintă cota punctului.

Valoarea lui I_1 se scoate din tabelul III.1.1.

Rezolvarea este dată în tabelul III.1.2, iar în figura III.1.1. se prezintă variația efortului σ_z.

$$P = 1\,500 \text{ kN} = 150\,000 \text{ daN}$$

Sub punctul de aplicație al forței ($z = 0$; $\sigma_z \to \infty$), datorită faptului că pe o anumită zonă se produce o plasticizare a pămîntului, nu se mai pot aplica relațiile lui Boussinesq.

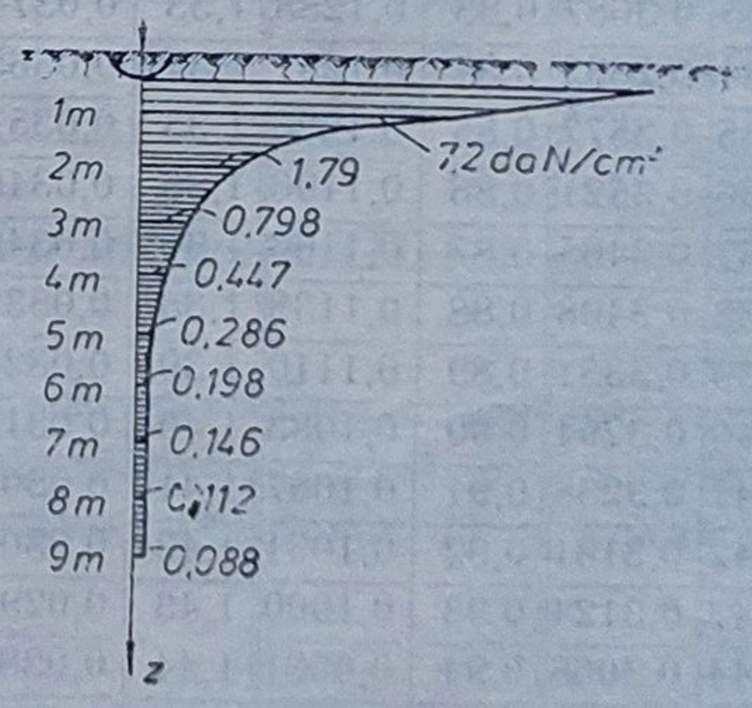


Fig. III.1.1. Variația efortului unitar σ_z.

Tabelul III.1.1

Valoarea coeficientului I_1 pentru calculul eforturilor unitare de compresiune provenite din acțiunea unei forțe concentrate.

r/z	I_1	r/z	I_1	r/z	I_1	r/z	I_1	r/z	I_1	r/z	I_1	r/z	I_1
0,00	0,4775	0,50	0,2733	1,00	0,0844	1,50	0,0251	2,00	0,0085	2,50	0,0034	3,00	0,0015
0,01	0,4773	0,51	0,2679	1,01	0,0823	1,51	0,0245	2,01	0,0084	2,51	0,0033	3,02	0,0015
0,02	0,4770	0,52	0,2625	1,02	0,0803	1,52	0,0240	2,02	0,0082	2,52	0,0033	3,04	0,0014
0,03	0,4764	0,53	0,2571	1,03	0,0783	1,53	0,0234	2,03	0,0081	2,53	0,0032	3,06	0,0014
0,04	0,4756	0,54	0,2518	1,04	0,0764	1,54	0,0229	2,04	0,0079	2,54	0,0032	3,08	0,0013
0,05	0,4745	0,55	0,2466	1,05	0,0744	1,55	0,0224	2,05	0,0078	2,55	0,0031	3,10	0,0013
0,06	0,4732	0,56	0,2414	1,06	0,0727	1,56	0,0219	2,06	0,0076	2,56	0,0031	3,12	0,0013
0,07	0,4717	0,57	0,2363	1,07	0,0709	1,57	0,0214	2,07	0,0075	2,57	0,0030	3,14	0,0012
0,08	0,4699	0,58	0,2313	1,08	0,0691	1,58	0,0209	2,08	0,0073	2,58	0,0030	3,16	0,0012
0,09	0,4679	0,59	0,2263	1,09	0,0674	1,59	0,0204	2,09	0,0072	2,59	0,0029	3,18	0,0012
0,10	0,4657	0,60	0,2214	1,10	0,0658	1,60	0,0200	2,10	0,0070	2,60	0,0029	3,20	0,0011
0,11	0,4633	0,61	0,2165	1,11	0,0641	1,61	0,0195	2,11	0,0069	2,61	0,0028	3,22	0,0011
0,12	0,4607	0,62	0,2117	1,12	0,0626	1,62	0,0191	2,12	0,0068	2,62	0,0028	3,24	0,0011
0,13	0,4579	0,63	0,2070	1,13	0,0610	1,63	0,0187	2,23	0,0066	2,63	0,0027	3,26	0,0010
0,14	0,4548	0,64	0,2024	1,14	0,0595	1,64	0,0183	2,14	0,0065	2,64	0,0027	3,28	0,0010
0,15	0,4516	0,65	0,1978	1,15	0,0581	1,65	0,0179	2,15	0,0064	2,65	0,0026	3,30	0,0010
0,16	0,4482	0,66	0,1934	1,16	0,0567	1,66	0,0175	2,16	0,0063	2,66	0,0026	3,32	0,0009
0,17	0,4446	0,67	0,1889	1,17	0,0553	1,67	0,0171	2,17	0,0062	2,67	0,0025	3,34	0,0009
0,18	0,4409	0,68	0,1846	1,18	0,0539	1,68	0,0167	2,18	0,0060	2,68	0,0025	3,36	0,0009
0,19	0,4370	0,69	0,1804	1,19	0,0526	1,69	0,0163	2,19	0,0059	2,69	0,0025	3,38	0,0009
0,20	0,4329	0,70	0,1762	1,20	0,0513	1,70	0,0160	2,20	0,0058	2,70	0,0024	3,40	0,0009
0,21	0,4286	0,71	0,1721	1,21	0,0501	1,71	0,0157	2,21	0,0057	2,71	0,0024	3,42	0,0008
0,22	0,4242	0,72	0,1681	1,22	0,0489	1,72	0,0153	2,22	0,0056	2,72	0,0023	3,44	0,0008
0,23	0,4197	0,73	0,1641	1,23	0,0477	1,73	0,0150	2,23	0,0055	2,73	0,0023	3,46	0,0008
0,24	0,4151	0,74	0,1603	1,24	0,0466	1,74	0,0147	2,24	0,0054	2,74	0,0023	3,48	0,0008
0,25	0,4103	0,75	0,1565	1,25	0,0454	1,75	0,0144	2,25	0,0053	2,75	0,0022	3,50	0,0007
0,26	0,4054	0,76	0,1527	1,26	0,0443	1,76	0,0141	2,26	0,0052	2,76	0,0022	3,60	0,0007
0,27	0,4004	0,77	0,1491	1,27	0,0433	1,77	0,0138	2,27	0,0051	2,77	0,0022	3,70	0,0006
0,28	0,3964	0,78	0,1455	1,28	0,0422	1,78	0,0135	2,28	0,0050	2,78	0,0021	3,80	0,0005
0,29	0,3902	0,79	0,1420	1,29	0,0412	1,79	0,0132	2,29	0,0049	2,79	0,0021	3,90	0,0005
0,30	0,3849	0,80	0,1386	1,30	0,0402	1,80	0,0129	2,30	0,0048	2,80	0,0021	4,00	0,0004
0,31	0,3796	0,81	0,1353	1,31	0,0393	1,81	0,0126	2,31	0,0047	2,81	0,0020	4,10	0,0004
0,32	0,3742	0,82	0,1320	1,32	0,0384	1,82	0,0124	2,32	0,0047	2,82	0,0020	4,20	0,0003
0,33	0,3687	0,83	0,1288	1,33	0,0374	1,83	0,0121	2,33	0,0046	2,83	0,0020	4,30	0,0003
0,34	0,2632	0,84	0,1257	1,34	0,0365	1,84	0,0119	2,34	0,0045	2,84	0,0019	4,40	0,0003
0,35	0,3577	0,85	0,1226	1,35	0,0357	1,85	0,0116	2,35	0,0044	2,85	0,0019	4,50	0,0002
0,36	0,3521	0,86	0,1196	1,36	0,0348	1,86	0,0114	2,36	0,0043	2,86	0,0019	4,60	0,0002
0,37	0,3465	0,87	0,1166	1,37	0,0340	1,87	0,0112	2,37	0,0043	2,87	0,0019	4,70	0,0002
0,38	0,3408	0,88	0,1138	1,38	0,0332	1,88	0,0109	2,38	0,0042	2,88	0,0018	4,80	0,0002
0,39	0,3351	0,89	0,1110	1,39	0,0324	1,89	0,0107	2,39	0,0041	2,89	0,0018	4,90	0,0002
0,40	0,3294	0,90	0,1083	1,40	0,0317	1,90	0,0105	2,40	0,0040	2,90	0,0018	5,00	0,0001
0,41	0,3238	0,91	0,1057	1,41	0,0309	1,91	0,0103	2,41	0,0040	2,91	0,0017	5,20	0,0001
0,42	0,3181	0,92	0,1031	1,42	0,0302	1,92	0,0101	2,42	0,0039	2,92	0,0017	5,40	0,0001
0,43	0,3124	0,93	0,1000	1,43	0,0295	1,93	0,0099	2,43	0,0038	2,93	0,0017	5,60	0,0001
0,44	0,3068	0,94	0,0981	1,44	0,0288	1,94	0,0097	2,44	0,0038	2,94	0,0017	5,80	0,0001
0,45	0,3011	0,95	0,0956	1,45	0,0282	1,95	0,0095	2,45	0,0037	2,95	0,0016	6,00	0,0001
0,46	0,2955	0,96	0,0933	1,46	0,0275	1,96	0,0093	2,46	0,0036	2,96	0,0016	8,00	0,0000
0,47	0,2899	0,97	0,0910	1,47	0,0269	1,97	0,0091	2,47	0,0036	2,97	0,0016	9,00	0,0000
0,48	0,2843	0,98	0,0887	1,48	0,0263	1,98	0,0089	2,48	0,0035	2,98	0,0016	10,00	0,0000
0,49	0,2788	0,99	0,0865	1,49	0,0257	1,99	0,0087	2,49	0,0034	2,99	0,0015		0,0000

Tabelul III.1.2

Valorile lui σ_z la exemplul III.1.1.

r cm	z cm	z^2 cm^2	r/z	I_1	P daN	P/z^2	$\sigma_z = I_1 \frac{P}{z^2}$ daN/cm^2
0	0	0	0	0,4775	150 000	—	—
0	100	10 000	0	0,4775	150 000	15	7,2
0	200	40 000	0	0,4775	150 000	3,75	1,79
0	300	90 000	0	0,4775	150 000	1,665	0,798
0	400	160 000	0	0,4775	150 000	0,937	0,447
0	500	250 000	0	0,4775	150 000	0,60	0,286
0	600	360 000	0	0,4775	150 000	0,417	0,198
0	700	490 000	0	0,4775	150 000	0,306	0,146
0	800	640 000	0	0,4775	150 000	0,234	0,112
0	900	810 000	0	0,4775	150 000	0,185	0,088

III.1.2. Să se determine variaţia efortului unitar σ_z pe verticala situată la distanţa $r = 3{,}0$ m depărtare de punctul de aplicaţie al forţe $P = 1\,500$ kN.

Tabelul III.1.3

Valorile lui σ_z la exemplul III.1.2.

r cm	z cm	z^2 cm^2	r/z	I_1	P daN	P/z^2	$\sigma_z = I_1 \frac{P}{z^2}$ daN/cm^2
300	0	0	∞	0	150 000	—	0
300	100	10 000	3	0,0015	150 000	15	0,0225
300	200	40 000	1,5	0,0251	150 000	3,75	0,094
300	300	90 000	1,0	0,0844	150 000	1,665	0,141
300	400	160 000	0,75	0,1565	150 000	0,935	0,146
300	500	250 000	0,6	0,2214	150 000	0,60	0,133
300	600	360 000	0,5	0,2733	150 000	0,415	0,113
300	700	490 000	0,428	0,3124	150 000	0,306	0,0956
300	800	640 000	0,375	0,3438	150 000	0,234	0,08

Rezolvarea este dată în tabelul III.1.3, iar în figura III.1.2. se prezintă variaţia efortului σ_z.

III.1.3. Să se construiască diagramele de distribuţie ale eforturilor unitare σ_z, în 3 plane orizontale aflate la distanţele $z = 1$ m; $z = 2$ m; $z = 3$ m, faţă de nivelul terenului pe care acţionează forţa $P = 2\,000$ kN.

Rezolvare.

Calculul se conduce tabelar, determinînd valoarea lui σ_z la diferite distanţe r faţă de punctul de aplicaţie al forţei. Variaţia efortului unitar normal σ_z în cele trei plane este dată în figura III.1.3.

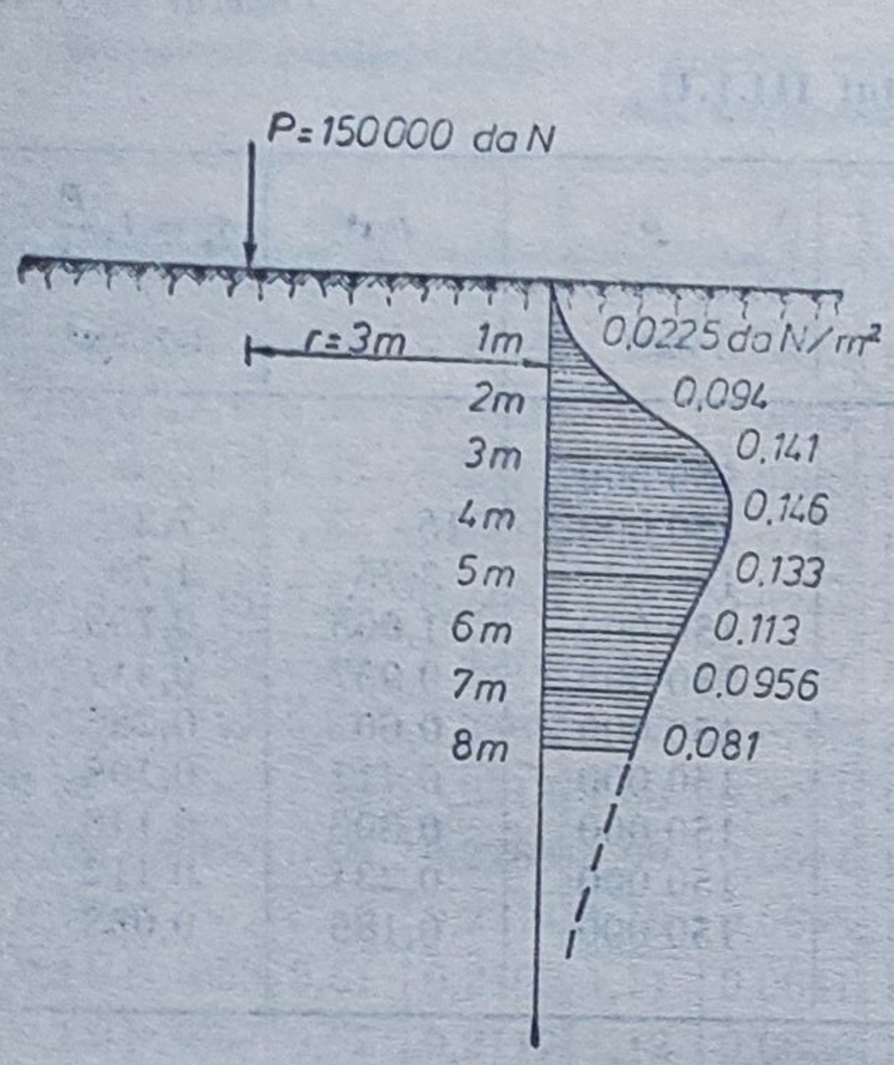


Fig. III.1.2. Variația efortului unitar σ_z la distanța r de punctul de aplicație al forței concentrate

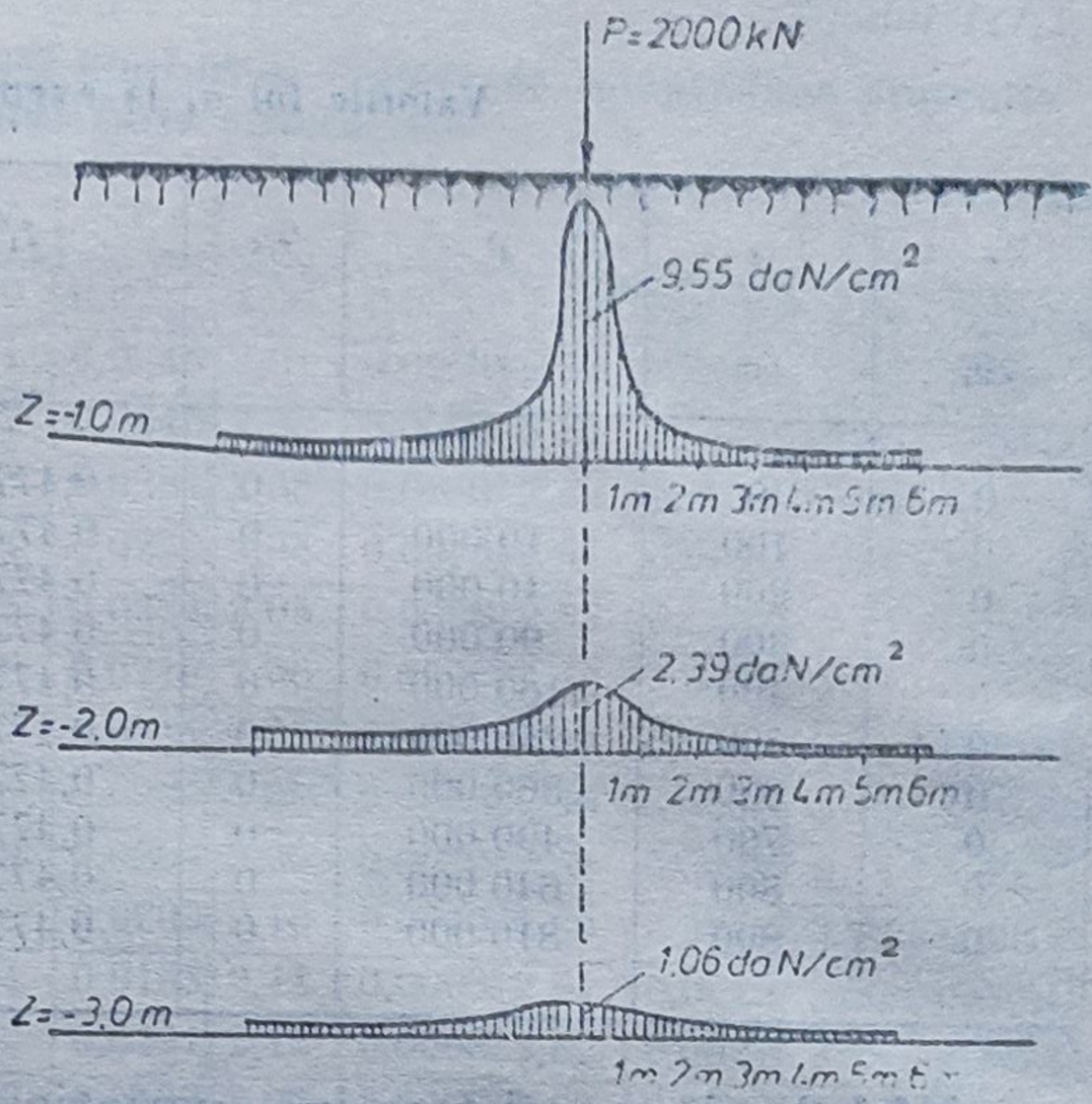


Fig. III.1.3. Variația eforturilor σ_z în planuri orizontale.

Tabelul III.1.4,a

Valorile lui σ_z în plan orizontal $z = 1$ m

r cm	z cm	z^2 cm²	r/z	I_1	P daN	P/z^2	$\sigma_z = I_1 \frac{P}{z^2}$ daN/cm²
0	100	10 000	0	0,4775	200 000	20	9,55
100	100	10 000	1	0,0844	200 000	20	1,688
200	100	10 000	2	0,0085	200 000	20	0,170
300	100	10 000	3	0,0015	200 000	20	0,030
400	100	10 000	4	0,0004	200 000	20	0,008
500	100	10 000	5	0,0001	200 000	20	0,002
600	100	10 000	6	0,0001	200 000	20	0,002

Tabelul III.1.4,b

Valorile lui σ_z în plan orizontal $z = 2$ m

r cm	z cm	z^2 cm²	r/z	I_1	P daN	P/z^2	$\sigma_z = I_1 \frac{P}{z^2}$ daN/cm²
0	200	40 000	0	0,4775	200 000	5	2,388
100	200	40 000	0,5	0,2733	200 000	5	1,367
200	200	40 000	1,0	0,0844	200 000	5	0,422
300	200	40 000	1,5	0,0251	200 000	5	0,126
400	200	40 000	2,0	0,0085	200 000	5	0,043
500	200	40 000	2,5	0,0034	200 000	5	0,017
600	200	40 000	3,0	0,0015	200 000	5	0,008

Tabelul III.1.4,c

Valorile lui σ_z în plan orizontal $z = 3$ m

r cm	z cm	z^2 cm²	r/z	I_1	P daN	P/z^2	$\sigma_z = I_1 \frac{P}{z^2}$ daN/cm²
0	300	90 000	0	0,4773	200 000	2,22	1,06
100	300	90 000	0,33	0,3687	200 000	2,22	0,82
200	300	90 000	0,66	0,1934	200 000	2,22	0,43
300	300	90 000	1,0	0,0844	200 000	2,22	0,188
400	300	90 000	1,33	0,0374	200 000	2,22	0,083
500	300	90 000	1,66	0,0175	200 000	2,22	0,039
600	300	90 000	2,0	0,0085	200 000	2,22	0,019

III.1.4. Suprafața orizontală a unui semispațiu este încărcată cu forțele $P_1 = 500$ kN, $P_2 = 1\,000$ kN, $P_3 = 1\,500$ kN, $P_4 = 2\,000$ kN situate la distanțele $r_1 = 1$ m, $r_2 = 2$ m, $r_3 = 3$ m și $r_4 = 4$ m de punctul O. Să se calculeze în acest caz variația efortului unitar σ_z dat de P_1, P_2, P_3, P_4 pe verticala dusă prin punctul O.

Rezolvare.

În cazul în care pe suprafața care delimitează semispațiul acționează mai multe forțe concentrate normale se poate aplica principiul suprapunerii efectelor.

$$\sigma_z = \frac{1}{z^2} \cdot \Sigma P_i \cdot I_{1i}.$$

În cazul nostru avem:

$$\sigma_z = \frac{1}{z^2}(P_1 \cdot I_{11} + P_2 \cdot I_{12} + P_3 \cdot I_{13} + P_4 \cdot I_{14}).$$

Punctul în care se calculează efortul unitar se află la cota z, iar I_{1i} este o funcție de raportul r_i/z.

Vom calcula care este valoarea efortului σ_z pe verticala dusă prin O, dată de fiecare din cele patru forțe, după care vom face suprapunerea efectelor. Calculele sînt prezentate în tabelele III1.5, a — III1.5, e iar variația efortului σ_z se prezintă în figura III.1.4.

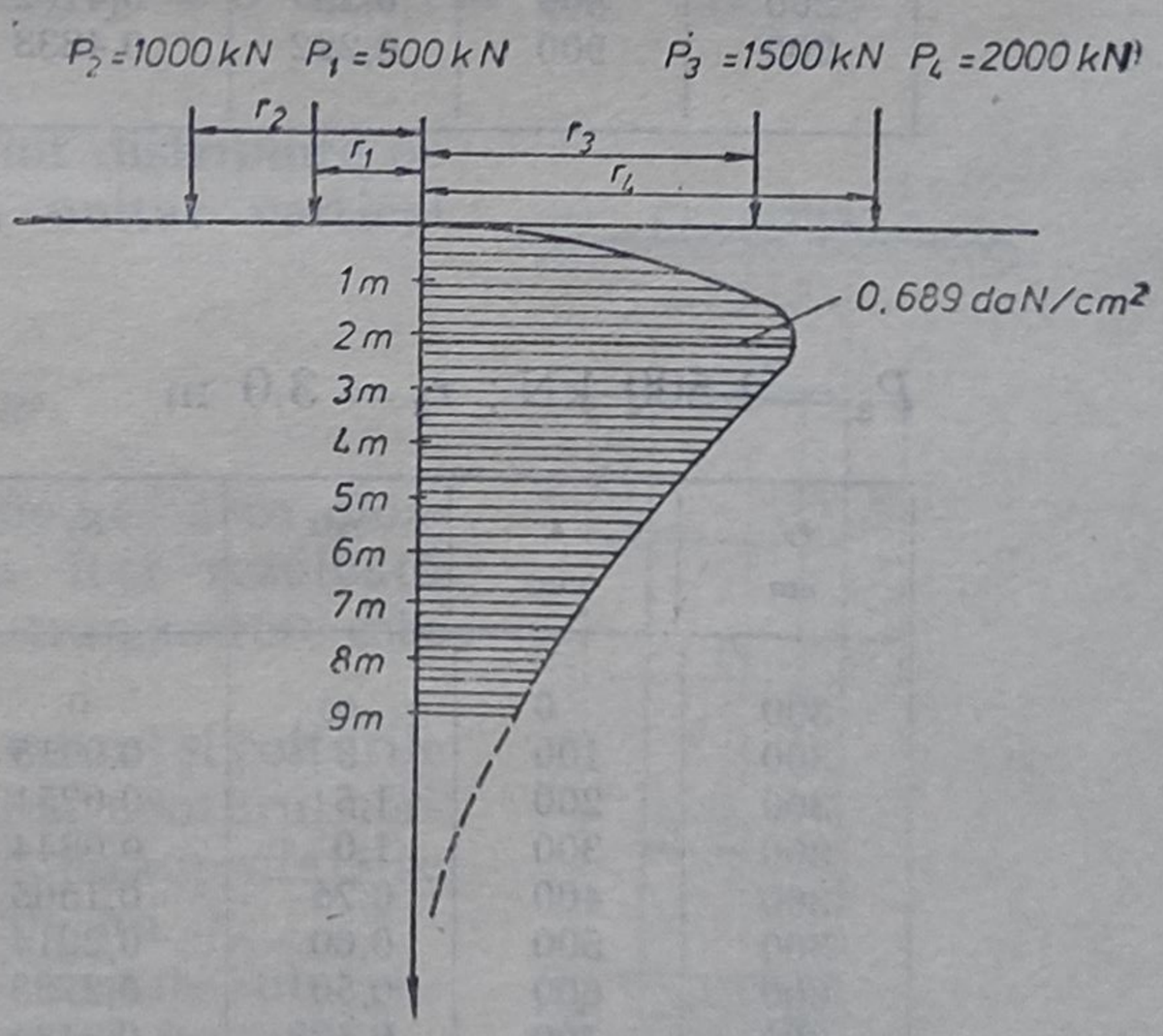


Fig. III.1.4. Variația efortului unitar normal σ_z în cazul unui semispațiu acționat de mai multe forțe concentrate.

Tabelul III.1.4,c

Valorile lui σ_z în plan orizontal $z = 3$ m

r cm	z cm	z^2 cm²	r/z	I_1	P daN	P/z^2	$\sigma_z = I_1 \frac{P}{z^2}$ daN/cm²
0	300	90 000	0	0,4773	200 000	2,22	1,06
100	300	90 000	0,33	0,3687	200 000	2,22	0,82
200	300	90 000	0,66	0,1934	200 000	2,22	0,43
300	300	90 000	1,0	0,0844	200 000	2,22	0,188
400	300	90 000	1,33	0,0374	200 000	2,22	0,083
500	300	90 000	1,66	0,0175	200 000	2,22	0,039
600	300	90 000	2,0	0,0085	200 000	2,22	0,019

III.1.4. Suprafaţa orizontală a unui semispaţiu este încărcată cu forţele $P_1 = 500$ kN, $P_2 = 1\,000$ kN, $P_3 = 1\,500$ kN, $P_4 = 2\,000$ kN situate la distanţele $r_1 = 1$ m, $r_2 = 2$ m, $r_3 = 3$ m şi $r_4 = 4$ m de punctul O. Să se calculeze în acest caz variaţia efortului unitar σ_z dat de P_1, P_2, P_3, P_4 pe verticala dusă prin punctul O.

Rezolvare.

În cazul în care pe suprafaţa care delimitează semispaţiul acţionează mai multe forţe concentrate normale se poate aplica principiul suprapunerii efectelor.

$$\sigma_z = \frac{1}{z^2} \cdot \Sigma P_i \cdot I_{1i}.$$

În cazul nostru avem:

$$\sigma_z = \frac{1}{z^2}(P_1 \cdot I_{11} + P_2 \cdot I_{12} + P_3 \cdot I_{13} + P_4 \cdot I_{14}).$$

Punctul în care se calculează efortul unitar se află la cota z, iar I_{1i} este o funcţie de raportul r_i/z.

Vom calcula care este valoarea efortului σ_z pe verticala dusă prin O, dată de fiecare din cele patru forţe, după care vom face suprapunerea efectelor. Calculele sînt prezentate în tabelele III1.5, a — III1.5, e iar variaţia efortului σ_z se prezintă în figura III.1.4.

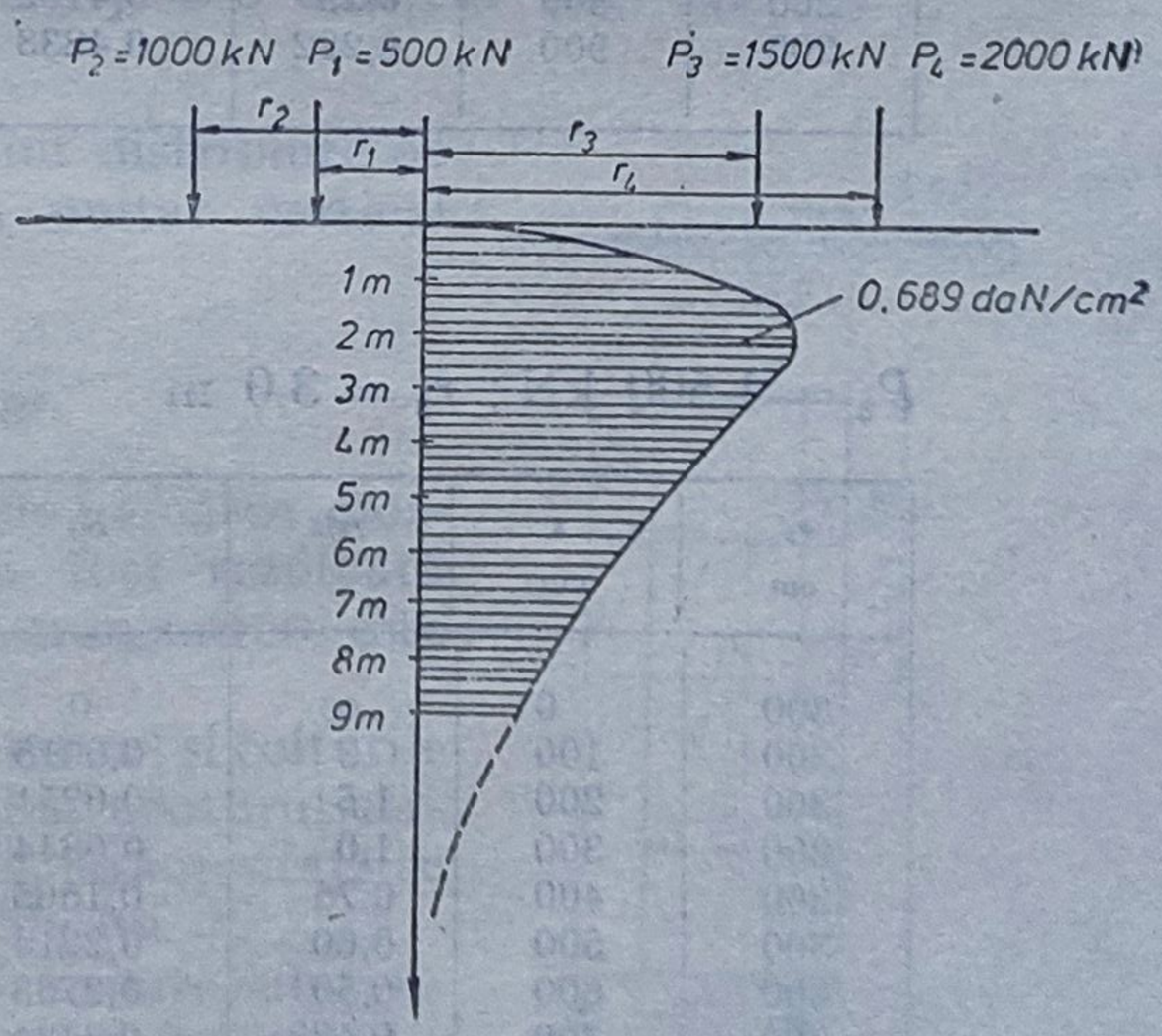


Fig. III.1.4. Variaţia efortului unitar normal σ_z în cazul unui semispaţiu acţionat de mai multe forţe concentrate.

Tabelul III.1.5,a

$P_1 = 500$ kN ; $r_1 = 1{,}0$ m

r_1 cm	z cm	r_1/z	I_{11}	P_1 daN	$P_1 I_{11}$ daN
100	0	∞	0	50 000	0
100	100	1	0,0844	50 000	4 220
100	200	0,5	0,2733	50 000	13 665
100	300	0,33	0,3687	50 000	18 435
100	400	0,25	0,4103	50 000	20 515
100	500	0,20	0,4329	50 000	21 645
100	600	0,166	0,4446	50 000	22 230
100	700	0,143	0,4548	50 000	22 740
100	800	0,125	0,4593	50 000	22 965
100	900	0,111	0,4633	50 000	23 165

Tabelul III.1.5,b

$P_2 = 1\,000$ kN ; $r_2 = 2{,}0$ m

r_2 cm	z cm	r_2/z	I_{12}	P_2 daN	$P_2 I_{12}$ daN
200	0	∞	0	100 000	0
200	100	2	0,0085	100 000	850
200	200	1	0,0844	100 000	8 440
200	300	0,66	0,1934	100 000	19 340
200	400	0,50	0,2733	100 000	27 330
200	500	0,40	0,3294	100 000	32 940
200	600	0,33	0,3687	100 000	36 870
200	700	0,286	0,3927	100 000	39 270
200	800	0,25	0,4102	100 000	41 020
200	900	0,222	0,4233	100 000	42 330

Tabelul III.1.5,c

$P_3 = 1\,500$ kN ; $r_3 = 3{,}0$ m

r_3 cm	z cm	r_3/z	I_{13}	P_3 daN	$P_3 I_{13}$ daN
300	0	∞	0	150 000	0
300	100	3	0,0015	150 000	225
300	200	1,5	0,0251	150 000	3 765
300	300	1,0	0,0844	150 000	12 660
300	400	0,75	0,1565	150 000	23 475
300	500	0,60	0,2214	150 000	33 210
300	600	0,50	0,2733	150 000	40 995
300	700	0,428	0,3124	150 000	46 860
300	800	0,375	0,3438	150 000	51 570
300	900	0,33	0,3687	150 000	55 305

Tabelul III.1.5,d

$P_4 = 2{,}000$ kN ; $r_4 = 4{,}0$ m

r_4 cm	z cm	r_4/z	I_{14}	P_4 daN	$P_4 I_{14}$ daN
400	0	∞	0	200 000	0
400	100	4	0,0004	200 000	80
400	200	2	0,0085	200 000	1 700
400	300	1,33	0,0374	200 000	7 480
400	400	1,0	0,0844	200 000	16 880
400	500	0,8	0,1386	200 000	27 720
400	600	0,66	0,1934	200 000	38 680
400	700	0,572	0,2353	200 000	47 060
400	800	0,50	0,2733	200 000	54 660
400	900	0,444	0,3045	200 000	60 900

$\sigma_z = 1/z^2 \cdot \Sigma P_i \cdot I_{1i}$

Tabelul III.1.5,e

Variația efortului σ_z

z cm	z^2 cm²	$P_1 I_{11}$ daN	$P_2 I_{12}$ daN	$P_3 I_{13}$ daN	$P_4 P_{14}$ daN	$\sum P_i I_{1i}$ daN	$1/z^2$	$\sigma_z = \frac{1}{z^2} \sum P_i I_{1i}$ daN/cm²
0	0	0	0	0	0	0	∞	0
100	10 000	4 220	850	225	80	5 375	0,0001	0,538
200	40 000	13 665	8 440	3 765	1 700	27 570	0,000025	0,689
300	90 000	18 435	19 340	12 660	7 480	57 915	0,000011	0,643
400	160 000	20 515	27 330	23 475	16 880	88 200	0,00000625	0,551
500	250 000	21 645	32 940	33 210	27 720	115 515	0,000004	0,462
600	360 000	22 230	36 870	40 995	38 680	138 775	0,00000278	0,385
700	490 000	22 740	39 270	46 860	47 060	155 930	0,00000204	0,318
800	640 000	22 965	41 020	51 570	54 660	170 215	0,00000156	0,244
900	810 000	23 165	42 330	55 305	60 900	181 700	0,00000123	0,224

III.1.5. Să se determine valoarea eforturilor de compresiune pe elementele de suprafețe orizontale, situate la adîncimea de 2 m de la suprafață pe verticalele care trec prin punctele A, B, C, D și O ale unui dreptunghi cu dimensiunile de (2×6) m², suportînd o încărcare uniform distribuită a cărei intensitate este $p = 3$ daN/cm² (fig. III.1.5).

Rezolvare.

În cazul în care încărcări sînt distribuite pe o suprafață, valoarea efortului unitar vertical σ_z este :

$$\sigma = \iint_A \frac{3p(x)}{2 \cdot \pi} \cdot dA \, \frac{z^3}{R^5} .$$

Rezolvînd integrala se obține valoarea efortului σ_z. Această integrală a fost rezolvată pentru cazul cînd suprafața de transmitere este un dreptunghi și un cerc.

Calculîndu-se eforturile în centrul și colțurile dreptunghiului, respectiv centrul și conturul cercului, încărcarea fiind constantă pe suprafață se obțin valorile corespunzătoare ale lui σ_z.

$\sigma_z = k_0 \cdot p$ — pentru punctele situate sub centrul dreptunghiului încărcat ;

$\sigma_z = k_c \cdot p$ — pentru punctele situate sub colțurile dreptunghiului ;

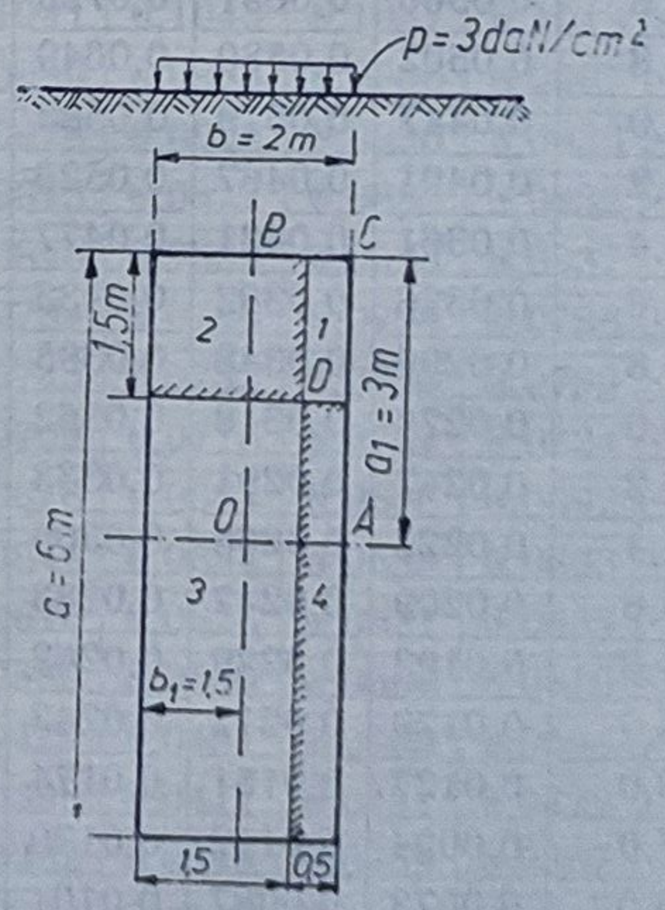


Fig. III.1.5. Suprafața dreptunghiulară încărcată uniform.

k_0 și k_c — sînt coeficienți ce depind de raportul laturilor dreptunghiului (a/b) și (z/b).

Valorile lui k_0 și k_c se dau în tabelele III.1.6. și III.1.7.

Tabelul III.1.6

Valorile coeficientului k_0 pentru determinarea eforturilor de compresiune sub centrul dreptunghiului încărcate p = constant

$\beta = z/b$ \ $\alpha = a/b$	Raportul laturilor dreptunghiului $\alpha = a/b$							
	1,0	1,5	2,0	3,0	6,0	10,0	20,0	∞ Probl. plană
0,25	0,898	0,904	0,908	0,912	0,934	0,940	0,960	0,960
0,50	0,696	0,716	0,734	0,762	0,789	0,792	0,820	0,820
1,00	0,336	0,428	0,470	0,500	0,518	0,522	0,549	0,550
1,50	0,194	0,257	0,288	0,348	0,360	0,373	0,397	0,400
2,00	0,114	0,157	0,188	0,240	0,268	0,279	0,308	0,310
3,00	0,058	0,076	0,108	0,147	0,180	0,188	0,209	0,210
5,00	0,008	0,025	0,040	0,076	0,096	0,106	0,129	0,130

Valoarea coeficientului k_c pentru determinarea eforturilor

$\beta = z/b$ \ $\alpha = a/b$	1,0	1,2	1,4	1.6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
0,0	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500
0,2	0,2486	0,2489	0,2490	0,2491	0,2491	0,2491	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492
0,4	0,2401	0,2420	0,2429	0,2434	0,2437	0,2439	0,2440	0,2441	0,2442	0,2442
0,6	0,2229	0,2275	0,2300	0,2315	0,2324	0,2329	0,2330	0,2335	0,2337	0,2338
0,8	0,1999	0,2075	0,2120	0,2147	0,2165	0,2176	0,2183	0,2188	0,2192	0,2194
1,0	0,1752	0,1851	0,1911	0,1955	0,1981	0,1999	0,2012	0,2020	0,2026	0,2031
1,2	0,1516	0,1626	0,1705	0,1758	0,1793	0,1818	0,1836	0,1849	0,1858	0,1865
1,4	0,1308	0,1423	0,1508	0,1569	0,1613	0,1644	0,1667	0,1685	0,1696	0,1705
1,6	0,1123	0,1241	0,1329	0,1396	0,1445	0,1482	0,1509	0,1530	0,1545	0,1557
1,8	0,0969	0,1083	0,1172	0,1241	0,1294	0,1334	0,1365	0,1389	0,1408	0,1432
2,0	0,0840	0,0947	0,1034	0,1103	0,1158	0,1202	0,1236	0,1263	0,1284	0,1300
2,2	0,0732	0,0832	0,0917	0,0984	0,1039	0,1084	0,1120	0,1149	0,1172	0,1191
2,4	0,0642	0,0734	0,0813	0,0879	0,0934	0,0979	0,1016	0,1047	0,1071	0,1092
2,6	0,0566	0,0651	0,0725	0,0788	0,0842	0,0887	0,0924	0,0955	0,0981	0,1003
2,8	0,0502	0,0580	0,0649	0,0709	0,0761	0,0805	0,0842	0,0875	0,0900	0,0923
3,0	0,0447	0,0519	0,0583	0,0640	0,0690	0,0732	0,0769	0,0801	0,0828	0,0851
3,2	0,0401	0,0467	0,0526	0,0580	0,0627	0,0668	0,0704	0,0735	0,0762	0,0786
3,4	0,0361	0,0421	0,0477	0,0527	0,0571	0,0611	0,0646	0,0677	0,0704	0,0727
3,6	0,0326	0,0382	0,0433	0,0480	0,0523	0,0561	0,0594	0,0624	0,0651	0,0674
3,8	0,0296	0,0348	0,0395	0,0439	0,0479	0,0516	0,0548	0,0577	0,0603	0,0626
4,0	0,0270	0,0318	0,0362	0,0403	0,0441	0,0474	0,0507	0,0535	0,0560	0,0588
4,2	0,0247	0,0291	0,0333	0,0371	0,0407	0,0439	0,0469	0,0496	0,0521	0,0543
4,4	0,0227	0,0268	0,0306	0,0343	0,0376	0,0407	0,0436	0,0462	0,0485	0,0507
4,6	0,0209	0,0247	0,0283	0,0317	0,0348	0,0381	0,0405	0,0430	0,0453	0,0474
4,8	0,0193	0,0229	0,0262	0,0294	0,0324	0,0352	0,0378	0,0402	0,0424	0,0444
5,0	0,0179	0,0212	0,0243	0,0274	0,0302	0,0328	0,0358	0,0376	0,0397	0,0417
6,0	0,0127	0,0151	0,0174	0,0196	0,0218	0,0238	0,0257	0,0276	0,0293	0,0310
7,0	0,0094	0,0112	0,0130	0,0147	0,0164	0,0180	0,0195	0,0210	0,0224	0,0238
8,0	0,0073	0,0087	0,0101	0,0114	0,0127	0,0140	0,0153	0,0165	0,0176	0,0187
9,0	0,0058	0,0069	0,0080	0,0091	0,0102	0,0112	0,0122	0,0132	0,0142	0,0152
10,0	0,0047	0,0056	0,0065	0,0074	0,0083	0,0092	0,0100	0,0109	0,0117	0,0125

În cazul în care ne interesează efortul σ_z și într-un alt punct decît colțul dreptunghiului sau centrul său se poate calcula acest efort folosind metoda punctelor de colț.

a) Pentru determinarea eforturilor în punctul A se împarte suprafața în două dreptunghiuri cu dimensiunile $(2 \times 3)\text{m}^2$, astfel încît punctul A să fie un punct de colț pentru cele două dreptunghiuri.

$$\alpha_A = \frac{a_1}{b} = \frac{3}{2} = 1{,}5\,;$$

$$k_{c1} = 0{,}1933.$$

$$\beta_A = \frac{z}{b} = \frac{2}{2} = 1\,;$$

$$\sigma_{z_A} = p \cdot k_{c1} + p \cdot k_{c1} = 2 \cdot p \cdot k_{c1} = 2 \cdot 3 \cdot 0{,}1933 = 1{,}16 \text{ daN/cm}^2\,;$$

$$\sigma_{z_A} = 1{,}16 \text{ daN/cm}^2.$$

Tabelul III.1.7

unitare de compresiune după metoda punctelor de colț

3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500	0,2500
0,2492	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492	0,2492
0,2442	0,2443	0,2443	0,2443	0,2443	0,2443	0,2443	0,2443	0,2443	0,2443	0,2443	0,2443
0,2339	0,2340	0,2340	0,2341	0,2341	0,2341	0,2342	0,2342	0,2342	0,2342	0,2342	0,2342
0,2196	0,2198	0,2199	0,2199	0,2200	0,2200	0,2202	0,2202	0,2202	0,2202	0,2202	0,2202
0,2034	0,2037	0,2309	0,2040	0,2041	0,2042	0,2044	0,2045	0,2045	0,2046	0,2046	0,2046
0,1870	0,1873	0,1876	0,1878	0,1880	0,1882	0,1885	0,1887	0,1888	0,1888	0,1888	0,1888
0,1712	0,1718	0,1722	0,1725	0,1728	0,1730	0,1735	0,1738	0,1739	0,1739	0,1739	0,1739
0,1567	0,1574	0,1580	0,1584	0,1587	0,1590	0,1598	0,1601	0,1602	0,1603	0,1604	0,1604
0,1434	0,1443	0,1450	0,1455	0,1460	0,1463	0,1474	0,1478	0,1480	0,1481	0,1482	0,1482
0,1316	0,1324	0,1332	0,1339	0,1345	0,1350	0,1363	0,1368	0,1371	0,1372	0,1373	0,1374
0,1205	0,1218	0,1227	0,1235	0,1242	0,1248	0,1264	0,1271	0,1274	0,1276	0,1277	0,1277
0,1108	0,1122	0,1133	0,1142	0,1150	0,1156	0,1175	0,1184	0,1188	0,1190	0,1191	0,1192
0,1020	0,1035	0,1047	0,1058	0,1066	0,1073	0,1095	0,1106	0,1111	0,1113	0,1115	0,1116
0,0942	0,0957	0,0970	0,0982	0,0991	0,0999	0,1024	0,1036	0,1041	0,1045	0,1047	0,1048
0,0860	0,0887	0,0901	0,0913	0,0923	0,0931	0,0959	0,0973	0,0980	0,0983	0,0986	0,0987
0,0806	0,0823	0,0838	0,0850	0,0861	0,0870	0,0900	0,0916	0,0923	0,0928	0,0930	0,0933
0,0707	0,0765	0,0780	0,0793	0,0804	0,0814	0,0847	0,0864	0,0873	0,0877	0,0880	0,0882
0,0694	0,0712	0,0728	0,0741	0,0753	0,0763	0,0799	0,0816	0,0826	0,0832	0,0835	0,0837
0,0646	0,0664	0,0680	0,0694	0,0706	0,0717	0,0753	0,0773	0,0784	0,0790	0,0794	0,0796
0,0604	0,0620	0,0636	0,0650	0,0663	0,0674	0,0712	0,0733	0,0745	0,0752	0,0756	0,0758
0,0563	0,0581	0,0596	0,0610	0,0623	0,0634	0,0674	0,0696	0,0709	0,0716	0,0721	0,0724
0,0527	0,0544	0,0560	0,0574	0,0586	0,0597	0,0639	0,0662	0,0676	0,0684	0,0689	0,0692
0,0493	0,0510	0,0526	0,0540	0,0553	0,0564	0,0606	0,0630	0,0644	0,0654	0,0659	0,0663
0,0463	0,0480	0,0495	0,0509	0,0522	0,0533	0,0576	0,0601	0,0616	0,0626	0,0631	0,0635
0,0435	0,0451	0,0466	0,0480	0,0493	0,0504	0,0547	0,0573	0,0589	0,0599	0,0606	0,0610
0,0323	0,0340	0,0353	0,0366	0,0377	0,0388	0,0431	0,0460	0,0479	0,0491	0,0500	0,0506
0,0251	0,0263	0,0275	0,0286	0,0296	0,0306	0,0346	0,0376	0,0396	0,0411	0,0421	0,0428
0,0195	0,0209	0,0219	0,0228	0,0237	0,0246	0,0283	0,0311	0,0332	0,0348	0,0359	0,0367
0,0161	0,0169	0,0178	0,0186	0,0194	0,0202	0,0235	0,0262	0,0282	0,0298	0,0310	0,0319
0,0129	0,0140	0,0147	0,0154	0,0162	0,0167	0,0198	0,0222	0,0242	0,0258	0,0270	0,0280

b) În cazul punctului B se consideră două dreptunghiuri cu dimensiunile $(a \times b_1)$.

$$\alpha_B = \frac{a}{b_1} = \frac{6}{1} = 6;$$

$$\beta_B = \frac{z}{b_1} = \frac{2}{1} = 2; \qquad k_{c2} = 0{,}1368;$$

$$\sigma_{z_B} = 2 \cdot k_{c2} \cdot p = 2 \cdot 0{,}1368 \cdot 3 = 0{,}8208 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\sigma_{z_B} = 0{,}821 \text{ daN/cm}^2.$$

c) Efortul unitar de compresiune în punctul C se va determina ca efort unitar de colţ pentru dreptunghiul cu laturile a şi b. Pentru acest caz avem:

$$\alpha_C = \frac{a}{b} = \frac{6}{2} = 3;$$

$$k_{c3} = 0{,}2034;$$

$$\beta_C = \frac{z}{b} = \frac{2}{2} = 1;$$

$$\sigma_{z_C} = p \cdot k_{c3} = 3 \cdot 0{,}2034 = 0{,}6102 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\sigma_{z_C} = 0{,}61 \text{ daN/cm}^2.$$

d) Pentru determinarea efortului în punctul D, se va împărţi suprafaţa de încărcare în patru părţi, 1, 2, 3, 4, prin drepte care trec prin punctul D şi sînt paralele cu laturile dreptunghiului.

$$\alpha_1 = \frac{1{,}5}{0{,}5} = 3;$$

$$k_{c1} = 0{,}0603;$$

$$\beta_1 = \frac{2}{0{,}5} = 4;$$

$$\alpha_2 = \frac{1{,}5}{1{,}5} = 1;$$

$$k_{c2} = 0{,}13808;$$

$$\beta_2 = \frac{2}{1{,}5} = 1{,}33;$$

$$\alpha_3 = \frac{4{,}5}{1{,}5} = 3;$$

$$k_{c3} = 0{,}1763;$$

$$\beta_3 = \frac{2}{1{,}5} = 1{,}33;$$

$$\alpha_4 = \frac{4{,}5}{0{,}5} = 9;$$

$$k_{c4} = 0{,}0756;$$

$$\beta_4 = \frac{2}{0{,}5} = 4;$$

$$\sigma_{z_D} = k_{c1} \cdot p + k_{c2} \cdot p + k_{c3} \cdot p + k_{c4} \cdot p = p(k_{c1} + k_{c2} + k_{c3} + k_{c4});$$

$$\sigma_{z_D} = 3(0{,}0603 + 0{,}13808 + 0{,}1763 + 0{,}0756) = 1{,}351 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\sigma_{z_D} = 1{,}35 \text{ daN/cm}^2.$$

III.1.6. Să se construiască diagramele de distribuție ale efortului unitar vertical σ_z într-un pământ supus acțiunii unei încărcări uniform distribuite pe suprafața dreptunghiului de $(2\times6)\text{m}^2$ și a pătratului (1×1) m², intensitatea încărcării exterioare fiind egală cu $p = 2{,}5$ daN/cm².

Rezolvare.

a) dreptunghi cu laturile $a = 6$ m și $b = 2$ m.

$z = 0$ m; $\alpha_0 = \frac{6}{2} = 3$; $k_c = 0{,}25$; $\sigma_{z_c} = 0{,}25 \cdot 2{,}5 = 0{,}625$ daN/cm²;
$\beta_0 = \frac{0}{2} = 0$; $k_0 = 1{,}0$; $\sigma_{z_0} = 1{,}0 \cdot 2{,}5 = 2{,}50$ daN/cm².

$z = 1$ m; $\alpha_1 = 3$; $k_c = 0{,}2391$; $\sigma_{z_c} = 0{,}2391 \cdot 2{,}50 = 0{,}598$ daN/cm²;
$\beta_1 = 1/2 = 0{,}5$; $k_0 = 0{,}762$; $\sigma_{z_0} = 0{,}762 \cdot 2{,}50 = 1{,}91$ daN/cm².

$z = 2$ m; $\alpha_2 = 3$; $k_c = 0{,}2034$; $\sigma_{z_c} = 0{,}2034 \cdot 2{,}50 = 0{,}509$ daN/cm²;
$\beta_2 = 2/2 = 1$ $k_0 = 0{,}5$; $\sigma_{z_0} = 0{,}5 \cdot 2{,}5 = 1{,}25$ daN/cm².

$z = 3$ m; $\alpha_3 = 3$; $k_c = 0{,}16395$; $\sigma_{z_c} = 0{,}16395 \cdot 2{,}5 = 0{,}410$ daN/cm²;
$\beta_3 = 3/2 = 1{,}5$; $k_0 = 0{,}348$; $\sigma_{z_0} = 0{,}348 \cdot 2{,}5 = 0{,}870$ daN/cm².

$z = 4$ m; $\alpha_4 = 3$; $k_c = 0{,}1316$; $\sigma_{z_c} = 0{,}1316 \cdot 2{,}5 = 0{,}329$ daN/cm²;
$\beta_4 = 4/2 = 2$; $k_0 = 0{,}24$; $\sigma_{z_0} = 0{,}24 \cdot 2{,}5 = 0{,}60$ daN/cm².

$z = 5$ m; $\alpha_5 = 3$; $k_c = 0{,}1064$; $\sigma_{z_c} = 0{,}1064 \cdot 2{,}5 = 0{,}266$ daN/cm²;
$\beta_5 = 5/2 = 2{,}5$; $k_0 = 0{,}1935$; $\sigma_{z_0} = 0{,}1935 \cdot 2{,}5 = 0{,}484$ daN/cm².

$z = 6$ m; $\alpha_6 = 3$; $k_c = 0{,}086$; $\sigma_{z_c} = 0{,}086 \cdot 2{,}5 = 0{,}215$ daN/cm²;
$\beta_6 = 6/2 = 3$; $k_0 = 0{,}147$; $\sigma_{z_0} = 0{,}147 \cdot 2{,}5 = 0{,}368$ daN/cm².

În figura III.1.6. se prezintă variația efortului σ_z cu adîncimea în centrul suprafeței încărcate și în colț.

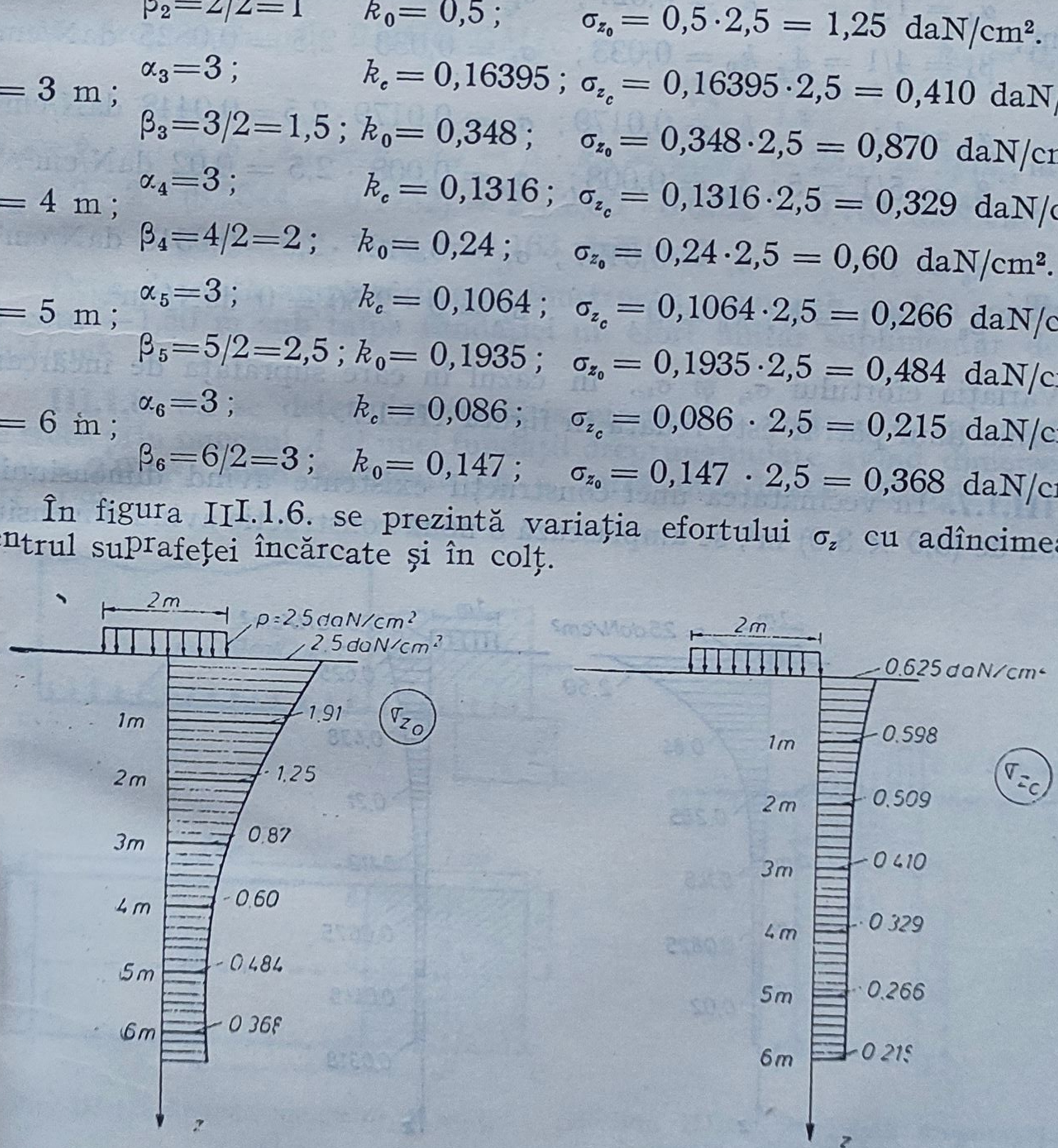


Fig. III.1.6. Variația efortului σ_z cu o adîncime în centrul și în colțul dreptunghiului încărcat.

b) În cazul în care suprafața este pătrată $a = b = 1$ m

$z=0$ m; $\alpha_0 = 1/1 = 1$; $k_c = 0{,}25$; $\sigma_{zc} = 0{,}25 \cdot 2{,}5 = 0{,}625$ daN/cm²;
$\beta_0 = 0/1 = 0$; $k_0 = 1$; $\sigma_{z_0} = 1 \cdot 2{,}5 = 2{,}50$ daN/cm².

$z=1$ m; $\alpha_1 = 1$; $k_c = 0{,}1752$; $\sigma_{z_c} = 0{,}1752 \cdot 2{,}5 = 0{,}438$ daN/cm²;
$\beta_1 = 1/1 = 1$; $k_0 = 0{,}336$; $\sigma_{z_0} = 0{,}336 \cdot 2{,}5 = 0{,}84$ daN/cm².

$z=2$ m; $\alpha_2 = 1$; $k_c = 0{,}084$; $\sigma_{z_c} = 0{,}084 \cdot 2{,}5 = 0{,}21$ daN/cm²;
$\beta_2 = 2/1 = 2$; $k_0 = 0{,}114$; $\sigma_{z_0} = 0{,}114 \cdot 2{,}5 = 0{,}285$ daN/cm².

$z=3$ m; $\alpha_3 = 1$; $k_c = 0{,}0447$; $\sigma_{z_c} = 0{,}0447 \cdot 2{,}5 = 0{,}112$ daN/cm²;
$\beta_3 = 3/1 = 3$; $k_0 = 0{,}058$; $\sigma_{z_0} = 0{,}058 \cdot 2{,}5 = 0{,}145$ daN/cm².

$z=4$ m; $\alpha_4 = 1$; $k_c = 0{,}027$; $\sigma_{z_c} = 0{,}027 \cdot 2{,}5 = 0{,}0675$ daN/cm²;
$\beta_4 = 4/1 = 4$; $k_0 = 0{,}033$; $\sigma_{z_0} = 0{,}033 \cdot 2{,}5 = 0{,}0825$ daN/cm².

$z=5$ m; $\alpha_5 = 1$; $k_c = 0{,}0179$; $\sigma_{z_c} = 0{,}0179 \cdot 2{,}5 = 0{,}0448$ daN/cm²;
$\beta_5 = 5/1 = 5$; $k_0 = 0{,}008$; $\sigma_{z_0} = 0{,}008 \cdot 2{,}5 = 0{,}02$ daN/cm².

$z=6$ m; $\alpha_6 = 1$; $k_c = 0{,}0127$; $\sigma_{z_c} = 0{,}0127 \cdot 2{,}5 = 0{,}0318$ daN/cm²;
$\beta_6 = 6/1 = 6$; $k_0 = 0$; $\sigma_{z_0} = 0 \cdot 2{,}50 = 0$ daN/cm².

Variația efortului σ_{z_0} și σ_{zc}, în cazul în care suprafața de încărcare are forma unui pătrat este redată în figura III.1.7.

III.1.7. În vecinătatea unei construcții existente [avînd dimensiunile în plan de $(3{,}0 \times 3{,}0)$ m², se amplasează o nouă construcție avînd dimensiu-

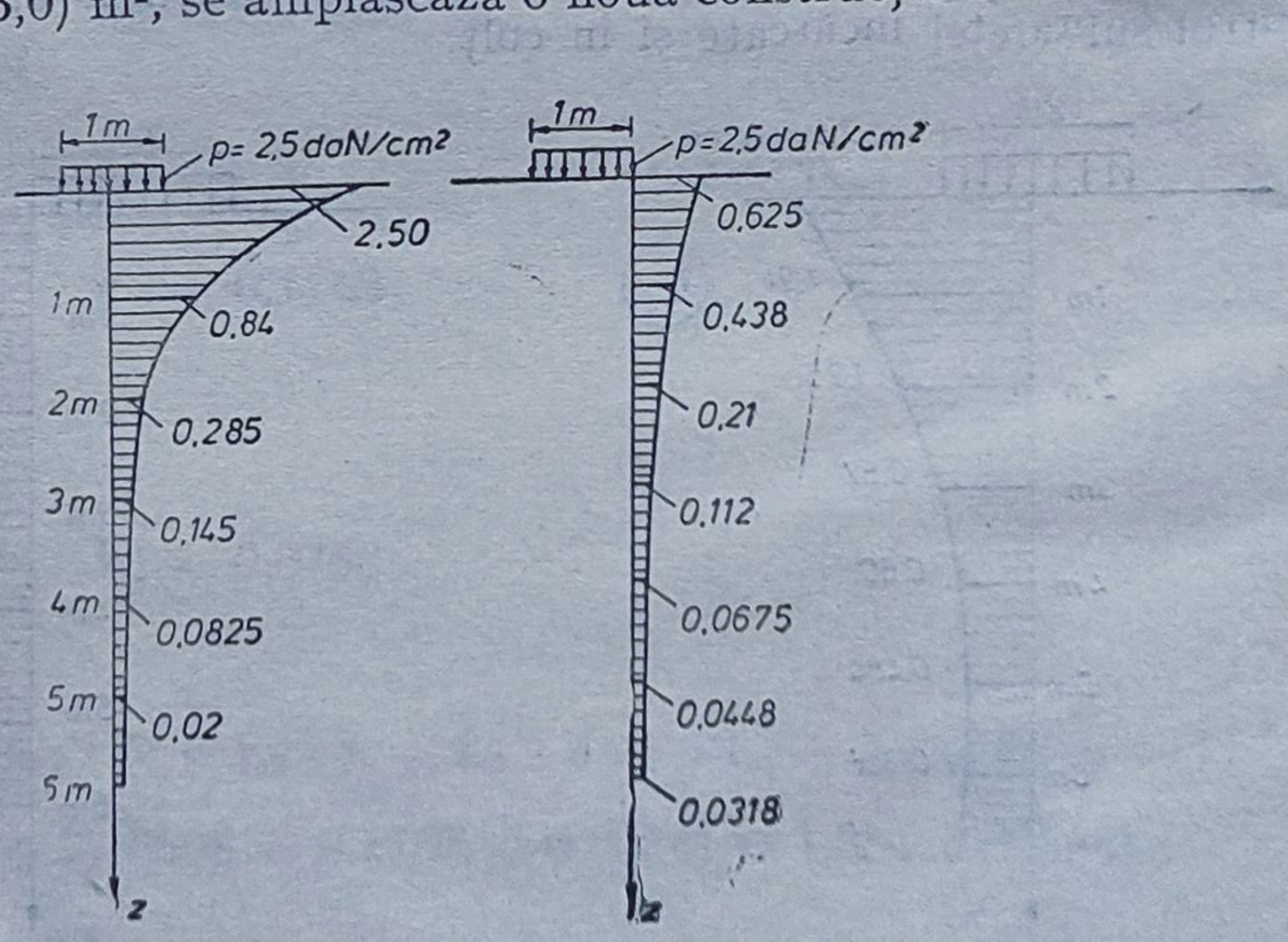


Fig. III.1.7. Metoda punctelor de colț pentru o suprafață de încărcare pătrată.

nile de $(7{,}50 \times 3{,}0)\text{m}^2$. Adîncimea de fundare este $D_f = 1{,}50$ m pentru ambele construcţii, iar încărcarea uniform distribuită noii fundaţii este $p = 2{,}8$ daN/cm² (fig. III.1.8).

Se cere să se determine efortul unitar vertical suplimentar care apare în centrul fundaţiei.

Rezolvare.

Aplicînd metoda punctelor de colţ, efortul σ_z în punctul M va fi:

$$\sigma_{z_M} = \sigma^c_{z_{AKMH}} + \sigma^c_{z_{HMID}} - \sigma^c_{z_{BKGM}} - \sigma^s_{z_{GMIC}}.$$

M este punct de colţ pentru dreptunghiurile: $AKMH$, $HMID$, $BKGM$, $GMIC$.

$$\alpha_1 = \frac{7{,}5}{1{,}5} = 5;$$

Pentru dreptunghiurile $AKMH, HMID$ avem: $k_{c1} = 0{,}2044.$

$$\beta_1 = \frac{z}{b_1} = \frac{1{,}5}{1{,}5} = 1;$$

$$\alpha_2 = \frac{1{,}5}{1{,}5} = 1;$$

Pentru dreptunghiurile $BKMG$, $GMIC$ avem: $k_{c2} = 0{,}1752.$

$$\beta_2 = \frac{1{,}5}{1{,}5} = 1;$$

$$\sigma_{z_M} = p \cdot k_{c1} + p \cdot k_{c1} - p \cdot k_{c2} - p \cdot k_{c2} = p(2k_{c1} - 2k_{c2}) = 2p(k_{c1} - k_{c2});$$

$$\sigma_{z_M} = 2 \cdot 2{,}8\,(0{,}2044 - 0{,}1752) = 2 \cdot 2{,}80 \cdot 0{,}0292 = 0{,}163 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\sigma_{z_M} = 0{,}163 \text{ daN/cm}^2$$

Deci, datorită amplasării noii construcţii apare sub vechea construcţie la cota $-1{,}50$ m sub talpa fundaţiei un efort unitar suplimentar de 0,16 daN/cm².

III.1.8. Să se determine variaţia eforturilor unitare σ_z pe verticala ce trece prin punctul A al unei fundaţii dreptunghiulare avînd dimensiunile $(3{,}0 \times 2{,}0)\text{m}^2$, fiind încărcată cu o forţă distribuită triunghiular (fig. III. 1.9).

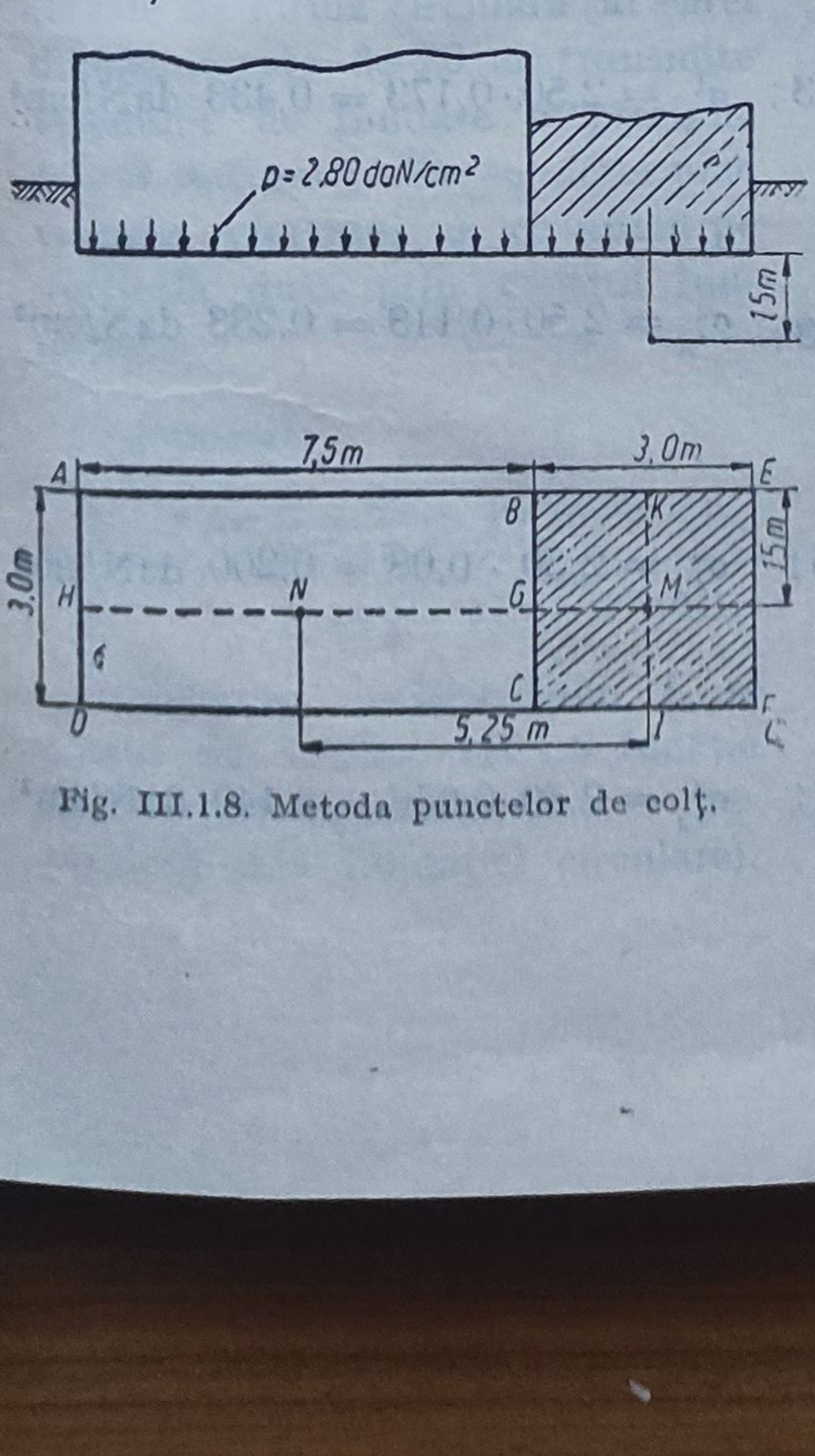


Fig. III.1.8. Metoda punctelor de colţ.

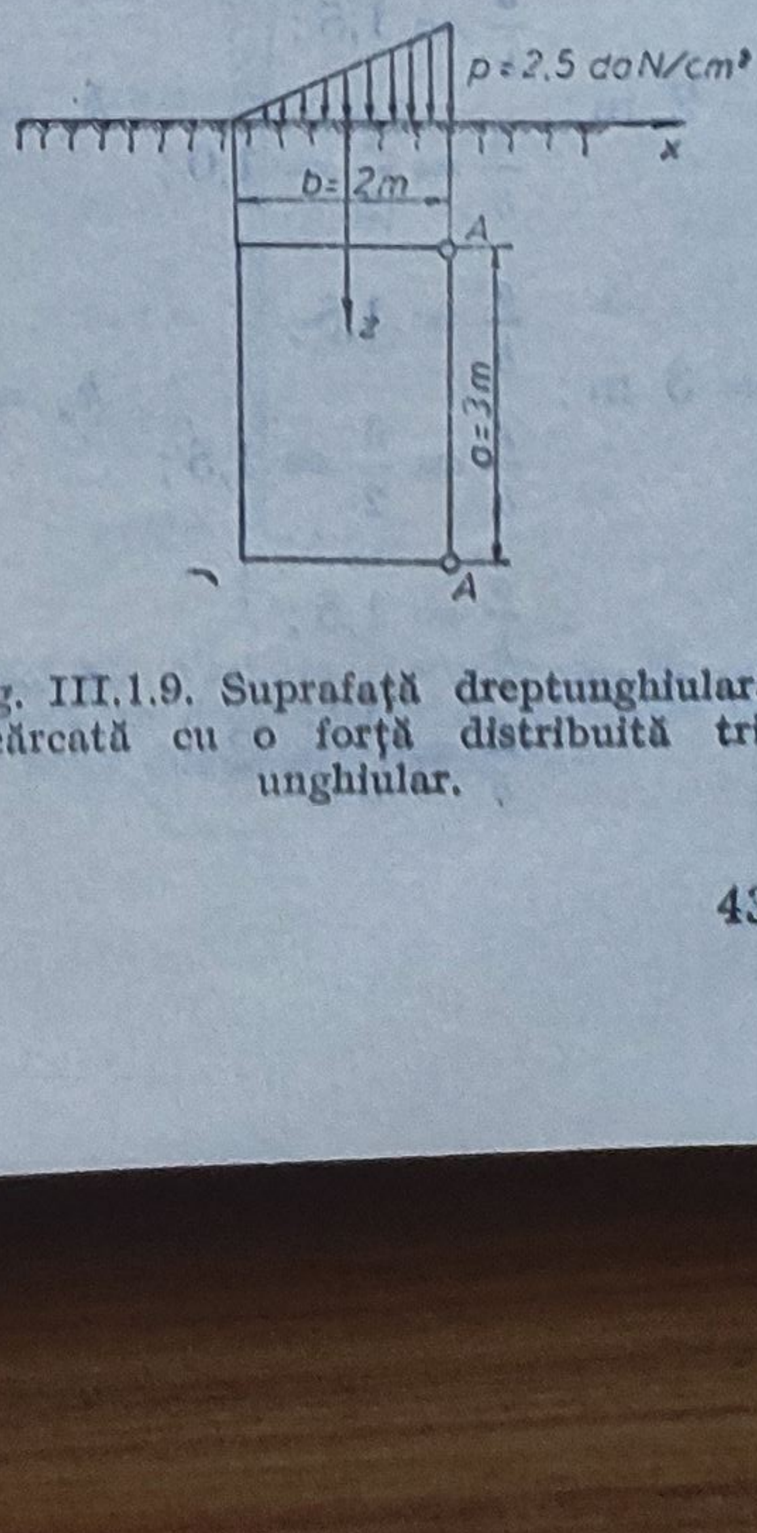


Fig. III.1.9. Suprafaţă dreptunghiulară încărcată cu o forţă distribuită triunghiular.

Rezolvare.

În cazul în care suprafața terenului este încărcată cu o forță distribuită triunghiular, tensiunea pe verticala colțului A se obține din relația

$$\sigma_{zA} = p \cdot k_A,$$

k_A se dă în tabelul III.1.8, în funcție de raportul laturilor pe care este distribuită încărcarea și de z/b. Se va studia variația efortului σ_z pentru valori ale lui $z = 0, 1, 2 \ldots 10$ m.

Tabelul III.1.8

Coeficienții de influență k_A pentru colțul unei suprafețe dreptunghiulare încărcată triunghiular

a/b \ z/b	0,00	0,25	0,50	1,0	1,5	2,0	3,0	5,0
0,15	0,250	0,136	0,101	0,025	0,012	0,008	0,005	0,001
0,3	0,250	0,186	0,116	0,051	0,026	0,017	0,010	0,004
0,6	0,250	0,206	0,160	0,085	0,050	0,031	0,016	0,007
1,0	0,250	0,209	0,170	0,108	0,069	0,045	0,024	0,009
1,5	0,250	0,210	0,173	0,113	0,080	0,056	0,033	0,014
2,0	0,250	0,211	0,175	0,117	0,087	0,064	0,041	0,019
3,0	0,250	0,211	0,175	0,119	0,090	0,071	0,047	0,025
6,0	0,250	0,211	0,176	0,120	0,092	0,075	0,051	0,029
10,0	0,250	0,212	0,177	0,121	0,093	0,076	0,052	0,032
20,0	0,250	0,212	0,177	0,121	0,093	0,076	0,052	0,033

$z = 0$ m; $\frac{a}{b} = \frac{3}{2} = 1{,}5$; $\frac{z}{b} = \frac{0}{2} = 0$; $k_A = 0{,}25$; $\sigma^0_{z_A} = p \cdot k_A = 2{,}50 \cdot 0{,}25 = 0{,}625$ daN/cm²

$z = 1$ m; $\frac{a}{b} = 1{,}5$; $\frac{z}{b} = \frac{1}{2} = 0{,}5$; $k_A = 0{,}173$; $\sigma^1_{z_A} = 2{,}50 \cdot 0{,}173 = 0{,}433$ daN/cm²

$z = 2$ m; $\frac{a}{b} = 1{,}5$; $\frac{z}{b} = \frac{2}{2} = 1{,}0$; $k_A = 0{,}113$; $\sigma^2_{z_A} = 2{,}50 \cdot 0{,}113 = 0{,}283$ daN/cm²

$z = 3$ m; $\frac{a}{b} = 1{,}5$; $\frac{z}{b} = \frac{3}{2} = 1{,}5$; $k_A = 0{,}08$; $\sigma^3_{z_A} = 2{,}50 \cdot 0{,}08 = 0{,}200$ daN/cm²

$z = 4$ m; $\frac{a}{b} = 1{,}5$; $\frac{z}{b} = \frac{4}{2} = 2$; $k_A = 0{,}056$; $\sigma^4_{z_A} = 2{,}50 \cdot 0{,}056 = 0{,}140$ daN/cm²

$z = 5$ m; $\frac{a}{b} = 1{,}5$; $\frac{z}{b} = \frac{5}{2} = 2{,}5$; $k_A = 0{,}0445$; $\sigma^5_{z_A} = 2{,}5 \cdot 0{,}0445 = 0{,}111$ daN/cm².

$z = 6$ m; $\frac{a}{b} = 1{,}5$; $\frac{z}{b} = \frac{6}{2} = 3{,}0$; $k_A = 0{,}033$; $\sigma^6_{z_A} = 2{,}5 \cdot 0{,}033 = 0{,}083$ daN/cm².

$z = 7$ m; $\frac{a}{b} = 1{,}5$; $\frac{z}{b} = \frac{7}{2} = 3{,}5$; $k_A = 0{,}02825$; $\sigma^7_{z_A} = 2{,}5 \cdot 0{,}02825 = 0{,}071$ daN/cm².

$z = 8$ m; $\frac{a}{b} = 1{,}5$; $\frac{z}{b} = \frac{8}{2} = 4{,}0$; $k_A = 0{,}0235$; $\sigma^8_{z_A} = 2{,}5 \cdot 0{,}0235 = 0{,}059$ daN/cm².

$z = 9$ m; $\frac{a}{b} = 1{,}5$; $\frac{z}{b} = \frac{9}{2} = 4{,}5$; $k_A = 0{,}01875$; $\sigma^9_{z_A} = 2{,}5 \cdot 0{,}01875 = 0{,}047$ daN/cm².

$z = 10$ m; $\frac{a}{b} = 1{,}5$; $\frac{z}{b} = \frac{10}{2} = 5{,}0$; $k_A = 0{,}014$; $\sigma^{10}_{z_A} = 2{,}5 \cdot 0{,}014 = 0{,}035$ daN/cm².

Variația efortului unitar vertical σ_{z_A} este dată în figura III.1.10.

III.1.9. Fundația unui siloz de cereale de formă circulară al cărei diametru este de 20 m transmite terenului de fundare o presiune $p = 3$ daN/cm². Să se determine variația efortului σ_z ce apare pe verticala dusă prin centrul fundației.

Rezolvare.

$$r = \frac{D}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ m}.$$

$$\sigma_z = p \cdot I_z.$$

Valoarea coeficientului I_z se scoate din tabelul III.1.9 funcție de valoarea raportului r/z (r — reprezintă raza fundației circulare).

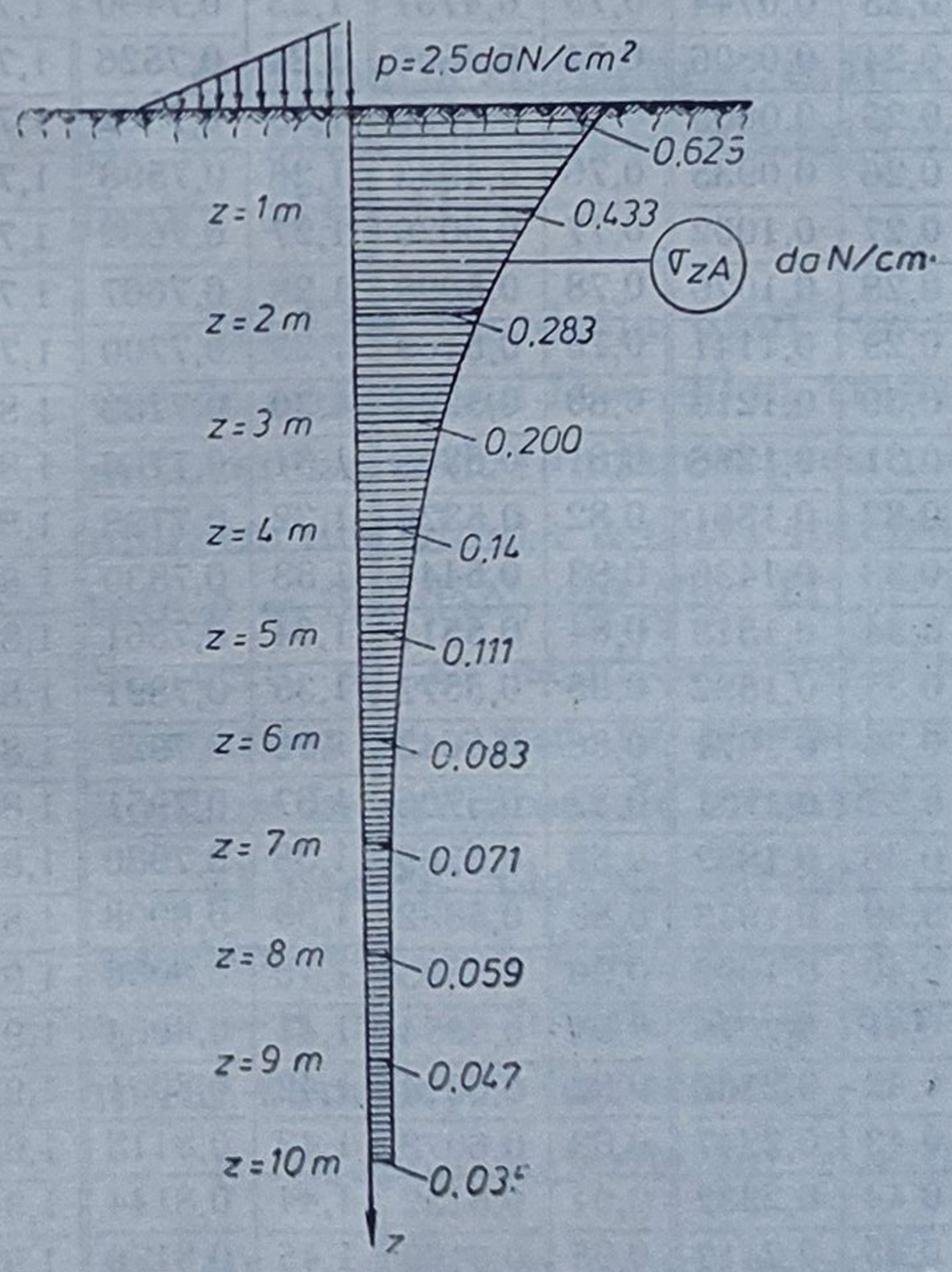


Fig. III.1.10. Variația efortului σ_{z_A} în cazul unei suprafețe dreptunghiulare încărcate cu o forță distribuită triunghiular.

Tabelul III.1.9

Valoarea coeficientului I_z pentru calculul eforturilor unitare de compresiune pentru o sarcină uniform repartizată pe o suprafață circulară

r/z	I_z	r/z	I_z	r/z	I_z	r/z	I_z	r/	I_z	r/z	I_z
0,00	0,0000	0,50	0,2846	1,00	0,6465	1,50	0,8293	2,00	0,9106	8,00	0,9981
0,01	0,0002	0,51	0,2930	1,01	0,6517	1,51	0,8317	2,02	0,9127	9,00	0,9987
0,02	0,0006	0,52	0,3016	1,02	0,6569	1,52	0,8340	2,04	0,9147	10,00	0,9990
0,03	0,0014	0,53	0,3102	1,03	0,6620	1,53	0,8362	2,06	0,9167	12,00	0,9994
0,04	0,0024	0,54	0,3188	1,04	0,6670	1,54	0,8385	2,08	0,9187	14,00	0,9996
0,05	0,0037	0,55	0,3273	1,05	0,6720	1,55	0,8407	2,10	0,9205	16,00	0,9998
0,06	0,0053	0,56	0,3358	1,06	0,6769	1,56	0,8428	2,15	0,9250	18,00	0,9998
0,07	0,0073	0,57	0,3443	1,07	0,6817	1,57	0,8450	2,20	0,9291	20,00	0,9999
0,08	0,0095	0,58	0,3527	1,08	0,6864	1,58	0,8470	2,25	0,9330	25,00	0,9999
0,09	0,0120	0,59	0,3611	1,09	0,6910	1,59	0,8491	2,30	0,9366	30,00	1,0000
0,10	0,0148	0,60	0,3695	1,10	0,6956	1,60	0,8511	2,35	0,9400	40,00	1,0000
0,11	0,0179	0,61	0,3778	1,11	0,7001	1,61	0,8531	2,40	0,9431	50,00	1,0000
0,12	0,0212	0,62	0,3861	1,12	0,7046	1,62	0,8551	2,45	0,9460	100,00	1,0000
0,13	0,0248	0,63	0,3943	1,13	0,7089	1,63	0,8570	2,50	0,9488		
0,14	0,0287	0,64	0,4025	1,14	0,7132	1,64	0,8589	2,55	0,9513		
0,15	0,0328	0,65	0,4106	1,15	0,7175	1,65	0,8608	2,60	0,9537		
0,16	0,0372	0,66	0,4186	1,16	0,7216	1,66	0,8626	2,65	0,9560		
0,17	0,0418	0,67	0,4266	1,17	0,7257	1,67	0,8644	2,70	0,9581		
0,18	0,0467	0,68	0,4345	1,18	0,7298	1,68	0,8662	2,75	0,9601		
0,19	0,0518	0,69	0,4424	1,19	0,7337	1,69	0,8679	2,80	0,9620		
0,20	0,0571	0,70	0,4502	1,20	0,7376	1,70	0,8697	2,85	0,9637		
0,21	0,0627	0,71	0,4579	1,21	0,7415	1,71	0,8714	2,90	0,9654		
0,22	0,0684	0,72	0,4655	1,22	0,7453	1,72	0,8730	2,95	0,9669		
0,23	0,0744	0,73	0,4731	1,23	0,7490	1,73	0,8747	3,00	0,9684		
0,24	0,0806	0,74	0,4806	1,24	0,7526	1,74	0,8763	3,10	0,9711		
0,25	0,0869	0,75	0,4880	1,25	0,7562	1,75	0,8779	3,20	0,9735		
0,26	0,0935	0,76	0,4953	1,26	0,7598	1,76	0,8794	3,30	0,9756		
0,27	0,1002	0,77	0,5026	1,27	0,7632	1,77	0,8810	3,40	0,9775		
0,28	0,1070	0,78	0,5098	1,28	0,7667	1,78	0,8825	3,50	0,9793		
0,29	0,1141	0,79	0,5169	1,29	0,7700	1,79	0,8840	3,60	0,9808		
0,30	0,1213	0,80	0,5239	1,30	0,7733	1,80	0,8855	3,70	0,9822		
0,31	0,1286	0,81	0,5308	1,31	0,7766	1,81	0,8869	3,80	0,9835		
0,32	0,1361	0,82	0,5376	1,32	0,7798	1,82	0,8883	3,90	0,9847		
0,33	0,1436	0,83	0,5444	1,33	0,7830	1,83	0,8897	4,00	0,9857		
0,34	0,1513	0,84	0,5511	1,34	0,7861	1,84	0,8911	4,20	0,9876		
0,35	0,1592	0,85	0,5577	1,35	0,7891	1,85	0,8925	4,40	0,9881		
0,36	0,1671	0,86	0,5642	1,36	0,7921	1,86	0,8938	4,60	0,9904		
0,37	0,1751	0,87	0,5706	1,37	0,7951	1,87	0,8951	4,80	0,9915		
0,38	0,1832	0,88	0,5769	1,38	0,7980	1,88	0,8964	5,00	0,9925		
0,39	0,1913	0,89	0,5832	1,39	0,8008	1,89	0,8977	5,20	0,9933		
0,40	0,1996	0,90	0,5893	1,40	0,8036	1,90	0,8990	5,40	0,9940		
0,41	0,2079	0,91	0,5954	1,41	0,8064	1,91	0,9002	5,60	0,9946		
0,42	0,2163	0,92	0,6014	1,42	0,8091	1,92	0,9014	5,80	0,9951		
0,43	0,2247	0,93	0,6073	1,43	0,8118	1,93	0,9026	6,00	0,9956		
0,44	0,2332	0,94	0,6132	1,44	0,8144	1,94	0,9038	6,50	0,9965		
0,45	0,2417	0,95	0,6189	1,45	0,8170	1,95	0,9050	7,00	0,9972		
0,46	0,2502	0,96	0,6242	1,46	0,8196	1,96	0,9061	7,50	0,9977		
0,47	0,2587	0,97	0,6302	1,47	0, 221	1,97	0,9073				
0,48	0,2673	0,98	0,6357	1,48	0,8245	1,98	0,9084				
0,49	0,2759	0,99	0,6411	1,49	0,8269	1,99	0,9095				

$z_0 = 0$ m; $\frac{r}{z_0} = \frac{10}{0} = \infty$; $I_{z_0} = 1$; $\sigma_{z_0} = p \cdot I_{z_0} = 3 \cdot 1 = 3{,}0$ daN/cm².

$z_1 = 1$ m; $\frac{r}{z_1} = \frac{10}{1} = 10$; $I_{z_1} = 0{,}999$; $\sigma_{z_1} = p \cdot I_{z_1} = 3 \cdot 0{,}999 = 2{,}997$ daN/cm².

$z_2 = 2$ m; $\frac{r}{z_2} = \frac{10}{2} = 5$; $I_{z_2} = 0{,}9925$; $\sigma_{z_2} = 3 \cdot 0{,}9925 = 2{,}978$ daN/cm².

$z_3 = 3$ m; $\frac{r}{z_3} = \frac{10}{3} = 3{,}33$; $I_{z_3} = 0{,}9762$; $\sigma_{z_3} = 3 \cdot 0{,}9762 = 2{,}929$ daN/cm².

$z_4 = 4$ m; $\frac{r}{z_4} = \frac{10}{4} = 2{,}5$; $I_{z_4} = 0{,}9488$; $\sigma_{z_4} = 3 \cdot 0{,}9488 = 2{,}8464$ daN/cm².

$z_5 = 5$ m; $\frac{r}{z_5} = \frac{10}{5} = 2{,}0$; $I_{z_5} = 0{,}9106$; $\sigma_{z_5} = 3 \cdot 0{,}9106 = 2{,}7318$ daN/cm².

$z_6 = 6$ m; $\frac{r}{z_6} = \frac{10}{6} = 1{,}66$; $I_{z_6} = 0{,}8626$; $\sigma_{z_6} = 3 \cdot 0{,}8626 = 2{,}5878$ daN/cm².

$z_7 = 7$ m; $\frac{r}{z_7} = \frac{10}{7} = 1{,}43$; $I_{z_7} = 0{,}8118$; $\sigma_{z_7} = 3 \cdot 0{,}8118 = 2{,}435$ daN/cm².

$z_8 = 8$ m; $\frac{r}{z_8} = \frac{10}{8} = 1{,}25$; $I_{z_8} = 0{,}7562$; $\sigma_{z_8} = 3 \cdot 0{,}7562 = 2{,}269$ daN/cm².

$z_9 = 9$ m; $\frac{r}{z_9} = \frac{10}{9} = 1{,}11$; $I_{z_9} = 0{,}700$; $\sigma_{z_9} = 3 \cdot 0{,}7001 = 2{,}10$ daN/cm².

$z_{10} = 10$m; $\frac{r}{z_{10}} = \frac{10}{10} = 1{,}0$; $I_{z_{10}} = 0{,}6465$; $\sigma_{z_{10}} = 3 \cdot 0{,}6465 = 1{,}94$ daN/cm².

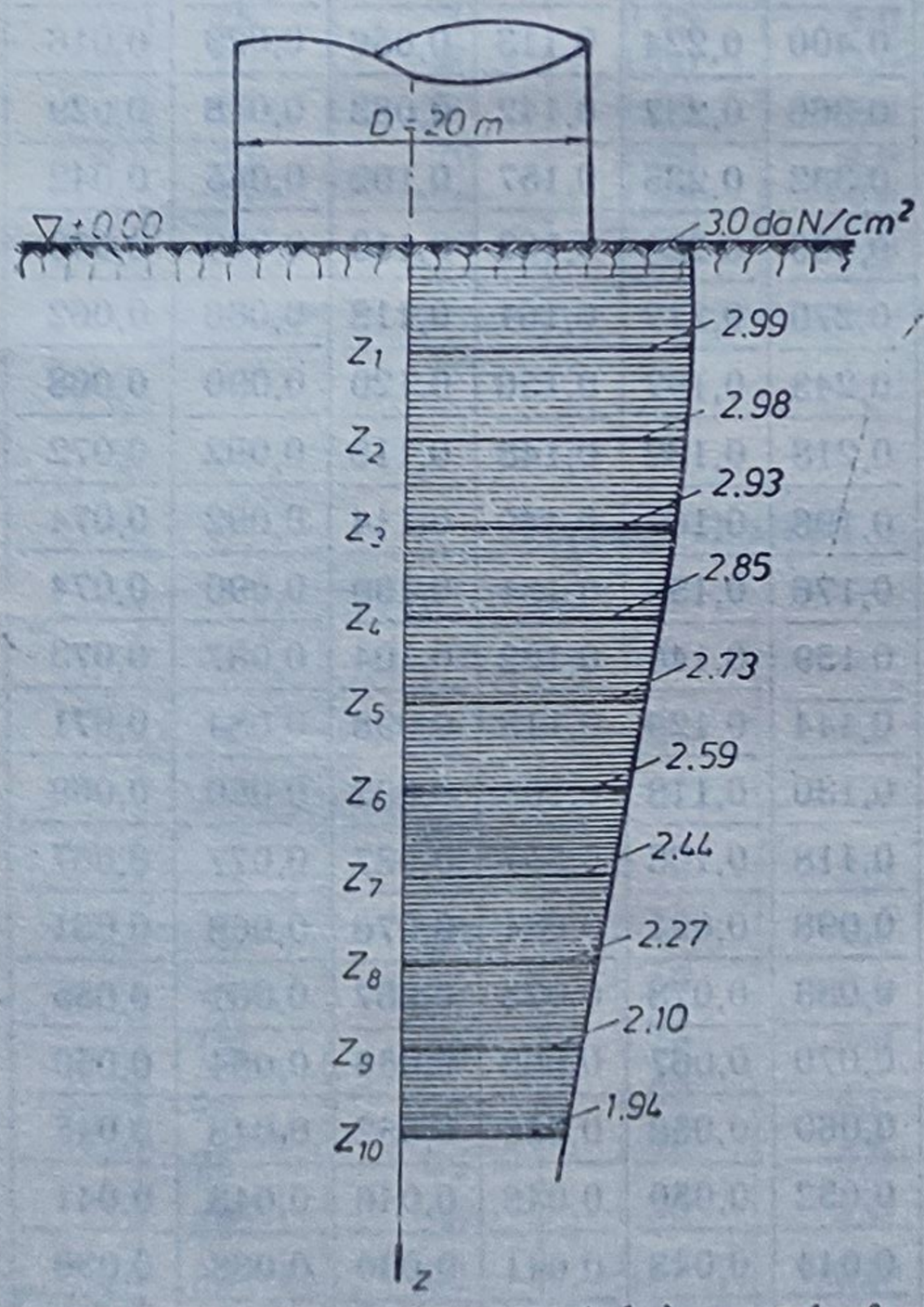


Fig. III.1.11. Distribuţia efortului σ_z sub fundaţia unui siloz.

Distribuţia efortului σ_z, în funcţie de adîncime este prezentată în figura III.1.11.

III.1.10. Fundaţia unui rezervor de apă, avînd $D = 40$ m transmite terenului de fundare o presiune uniform distribuită a cărci intensitate $p = 3{,}2$ daN/cm² (fig. III..12). Se cere să se studieze variaţia eforturilor ce apar în terenul de fundare în următoarele situaţii:

a) pentru planele situate la adîncimile $z_1 = -2$ m; $z_2 = -4$ m; $z_3 = -6$ m, în interiorul şi exteriorul suprafeţei încărcate;

b) pentru valorile lui $z = 0$; 5; 10 ... 60 m cînd $r_1 = \frac{R}{2}$; $r_2 = R$; $r_3 = 1{,}5\ R$ şi $r_4 = 2R$.

Rezolvare.

a) În cazul în care se cere stabilirea tensiunii σ_z la o distanță r față de centrul suprafeței circulare, încărcată cu o forță uniform distribuită se aplică relația

$$\sigma_{z_r} = p \cdot k_r,$$

k_r se dă în tabelul III.1.10 funcție de rapoartele r/R și z/R.

Rezultatele se prezintă în tabelele III.1.11 — III.1.13, calculul fiind efectuat pentru z_1, z_2, z_3 și valori ale lui r cuprinse între 0 și $2R$.

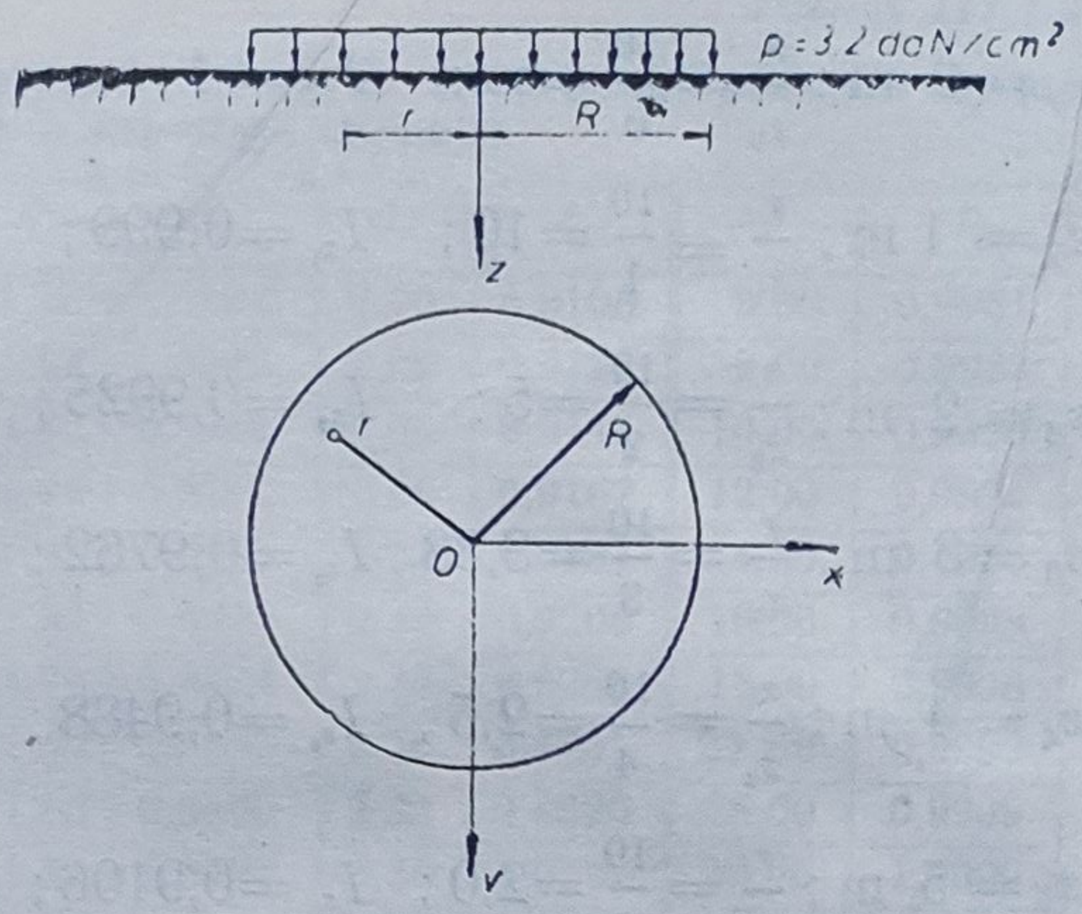


Fig. III.1.12. Suprafață circulară încărcată cu o forță distribuită.

Tabelul III.1.10

Coeficienții de influență k_r pentru calculul tensiunilor σ_z sub o suprafață circulară uniform încărcată

r/R \ z/R	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,500	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,2	0,993	0,991	0,987	0,970	0,890	0,468	0,077	0,015	0,005	0,002	0,001
0,4	0,949	0,943	0,920	0,860	0,712	0,435	0,181	0,065	0,026	0,012	0,006
0,6	0,864	0,852	0,813	0,733	0,591	0,400	0,224	0,113	0,056	0,029	0,016
0,8	0,756	0,742	0,699	0,619	0,504	0,366	0,237	0,142	0,083	0,048	0,029
1,0	0,646	0,633	0,593	0,525	0,434	0,332	0,235	0,157	0,102	0,065	0,042
1,2	0,547	0,535	0,502	0,447	0,377	0,300	0,226	0,162	0,113	0,078	0,053
1,4	0,461	0,452	0,425	0,383	0,329	0,270	0,212	0,161	0,118	0,086	0,062
1,6	0,390	0,383	0,362	0,330	0,288	0,243	0,197	0,156	0,120	0,090	0,068
1,8	0,332	0,327	0,311	0,285	0,254	0,218	0,182	0,148	0,118	0,092	0,072
2,0	0,285	0,280	0,268	0,248	0,224	0,196	0,167	0,140	0,114	0,092	0,074
2,2	0,246	0,242	0,233	0,218	0,198	0,176	0,153	0,131	0,109	0,090	0,074
2,4	0,214	0,211	0,203	0,192	0,176	0,159	0,140	0,122	0,104	0,087	0,073
2,6	0,187	0,185	0,179	0,170	0,158	0,144	0,129	0,113	0,098	0,084	0,071
2,8	0,165	0,163	0,159	0,151	0,141	0,130	0,118	0,105	0,092	0,080	0,069
3,0	0,146	0,145	0,141	0,135	0,127	0,118	0,108	0,097	0,087	0,077	0,067
3,4	0,117	0,116	0,114	0,110	0,105	0,098	0,091	0,084	0,076	0,068	0,061
3,8	0,096	0,095	0,093	0,091	0,087	0,083	0,078	0,073	0,067	0,061	0,055
4,2	0,079	0,079	0,078	0,076	0,073	0,070	0,067	0,063	0,059	0,054	0,050
4,6	0,067	0,067	0,066	0,064	0,063	0,060	0,058	0,055	0,052	0,048	0,045
5,0	0,057	0,057	0,056	0,055	0,054	0,052	0,050	0,048	0,046	0,043	0,041
5,5	0,048	0,048	0,047	0,046	0,045	0,044	0,043	0,041	0,030	0,038	0,036
6,0	0,040	0,040	0,040	0,039	0,039	0,038	0,037	0,036	0,034	0,033	0,031

Tabelul III.1.11

Variaţia efortului σ_{zr} la $z_1 = -2$ m

r m	R m	r/R	z m	z/R	k_r	$\sigma_{zr} = p \cdot k_r$ daN/cm²
0	20	0	2,0	0,1	0,995	3,19
5	20	0,25	2,0	0,1	0,995	3,18
10	20	0,50	2,0	0,1	0,989	3,16
15	20	0,75	2,0	0,1	0,955	3,056
20	20	1,00	2,0	0,1	0,484	1,55
25	20	1,25	2,0	0,1	0,0308	0,099
30	20	1,50	2,0	0,1	0,005	0,016
35	20	1,75	2,0	0,1	0,00138	0,0044
40	20	2,00	2,0	0,1	0,0005	0,0016

Tabelul III.1.12

Variaţia efortului σ_{zr} la $z_2 = -4$ m

r m	R m	r/R	z m	z/R	k_r	$\sigma_{zr} = p \cdot k_r$ daN/cm²
0	20	0	4,0	0,2	0,993	3,18
5	20	0,25	4,0	0,2	0,990	3,17
10	20	0,50	4,0	0,2	0,9785	3,13
15	20	0,75	4,0	0,2	0,910	2,91
20	20	1,00	4,0	0,2	0,468	1,50
25	20	1,25	4,0	0,2	0,0615	0,20
30	20	1,50	4,0	0,2	0,010	0,032
35	20	1,75	4,0	0,2	0,00275	0,0088
40	20	2,00	4,0	0,2	0,001	0,0032

Tabelul III.1.13

Variaţia efortului σ_{zr} la $z_3 = -6$ m

r m	R m	r/R	z m	z/R	k_r	$\sigma_{zr} = p \cdot k_r$ daN/cm²
0	20	0	6,0	0,3	0,971	3,11
5	20	0,25	6,0	0,3	0,9636	3,08
10	20	0,50	6,0	0,3	0,9343	2,99
15	20	0,75	6,0	0,3	0,8295	2,65
20	20	1,00	6,0	0,3	0,4515	1,44
25	20	1,25	6,0	0,3	0,1068	0,34
30	20	1,50	6,0	0,3	0,0278	0,089
35	20	1,75	6,0	0,3	0,0091	0,029
40	20	2,00	6,0	0,3	0,0035	0,01

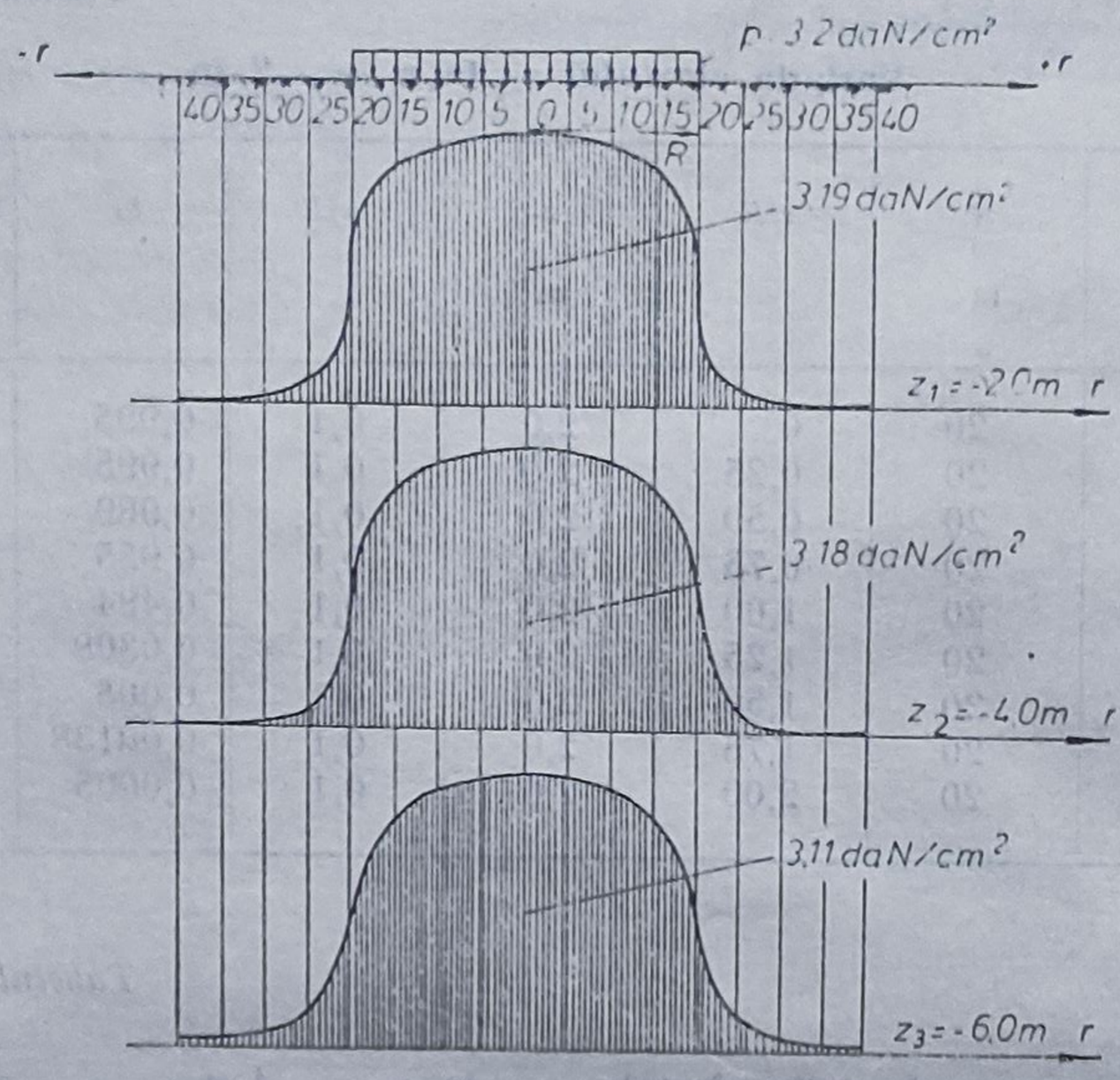


Fig. III.1.13. Variaţia efortului σ_{zr} cu adîncimea în cazul unei fundaţii circulare.

Variaţia efortului σ_{zr} se dă în figura III.1.13.

Din figura III.1.13 se observă că valoarea efortului σ_{zr} variază foarte puţin între $r = 0$ şi $r = R/2$, iar în afara suprafeţei încărcate eforturile scad foarte mult apropiindu-se de valoarea zero.

b) Rezultatele se prezintă în tabelele III.1.14—III.1.17 pentru valorile lui $r = 0{,}5R$; R; $1{,}5R$; $2R$ şi z variind de la 0 la 60 m.

Tabelul III.1.14

Variaţia efortului σ_{zr}

r m	R m	r/R	z m	z/R	k_r	$\sigma_{zr} = p \cdot k_r$ daN/cm²
10	20	0,5	0	0	1,00	3,20
10	20	0,5	5	0,25	0,956	3,06
10	20	0,5	10	0,50	0,832	2,66
10	20	0,5	15	0,75	0,6875	2,20
10	20	0,5	20	1,00	0,559	1,79
10	20	0,5	25	1,25	0,4569	1,46
10	20	0,5	30	1,50	0,375	1,20
10	20	0,5	35	1,75	0,31	0,99
10	20	0,5	40	2,00	0,258	0,83
10	20	0,5	50	2,50	0,186	0,60
10	20	0,5	60	3,00	0,138	0,44

Tabelul III.1.15

Variația efortului σ_{zr}

r m	R m	r/R	z m	z/R	k_r	$\sigma_{zr} = p \cdot k_r$ daN/cm²
20	20	1,0	0	0	0,50	1,60
20	20	1,0	5	0,25	0,4598	1,47
20	20	1,0	10	0,50	0,4175	1,34
20	20	1,0	15	0,75	0,3745	1,20
20	20	1,0	20	1,00	0,332	1,06
20	20	1,0	25	1,25	0,2925	0,94
20	20	1,0	30	1,50	0,2565	0,82
20	20	1,0	35	1,75	0,2243	0,72
20	20	1,0	40	2,00	0,196	0,63
20	20	1,0	50	2,50	0,1515	0,48
20	20	1,0	60	3,00	0,118	0,38

Tabelul III.1.16

Variația efortului σ_{zr}

r m	R m	r/R	z m	z/R	k_r	$\sigma_{zr} = p \cdot k_r$ daN/cm²
30	20	1,5	0	0	0	0
30	20	1,5	5	0,25	0,0189	0,06
30	20	1,5	10	0,50	0,065	0,208
30	20	1,5	15	0,75	0,1055	0,338
30	20	1,5	20	1,00	0,1295	0,414
30	20	1,5	25	1,25	0,138	0,442
30	20	1,5	30	1,50	0,1388	0,444
30	20	1,5	35	1,75	0,1343	0,43
30	20	1,5	40	2,00	0,127	0,406
30	20	1,5	50	2,50	0,1093	0,35
30	20	1,5	60	3,00	0,092	0,294

Tabelul III.1.17

Variația efortului σ_{zr}

r m	R m	r/R	z m	z/R	k_r	$\sigma_{zr} = p \cdot k_r$ daN/cm²
40	20	2,0	0	0	0	0
40	20	2,0	5	0,25	0,00225	0,0072
40	20	2,0	10	0,50	0,011	0,035
40	20	2,0	15	0,75	0,02575	0,08
40	20	2,0	20	1,00	0,042	0,13
40	20	2,0	25	1,25	0,0553	0,177
40	20	2,0	30	1,50	0,065	0,208
40	20	2,0	35	1,75	0,071	0,227
40	20	2,0	40	2,00	0,074	0,237
40	20	2,0	50	2,50	0,072	0,23
40	20	2,0	60	3,00	0,067	0,21

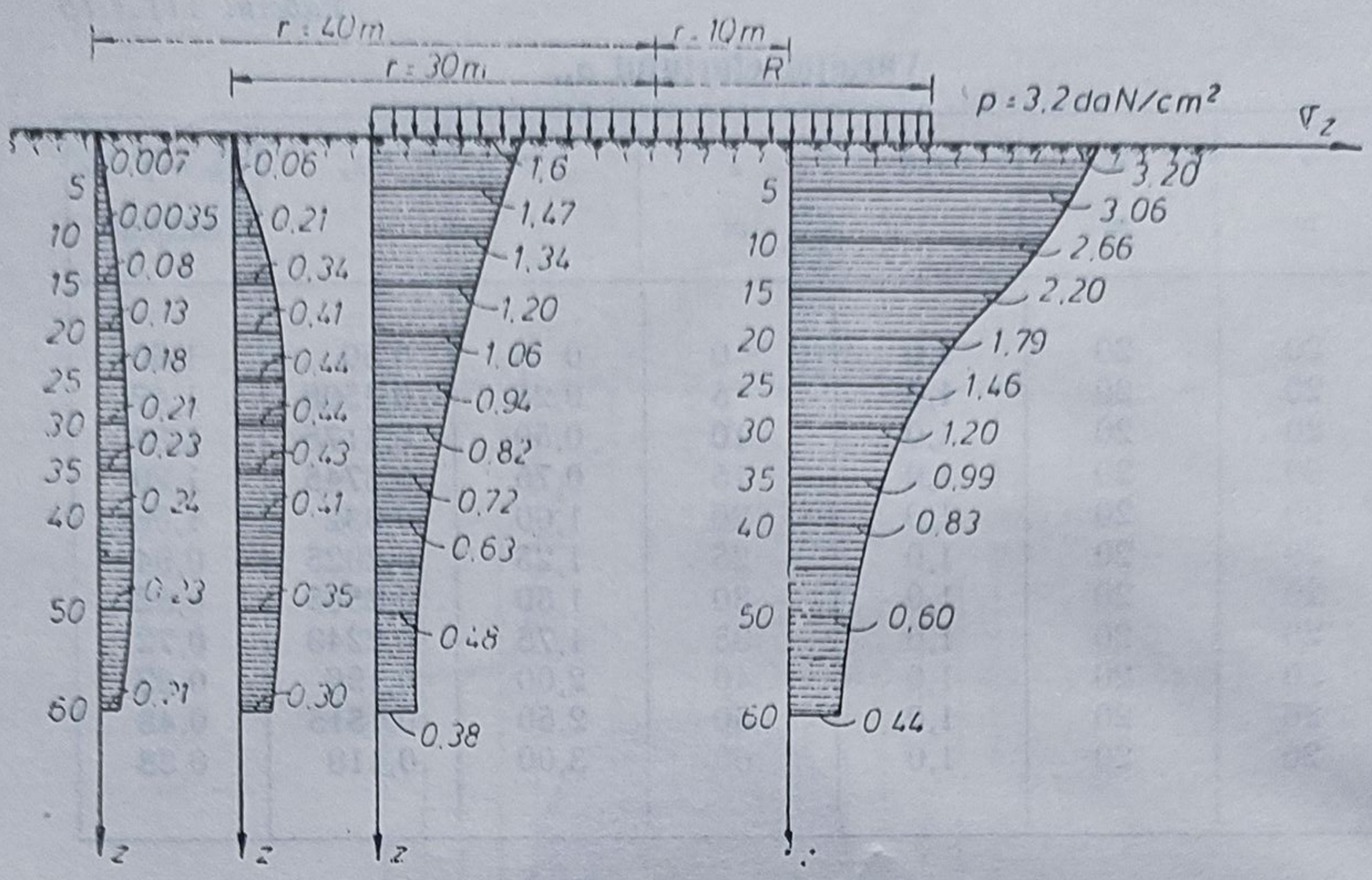


Fig. III.1.14. Variația efortului unitar σ_{zr} în cazul unei suprafețe circulare în funcție de r și z.

Variația efortului σ_{zr} este redată în figura III.1.14.

III.1.11. Să se studieze starea de tensiuni ce apare în pămînt sub fundația inelară a unui turn de televiziune care transmite terenului de fundare o sarcină uniform distribuită $p = 3$ daN/cm². Dimensiunile fundației inelare sînt date în figura III.1.15.

Rezolvare.

În cazul fundațiilor inelare care transmit o presiune uniform distribuită, efortul σ_{zr} poate fi stabilit cu relația:

$$\sigma_{zr} = p(k_{r1} - k_{r2});$$

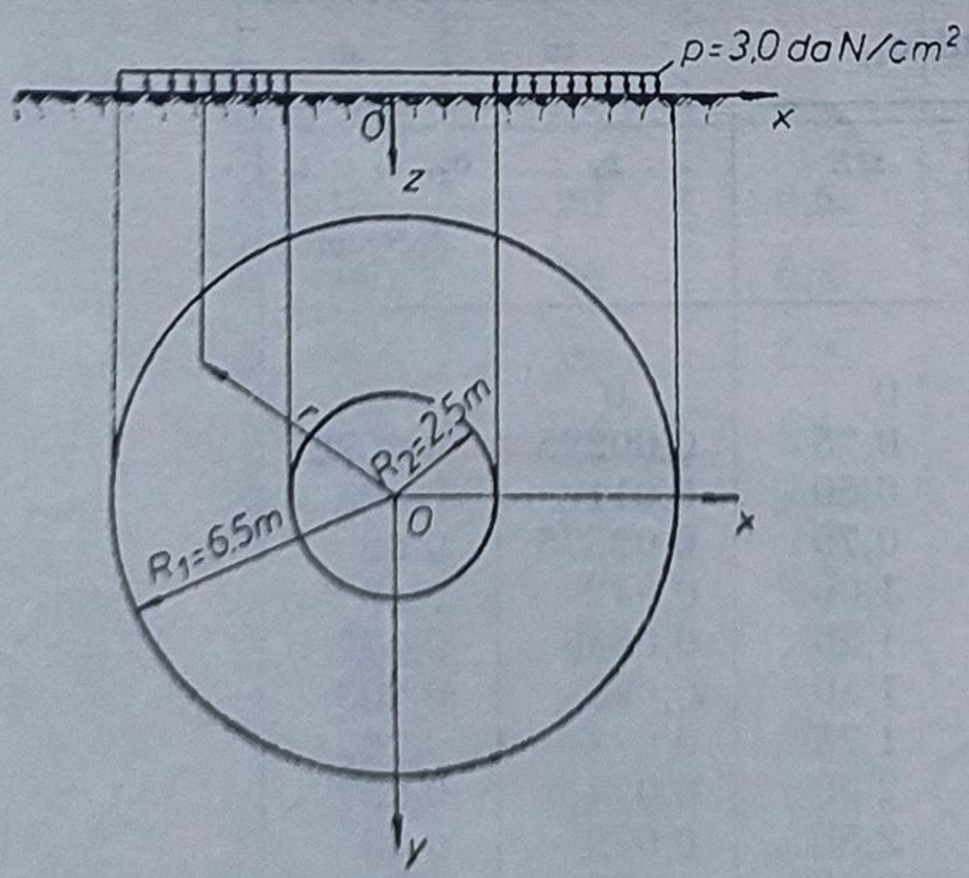


Fig. III.1.15. Fișie inelară încărcată cu o forță distribuită.

unde: k_{r1} și k_{r2} se dau în tabelul III.1.10 funcție de:

$$k_{r1} = f\left(\frac{z}{R_1}, \frac{r}{R_1}\right) \text{ și } k_{r2} = f\left(\frac{z}{R_2}, \frac{r}{R_2}\right);$$

r — este distanța din centrul fundației inelare pînă la verticala pe care se calculează tensiunile σ_{zr}, iar z cota punctului.

a) Vom studia variația efortului unitar vertical σ_{zr} pentru $r = 0$; 1,25; 2,50; 4,5; 6,5; 9,1 m la cotele $z = 0$; 1; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 15 m.

Calculele se prezintă în tabelele III.1.18—III.1.23.

Tabelul III.1.18

Variaţia efortului σ_{zr} în o fundaţie inelară

r m	z m	R_1 m	R_2 m	r/R_1	z/R_1	r/R_2	z/R_2	k_{r1}	k_{r2}	σ_{zr} daN/cm²
0	0	6,5	2,5	0	0	0	0	1,0	1,0	0
0	1	6,5	2,5	0	0,15	0	0,4	0,9948	0,943	0,15
0	2	6,5	2,5	0	0,31	0	0,8	0,9688	0,742	0,68
0	4	6,5	2,5	0	0,62	0	1,6	0,8532	0,39	1,39
0	6	6,5	2,5	0	0,92	0	2,4	0,690	0,214	1,43
0	8	6,5	2,5	0	1,23	0	3,2	0,5341	0,1315	1,21
0	10	6,5	2,5	0	1,54	0	4,0	0,4113	0,0875	0,97
0	12	6,5	2,5	0	1,85	0	4,8	0,3203	0,062	0,77
0	14	6,5	2,5	0	2,15	0	5,6	0,2558	0,0464	0,63
0	15	6,5	2,5	0	2,31	0	6,0	0,2284	0,040	0,57

Tabelul III.1.19

Variaţia efortului σ_{zr} la o fundaţie inelară

r m	z m	R_1 m	R_2 m	r/R_1	z/R_1	r/R_2	z/R_2	k_{r1}	k_{r2}	σ_{zr} daN/cm²
1,25	0	6,5	2,5	0,19	0	0,5	0	1,0	1,0	0
1,25	1	6,5	2,5	0,19	0,15	0,5	0,4	0,9934	0,89	0,31
1,25	2	6,5	2,5	0,19	0,31	0,5	0,8	0,9648	0,659	0,92
1,25	4	6,5	2,5	0,19	0,62	0,5	1,6	0,8416	0,346	1,49
1,25	6	6,5	2,5	0,19	0,92	0,5	2,4	0,7027	0,1975	1,52
1,25	8	6,5	2,5	0,19	1,23	0,5	3,2	0,5231	0,125	1,19
1,25	10	6,5	2,5	0,19	1,54	0,5	4,0	0,4041	0,0845	0,96
1,25	12	6,5	2,5	0,19	1,85	0,5	4,8	0,3155	0,0603	0,77
1,25	14	6,5	2,5	0,19	2,15	0,5	5,6	0,2517	0,0451	0,62
1,25	15	6,5	2,5	0,19	2,31	0,5	6,0	0,2251	0,0395	0,56

Tabelul III.1.20

Variaţia efortului σ_{zr} la o fundaţie inelară

r m	z m	R_1 m	R_2 m	r/R_1	z/R_1	r/R_2	z/R_2	k_{r1}	k_{r2}	σ_{zr} daN/cm²
2,50	0	6,5	2,5	0,38	0	1,0	0	1,0	0,5	1,50
2,50	1	6,5	2,5	0,38	0,15	1,0	0,4	0,9906	0,435	1,67
2,50	2	6,5	2,5	0,38	0,31	1,0	0,8	0,9516	0,366	1,76
2,50	4	6,5	2,5	0,38	0,62	1,0	1,6	0,7487	0,243	1,52
2,50	6	6,5	2,5	0,38	0,92	1,0	2,4	0,6395	0,159	1,44
2,50	8	6,5	2,5	0,38	1,23	1,0	3,2	0,4937	0,108	1,16
2,50	10	6,5	2,5	0,38	1,54	1,0	4,0	0,3819	0,0765	0,92
2,50	12	6,5	2,5	0,38	1,85	1,0	4,8	0,3018	0,056	0,74
2,50	14	6,5	2,5	0,38	2,15	1,0	5,6	0,2427	0,0428	0,60
2,50	15	6,5	2,5	0,38	2,31	1,0	6,0	0,2173	0,038	0,54

Tabelul III.1.21

Variația efortului σ_{zr} la o fundație inelară

r m	z m	R_1 m	R_2 m	r/R_1	z/R_1	r/R_2	z/R_2	k_{r_1}	k_{r_2}	σ_{zr} daN/cm²
4,50	0	6,5	2,5	0,69	0	1,8	0	1,000	0	3,00
4,50	1	6,5	2,5	0,69	0,15	1,8	0,4	0,934	0,012	2,77
4,50	2	6,5	2,5	0,69	0,31	1,8	0,8	0,8567	0,048	2,43
4,50	4	6,5	2,5	0,69	0,62	1,8	1,6	0,6589	0,09	1,71
4,50	6	6,5	2,5	0,69	0,92	1,8	2,4	0,5173	0,087	1,29
4,50	8	6,5	2,5	0,69	1,23	1,8	3,2	0,407	0,0725	1,00
4,50	10	6,5	2,5	0,69	1,54	1,8	4,0	0,3254	0,0575	0,80
4,50	12	6,5	2,5	0,69	1,85	1,8	4,8	0,2626	0,0455	0,65
4,50	14	6,5	2,5	0,69	2,15	1,8	5,6	0,2161	0,037	0,54
4,50	15	6,5	2,5	0,69	2,31	1,8	6,0	0,1957	0,033	0,49

Tabelul III.1.22

Variația efortului σ_{zr} la o fundație inelară

r m	z m	R_1 m	R_2 [m]	r/R_1	z/R_1	r/R_2	z/R_2	k_{r_1}	k_{r_2}	σ_{zr} daN/cm²
6,5	0	6,5	2,5	1,0	0	2,6	0	0,50	0	1,50
6,5	1	6,5	2,5	1,0	0,15	2,6	0,4	0,476	0	1,43
6,5	2	6,5	2,5	1,0	0,31	2,6	0,8	0,4433	0	1,33
6,5	4	6,5	2,5	1,0	0,62	2,6	1,6	0,3966	0	1,19
6,5	6	6,5	2,5	1,0	0,92	2,6	2,4	0,3456	0	1,04
6,5	8	6,5	2,5	1,0	1,23	2,6	3,2	0,2955	0	0,89
6,5	10	6,5	2,5	1,0	1,54	2,6	4,0	0,2511	0	0,75
6,5	12	6,5	2,5	1,0	1,85	2,6	4,8	0,2125	0	0,64
6,5	14	6,5	2,5	1,0	2,15	2,6	5,6	0,181	0	0,54
6,5	15	6,5	2,5	1,0	2,31	2,6	6,0	0,1667	0	0,50

Tabelul III.1.23

Variația efortului σ_{zr} la o fundație inelară

r m	z m	R_1 m	R_2 m	r/R_1	z/R_1	r/R_2	z/R_2	k_{r_1}	k_{r_2}	σ_{zr} daN/cm²
9,1	0	6,5	2,5	1,4	0	3,64	0	0	0	0
9,1	1	6,5	2,5	1,4	0,15	3,64	0,4	0,0113	0	0,03
9,1	2	6,5	2,5	1,4	0,31	3,64	0,8	0,0425	0	0,13
9,1	4	6,5	2,5	1,4	0,62	3,64	1,6	0,1159	0	0,35
9,1	6	6,5	2,5	1,4	0,92	3,64	2,4	0,151	0	0,45
9,1	8	6,5	2,5	1,4	1,23	3,64	3,2	0,1619	0	0,49
9,1	10	6,5	2,5	1,4	1,54	3,64	4,0	0,1575	0	0,47
9,1	12	6,5	2,5	1,4	1,85	3,64	4,8	0,146	0	0,44
9,1	14	6,5	2,5	1,4	2,15	3,64	5,6	0,1333	0	0,40
9,1	15	6,5	2,5	1,4	2,31	3,64	6,0	0,1261	0	0,39

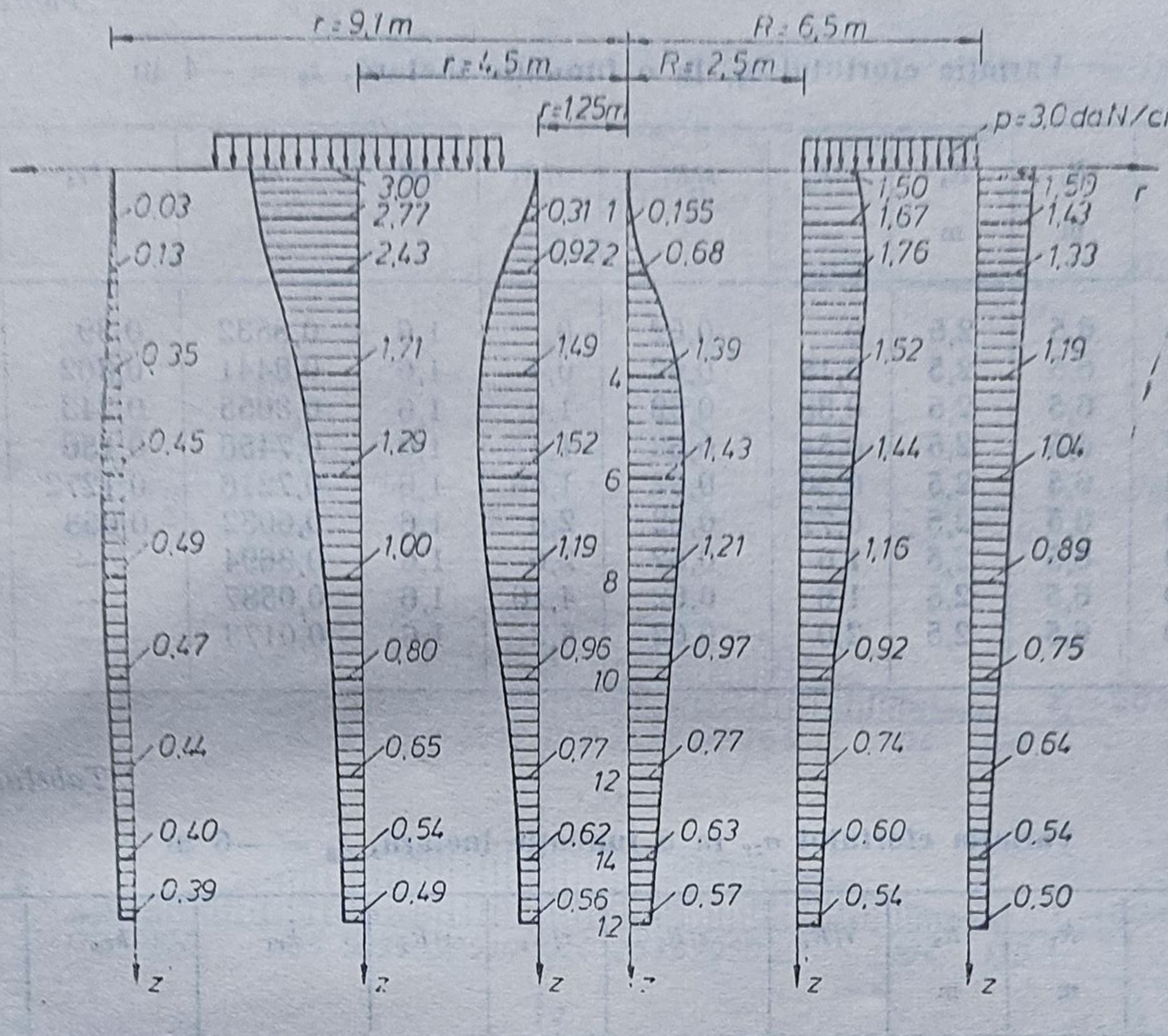


Fig. III.1.16. Variaţia efortului σ_{zr} în cazul unei fîşii inelare încărcată cu o sarcină distribuită uniform.

Distribuţia eforturilor σ_{zr} pentru exemplul dat este redată în figura III.1.16.

b) Se va studia variaţia efortului σ_{zr} în patru plane paralele la cotele $z_1 = -2{,}0$ m; $z_2 = -4{,}0$ m, $z_3 = -6{,}0$ m şi $z_4 = -8{,}0$ m. Rezultatele sînt prezentate în tabelele III.1.24—III.1.27.

Tabelul III.1.24

Variaţia efortului σ_{zr} la o fundaţie inelară, $z_1 = -2$ m

r m	z m	R_1 m	R_2 m	r/R_1	z/R_1	r/R_2	z/R_2	k_{r1}	k_{r2}	σ_{zr} daN/cm².
0	2,0	6,5	2,5	0	0,31	0	0,8	0,9688	0,756	0,64
1,0	2,0	6,5	2,5	0,15	0,31	0,4	0,8	0,9656	0,699	0,80
2,5	2,0	6,5	2,5	0,38	0,31	1,0	0,8	0,9516	0,366	1,76
3,5	2,0	6,5	2,5	0,54	0,31	1,4	0,8	0,9217	0,142	2,34
3,9	2,0	6,5	2,5	0,6	0,31	1,56	0,8	0,9095	0,0948	2,44
5,0	2,0	6,5	2,5	0,77	0,31	2,0	0,8	0,8097	0,029	2,34
6,5	2,0	6,5	2,5	1,0	0,31	2,6	0,8	0,4499	—	1,35
10,4	2,0	6,5	2,5	1,6	0,31	4,16	0,8	0,0166	—	0,05
13,0	2,0	6,5	2,5	2,0	0,31	5,2	0,8	0,0038	—	0,01

Tabelul III.1.25

Variația efortului σ_{rr} la o fundație inelară, $z_3 = -4$ m

r m	z m	R_1 m	R_2 m	r/R_1	z/R_1	r/R_2	z/R_2	k_{r1}	k_{r2}	σ_{zr} daN/cm²
0	4,0	6,5	2,5	0	0,62	0	1,6	0,8532	0,39	1,39
1,0	4,0	6,5	2,5	0,15	0,62	0,4	1,6	0,8441	0,362	1,45
2,5	4,0	6,5	2,5	0,38	0,62	1,0	1,6	0,8055	0,243	1,69
3,5	4,0	6,5	2,5	0,54	0,62	1,4	1,6	0,7456	0,156	1,77
3,9	4,0	6,5	2,5	0,60	0,62	1,56	1,6	0,7216	0,1272	1,78
5,0	4,0	6,5	2,5	0,77	0,62	2,0	1,6	0,6032	0,068	1,61
6,5	4,0	6,5	2,5	1,0	0,62	2,6	1,6	0,3694	—	1,11
10,4	4,0	6,5	2,5	1,6	0,62	4,16	1,6	0,0587	—	0,18
13,0	4,0	6,5	2,5	2,0	0,62	5,2	1,6	0,0173	—	0,05

Tabelul III.1.26

Variația efortului σ_{zr} la o fundație inelară, $z_3 = -6$ m

r m	z m	R_1 m	R_2 m	r/R_1	z/R_1	r/R_2	z/R_2	k_{r1}	k_{r2}	σ_{zr} daN/cm²
0	6,0	6,5	2,5	0	0,92	0	2,4	0,69	0,214	1,428
1,0	6,0	6,5	2,5	0,15	0,92	0,4	2,4	0,68	0,203	1,431
2,5	6,0	6,5	2,5	0,38	0,92	1,0	2,4	0,6395	0,159	1,44
3,5	6,0	6,5	2,5	0,54	0,92	1,4	2,4	0,5844	0,122	1,39
3,9	6,0	6,5	2,5	0,60	0,92	1,56	2,4	0,5626	0,1076	1,37
5,0	6,0	6,5	2,5	0,77	0,92	2,0	2,4	0,4771	0,073	1,21
6,5	6,0	6,5	2,5	1,0	0,92	2,6	2,4	0,3456	—	1,04
10,4	6,0	6,5	2,5	1,60	0,92	4,16	2,4	0,0944	—	0,28
13,0	6,0	6,5	2,5	2,0	0,92	5,2	2,4	0,0368	—	0,11

Tabelul III.1.27

Variația efortului σ_{zr} la o fundație inelară, $z_4 = -8$ m

r m	z m	R_1 m	R_2 m	r/R_1	z/R_1	r/R_2	z/R_2	k_{r1}	k_{r2}	σ_{zr} daN/cm²
0	8,0	6,5	2,5	0	1,23	0	3,2	0,5384	0,1315	1,22
1,0	8,0	6,5	2,5	0,15	1,23	0,4	3,2	0,5254	0,1275	1,19
2,5	8,0	6,5	2,5	0,38	1,23	1,0	3,2	0,4937	0,108	1,16
3,5	8,0	6,5	2,5	0,54	1,23	1,4	3,2	0,4533	0,0905	1,09
3,9	8,0	6,5	2,5	0,60	1,23	1,56	3,2	0,4374	0,0833	1,06
5,0	8,0	6,5	2,5	0,77	1,23	2,0	3,2	0,3799	0,064	0,95
6,5	8,0	6,5	2,5	1,0	1,23	2,6	3,2	0,2955	—	0,89
10,4	8,0	6,5	2,5	1,6	1,23	4,16	3,2	0,1138	—	0,34
13,0	8,0	6,5	2,5	2,0	1,23	5,2	3,2	0,0544	—	0,16

Variația efortului σ_{rr} se prezintă în figura III.1.17.

Din diagramele trasate pentru σ_{rr} se observă că acesta are o variație mai uniformă cu cît se calculează la o adîncime mai mare.

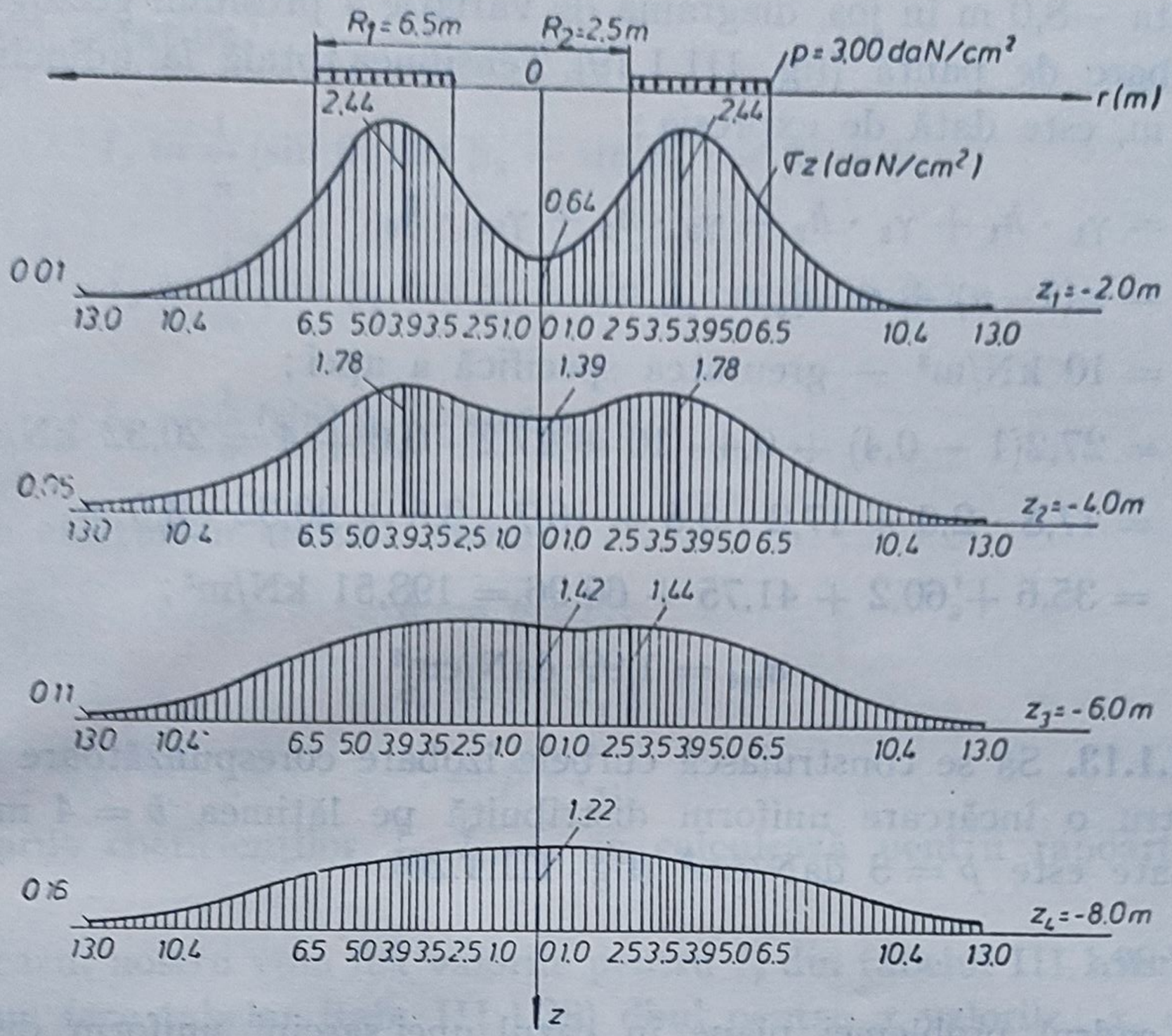


Fig. III.1.17. Variația efortului σ_{zr} la diferite plane în adîncime, pentru o fundație inelară încărcată cu o sarcină $p = 3$ daN/cm².

III.1.12. Cunoscînd stratificația și caracteristicile pămîntului nisipos pe care urmează a se realiza fundația unei construcții, se cere să se determine variația efortului unitar vertical datorită greutății proprii a pămîntului (încărcare geologică). Nivelul apei subterane este la —8,0 m (fig. III.1.18).

Rezolvare.

Efortul care apare în pămînt datorită greutății proprii a stratelor de pămînt este denumit presiune geologică și variază proporțional cu grosimea stratelor.

$$\sigma_{zg} = \gamma \cdot z.$$

Acest efort se adaugă la eforturile unitare provenite din încărcarea construcției.

$\sigma_{zg1} = \gamma_1 \cdot h_1 = 17{,}8 \cdot 2{,}0 = 35{,}6$ kN/m² =
$= 0{,}356$ daN/cm²;

$\sigma_{zg2} = \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_2 h_2 = 17{,}8 \cdot 2{,}0 +$
$+ 17{,}2 \cdot 3{,}5 = 35{,}6 + 60{,}2 =$
$= 95{,}8$ kN/m² $= 0{,}958$ daN/cm²;

$\sigma_{zg3} = \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_2 \cdot h_2 + \gamma_3 \cdot h_3 =$
$= 17{,}8 \cdot 2{,}0 + 17{,}2 \cdot 3{,}5 + 16{,}7 \cdot 2{,}5 =$
$= 35{,}6 + 60{,}2 + 41{,}75 = 137{,}5$ kN/m² =
$= 1{,}38$ daN/cm².

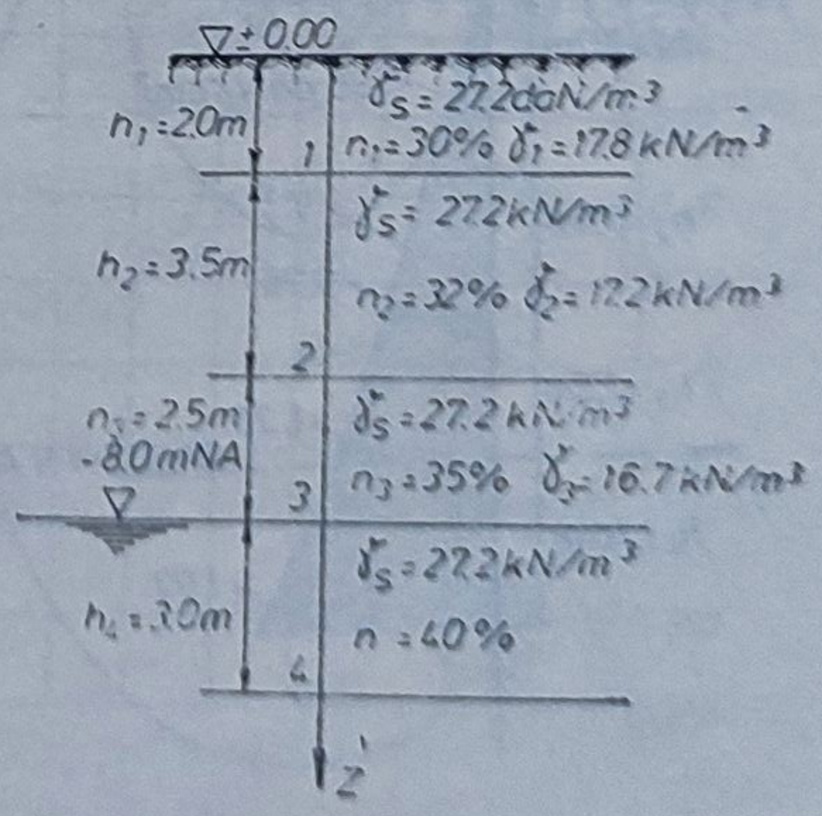


Fig. III.1.18. Caracteristicile terenului din exemplul III.1.12.

De la cota $-8{,}0$ m în jos, diagrama de variație a presiunii geologice suferă o schimbare de pantă (fig. III.1.19). Tensiunea totală la adîncimea $z = -11$ m, este dată de expresia:

$$\sigma_{zg4} = \gamma_1 \cdot h_1 + \gamma_2 \cdot h_2 + \gamma_3 \cdot h_3 + \gamma_{sat} \cdot h_4;$$

$$\gamma_{sat} = \gamma_s(1-n) + n \cdot \gamma_w;$$

$\gamma_w = 10$ kN/m^3 — greutatea specifică a apei;

$$\gamma_{sat} = 27{,}2(1 - 0{,}4) + 0{,}4 \cdot 10 = 27{,}2 \cdot 0{,}6 + 4 = 20{,}32 \text{ kN/m}^3;$$

$$\sigma_{zg4} = 17{,}8 \cdot 2{,}0 + 17{,}2 \cdot 3{,}5 + 16{,}7 \cdot 2{,}5 + 20{,}32 \cdot 3{,}0 =$$

$$= 35{,}6 + 60{,}2 + 41{,}75 + 60{,}96 = 198{,}51 \text{ kN/m}^2;$$

$$\sigma_{zg4} = 1{,}99 \text{ daN/cm}^2.$$

III.1.13. Să se construiască curbele izobare corespunzătoare efortului σ_z pentru o încărcare uniform distribuită pe lățimea $b = 4$ m a cărei intensitate este $p = 3$ daN/cm^2 (fig. III.1.20).

Rezolvare.

În cadrul problemei plane în cazul unei sarcini uniform distribuite cînd $p_{(y)} = p$, eforturile unitare ce apar în masivul de pămînt într-un punct M au următoarele expresii:

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi}(\sin\beta_2 \cos\beta_2 - \sin\beta_1 \cos\beta_1 + \beta_0);$$

$$\sigma_y = \frac{p}{\pi}(\sin\beta_1 \cos\beta_1 - \sin\beta_2 \cos\beta_2 + \beta_0);$$

$$\tau = \frac{p}{\pi}(\sin^2\beta_2 - \sin^2\beta_1).$$

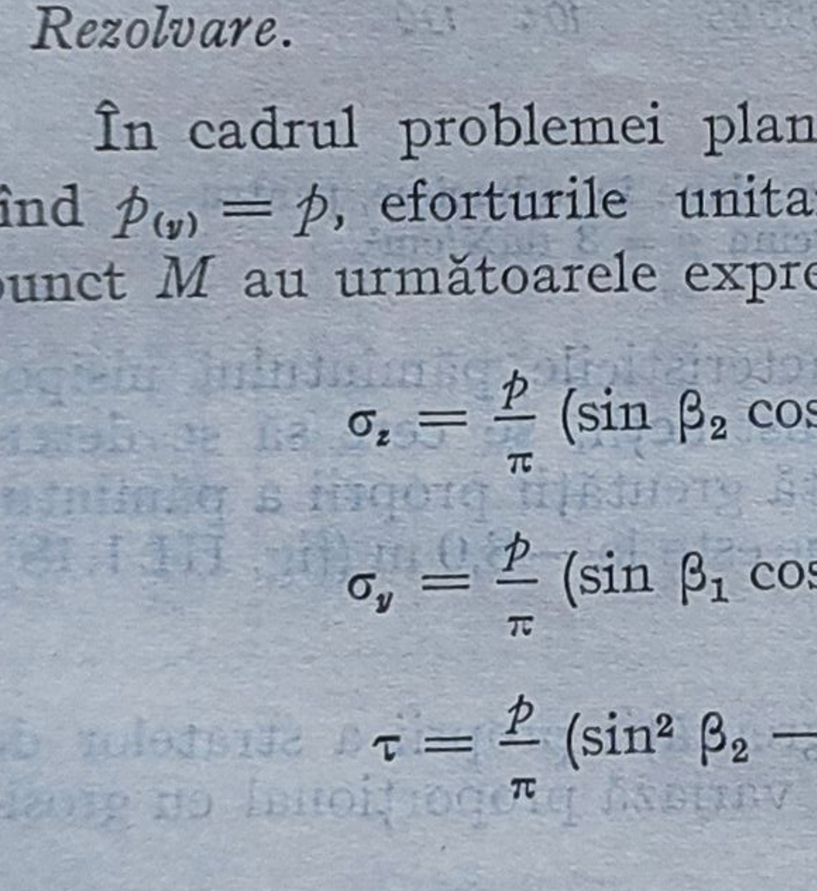


Fig. III.1.19. Variația efortului vertical din greutatea proprie.

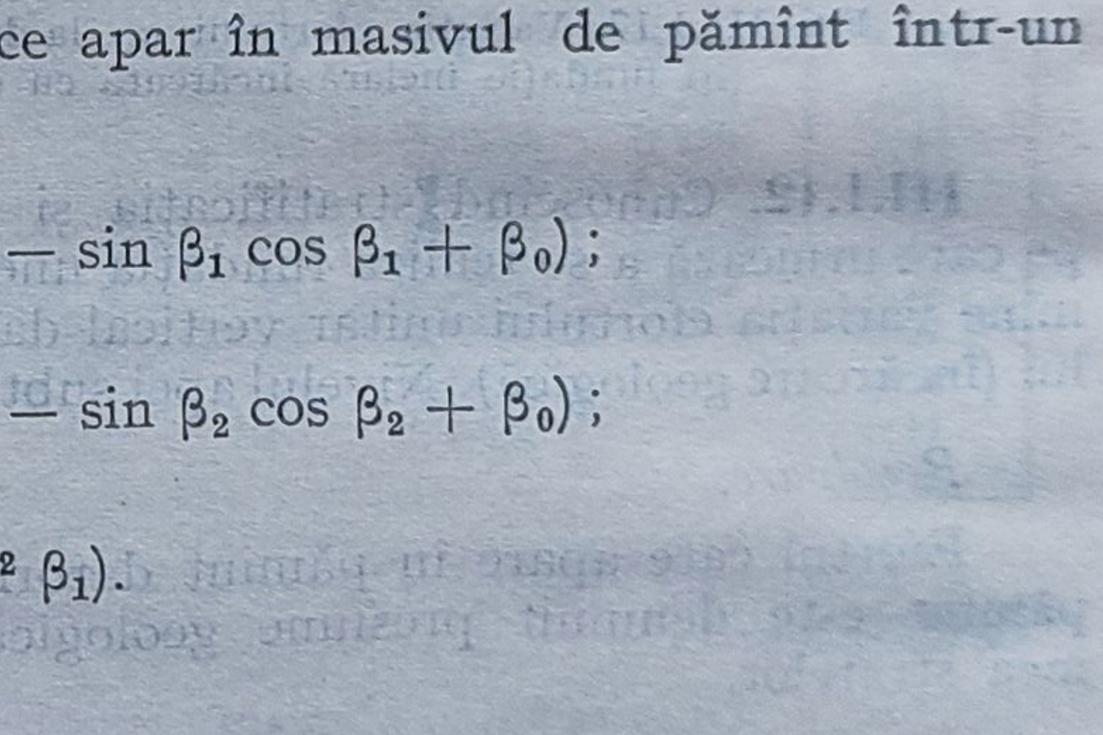


Fig. III.1.20. Încărcarea uniform distribuită pe o fișie de lățime b.

Făcînd notaţiile :

$$I_\sigma = \frac{1}{\pi}(\sin \beta_2 \cos \beta_2 - \sin \beta_1 \cos \beta_1 + \beta_0),$$

$$I_\nu = \frac{1}{\pi}(\sin \beta_1 \cos \beta_1 - \sin \beta_2 \cos \beta_2 + \beta_0),$$

$$I_\tau = \frac{1}{\pi}(\sin^2 \beta_2 - \sin^2 \beta_1);$$

expresiile eforturilor unitare devin :

$$\sigma_z = p \cdot I_\sigma;$$

$$\sigma_\nu = p \cdot I_\nu;$$

$$\tau = p \cdot I_\tau.$$

Valorile coeficienţilor I_σ, I_ν, I_τ se calculează pentru rapoartele x/b şi z/b.

În cazul nostru vom lua valorile pentru I_σ din tabelul III.1.28. Calculul îl vom face tabelar (tab. III.1.29) dînd pentru x valorile : $x_0 = 0$ m ; $x_1 = 1$ m ; $x_2 = 2$ m ; $x_3 = 3$ m ; $x_4 = 6$ m ; $x_5 = 8$ m şi lui z valorile 0 ; 1 ; 2 ... 10 m.

Cu ajutorul valorilor din tabelul III.1.29 s-au construit izobarele din figura III.1.21.

Tabelul III.1.28

Valorile coeficientului I_σ

z/ \ x/b	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00
0,00	1,00	1,00	0,50	0,00	0,00	0,00
0,25	0,96	0,90	0,50	0,02	0,00	0,00
0,50	0,82	0,74	0,48	0,08	0,02	0,00
0,75	0,67	0,61	0,45	0,15	0,04	0,02
1,00	0,55	0,51	0,41	0,19	0,07	0,03
1,25	0,46	0,44	0,37	0,20	0,10	0,04
1,50	0,40	0,38	0,33	0,21	0,11	0,06
1,75	0,35	0,34	0,30	0,21	0,13	0,07
2,00	0,31	0,31	0,28	0,20	0,13	0,08
3,00	0,21	0,21	0,20	0,17	0,135	0,10
4,00	0,16	0,16	0,15	0,14	0,12	0,10
5,00	0,13	0,13	0,12	0,12	0,11	0,09
6,00	0,11	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10

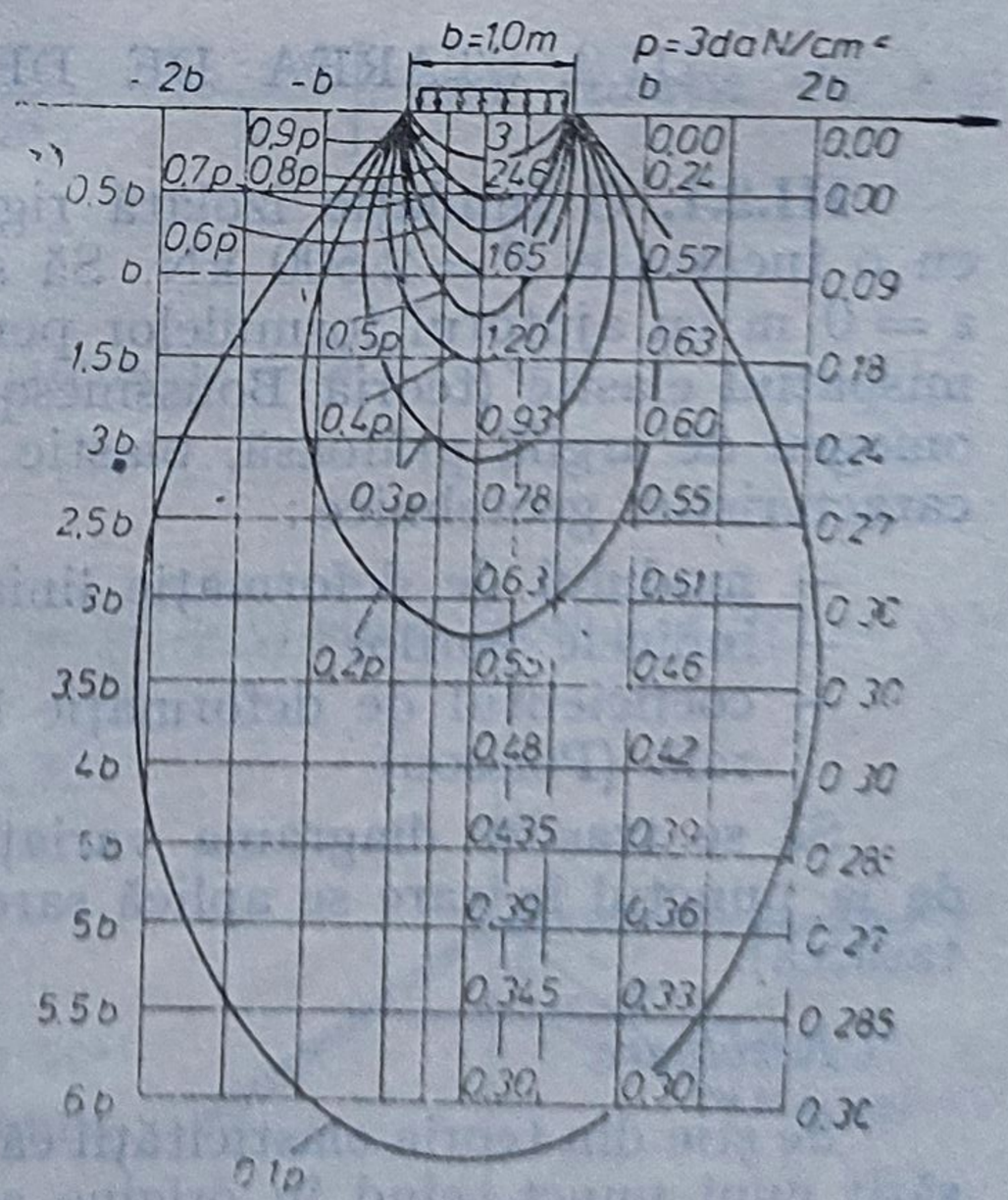


Fig. III.1.21. Izobarele pentru efortul unitar σ_z.

Valori pentru const

x(m)	$b=4$m	$x_0=0$m	$x_1=1$	$x_2=2$	$x_3=4$	$x_4=6$	$x_5=8$	x_0/b	x_1/b	$x_2/$	x_3/b	x_4/b	x_5/b	z/b	I_{f_0}	I_{f_1}
0	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	0	1,00	1,00
2	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	0,50	0,82	0,74
4	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	1,00	0,55	0,51
6	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	1,50	0,40	0,38
8	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	2,00	0,31	0,31
10	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	0,26	0,26
12	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,00	0,21	0,21
14	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	3,50	0,185	0,185
16	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	4,00	0,16	0,16
18	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	4,50	0,145	0,145
20	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	5,00	0,13	0,13
22	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	5,50	0,12	0,115
24	4	0	1	2	4	6	8	0	0,25	0,50	1,00	1,50	2,00	6,00	0,11	0,10

III.2. STAREA DE DEFORMAȚII ÎN PĂMÎNT

III.2.1. O fundație izolată rigidă este încărcată la nivelul terenului cu o încărcare $P = 2\,500$ kN. Să se calculeze tasarea pământului la cota $z = 0$ m cu ajutorul formulelor pentru calculul deformațiilor folosind semispațiul elastic (teoria Boussinesq). Terenul este alcătuit dintr-un strat omogen de argilă prăfoasă, plastic consistentă ($I_c = 0{,}60$) cu următoarele caracteristici geotehnice:

— modulul de deformație liniară $E = 190$ daN/cm²;
— indicele porilor $e = 0{,}65$;
— coeficientul de deformație laterală (Poisson) $\nu = 0{,}35$.

Să se traseze diagrama variației tasărilor în funcție de R (distanța de la punctul în care se aplică sarcina P și punctul în care se calculează tasarea).

Rezolvare.

Se știe din teoria elasticității că valoarea componentei verticale a deplasării unui punct, cînd în origine acționează o forță concentrată P, este:

$$w = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot G}\left[\frac{z^2}{R^3} + \frac{2(1-\nu)}{R}\right],$$

Tabelul III.1.29

rairea curbelor izobare

I_{f_0}	I_{f_1}	I_{f_2}	I_{f_3}	$\sigma_{z_0}=pI_{f_0}$	$\sigma_{z_1}=pI_{f_1}$	$\sigma_{z_2}=pI_{f_2}$	$\sigma_{r_2}=pI_{f_2}$	$\sigma_{z_4}=pI_{f_4}$	$\sigma_{z_5}=pI_{f_5}$
0,50	0,00	0,00	0,00	3,000	3,000	3,000	0,000	0,000	0,00
0,48	0,08	0,02	0,00	2,460	2,220	1,44	0,240	0,060	0,00
0,41	0,19	0,07	0,03	1,650	1,530	1,23	0,570	0,210	0,09
0,33	0,21	0,11	0,06	1,200	1,140	0,99	0,630	0,330	0,18
0,28	0,20	0,13	0,08	0,930	0,930	0,84	0,600	0,390	0,24
0,24	0,185	0,1325	0,09	0,780	0,780	0,72	0,555	0,398	0,27
0,20	0,17	0,135	0,10	0,630	0,630	0,60	0,510	0,405	0,30
0,175	0,155	0,1275	0,10	0,555	0,555	0,525	0,465	0,383	0,30
0,15	0,14	0,12	0,10	0,480	0,480	0,450	0,420	0,360	0,30
0,135	0,13	0,115	0,095	0,435	0,435	0,405	0,390	0,345	0,285
0,12	0,12	0,11	0,09	0,390	0,390	0,360	0,360	0,330	0,270
0,11	0,11	0,105	0,095	0,360	0,345	0,330	0,330	0,315	0,285
0,10	0,10	0,10	0,10	0,330	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300

dar $G=\frac{E}{2(1+\nu)}$, deci $w=\frac{P(1+\nu)}{2\cdot\pi\cdot E}\left[\frac{z^2}{R^3}+\frac{2(1-\nu)}{R}\right]$ sau funcție de r și unghiul ψ (fig. III.2.1):

$$w=\frac{1+\nu}{2\cdot\pi\cdot E}\cdot\frac{P}{r}\cdot\sin\psi[\cos^2\psi+2(1-\nu)].$$

Dacă se notează

$$A_r=(1+\nu)\left[\left(\frac{z}{R}\right)^2+2(1-\nu)\right]\frac{r}{R}=(1+\nu)\sin\psi\,[\cos^2\psi+2(1-\nu)]$$

atunci tasarea punctului $M(x, y, z)$ va fi:

$$w=s=\frac{A_r}{2\cdot\pi E}\cdot\frac{P}{r}.$$

Tasarea punctelor de pe suprafața semispațiului se obține din relația precedentă pentru $z=0$.

$$s_0=w_0=\frac{1-\nu^2}{\pi\cdot E}\cdot\frac{P}{r};$$

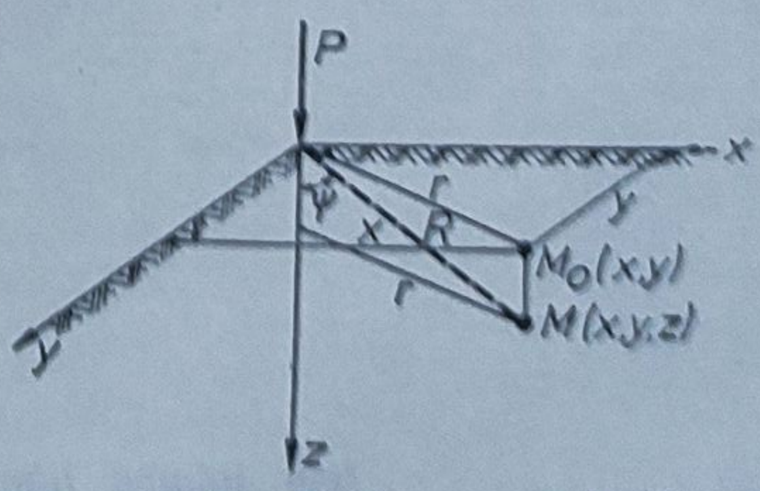


Fig. III.2.1. Forță concentrată pe semispațiu.

în care: P este valoarea forţei concentrate aplicată pe suprafaţa semispaţiului;

E — modulul de deformaţie liniară a terenului;

ν — coeficientul lui Poisson;

r — distanţa dintre punctul în care se aplică forţa P şi punctul de pe suprafaţa semispaţiului în care se produce tasarea w_0.

Folosind datele problemei vom avea:

$$P = 2\,500 \text{ kN} = 250\,000 \text{ daN};$$

$$E_1 = 190 \text{ daN/cm}^2;\ \nu = 0{,}35;$$

$$w_0 = \frac{P(1-\nu^2)}{\pi \cdot E_1} \cdot \frac{1}{r} = \frac{250\,000(1-0{,}35^2)}{3{,}14 \cdot 190} \cdot \frac{1}{r} = 368 \cdot \frac{1}{r}.$$

Rezolvarea este dată în tabelul III.2.1, iar diagrama tasării în figura III.2.2.

Tabelul III.2.1

Calculul tasării

r cm	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$\frac{1}{r}$ cm^{-1}	0,02	0,01	0,00656	0,005	0,004	0,00334	0,00285	0,0025	0,00222	0,002
$\frac{P(1-\nu^2)}{\pi \cdot E_1}$ cm^2	368	368	368	368	368	368	368	368	368	368
$w_0 = \frac{P(1-\nu^2)}{\pi \cdot E_1} \cdot \frac{1}{r}$ cm	7,36	3,68	2,46	1,84	1,47	1,23	1,05	0,92	0,82	0,74

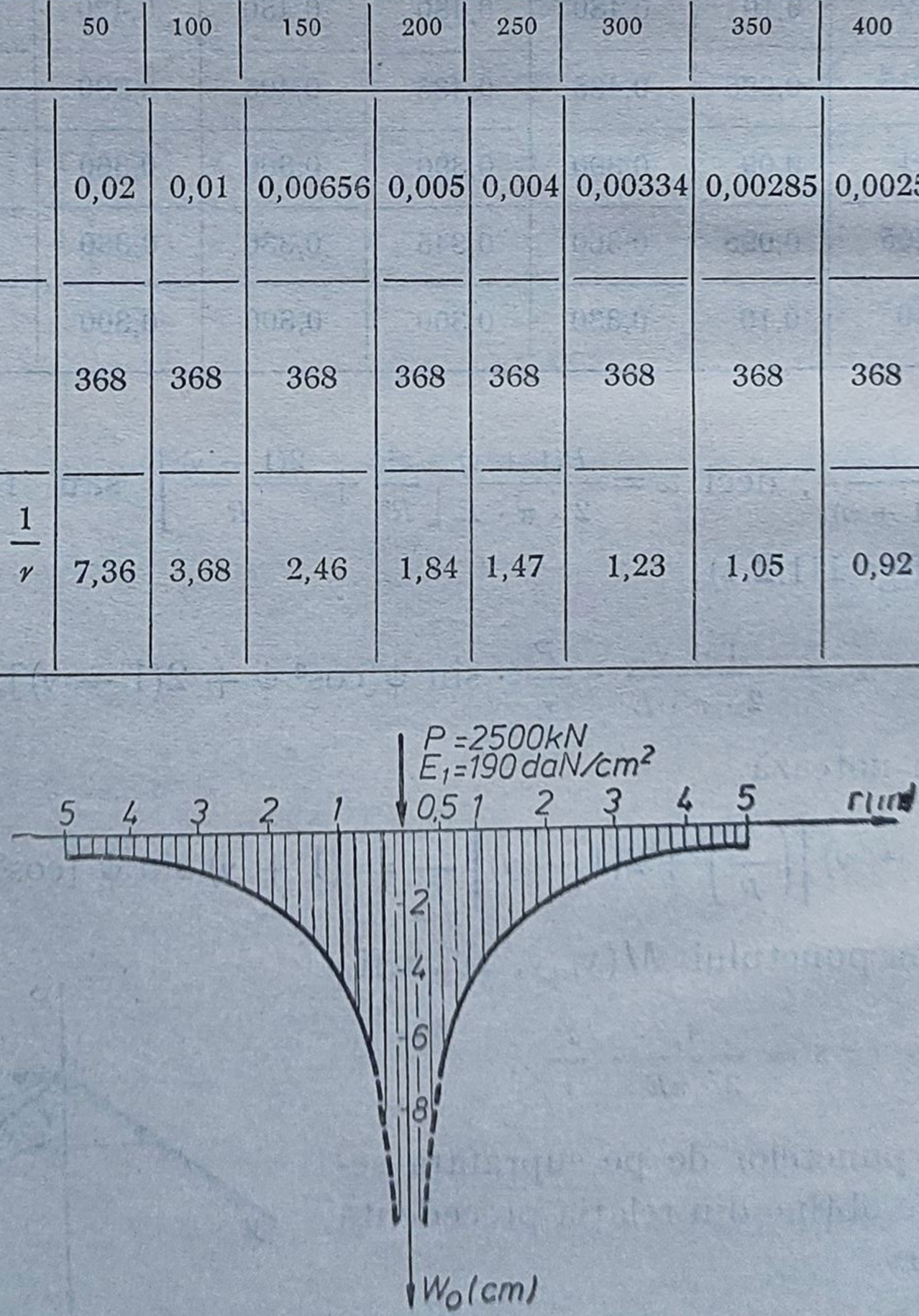


Fig. III.2.2. Diagrama tasării la suprafaţa semispaţiului, în cazul unei forţe concentrate.

III.2.2. Să se rezolve aceeași problemă ca la exemplul III.2.1 în condițiile în care terenul prezintă următoarele caracteristici geotehnice:

— nisip fin;
— indicele porilor $e = 0{,}55$;
— modulul de deformație liniară $E_2 = 380$ daN/cm²;
— coeficientul lui Poisson $\nu = 0{,}30$.

Rezolvare.

$$w_0 = \frac{P(1-\nu^2)}{\pi \cdot E_2} \cdot \frac{1}{r} = \frac{250.000(1-0{,}3^2)}{3{,}14 \cdot 380} \cdot \frac{1}{r} = 190 \cdot \frac{1}{r}.$$

Rezultatele se prezintă în tabelul III.2.2.

Tabelul III.2.2

Variația tasării

r cm	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$\frac{1}{r}$ cm^{-1}	0,02	0,01	0,00656	0,005	0,004	0,00334	0,00285	0,0025	0,00222	0,002
$\frac{P(1-\nu^2)}{\pi \cdot E_2}$ cm^2	190	190	190	190	190	190	190	190	190	190
$w_0 = \frac{P(1-\nu^2)}{\pi \cdot E_2} \cdot \frac{1}{r}$ cm	3,8	1,9	1,27	0,95	0,76	0,63	0,54	0,48	0,42	0,38

În figura III.2.3 se prezintă variația tasării în cazul cînd pămîntul este mai puțin compresibil.

Din diagrama tasărilor construită pentru cele două cazuri se constată că terenurile mai puțin compresibile ($E_2 > E_1$) au tasări mai mici față de cele mai compresibile.

Nu s-a calculat tasarea pentru cazul cînd $R = 0$, deoarece în acest caz se observă că $w_0 \to \infty$ și această situație nu se întîlnește în practică.

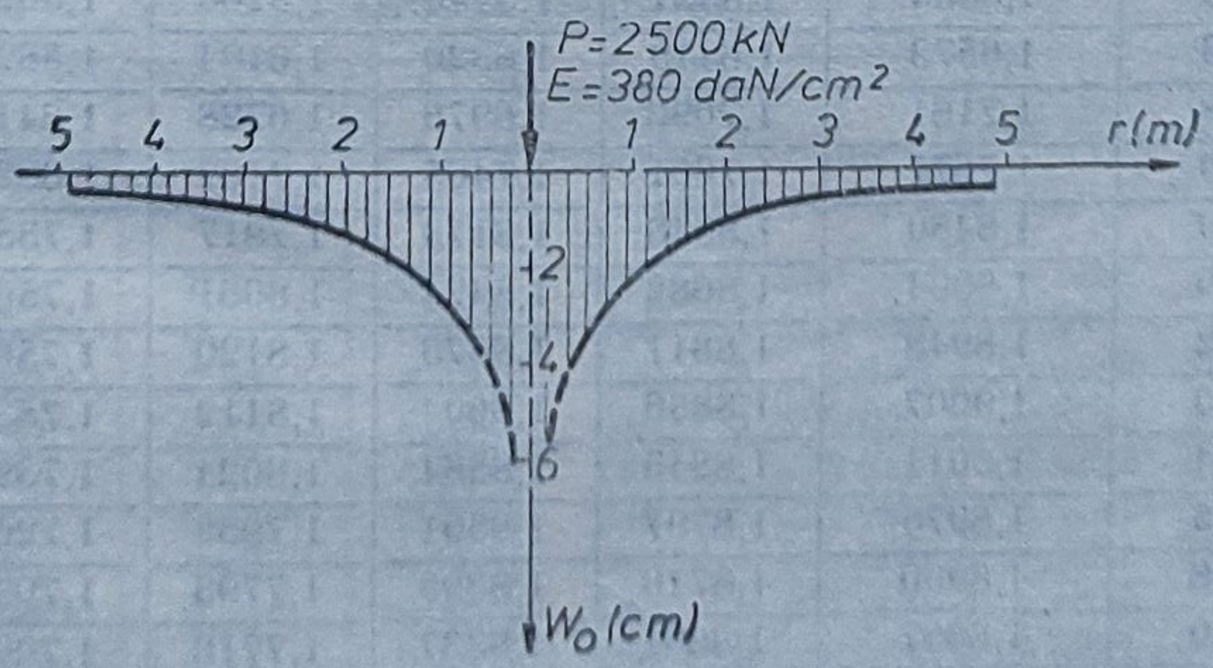


Fig. III.2.3. Variația tasării în cazul unui pămînt mai puțin compresibil.

III.2.3. Un stîlp transmite prin intermediul unei fundații izolate elastice terenului de fundare o încărcare $P = 2\,000$ kN.

Considerînd că terenul este omogen, fiind alcătuit dintr-un nisip prăfos, iar încărcarea este concentrată, să se studieze variația tasării în adîncime la diferite distanțe de punctul de aplicație al forței P.

Terenul de fundare este caracterizat prin:

— indicele porilor $e = 0{,}55$;
— modulul de deformație liniară $E = 280$ daN/cm²;
— coeficientul de deformare laterală $\nu = 0{,}30$.

Rezolvare.

Pentru calculul tasării vom considera că terenul se comportă ca un semispațiu elastic. În acest caz tasarea într-un punct $M(x, y, z)$ se va calcula cu formula

$$s = \frac{A_r}{2 \cdot \pi \cdot E} \cdot \frac{P}{r},$$

în care: A_r reprezintă un coeficient de influență care este dat în tabelul III.2.3 și se calculează în funcție de raportul r/z și coeficientul ν;

Tabelul III.2.3

Valoarea coeficientul A_r pentru calculul tasărilor unui punct în semispațiul încărcat cu o forță concentrată

r/z	Coeficientul ν						
	0,20	0,25	0.27	0,30	0,35	0,40	0,42
0,05	0,1556	0,1560	0,1558	0,1556	0,1549	0,1536	0,1530
0,10	0,3093	0,3097	0,3096	0,3092	0,3076	0,3051	0,3038
0,15	0,4589	0,4595	0,4593	0,4586	0,4562	0,4523	0,4504
0,20	0,6028	0,6034	0,6031	0,6021	0,5988	0,5935	0,5908
0,25	0,7396	0,7401	0,7396	0,7382	0,7338	0,7270	0,7236
0,30	0,8681	0,8683	0,8676	0,8657	0,8602	0,8518	0,8477
0,35	0,9874	0,9873	0,9863	0,9838	0,9771	0,9670	0,9621
0,40	1,0973	1,0966	1,0952	1,0921	1,0840	1,0722	1,0664
0,45	1,1974	1,1960	1,1943	1,1905	1,1809	1,1672	1,1606
0,50	1,2880	1,2857	1,2836	1,2790	1,2678	1,2522	1,2447
0,60	1,4417	1,4375	1,4344	1,4281	1,4136	1,3940	1,3846
0,70	1,5628	1,5563	1,5521	1,5440	1,5260	1,5022	1,4911
0,80	1,6563	1,6573	1,6419	1,6320	1,6104	1,5826	1,5697
0,90	1,7278	1,7161	1,7096	1,6978	1,6728	1,6411	1,6266
1,00	1,7819	1,7677	1,7601	1,7465	1,7182	1,6829	1,6668
1,25	1,8649	1,8450	1,8348	1,8173	1,7817	1,7384	1,7189
1,50	1,9050	1,8804	1,8682	1,8474	1,8061	1,7565	1,7344
1,75	1,9232	1,8948	1,8811	1,8578	1,8120	1,7561	1,7334
2,00	1,9320	1,9007	1,8856	1,8604	1,8112	1,7531	1,7273
2,50	1,9364	1,9011	1,8843	1,8564	1,8024	1,7392	1,7113
3,00	1,9355	1,8975	1,8797	1,8501	1,7932	1,7268	1,6975
4,00	1,9308	1,8900	1,8710	1,8395	1,7793	1,7094	1,6787
5,00	1,9280	1,8857	1,8661	1,8337	1,7718	1,7002	1,6688
7,00	1,9248	1,8813	1,8611	1,8278	1,7644	1,6912	1,6591
10,00	1,9223	1,8780	1,8575	1,8238	1,7596	1,6842	1,6530

P — forţa concentrată care acţionează la suprafaţa semispaţiului;
E — modulul de deformaţie liniară;
r — distanţa la care calculăm tasarea, luată faţă de punctul de aplicaţie al forţei.

Tasarea punctelor de pe suprafaţa semisapţiului se va calcula cu formula

$$s_0 = \frac{1 - \nu^2}{\pi \cdot E} \cdot \frac{P}{r}.$$

Se va studia variaţia tasării la distanţele $r_1 = 0{,}5$ m, $r_2 = 1{,}0$ m, $r_3 = 1{,}5$ m şi $r_4 = 2{,}0$ m faţă de punctul de aplicaţie al forţei P, luîndu-se pentru z valorile 1; 2; 3 ... 10 m.

Calculele sînt redate în tabelele III.2.4—III.2.7.

Tabelul III.2.4

Variaţia tasării la $r_1 = 0{,}50$ m

z cm	r cm	r/z	ν	E daN/cm²	P daN	A_r	$\frac{P}{2 \cdot \pi \cdot E \cdot r}$	s cm
100	50	0,5	0,30	280	200 000	1,279	2,27	2,91
200	50	0,25	0,30	280	200 000	0,7382	2,27	1,68
300	50	0,17	0,30	280	200 000	0,516	2,27	1,17
400	50	0,125	0,30	280	200 000	0,3839	2,27	0,87
500	50	0,10	0,30	280	200 000	0,3092	2,27	0,70
600	50	0,08	0,30	280	200 000	0,2478	2,27	0,56
700	50	0,07	0,30	280	200 000	0,2170	2,27	0,49
800	50	0,06	0,30	280	200 000	0,1863	2,27	0,42
900	50	0,055	0,30	280	200 000	0,1709	2,27	0,39
1000	50	0,05	0,30	280	200 000	0.1556	2,27	0,35

Pentru $z = 0$ tasarea o vom calcula cu formula

$$s_0 = \frac{1 - \nu^2}{\pi \cdot E} \cdot \frac{P}{r};$$

$$s_0 = \frac{1 - 0{,}3^2}{3{,}14 \cdot 280} \cdot \frac{200\,000}{50} = 4{,}14 \text{ cm}.$$

Tabelul III.2.5

Variaţia tasării la $r_2 = 1{,}0$ m

z cm	r cm	r/z	ν	E daN/cm²	P daN	A_r	$\frac{P}{2 \cdot \pi \cdot E \cdot r}$	s cm
100	100	1	0,30	280	200 000	1,7465	1,13	1,99
200	100	0,5	0,30	280	200 000	1,279	1,13	1,45
300	100	0,33	0,30	280	200 000	0,9366	1,13	1,06
400	100	0,25	0,30	280	200 000	0,7382	1,13	0,84
500	100	0,20	0,30	280	200 000	0,6021	1,13	0,68
600	100	0,17	0,30	280	200 000	0,5160	1,13	0,59
700	100	0,14	0,30	280	200 000	0,4287	1,13	0,49
800	100	0,125	0,30	280	200 000	0,3893	1,13	0,44
900	100	0,11	0,30	280	200 000	0,3391	1,13	0,39
1 000	100	0,10	0,30	280	200 000	0,3092	1,13	0,35

Pentru $z = 0$ tasarea va fi egală cu

$$s_0 = \frac{1 - 0{,}3^2}{3{,}14 \cdot 280} \cdot \frac{200\,000}{100} = 2{,}07 \text{ cm.}$$

Tabelul III.2.6

Variaţia tasării la $r_3 = 1{,}5$ m

z cm	r cm	r/z	ν	E daN/cm²	P daN	A_r	$\frac{P}{2 \cdot \pi \cdot E \cdot r}$	s cm
100	150	1,5	0,3	280	200 000	1,8474	0,7579	1,40
200	150	0,75	0,3	280	200 000	1,588	0,7579	1,20
300	150	0,50	0,3	280	200 000	1,279	0,7579	0,97
400	150	0,375	0,3	280	200 000	1,0379	0,7579	0,79
500	150	0,30	0,3	280	200 000	0,8657	0,7579	0,66
600	150	0,25	0,3	280	200 000	0,7382	0,7579	0,56
700	150	0,21	0,3	280	200 000	0,6293	0,7579	0,48
800	150	0,19	0,3	280	200 000	0,5734	0,7579	0,43
900	150	0,17	0,3	280	200 000	0,516	0,7579	0,39
1 000	150	0,15	0,3	280	200 000	0,4586	0,7579	0,35

Pentru $z = 0$ tasarea va fi egală cu:

$$s_0 = \frac{1 - 0{,}3^2}{3{,}14 \cdot 280} \cdot \frac{200\,000}{150} = 1{,}38 \text{ cm.}$$

Tabelul III.2.7

Variaţia tasării la $r_4 = 2{,}0$ m

z cm	r cm	r/z	ν	E daN/cm²	P daN	A_r	$\frac{P}{2 \cdot \pi \cdot E \cdot r}$	s cm
100	200	2,00	0,3	280	200 000	1,8604	0,5684	1,06
200	200	1,00	0,3	280	200 000	1,7465	0,5684	0,99
300	200	0,67	0,3	280	200 000	1,5092	0,5684	0,86
400	200	0,50	0,3	280	200 000	1,2790	0,5684	0,73
500	200	0,40	0,3	280	200 000	1,0921	0,5684	0,62
600	200	0,33	0,3	280	200 000	0,9366	0,5684	0,53
700	200	0,29	0,3	280	200 000	0,8402	0,5684	0,48
800	200	0,25	0,3	280	200 000	0,7382	0,5684	0,42
900	200	0,22	0,3	280	200 000	0,6565	0,5684	0,37
1 000	200	0,20	0,3	280	200 000	0,6021	0,5684	0,34

Pentru $z = 0$ tasarea va fi egală cu:

$$s_0 = \frac{1 - 0{,}3^2}{3{,}14 \cdot 280} \cdot \frac{200\,000}{200} = 1{,}03 \text{ cm.}$$

În figura III.2.4 se prezintă variaţia tasării semispaţiului încărcat cu o forţă concentrată $P = 2\,000$ kN, la distanţele r_1, r_2, r_3, r_4 faţă de punctul de aplicaţie al lui P.

Din studierea diagramei de tasări din figura III.2.4 se poate observa că de la o anumită valoare a distanţei r faţă de punctul de aplicaţie al forţei P (în cazul nostru pentru valori ale lui $r \geqslant 1{,}5$ m), tasările au aproxi-

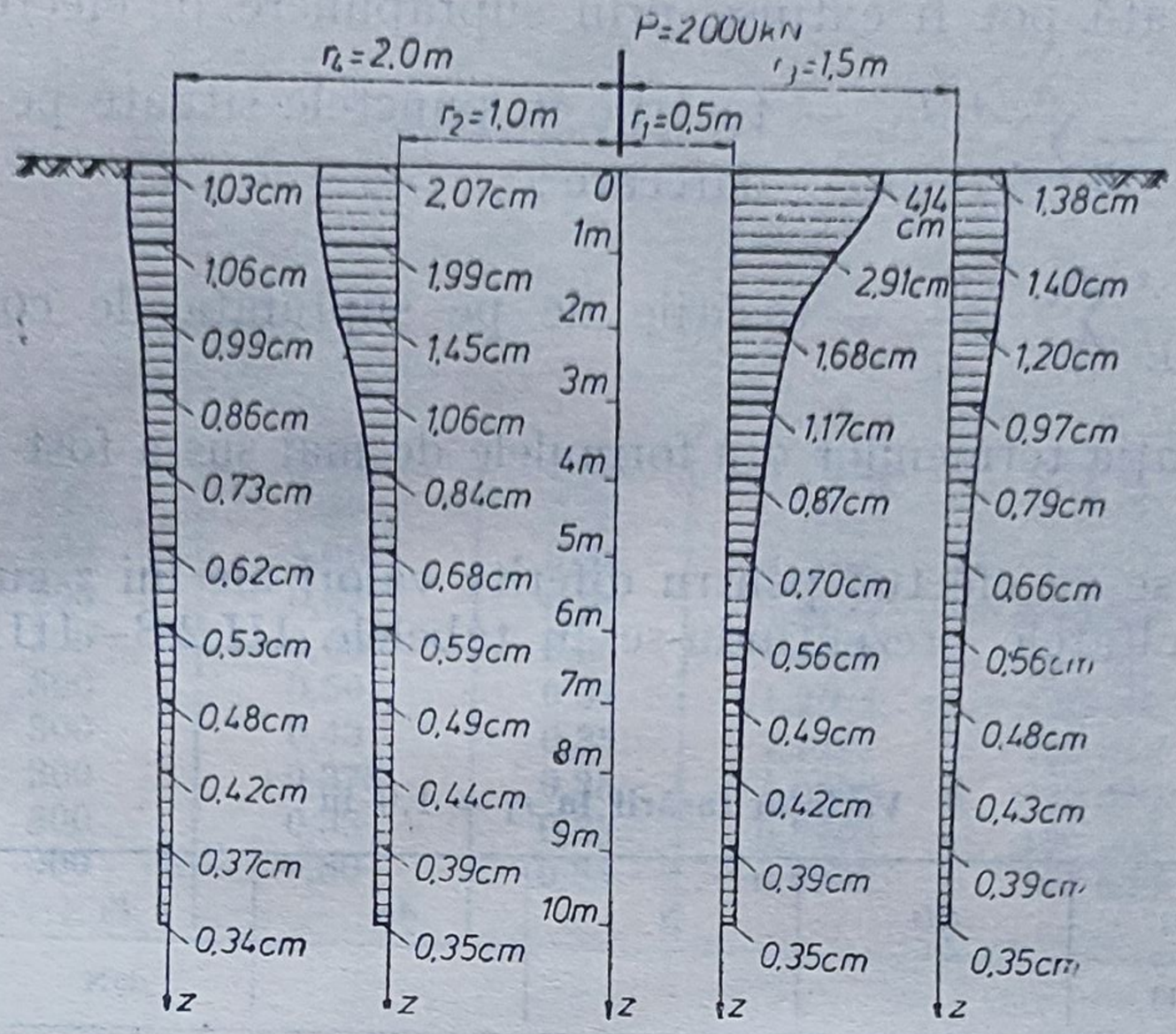


Fig. III.2.4. Diagrame de variație ale mărimii tasărilor la diferite adîncimi, în cazul unui semispațiu încărcat cu o forță concentrată.

mativ aceeași variație ca și eforturile σ_z în cazul semispațiului elastic încărcat cu o forță concentrată, adică tasarea suplimentară nu mai este în suprafață, ci la o cotă anumită z.

III.2.4. Suprafața orizontală a unui semispațiu este încărcată cu forțele $P_1 = 500$ kN, $P_2 = 1\,000$ kN, $P_3 = 1\,500$ kN, $P_4 = 2\,000$ kN, situate la distanțele $r_1 = 1$ m, $r_2 = 2$ m, $r_3 = 3$ m și $r_4 = 4$ m față de punctul O. Terenul este alcătuit dintr-un strat omogen de praf argilos, plastic vîrtos ($I_c = 0{,}82$) și prezintă următoarele caracteristici geotehnice:

— modulul de deformație liniară $E = 210$ daN/cm²;
— indicele porilor $e = 0{,}75$;
— coeficientul lui Poisson $\nu = 0{,}35$.

Se cere să se calculeze variația tasării dată de forțele P_1, P_2, P_3, P_4 pe verticala ce trece prin punctul O.

Rezolvare.

În cazul în care semispațiul este încărcat cu mai multe forțe concentrate (fig. III.2.5) relațiile stabilite pentru semispațiul încărcat cu o

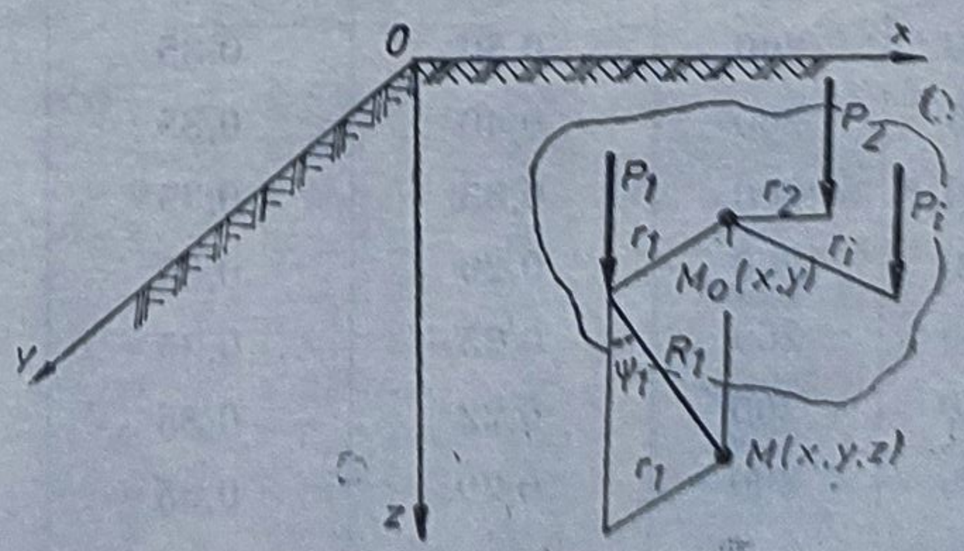


Fig. III.2.5. Tasarea semispațiului încărcat cu mai multe forțe concentrate.

forță concentrată pot fi extinse, prin suprapunere de efecte obținîndu-se:

$s_M = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot E} \sum_1^n \frac{A_{r_i} P_i}{r_i}$ — tasările în punctele situate pe o verticală oarecare;

$s_0 = \frac{1 - \nu^2}{\pi \cdot E} \sum_1^n \cdot \frac{P_i}{r_i}$ — tasările de pe suprafața de contact.

Semnificația termenilor din formulele de mai sus a fost dată în exemplul III.2.3.

Calculul se va efectua pentru diferite valori ale lui z cuprinse între 0 și 10 m, rezultatele prezentîndu-se în tabelele III.2.8—III.2.12.

Tabelul III.2.8

Variația tasării la $r_1 = 1{,}0$ m

z cm	r_1 cm	r_1/z	ν	Ar_1	P_1 daN	$\frac{Ar_1 P_1}{r_1}$ daN/cm
100	100	1,0	0,35	1,7182	50 000	859,1
200	100	0,5	0,35	1,2678	50 000	633,9
300	100	0,33	0,35	0,9303	50 000	465,2
400	100	0,25	0,35	0,7338	50 000	366,9
500	100	0,20	0,35	0,5988	50 000	299,4
600	100	0,17	0,35	0,5132	50 000	256,6
700	100	0,14	0,35	0,4265	50 000	213,3
800	100	0,13	0,35	0,3968	50 000	198,4
900	100	0,11	0,35	0,3373	50 000	168,7
1 000	100	0,10	0,35	0,3076	50 000	153,8

Tabelul III.2.9

Variația tasării la $r_2 = 2{,}0$ m

z cm	r_2 cm	r_2/z	ν	Ar_2	P_2 daN	$\frac{Ar_2 P_2}{r_2}$ daN/cm
100	200	2,00	0,35	1,8112	100 000	905,6
200	200	1,00	0,35	1,7182	100 000	859,1
300	200	0,67	0,35	1,4923	100 000	746,2
400	200	0,50	0,35	1,2678	100 000	633,9
500	200	0,40	0,35	1,0840	100 000	542,0
600	200	0,33	0,35	0,9303	100 000	465,2
700	200	0,29	0,35	0,8349	100 000	417,5
800	200	0,25	0,35	0,7338	100 000	366,9
900	200	0,22	0,35	0,6528	100 000	326,4
1 000	200	0,20	0,35	0,5988	100 000	299,4

Tabelul III.2.10

Variaţia tasării la $r_3 = 3{,}0$ m

z cm	r_3 cm	r_3/z	ν	A_{r_3}	P_3 daN	$\frac{A_{r_3}P_3}{r_3}$ daN/cm
100	300	3,00	0,35	1,7932	150 000	896,6
200	300	1,50	0,35	1,8061	150 000	903,1
300	300	1,00	0,35	1,7182	150 000	859,1
400	300	0,67	0,35	1,6047	150 000	802,4
500	300	0,60	0,35	1,4136	150 000	706,8
600	300	0,50	0,35	1,2678	150 000	633,9
700	300	0,43	0,35	1,1421	150 000	571,2
800	300	0,375	0,35	1,0306	150 000	515,3
900	300	0,33	0,35	0,9303	150 000	465,2
1 000	300	0,30	0,35	0,8602	150 000	430,1

Tabelul III.2.11

Variaţia tasării la $r_4 = 4{,}0$ m

z cm	r_4 cm	r_4/z	ν	A_{r_4}	P_4 daN	$\frac{A_{r_4}P_4}{r_4}$ daN/cm
100	400	4,00	0,35	1,7793	200 000	889,7
200	400	2,00	0,35	1,8112	200 000	905,6
300	400	1,33	0,35	1,7895	200 000	894,8
400	400	1,00	0,35	1,7182	200 000	859,1
500	400	0,80	0,35	1,6104	200 000	805,2
600	400	0,67	0,35	1,4923	200 000	746,1
700	400	0,57	0,35	1,3699	200 000	685,0
800	400	0,50	0,35	1,2678	200 000	633,9
900	400	0,44	0,35	1,1615	200 000	580,8
1 000	400	0,40	0,35	1,0840	200 000	542,0

Tabelul III.2.12

Tasarea totală

cm	$\frac{A_{r_1}P_1}{r_1}$ daN/cm	$\frac{A_{r_2}P_2}{r_2}$ daN/cm	$\frac{A_{r_3}P_3}{r_3}$ daN/cm	$\frac{A_{r_4}P_4}{r_4}$ daN/cm	$\sum \frac{A_{ri}P_i}{r_i}$ daN/cm	E daN/cm^2	$\frac{1}{2\cdot\pi\cdot E}$ cm^2/daN	s cm
100	859,1	905,6	896,6	889,7	3 551,0	210	0,0007579	2,69
200	633,9	859,1	903,1	905,6	3 301,7	210	0,0007579	2,50
300	465,2	746,2	859,1	894,8	2 965,3	210	0,0007579	2,25
400	366,9	633,9	802,4	859,1	2 662,3	210	0,0007579	2,02
500	299,4	542,0	706,8	805,2	2 353,4	210	0,0007579	1,78
600	256,6	465,2	633,9	746,1	2 101,8	210	0,0007679	1,59
700	213,3	417,5	571,2	685,0	1 887,0	210	0,0007579	1,43
800	198,4	366,9	515,3	633,9	1 714,5	210	0,0007579	1,30
900	168,7	326,4	465,2	580,8	1 541,1	210	0,0007579	1,17
1 000	153,8	299,4	430,1	542,0	1 425,3	210	0,0007579	1,08

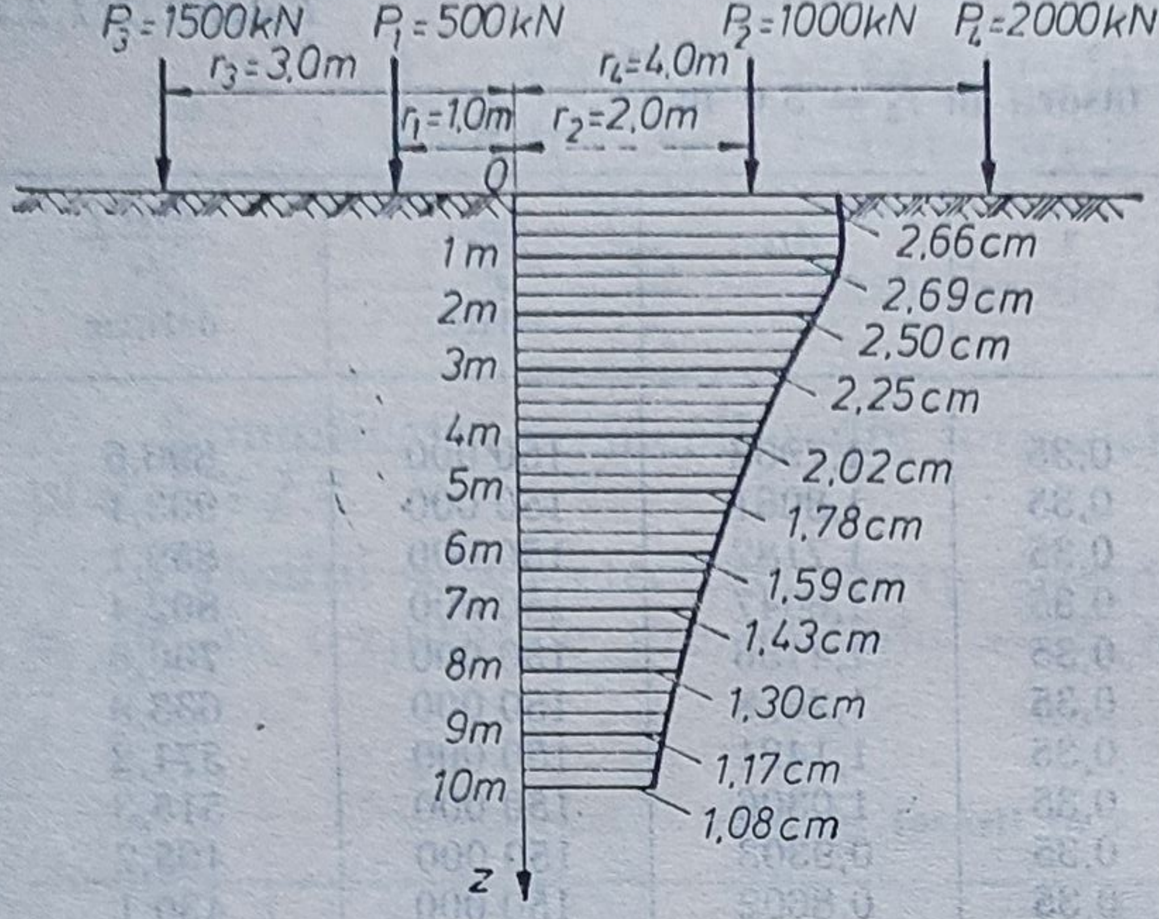


Fig. III.2.6. Diagrama de variație a mărimii tasărilor la diferite adîncimi în cazul unui semispațiu încărcat cu mai multe forțe concentrate.

Tasarea pentru $z = 0$ va fi egală cu:

$$s_0 = \frac{1-\nu^2}{\pi \cdot E}\left(\frac{P_1}{r_1}+\frac{P_2}{r_2}+\frac{P_3}{r_3}+\frac{P_4}{r_4}\right)=$$

$$=\frac{1-0{,}35^2}{3{,}14\cdot 210}\cdot\left(\frac{50\,000}{100}+\frac{100\,000}{200}+\right.$$

$$\left.+\frac{150\,000}{300}+\frac{200\,000}{400}\right)=2{,}66 \text{ cm}.$$

Diagrama variației tasării este redată în figura III.2.6.

III.2.5. Pentru fundația din figura III.2.7 să se calculeze tasarea pe suprafața de contact a fundației cu terenul, în cazul în care se consideră că fundația este flexibilă. Fundația are o formă pătrată în plan cu latura de 2,75 m, fiind încărcată cu o forță de 2 000 kN. Terenul de fundare este alcătuit dintr-un praf nisipos care este caracterizat prin:

- indicele porilor $e = 0{,}65$;
- modulul de deformație liniară $E = 170$ daN/cm²;
- coeficientul lui Poisson $\nu = 0{,}35$;
- greutatea volumică a pământului $\gamma = 17{,}5$ kN/m³.

Rezolvare.

Conform formulelor deduse de Schleicher, tasarea pe suprafața de contact, în cazul în care semispațiul este încărcat cu o forță distribuită (fig. 2.8), se va calcula cu formula:

$$s = \frac{p \cdot \sqrt{A}(1-\nu^2)}{E} \cdot \bar{\omega}.$$

Se deosebesc următoarele situații:

— tasarea în centrul fundației $s_0 = \frac{p_n \cdot \sqrt{A}(1-\nu^2)}{E}\bar{\omega}_0$;

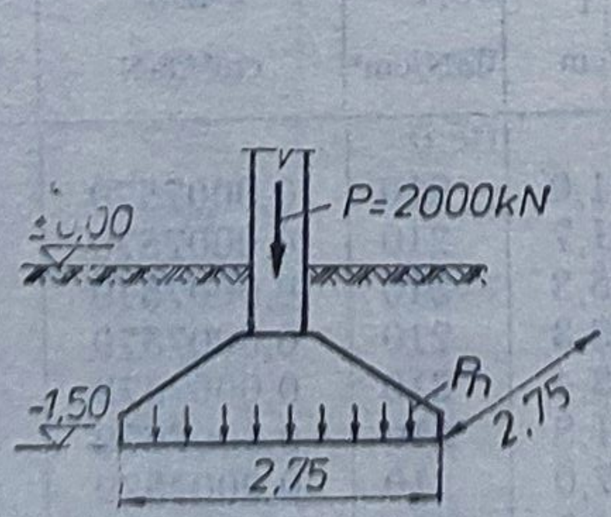


Fig. III.2.7. Fundație flexibilă de formă pătrată încărcată centric.

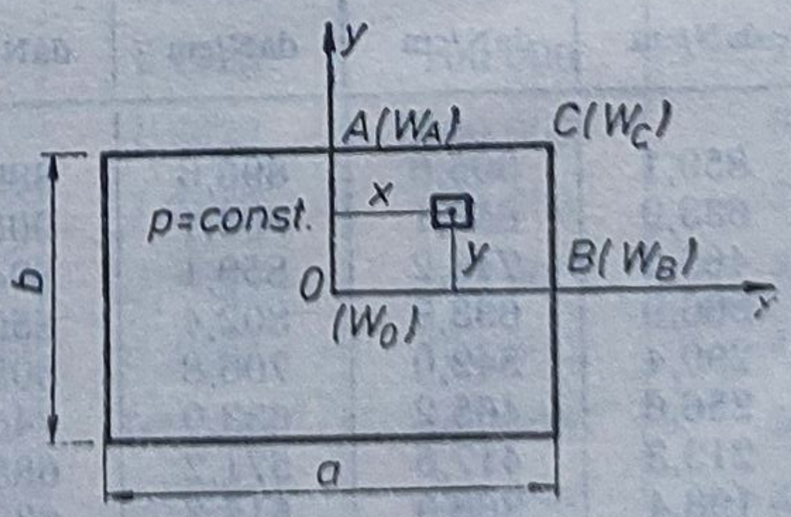


Fig. III.2.8. Tasarea în cazul unei suprafețe dreptunghiulare încărcată cu o forță uniform distribuită.

— tasarea în colțul fundației pătrate (dreptunghiulare) sau la marginea cercului $s_c = \frac{p_n \cdot \sqrt{A}(1-\nu^2)}{E} \cdot \bar{\omega}_c$;

— tasarea medie $s_m = \frac{p_n \cdot \sqrt{A}(1-\nu^2)}{E} \cdot \bar{\omega}_m$;

— tasarea la jumătatea laturii mari $s_A = \frac{p_n \cdot \sqrt{A}(1-\nu^2)}{E} \cdot \bar{\omega}_A$;

— tasarea la jumătatea laturii mici $s_B = \frac{p_n \cdot \sqrt{A}(1-\nu^2)}{E} \cdot \bar{\omega}_B$.

În formulele de mai sus s-au făcut următoarele notații:

— p_n este efortul unitar mediu pe talpa fundației, în daN/cm²;
— A — suprafața fundației, în cm²;
— ν — coeficientul lui Poisson;
— E — modulul de deformație liniară;
— $\bar{\omega}_0, \bar{\omega}_c, \bar{\omega}_m, \bar{\omega}_A, \bar{\omega}_B$ — coeficienți funcție de forma fundației și de raportul laturilor ei (tab. III.2.13).

Tabelul III.2.13

Valorile coeficientului $\bar{\omega}$ pentru calculul tasărilor în punctele caracteristice ale unei suprafețe dreptunghiulare solicitată cu o încărcare uniform distribuită

Suprafața de încărcare	$\bar{\omega}_m$	$\bar{\omega}_0$	$\bar{\omega}_A$	$\bar{\omega}_B$	$\bar{\omega}_C$	$\omega_{const.}$
Pătrat $\alpha = 1$	0,95	1,12	0,76	0,76	0,56	0,88
Dreptunghi $\alpha = 1,5$	0,94	1,11	0,79	0,73	0,55	0,88
Dreptunghi $\alpha = 2,0$	0,92	1,08	0,79	0,69	0,54	0,86
Dreptunghi $\alpha = 3,0$	0,88	1,03	0,78	0,64	0,51	0,83
Dreptunghi $\alpha = 5,0$	0,82	0,94	0,75	0,57	0,47	0,77
Dreptunghi $\alpha = 10$	0,71	0,80	0,67	0,47	0,40	0,67
Dreptunghi $\alpha = 100$	0,37	0,40	0,36	0,22	0,20	—
Dreptunghi $\alpha = 1\,000$	0,63	0,173	0,159	0,093	0,087	—
Dreptunghi $\alpha = 10\,000$	0,66	0,069	0,065	0,037	0,035	—
Cerc	0,96	1,13	—	—	0,72*	—
Cerc, fundație rigidă	0,89	0,89	—	—	0,89	0,89

* Pe periferia cercului

$p_n = p_{ef} - \gamma \cdot D_f$;

$p_{ef} = \frac{P + G_f}{A}$;

$G_f = A_f \cdot D_f \cdot \gamma_b \cdot 0,85$ — reprezintă greutatea fundației;

$G_f = 2,75 \cdot 2,75 \cdot 1,5 \cdot 22 \cdot 0,85 = 212$ kN;

$$p_n = \frac{2\,000 + 212}{2,75 \cdot 2,75} - 17,5 \cdot 1,5 = \frac{2\,212}{7,6} - 26,3 = 291 - 26,3 =$$
$$= 264,7 \text{ kN/m}^2 = 2,65 \text{ daN/cm}^2.$$

Din tabelul III.2.13, în funcție de $\alpha = \frac{a}{b} = \frac{2{,}75}{2{,}75} = 1$, vom extrage valorile corespunzătoare lui $\bar{\omega}$.

$$\bar{\omega}_0 = 1{,}12\,;\ \bar{\omega}_m = 0{,}95\,;\ \bar{\omega}_c = \frac{1}{2}\cdot\bar{\omega}_0 = 0{,}56\,;\ \bar{\omega}_A = 0{,}76\,;\ \bar{\omega}_B = 0{,}76.$$

$$s_0 = \frac{p_n\cdot\sqrt{A}(1-\nu^2)}{E}\cdot\bar{\omega}_0 = \frac{2{,}65\cdot\sqrt{275\cdot 275}(1-0{,}35^2)}{170}\cdot 1{,}12 =$$

$$= \frac{2{,}65\cdot 275\cdot 0{,}877}{170}\cdot 1{,}12 = 4{,}2\ \text{cm}\,;$$

$$s_c = \frac{p_n\cdot\sqrt{A}(1-\nu^2)}{E}\cdot\bar{\omega}_c = \frac{2{,}65\cdot 275(1-0{,}35^2)}{170}\cdot 0{,}56 =$$

$$= \frac{2{,}65\cdot 275\cdot 0{,}877}{170}\cdot 0{,}56 = 2{,}1\ \text{cm}\,;$$

$$s_m = \frac{p_n\cdot\sqrt{A}(1-\nu^2)}{E}\cdot\bar{\omega}_m = \frac{2{,}65\cdot 275(1-0{,}35^2)}{170}\cdot 0{,}95 = 3{,}58\ \text{cm}\,;$$

$$s_A = s_B = \frac{p_n\cdot\sqrt{A}(1-\nu^2)}{E}\cdot\bar{\omega}_A = \frac{2{,}65\cdot 275(1-0{,}35^2)}{170}\cdot 0{,}76 =$$

$$= \frac{2{,}65\cdot 275\cdot 0{,}877}{170}\cdot 0{,}76 = 3{,}30\ \text{cm}.$$

În figura III.2.9 se prezintă modul de variație al tasării sub fundația flexibilă din exemplul prezentat.

III.2.6. O fundație elastică dreptunghiulară, avînd dimensiunile în plan de $(2{,}50 \times 3{,}75)\ \text{m}^2$ este încărcată cu o forță centrică $P = 2\,500$ kN (fig. III.2.10). Cunoscînd că terenul de fundare are următoarele caracteristici:

— indicele porilor $e = 0{,}65$;

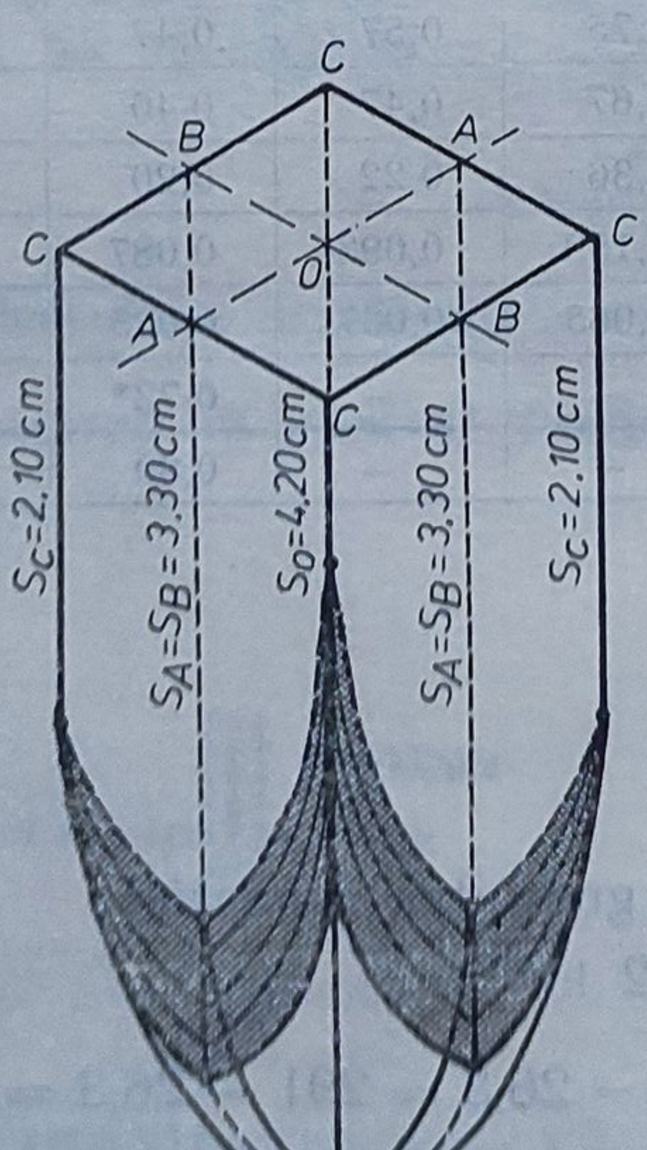


Fig. III.2.9. Variația tasării în cazul unei fundații de formă pătrată în plan.

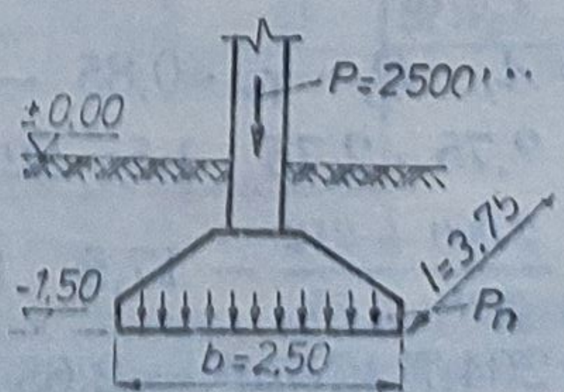


Fig. III.2.10. Fundație flexibilă de formă dreptunghiulară încărcată centric.

— modulul de deformaţie liniară $E = 170$ daN/cm²;
— coeficientul lui Poisson $\nu = 0{,}35$;
— greutatea volumică a pământului $\gamma = 17{,}5$ kN/m³;

iar fundaţia se consideră flexibilă, să se calculeze tasarea fundaţiei pe suprafaţa de contact cu terenul.

Rezolvare.

$$G_f = 2{,}5 \cdot 3{,}75 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}85 \cdot 22 = 263 \text{ kN};$$

$$p_n = \frac{P + G_f}{A} - \gamma \cdot D_f = \frac{2\,500 + 263}{2{,}5 \cdot 3{,}75} - 17{,}5 \cdot 1{,}5 =$$

$$= 294{,}7 - 26{,}2 = 268{,}5 \text{ kN/m}^2;$$

$p_n = 2{,}68$ daN/cm² reprezintă efortul unitar net pe talpa fundaţiei. Calculînd valoarea lui $\alpha = \frac{3{,}75}{2{,}50} = 1{,}5$, vom scoate din tabelul III.2.13 valorile lui $\bar{\omega}$.

$$\bar{\omega}_0 = 1{,}11;\ \bar{\omega}_m = 0{,}94;\ \bar{\omega}_A = 0{,}79;\ \bar{\omega}_B = 0{,}73;\ \bar{\omega}_C = 0{,}55.$$

Avînd aceste valori se poate calcula tasarea în centrul fundaţiei, în colţ, la mijlocul laturii mari, la mijlocul laturii mici şi tasarea medie.

$$s_0 = \frac{p_n \cdot \sqrt{A}(1 - \nu^2)}{E} \cdot \bar{\omega}_0 = \frac{2{,}68\sqrt{250 \cdot 375}(1 - 0{,}35^2)}{170} \cdot 1{,}11 =$$

$$= \frac{2{,}68 \cdot 306{,}19 \cdot 0{,}877}{170} \cdot 1{,}11 = 4{,}70 \text{ cm};$$

$$s_C = \frac{p_n \sqrt{A}(1 - \nu^2)}{E} \cdot \bar{\omega}_C = \frac{2{,}68\sqrt{250 \cdot 375}(1 - 0{,}35^2)}{170} \cdot 0{,}55 =$$

$$= \frac{2{,}68 \cdot 306{,}19 \cdot 0{,}877}{170} \cdot 0{,}55 = 2{,}35 \text{ cm};$$

$$s_A = \frac{p_n \sqrt{A}(1 - \nu^2)}{E} \cdot \bar{\omega}_A = \frac{2{,}68\sqrt{250 \cdot 375}(1 - 0{,}35^2)}{170} \cdot 0{,}79 =$$

$$= \frac{2{,}68 \cdot 306{,}19 \cdot 0{,}877}{170} \cdot 0{,}79 = 3{,}34 \text{ cm};$$

$$s_B = \frac{p_n \sqrt{A}(1 - \nu^2)}{E} \cdot \bar{\omega}_B = \frac{2{,}68\sqrt{250 \cdot 375}(1 - 0{,}35^2)}{170} \cdot 0{,}73 =$$

$$= \frac{2{,}68 \cdot 306{,}19 \cdot 0{,}877}{170} \cdot 0{,}73 = 3{,}09 \text{ cm};$$

$$s_m = \frac{p_n \sqrt{A}(1 - \nu^2)}{E} \cdot \bar{\omega}_m = \frac{2{,}68\sqrt{250 \cdot 375}(1 - 0{,}35^2)}{170} \cdot 0{,}94 =$$

$$= \frac{2{,}68 \cdot 306{,}19 \cdot 0{,}877}{170} \cdot 0{,}94 = 3{,}98 \text{ cm}.$$

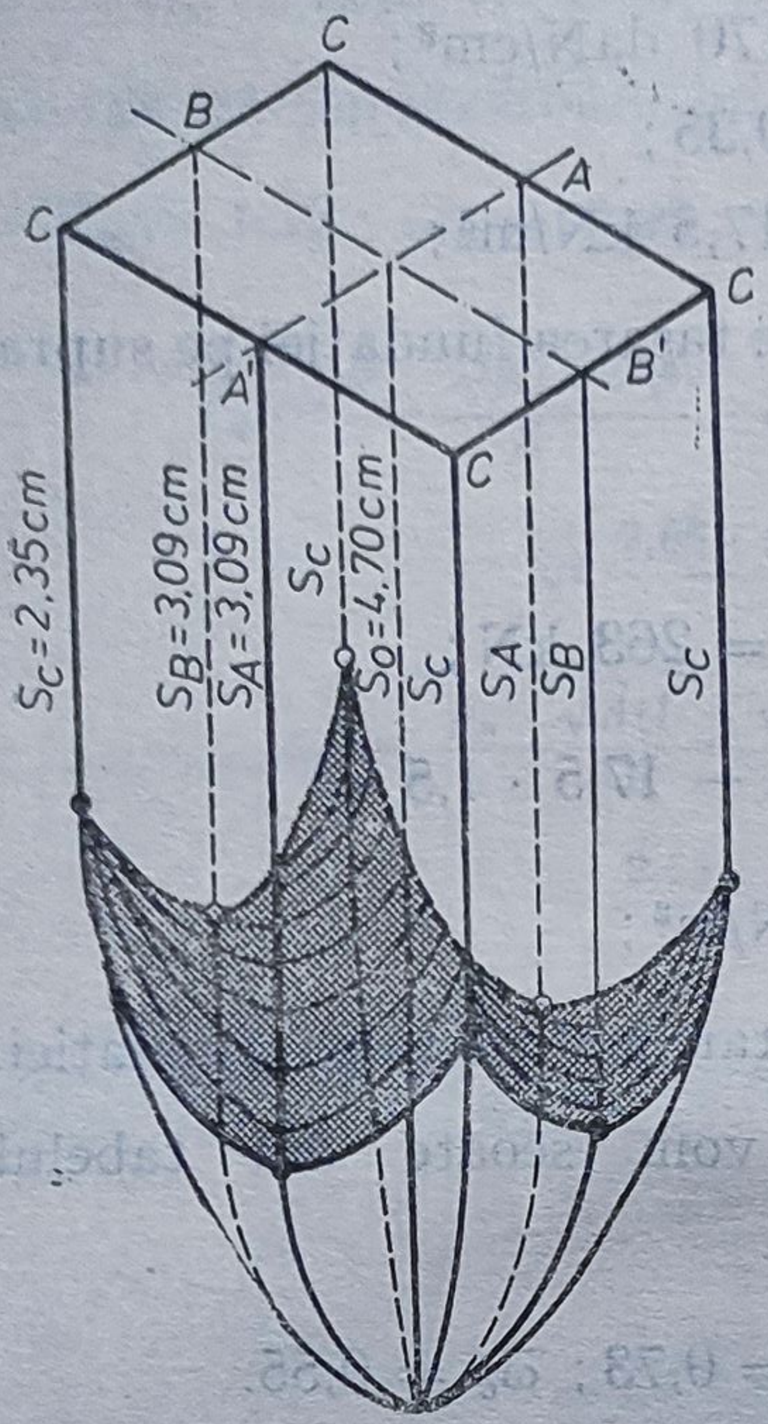


Fig. III.2.11. Variația tasării în cazul unei fundații flexibile dreptunghiulare.

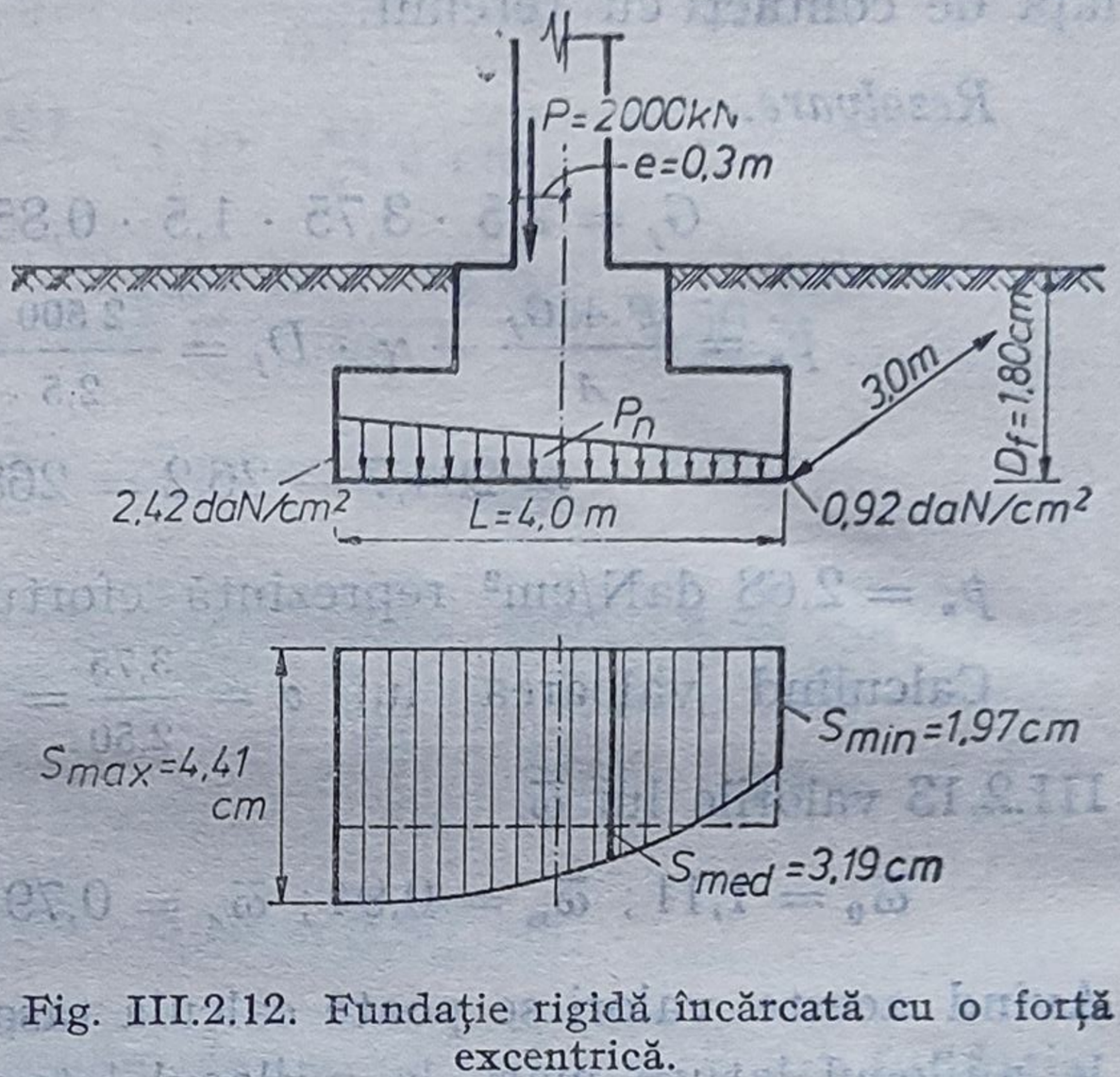


Fig. III.2.12. Fundație rigidă încărcată cu o forță excentrică.

În figura III.2.11 se prezintă deformațiile suprafeței de contact datorită eforturilor transmise de fundația terenului de fundare.

III.2.7. O fundație izolată rigidă de formă dreptunghiulară, cu dimensiunile în plan $(3{,}0 \times 4{,}0)$ m² este solicitată de o forță $P = 2\,000$ kN care se aplică cu o excentricitate $e = 0{,}30$ m (fig. III. 2.12). Terenul de fundare este alcătuit dintr-o argilă nisipoasă cu următoarele caracteristici:

— greutatea volumică a pământului $\gamma = 18{,}5$ kN/m³;
— indicele de consistență $I_c = 0{,}65$;
— adîncimea de fundare $D_f = 1{,}80$ m;
— modulul de deformație liniară $E = 140$ daN/cm²;
— coeficientul de deformare laterală $\nu = 0{,}35$;
— indicele porilor $e = 0{,}76$.

Să se calculeze:

a) tasarea medie probabilă la nivelul tălpii fundației după metoda *Schleicher;*

b) înclinarea longitudinală a fundației datorită solicitării excentrice la care este supusă fundația;

c) tasarea maximă a extremității fundației situată de partea excentricității;

d) tasarea minimă a extremității fundației opusă excentricității încărcării.

Rezolvare.

a) Presiunea unitară distribuită pe suprafaţa fundaţiei se obţine cu relaţia

$$p_{ef} = \frac{P + G_f}{A_f} \pm \frac{P \cdot e}{W_f};$$

$G_f = 3 \cdot 4 \cdot 1{,}8 \cdot 22 \cdot 0{,}85 = 404$ kN; $A_f = 3 \cdot 4 = 12$ m²; $W_f = \frac{3 \cdot 4^2}{6} = 8$ m³;

$$p_{ef} = \frac{2\,000 + 404}{12} \pm \frac{2\,000 \cdot 0{,}3}{8} = \frac{2\,404}{12} \pm \frac{600}{8} = 200 \pm 75;$$

$p_{ef_1} = 275$ kN/m² $= 2{,}75$ daN/cm²; $p_{ef_2} = 125$ kN/m² $= 1{,}25$ daN/cm².

Presiunea unitară netă pe talpă este egală cu:

$$p_n = p_{ef} - \gamma \cdot D_f = (2 \pm 0{,}75) - 18{,}5 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-2} = (2 \pm 0{,}75) - 0{,}33;$$

$$p_{n1} = 2{,}42 \text{ daN/cm}^2; \quad p_{n2} = 0{,}92 \text{ daN/cm}^2.$$

Tasarea medie după formula lui S c h l e i c h e r în cazul fundaţiilor rigide se calculează astfel:

$$s_{med} = \frac{p_n \sqrt{A}(1 - \nu^2)}{E} \cdot \omega_{const.},$$

$\omega_{const.}$ este un coeficient ce ţine cont de forma şi raportul dimensiunilor fundaţiei (α).

În cazul nostru $\alpha = 4/3 = 1{,}33$, iar $\omega_{const.} = 0{,}88$ din tabelul III.2.13.

$$p_{n\ med} = \frac{2{,}42 + 0{,}92}{2} = 1{,}67 \text{ daN/cm}^2;$$

$$s_{med} = \frac{1{,}67 \cdot \sqrt{300 \cdot 400}(1 - 0{,}35^2)}{140} \cdot 0{,}88 = \frac{578{,}5 \cdot 0{,}8775}{140} \cdot 0{,}88 = 3{,}19 \text{ cm}.$$

b) Înclinarea longitudinală a fundaţiei o vom calcula după STAS 3300—77 care dă următoarea expresie pentru tg θ;

$$\text{tg } \theta = \frac{1 - \nu_m^2}{E_m} \cdot K_1 \cdot \frac{N^n \cdot e_1}{\left(\frac{L}{2}\right)^3},$$

în care:

N^n reprezintă încărcarea verticală totală normată ce solicită excentric fundaţia, în daN;

e_1 — excentricitatea punctului de aplicare al forţei N^n, măsurată din centrul tălpii dreptunghiulare, paralel cu latura mare, în cm;

E_m şi ν_m — valorile medii ale modulului de deformaţie liniară, în daN/cm² şi respectiv ale coeficientului de deformare laterală;

K_1 — coeficient adimensional în funcţie de raportul L/B, după graficul din figura III.2.13 luat din STAS 3300—77.

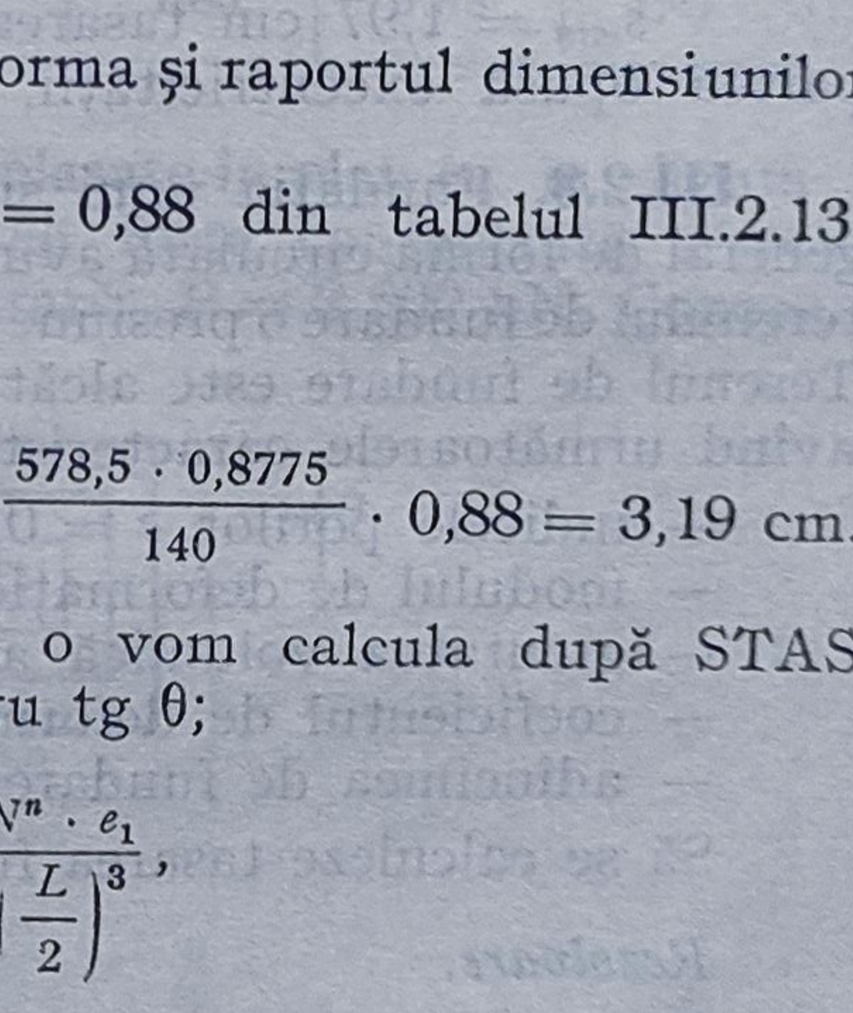


Fig. III.2.13. Determinarea lui K_1.

Pentru exemplul dat avem :

$\nu_m = 0{,}35$; $E_m = 140$ daN/cm² ; $K_1 = 0{,}65$ din figura III.2.13 în funcţie de raportul $L/B = 4/3 = 1{,}33$.

Pentru calculul lui N^n vom transforma încărcarea distribuită în forţă concentrată :

$$N^n = \frac{2{,}42 + 0{,}92}{2} \cdot 400 \cdot 300 = 3{,}34 \cdot 60\,000 = 200\,400 \text{ daN};$$

$$e_1 = 30 \text{ cm}; \quad L/2 = \frac{400}{2} = 200 \text{ cm};$$

$$\text{tg } \theta = \frac{1 - 0{,}35^2}{140} \cdot 0{,}65 \cdot \frac{200\,400 \cdot 30}{(200)^3} = \frac{1 - 0{,}1225}{140} \cdot \frac{0{,}65 \cdot 2\,004 \cdot 3 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^6} = 0{,}003061.$$

c) $s_{max} = s_{med} + L \cdot \text{tg } \theta$;

$s_{max} = 3{,}19 + 400 \cdot 0{,}003061 = 3{,}19 + 1{,}224 = 4{,}41$ cm ;

$s_{max} = 4{,}41$ cm — tasarea maximă a extremităţii fundaţiei situată de partea excentricităţii.

d) $s_{min} = s_{med} - L \cdot \text{tg } \theta$;

$s_{min} = 3{,}19 - 400 \cdot 0{,}003061 = 3{,}19 - 1{,}224 = 1{,}966$ cm ;

$s_{min} = 1{,}97$ cm tasarea minimă a extremităţii fundaţiei situată la partea opusă excentricităţii.

III.2.8. Fundaţia unui siloz de cereale este alcătuită dintr-un radier general de formă circulară avînd diametrul $D = 6{,}0$ m. Aceasta transmite terenului de fundare o presiune uniform distribuită egală cu $p = 2{,}8$ daN/cm². Terenul de fundare este alcătuit dintr-o argilă plastic vîrtoasă ($I_c = 0{,}82$), avînd următoarele caracteristici geotehnice :

— indicele porilor $e = 0{,}57$;
— modulul de deformaţie edometric $M = 280$ daN/cm² ;
— greutatea volumică a pămîntului $\gamma = 18{,}5$ kN/m³ ;
— coeficientul de deformare laterală $\nu = 0{,}40$;
— adîncimea de fundare $D_f = 2{,}0$ m ;

Să se calculeze tasarea fundaţiei folosind metoda stratului echivalent.

Rezolvare.

Folosind metoda stratului echivalent tasarea se calculează cu formula

$$s = \frac{p_n}{M} \cdot A \cdot \omega \cdot b,$$

în care : p_n reprezintă efortul unitar net pe talpa fundaţiei ;

M — modulul de deformaţie liniară edometric (determinat în laborator) ce caracterizează terenul de fundare ;

ω — un coeficient care ţine cont de forma fundaţiei şi de raportul laturilor fundaţiei.

$$A = \frac{(1 - \nu)^2}{1 - \nu^2}.$$

Efortul unitar net pe talpa fundaţiei va fi egal cu :

$p_n = p_{ef} - \gamma \cdot D_f = 2{,}80 - 18{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 2{,}80 - 0{,}37 = 2{,}43$ daN/cm²,

Pentru uşurarea calculului s-au făcut tabele în care valoarea produsului $A\,\omega$ se scoate direct în funcţie de natura terenului şi de coeficientul lui Poisson.

Din tabelul III.2.14 pentru $\nu = 0{,}4$ vom avea $A\omega_{const.} = 1{,}41$, corespunzător situaţiei cînd fundaţia este rigidă. Tasarea va fi egală cu:

$$s = \frac{2{,}43}{280} \cdot 1{,}41 \cdot 600 = 7{,}34 \text{ cm}.$$

Tabelul III.2.14

Valoarea lui $A\omega$ pentru calculul grosimii stratului de pămînt echivalent pentru fundaţii cu forma circulară a tălpii

DENUMIREA PĂMÎNTULUI		COEF. DE DILAT. ν	$A\omega_c$	$A\omega_0$	$A\omega_m$	$A\omega_{const.}$
Nisipuri	Prafuri nisipoase	0,20	0,68	1,07	0,91	0,84
		0,25	0,72	1,13	0,96	0,88
		0,30	0,78	1,23	1,04	0,96
Argile prăfoase	Argile	0,35	0,90	1,41	1,20	1,11
		0,40	1,15	1,80	1,53	1,41

III.2.9. Fundaţiile unei construcţii sînt amplasate în plan ca în figura III.2.14, fiind încărcate astfel: fundaţiile 1 şi 2 cu forţa concentrată $P = 2\,000$ kN; fundaţiile 3 şi 4 cu forţa concentrată $P = 2\,500$ kN. Cunos-

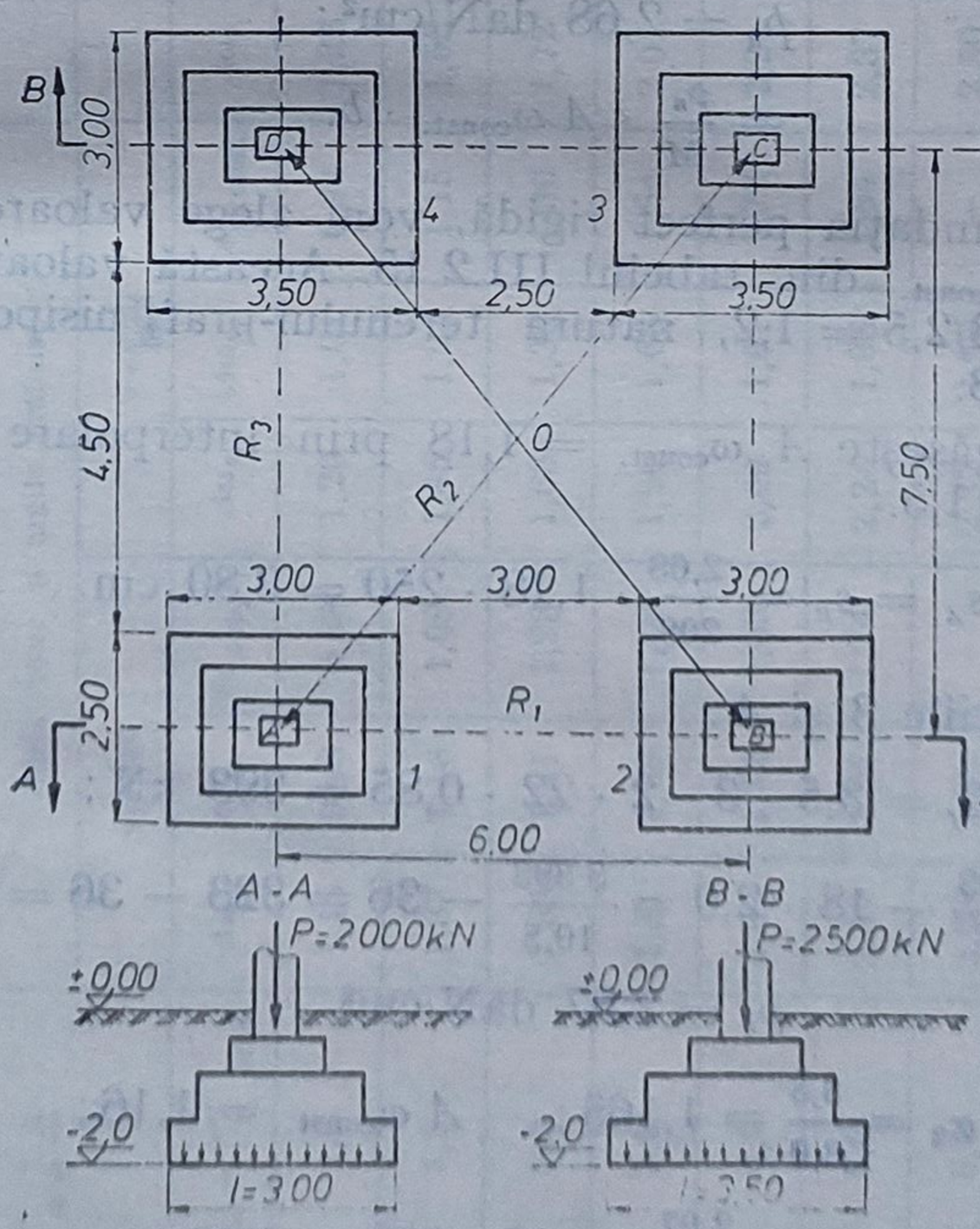


Fig. III.2.14. Fundaţii ce se influenţează reciproc.

cînd că terenul de fundare se compune dintr-un strat omogen, care din punct de vedere granulometric este un praf nisipos, cu următoarele caracteristici:

— greutatea volumică a pămîntului $\gamma = 18$ kN/m³;
— modulul de deformaţie edometric $M = 208$ daN/cm²;
— indicele porilor $e = 0{,}50$;
— indicele de consistenţă $I_c = 0{,}30$;
— coeficientul lui Poisson $\nu = 0{,}30$,

să se determine:

a) tasarea fiecărei fundaţii în parte, neţinînd cont de influenţa fundaţiilor vecine (prin metoda stratului echivalent);

b) tasarea în centrul fiecărei fundaţii, ţinînd cont de influenţa fundaţiilor vecine;

c) tasarea în punctul *O* situat în centrul amplasamentului;

d) tasarea relativă între fundaţiile 1 şi 3; 2 şi 3.

Rezolvare.

a) Pentru fundaţiile 1 şi 2:

$$p_n = \frac{P + G_f}{A} - \gamma \cdot D_f;$$

$$G_f = 3 \cdot 2{,}5 \cdot 2 \cdot 22 \cdot 0{,}85 = 281 \text{ kN};$$

$$p_n = \frac{2\,000 + 281}{3 \cdot 2{,}5} - 18 \cdot 2 = \frac{2\,281}{7{,}5} - 36 = 304 - 36 = 268 \text{ kN/m}^2;$$

$$p_n = 2{,}68 \text{ daN/cm}^2;$$

$$s = \frac{p_n}{M} \cdot A\,\omega_{\text{const.}} \cdot b.$$

Considerînd fundaţia perfect rigidă, vom alege valoarea corespunzătoare pentru $A\ \omega_{\text{const.}}$ din tabelul III.2.15. Această valoare se alege în funcţie de $\alpha_1 = 3/2{,}5 = 1{,}2$, natura terenului-praf nisipos, coeficientul lui Poisson $\nu = 0{,}3$.

Din tabel se găseşte $A\ \omega_{\text{const.}} = 1{,}18$ prin interpolare între valorile lui $\alpha = 1{,}0$ şi $\alpha = 1{,}5$.

$$s_A = s_B = \frac{2{,}68}{208} \cdot 1{,}18 \cdot 250 = 3{,}80 \text{ cm}.$$

Pentru fundaţiile 3 şi 4:

$$G_f = 3{,}5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 22 \cdot 0{,}85 = 393 \text{ kN};$$

$$p_n = \frac{3\,000 + 393}{3{,}5 \cdot 3{,}0} - 18 \cdot 2{,}0 = \frac{3\,393}{10{,}5} - 36 = 323 - 36 = 287 \text{ kN/m}^2;$$

$$p_n = 2{,}87 \text{ daN/cm}^2,$$

$$\alpha_2 = \frac{3{,}5}{3{,}0} = 1{,}165; \qquad A\,\omega_{\text{const.}} = 1{,}16;$$

$$s_C = s_D = \frac{2{,}87}{208} \cdot 1{,}16 \cdot 300 = 4{,}80 \text{ cm}.$$

Tabelul III.2.15

Valorile coeficientului stratului echivalent $A\omega$ pentru fundații pătrate, dreptunghiulare și continue

Raportul laturilor $\alpha = \frac{A}{B}$	Grohotiș și pietriș			Nisipuri						Argile prăfoase plastice						Argile grase foarte plastice		
	Argile grase și argile prăfoase						Prafuri nisipoase						Argile plastice					
	$\nu=0,10$			$\nu=0,20$			$\nu=0,25$			$\nu=0,30$			$\nu=0,35$			$\nu=0,40$		
α / coef.	$A\omega_0$	$A\omega_m$	$A\omega_{const.}$	$A\omega_0$	$A\omega_m$	$A\omega_{const.}$	$A\omega_0$	$A\omega_m$	$A\omega_{const.}$	$A\omega_0$	$A\omega_m$	$A\omega_{const.}$	$A\omega_0$	$A\omega_m$	$A\omega_{const.}$	$A\omega_0$	$A\omega_m$	$A\omega_{const.}$
1,0	1,13	0,96	0,89	1,20	1,01	0,94	1,26	1,07	0,99	1,37	1,17	1,08	1,58	1,34	1,24	2,02	1,71	1,58
1,5	1,37	1,16	1,09	1,45	1,23	1,15	1,53	1,30	1,21	1,66	1,40	1,32	1,91	1,62	1,52	2,44	2,07	1,94
2,0	1,55	1,31	1,23	1,63	1,39	1,30	1,72	1,47	1,37	1,88	1,60	1,49	2,16	1,83	1,72	2,76	2,34	2,20
3,0	1,81	1,55	1,46	1,90	1,63	1,54	2,01	1,73	1,62	2,18	1,89	1,76	2,51	2,15	2,01	3,21	2,75	2,59
4,0	1,99	1,72	1,63	2,09	1,81	1,72	2,21	1,92	1,81	2,41	2,09	1,97	2,77	2,39	2,26	3,53	3,06	2,90
5,0	2,13	1,85	1,74	2,24	1,95	1,84	2,37	2,07	1,94	2,58	2,25	2,11	2,96	2,57	2,42	3,79	3,29	3,10
6,0	2,25	1,98	—	2,37	2,09	—	2,50	2,21	—	2,72	2,41	—	3,14	2,76	—	4,00	3,53	—
7,0	2,35	2,06	—	2,47	2,18	—	2,61	2,31	—	2,84	2,51	—	3,26	2,87	—	4,18	3,67	—
8,0	2,43	2,14	—	2,56	2,26	—	2,70	2,40	—	2,94	2,61	—	3,38	2,98	—	4,32	3,82	—
9,0	2,51	2,21	—	2,64	2,34	—	2,79	2,47	—	3,03	2,69	—	3,49	3,08	—	4,46	3,92	—
10 și mai mult	2,58	2,27	2,15	2,71	2,40	2,26	2,86	2,54	2,38	3,12	2,77	2,60	3,58	3,17	2,98	4,58	4,05	3,82

b) Deoarece fundaţiile A şi B au aceleaşi dimensiuni şi sînt solicitate cu aceeaşi încărcare tasările lor vor fi aceleaşi, deci $s_A = s_B$. Tasarea sub fundaţia A sau B este egală cu $s_{1A} = s_{1B} = 3{,}80$ cm. Pentru a calcula tasarea sub fundaţia A dată de fundaţiile B, C şi D vom folosi formulele din teoria elasticităţii (B o u s s i n e s q), transformînd încărcările uniform distribuite ale fundaţiilor în sarcini concentrate.

$$P_B = p_{nB} \cdot a \cdot b = 2{,}68 \cdot 300 \cdot 250 = 201\,000 \text{ daN.}$$

$$P_C = P_D = p_{nC} \cdot a_1 \cdot b_1 = 2{,}87 \cdot 350 \cdot 300 = 301\,350 \text{ daN.}$$

Vom nota cu R_1, R_2, R_3 distanţele de la fundaţiile B, C, D la fundaţia A.

$R_1 = 6{,}0$ m; $R_3 = 7{,}5$ m; $R_2^2 = R_1^2 + R_3^2 = 36 + 56{,}25 = 92{,}25$ m^2; $R_2 = 9{,}6$ m.

$s_{1B} = \dfrac{P(1 - \nu^2)}{\pi \cdot E \cdot R_1}$ este tasarea în A datorită fundaţiei B.

Pentru a calcula tasarea s_{1B} avem nevoie de valoarea lui E. Se ştie că între E şi M există următoarea legătură: $E = M_0 \cdot M$; în care M_0 este un coeficient de corecţie pentru trecerea de la modulul de deformaţie edometric M la modulul de deformaţie liniară E, determinat pe teren.

Valoarea lui M_0 se determină funcţie de I_C, e şi natura terenului conform STAS 3300—77 (tab. III. 2.16).

Tabelul III.2.16

Valoarea coeficientului de corecţie M_0

Denumirea pămîntului	I_C	Coeficientul de corecţie M_0 pentru indicele porilor e egal cu			
		0,41 ... 0,60	0,61 ... 0,80	0,81 ... 1,0	1,01 ... 1,10
Nisipuri (cu excepţia nisipului argilos)	—	1,0	1,0	—	—
Nisip argilos, praf nisipos, argilă nisipoasă	0,00—1,00	1,6	1,3	1,0	—
Praf, praf argilos, argilă prăfoasă	0,76—1,00	2,3	1,7	1,3	1,1
	0,50—0,75	1,9	1,5	1,2	1,0
Argilă, argilă grasă	0,76—1,00	1,8	1,5	1,3	1,2
	0,50—0,75	1,5	1,3	1,1	1,0

În funcţie de valorile pe care le avem: praf nisipos; $I_c = 0{,}82$; $e = 0{,}50$, rezultă $M_0 = 1{,}6$. Deci: $E = 1{,}6 \cdot 208 = 333$ daN/cm^2.

$$s_{1B} = \frac{201\,000(1 - 0{,}3^2)}{3{,}14 \cdot 333 \cdot 600} = 0{,}29 \text{ cm;}$$

$$s_{1C} = \frac{P_C(1 - \nu^2)}{\pi \cdot E \cdot R_2} = \frac{301\,350 \cdot 0{,}91}{3\,14 \cdot 333 \cdot 960} = 0{,}27 \text{ cm;}$$

$$s_{1D} = \frac{P_D(1 - \nu^2)}{\pi \cdot E \cdot R_3} = \frac{301\,350 \cdot 0{,}91}{3{,}14 \cdot 333 \cdot 750} = 0{,}349 \text{ cm.}$$

Tasarea totală sub fundaţia A ţinînd cont de influenţa fundaţiilor vecine va fi egală cu:

$$s_A = s_B = 3{,}80 + 0{,}29 + 0{,}27 + 0{,}349 = 4{,}71 \text{ cm}.$$

Pentru fundaţiile C şi D vom avea:

$$s_{3A} = \frac{P_A(1-\nu^2)}{\pi \cdot E \cdot R_2} = \frac{201\,000 \cdot 0{,}91}{3{,}14 \cdot 333 \cdot 960} = 0{,}182 \text{ cm};$$

$$s_{3B} = \frac{P_B(1-\nu^2)}{\pi \cdot E \cdot R_3} = \frac{201\,000 \cdot 0{,}91}{3{,}14 \cdot 333 \cdot 750} = 0{,}233 \text{ cm};$$

$$s_{3D} = \frac{P_D(1-\nu^2)}{\pi \cdot E \cdot R_1} = \frac{301\,350 \cdot 0{,}91}{3{,}14 \cdot 333 \cdot 600} = 0{,}437 \text{ cm}.$$

$$s_C = s_D = 4{,}8 + 0{,}182 + 0{,}233 + 0{,}437 = 5{,}65 \text{ cm}.$$

c) Tasarea în punctul O, care reprezintă centrul amplasamentului, se va calcula în mod identic ca la punctul b, luînd în considerare în calculul tasării influenţa fiecărei fundaţii.

$$s_{O1} = s_{O2} = \frac{P_A(1-\nu^2)}{\pi \cdot E \cdot R_{O1}}; \quad R_{O1} = R_{O2} = \frac{R_2}{2} = 4{,}80 \text{ m};$$

$$s_{O1} = s_{O2} = \frac{201\,000 \cdot 0{,}91}{3{,}14 \cdot 333 \cdot 480} = 0{,}364 \text{ cm}. \quad R_{O3} = R_{O4} = \frac{R_2}{2} = 4{,}80 \text{ m};$$

$$s_{O3} = s_{O4} = \frac{P_C(1-\nu^2)}{\pi \cdot E \cdot R_{O3}} = \frac{301\,350 \cdot 0{,}91}{3{,}14 \cdot 333 \cdot 480} = 0{,}546 \text{ cm}.$$

$s_o = 2 \cdot 0{,}364 + 2 \cdot 0{,}546 = 1{,}82$ cm, deci în punctul O pămîntul se tasează cu 1,82 cm.

d) Tasarea relativă probabilă se calculează ca diferenţa între tasările absolute probabile a două fundaţii învecinate, raportată la distanţa dintre ele.

$s_{r1-3} = \frac{4{,}80 - 3{,}80}{960} = \frac{1{,}00}{960} = 0{,}00104$ — tasarea relativă între fundaţiile 1—3;

$s_{r2-3} = \frac{4{,}80 - 3{,}80}{750} = \frac{1{,}00}{750} = 0{,}0013$ — tasarea relativă între fundaţiile 2—3.

În cazul cînd în calculul fundaţiilor se ia în considerare influenţa fundaţiilor vecine, vom avea

$$s_{r1-3} = \frac{5{,}65 - 4{,}71}{960} = \frac{0{,}94}{960} = 0{,}00098;$$

$$s_{r2-3} = \frac{5{,}65 - 4{,}71}{750} = \frac{0{,}94}{750} = 0{,}001253.$$

III.2.10. O fundaţie elastică, de formă dreptunghiulară, avînd $D_f = 2{,}0$ m transmite terenului de fundare o presiune $p_n = 2{,}5$ daN/cm². Ştiind că sub talpa fundaţiei se află un strat de argilă prăfoasă a cărui grosime este 2 m şi care are modulul de deformaţie edometric $M = 79$ daN/cm², să se calculeze:

a) Tasarea stratului de argilă prăfoasă sub acţiunea încărcării transmise de fundaţie.

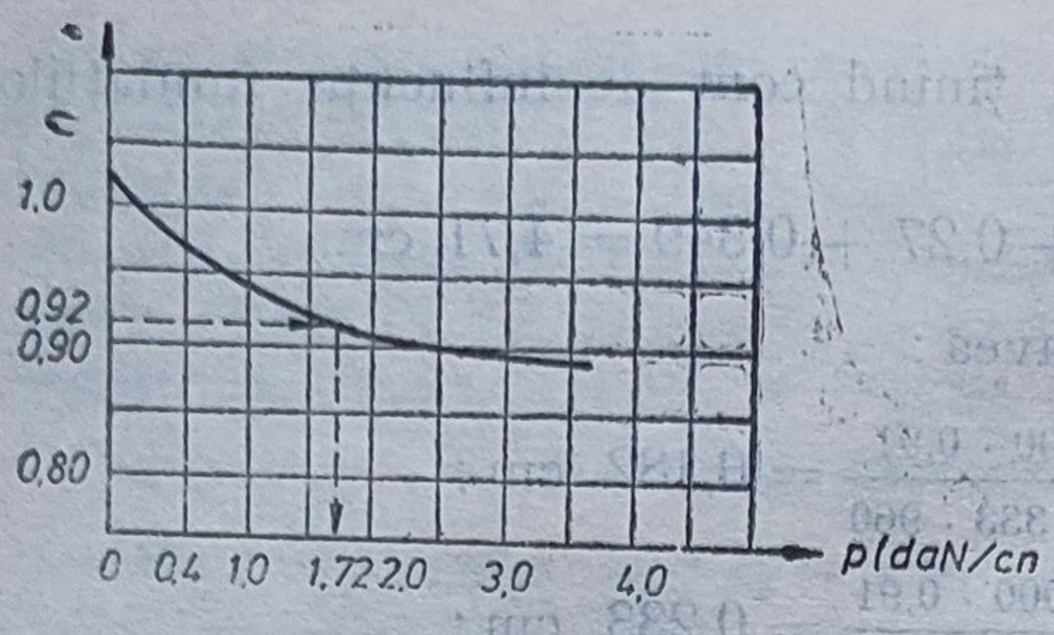


Fig. III.2.15. Diagrama presiune-indicele porilor.

b) Cunoscînd curba de compresiune — indicele porilor a pămîntului respectiv, să se determine valoarea lui e_2 în cazul cînd tasarea terenului ar fi $s = 5{,}5$ cm (fig. III. 2.15).

Rezolvare.

Pentru calcularea tasării cu ajutorul legii îndesării folosim formula :

$$s = \frac{h_1 \cdot C_c \cdot p}{1 + e_1}.$$

Știind că $C_c = \frac{1}{M}(1 + e_1)$, avem $s = \frac{p \cdot h_1}{M}$;

în care : p reprezintă efortul unitar distribuit pe suprafața stratului căruia vrem să-i determinăm tasarea ;

h_1 — grosimea stratului de pămînt ;

M — modulul de deformație edometric.

a) $s = \frac{p \cdot h_1}{M} = \frac{2{,}5 \cdot 200}{79} = \frac{500}{79} = 6{,}33$ cm,

deci tasarea stratului de argilă prăfoasă, a cărui grosime este h=2 m, are valoarea 6,33 cm.

b) Din legea îndesării valoarea indicelui de compresiune este:

$$C_c = \frac{e_1 - e_2}{p_2 - p_1},$$

în care : e_1 și e_2 reprezintă indicele porilor la presiunile p_1 și p_2.

Din diagrama presiune-porozitate avem :

— pentru $p_1 = 1$ daN/cm² — $e_1 = 0{,}94$;

— pentru $p_2 = 2$ daN/cm² — $e_2 = 0{,}91$.

$$C_c = \frac{0{,}94 - 0{,}91}{2 - 1} = 0{,}03.$$

Notînd tasarea s ca fiind diferența grosimii aceluiași strat care își modifică porozitatea sub acțiunea unei presiuni p, vom avea :

$$s = h_1 \cdot \frac{e_1 - e_2}{1 + e_1}; \quad s(1 + e_1) = h_1(e_1 - e_2);$$

$$e_1 - e_2 = \frac{s(1 + e_1)}{h_1}; \quad e_2 = e_1 - \frac{s(1 + e_1)}{h_1}.$$

În cazul acesta e_1 este indicele porilor corespunzător încărcării geologice $p_{1g} = \gamma \cdot D_f = 20 \cdot 2 = 40$ kN/m² = 0,4 daN/cm². Pentru $p_{1g} = 0{,}4$ daN/cm² din diagrama presiune-porozitate, avem $e_1 = 0{,}975$.

$$e_2 = 0{,}975 - \frac{5{,}5(1 + 0{,}975)}{200} = 0{,}975 - 0,\ 0543 = 0{,}92.$$

Deci în cazul cînd tasarea terenului ar fi de 5,5 cm indicele porilor scade de la valoarea $e_1 = 0{,}975$ la valoarea $e_2 = 0{,}92$. Corespunzător indicelui porilor $e_2 = 0{,}92$, din curba presiune-indicele porilor, rezultă $p_2 = 1{,}7$ daN/cm².

III.2.11. Două fundații de formă pătrată ($A_f = 9{,}0$ m²) încărcate centric fiecare cu o forță $P = 2\,000$ kN, reazemă pe cîte un strat de pămînt a cărui grosime este egală cu 2,0 metri. Cunoscînd că fiecare fundație transmite terenului de fundare o presiune netă $p_n = 2{,}5$ daN/cm² și că tasările celor două fundații sînt $s_1 = 7$ cm și $s_2 = 5$ cm, să se determine:

a) modulii de deformație edometrică ai celor două straturi pe care reazemă fundațiile.

b) Considerînd că deformațiile ambelor straturi nu pot depăși valoarea de 4 cm, să se determine suprafețele de rezemare ale celor două fundații.

Rezolvare.

a) $h_1 = h_2 = h = 2{,}0$ m; $s_1 = 7$ cm; $s_2 = 5$ cm;

$p_1 = p_2 = p_n = 2{,}5$ daN/cm².

Tasarea sub prima fundație va fi:

$$s_1 = \frac{p_n \cdot h}{M_1}; \quad M_1 = \frac{p_n \cdot h}{s_1} = \frac{2{,}5 \cdot 200}{7} = \frac{500}{7} = 71{,}4 \text{ daN/cm}^2.$$

În cazul celei de a doua fundații avem:

$$s_2 = \frac{p_n \cdot h}{M_2}; \; M_2 = \frac{p_n \cdot h}{s_2} = \frac{2{,}5 \cdot 200}{5} = 100 \text{ daN/cm}^2.$$

b) În acest caz vom avea: $s_1 = s_2 = 4$ cm

Pentru primul strat: $s_1 = \frac{p_{n1} \cdot h}{M_1}$; $p_{n1} = \frac{s_1 \cdot M_1}{h} = \frac{4 \cdot 71{,}4}{200} =$

$= 1{,}43$ daN/cm².

Deci fundația 1 va trebui să transmită terenului de fundare o presiune netă $p_{n1} = 1{,}43$ daN/cm² pentru ca deformația acestuia să fie egală cu 4 cm.

$$p_{ef} = \frac{P + G_f}{A_f} = p_{n1}.$$

Considerînd $G_f = 250$ kN, vom determina suprafața fundației:

$$A_{f1} = \frac{P + G_{f1}}{p_{n1}} = \frac{2\,000 + 250}{143} = \frac{2\,250}{143} = 15{,}7 \text{ m}^2;$$

$A_{f1} = L_1^2 = 15{,}7$ m²; $L_1 = 4$ m pentru prima fundație.

În cazul celei de a doua fundații $A_{f2} = \frac{P + G_{f2}}{p_{n2}}$;

$$p_{n2} = \frac{s_2 \cdot M_2}{h} = \frac{4 \cdot 100}{200} = 2{,}0 \text{ daN/cm}^2 = 200 \text{ kN/m}^2,$$

$$A_{f2} = \frac{2\,000 + 250}{200} = \frac{2\,250}{200} = 11{,}25 \text{ m}^2; \quad A_{f2} = L_2^2 = 11{,}25 \text{ m}^2; \quad L_2 = 3{,}4 \text{ m}.$$

Deci pentru ca fundațiile să aibă aceeași tasare $s = 4$ cm, laturile fundațiilor vor fi $L_1 = 4$ m și respectiv $L_2 = 3{,}4$ m.

III.2.12. Fundația unui stîlp central al unei hale industriale are dimensiunile în plan de $(3{,}50 \times 3{,}0)$ m² și este încărcată cu o forță

concentrată $P = 2\,500$ kN (fig. III.2.16). Terenul de fundare este alcătuit din două straturi principale: primul de argilă plastic consistentă cu $\gamma = 19{,}0$ kN/m³, $E = 150$ daN/cm² și $\nu = 0{,}42$, iar al doilea de pietriș cu nisip, practic incompresibil. Grosimea stratului de argilă este $h = 5$ m.

Să se calculeze, prin metoda STAS 3300-77, tasarea absolută probabilă a fundației în centrul ei de simetrie, în următoarele două variante:

a) terenul de fundare este alcătuit dintr-un teren omogen de argilă, cu caracteristicile primului strat;

b) statul de argilă de grosime $h = 5$ m este urmat de un strat practic incompresibil.

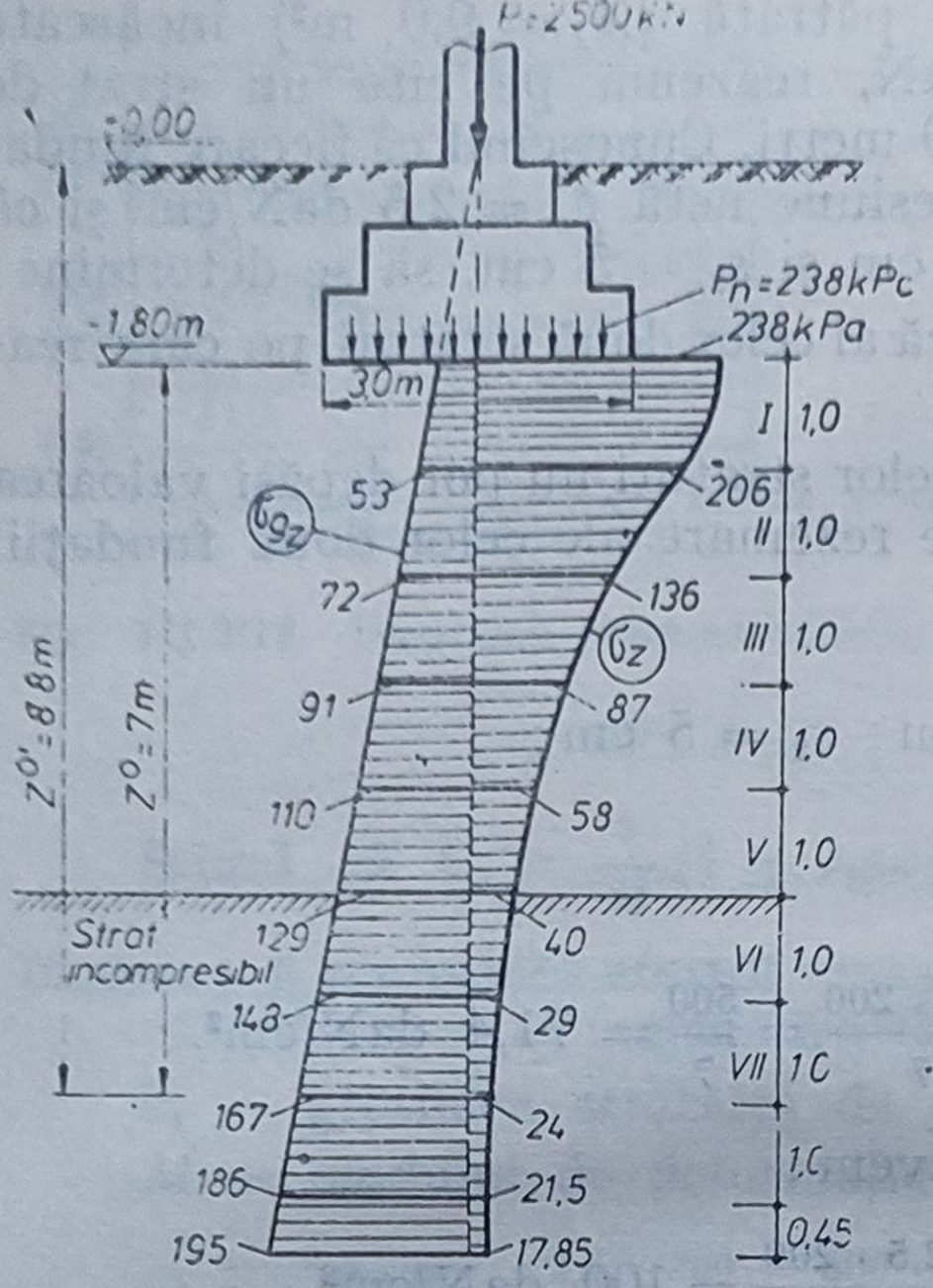


Fig. III.2.16. Determinarea zonei active.

Rezolvare.

a) Conform STAS 3300-77 în situația prezentată, tasarea absolută probabilă a fundațiilor se calculează prin metoda însumării pe straturi elementare.

Prin această metodă pământul situat sub nivelul tălpii de fundare se împarte în straturi elementare, pînă la adîncimea zonei active; fiecare strat elementar va fi constituit din pământ omogen și va avea grosimea $h_i \leqslant 0{,}4 \cdot B \leqslant 1$ m. Va trebui să determinăm adîncimea zonei active z^0, la care:

$$\sigma_z < 0{,}2\ \sigma_{gz};$$

unde: σ_z este efortul unitar vertical datorită încărcării fundației;

σ_{gz} — presiunea geologică la adîncimea respectivă.

Pe verticala centrului fundației, la limitele de separație ale straturilor elementare, eforturile unitare verticale datorită presiunii nete transmise pe talpa fundației se calculează cu relația:

$$\sigma_z = \alpha_0 \cdot p_n \quad \text{(kPa)},$$

în care: α_0 este coeficientul de distribuție al eforturilor verticale, în centrul fundației pentru presiuni uniform distribuite pe talpă, dat în tabelul III.2.17 în funcție de rapoartele L/B și z/B.

L — lungimea fundației dreptunghiulare, în m;

B — lățimea fundației dreptunghiulare sau diametrul fundației circulare, în m;

z — adîncimea planului de separație al stratului elementar față de nivelul tălpii fundației, în m;

p_n — efortul unitar net mediu pe talpa fundației, în kPa.

Tabelul III.2.17

Coeficientul de distribuţie α_0 al eforturilor verticale în centrul fundaţiei

Z/B	α_0 pentru fundaţii sub forma de:				
	Cerc	Dreptunghi cu raportul lat. L/B			
		1	2	3	⩾10
0,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,2	0,95	0,96	0,96	0,98	0,98
0,4	0,76	0,80	0,87	0,88	0,88
0,6	0,55	0,61	0,73	0,75	0,75
0,8	0,39	0,45	0,53	0,63	0,64
1,0	0,29	0,34	0,48	0,53	0,55
1,2	0,22	0,26	0,39	0,44	0,48
1,4	0,17	0,20	0,32	0,38	0,42
1,6	0,13	0,16	0,27	0,32	0,37
2,0	0,09	0,11	0,19	0,24	0,31
3,0	0,04	0,05	0,10	0,13	0,21
4,0	0,02	0,03	0,06	0,08	0,16
5,0	0,02	0,02	0,04	0,05	0,13
6,0	0,01	0,02	0,03	0,04	1,10

Vom calcula presiunea netă la nivelul tălpii fundaţiei:

$$p_n = p_{ef} - \gamma \cdot D_f = \frac{P + G_f}{A_f} - \gamma \cdot D_f;$$

$$G_f = A_f \cdot D_f \cdot \gamma_b \cdot 0{,}85 = 3{,}5 \cdot 3{,}0 \cdot 1{,}80 \cdot 22 \cdot 0{,}85 = 353 \text{ kN};$$

$$p_n = \frac{2\,500 + 353}{3{,}5 \cdot 3{,}0} - 19 \cdot 1{,}8 = \frac{2\,853}{10{,}50} - 34{,}2 = 237{,}5 \text{ kN/m}^2.$$

Vom lua $h = 1$ m grosimea straturilor elementare de sub talpa fundaţie (fig. III.2.16).

Valorile eforturilor σ_z şi σ_{gz} sînt prezentate în tabelul III.2.18.

Tabelul III.2.18

z m	γ kN/m³	$n = \frac{L}{B}$	$\frac{z}{B}$	α_0	$\sigma_z = \alpha_0 p_n$ kPa	$\sigma_{gz} = \gamma H$ kPa	$0{,}2\sigma_{gz}$ kPa	$\sigma_{si}^{med.}$ kPa
0	19,0	1,17	0	1,0	238	1,8 · 19 = 34,2	6,84	222
1	19,0	1,17	0,33	0,8637	206	2,8 · 19 = 53,2	10,6	171,0
2	19,0	1,17	0,67	0,572	136	3,8 · 19 = 72,1	14,4	115,0
3	19,0	1,17	1,00	0,3638	87	4,8 · 19 = 91	18	72,5
4	19,0	1,17	1,33	0,242	58	5,8 · 19 = 110	22	49,0
5	19,0	1,17	1,67	0,1691	40	6,8 · 19 = 129	26	34,5
6	19,0	1,17	2,00	0,1236	29	7,8 · 19 = 148	29	26,5
7	19,0	1,17	2,33	0,1020	24	8,8 · 19 = 167	33,4	21,5
8,0	19,0	1,17	2,67	0,08	19	9,8 · 19 = 186	37,2	17,85
8,45	19,0	1,17	2,82	0,0702	16,7	10,25 · 19 = 195	39	

Din tabelul III.2.18 se observă că inegalitatea $\sigma_z < 0{,}2\ \sigma_{gz}$ este îndeplinită la cota — 7 m sub talpa fundației. Deci adîncimea zonei active este $z^0 = 7$ m.

Tasarea absolută probabilă s a fundației se calculează cu relația

$$s = 100\ \beta \sum_1^n \frac{\sigma_{zi}^{med} \cdot h_i}{E_i},$$

în care: β este coeficient de corecție egal cu 0,8;
σ_{zi}^{med} — efortul vertical mediu în stratul elementar i calculat cu relația

$$\sigma_{zi}^{med} = \frac{\sigma_{zi}^{sup} + \sigma_{zi}^{inf}}{2}\ (\text{kPa}),$$

în care: σ_{zi}^{sup} și σ_{zi}^{inf} este efortul unitar la limita superioară respectiv la limita inferioară a stratului elementar i, în kPa;
h_i — grosimea stratului elementar i, în m;
E_i — modulul de deformație liniară al stratului elementar i, în kPa;
n — numărul de straturi elementare cuprins în limita zonei active.

Eforturile σ_{zi}^{med} sînt calculate în tabelul III.2.18.

Tasarea absolută probabilă va avea valoarea:

$$s = 100 \cdot 0{,}8\left(\frac{222 \cdot 1}{15\,000} + \frac{171 \cdot 1}{15\,000} + \frac{111{,}5 \cdot 1}{15\,000} + \frac{72{,}5 \cdot 1}{15\,000} + \frac{49 \cdot 1}{15\,000} + \frac{34{,}5 \cdot 1}{15\,000} + \frac{26{,}5 \cdot 1}{15\,000}\right);$$

$$s = 80 \cdot \frac{687}{15\,000} = 3{,}66\ \text{cm}.$$

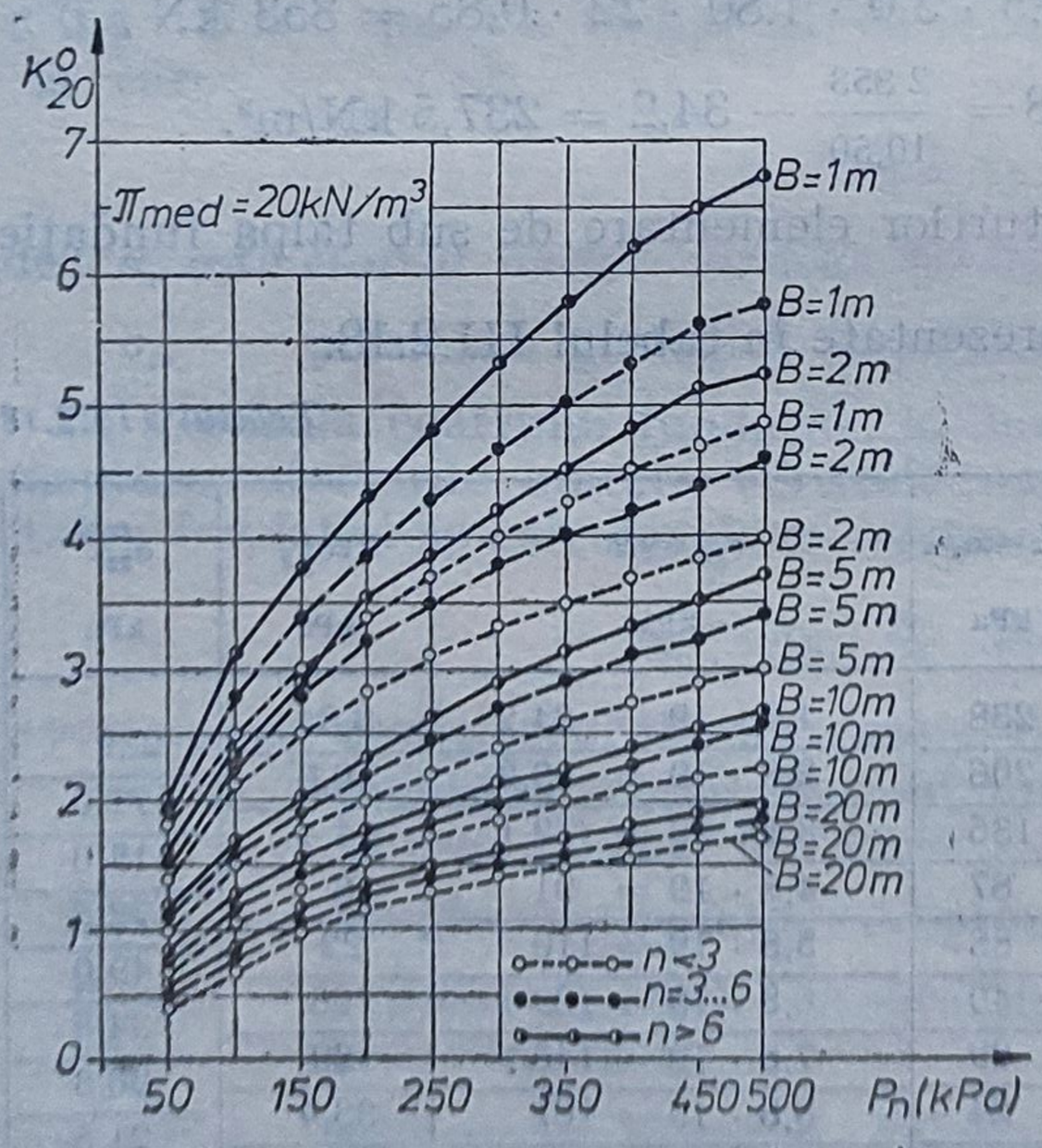


Fig. III.2.17. Nomogramă pentru determinarea lui K_{20}^0 în funcție de raportul laturilor n și de lățimea fundației B.

Determinarea grosimii zonei active z^0 se poate face și cu ajutorul nomogramelor pe care le indică STAS 3300-77.

Pentru fundații dreptunghiulare z^0 se determină cu relația

$$z^0 = c_0(K_{20}^0 + \Delta K^0) \cdot B.$$

Din figura III.2.17, în funcție de raportul laturilor fundației $n = L/B$ și în funcție de presiunea netă pe talpa fundației, se determină coeficientul K_{20}^0.

Intrînd în grafic pentru $p_n = 238$ kPa și raportul laturilor $n = L/B = 1{,}17$ mai mic decît 3, se obțin valorile lui K_{20}^0 pentru $B = 5$ m și $B = 2$ m.

$K_{20}^0 = 2{,}15$ pentru $B = 5$ m;
$K_{20}^0 = 3{,}0$ pentru $B = 2$ m.

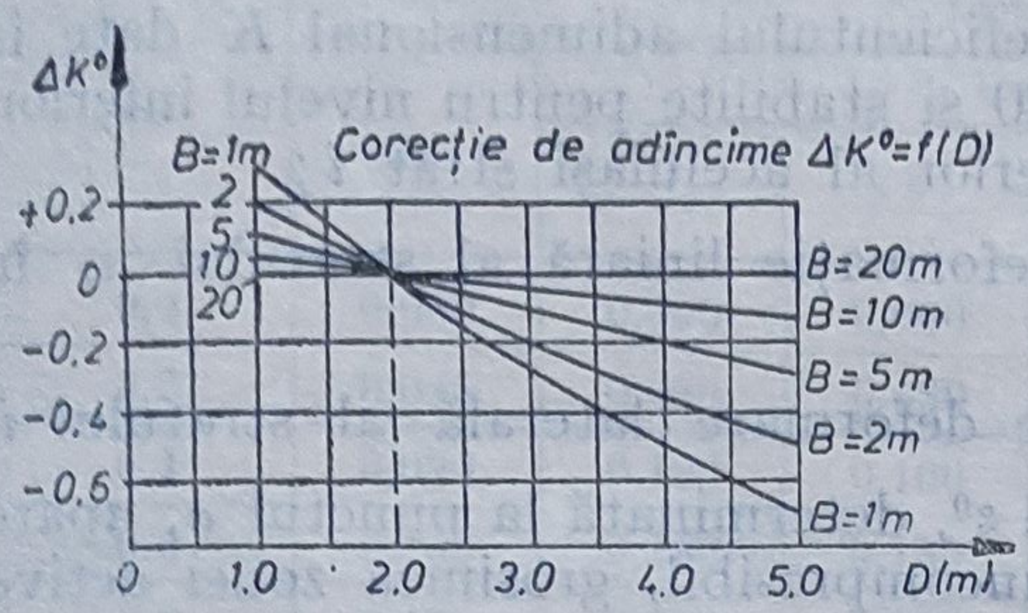


Fig. III.2.18. Nomogramă pentru determinarea corecției de adîncime ΔK^0 funcție de adîncimea de fundare D_f și de lățimea tălpii fundației B.

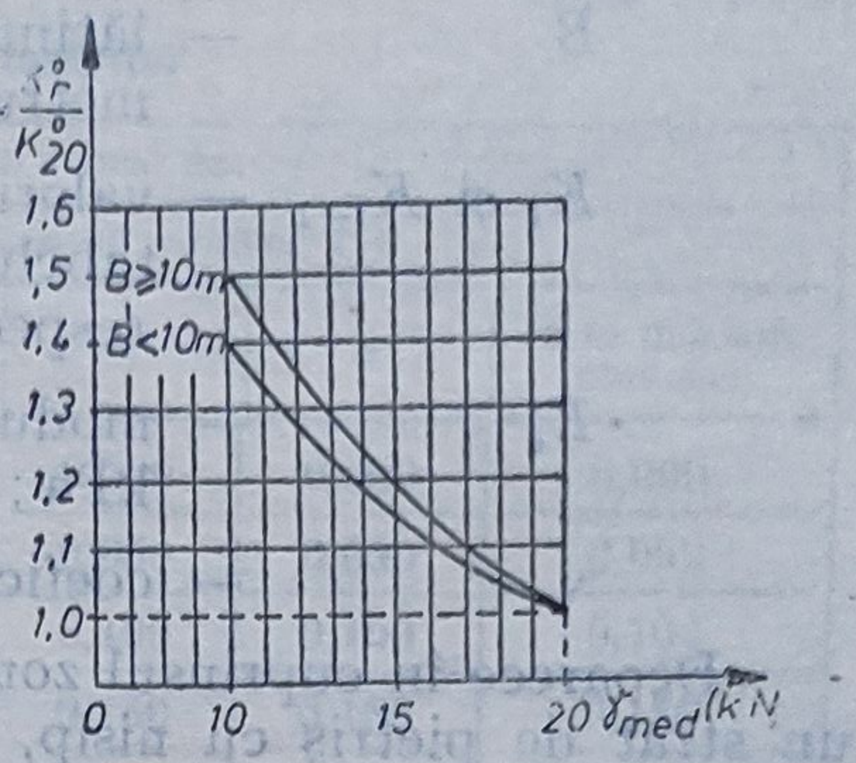


Fig. III.2.19. Nomogramă pentru determinarea valorii c_0 în funcție de γ_{med} și lățimea fundației B.

Interpolînd liniar între valorile lui K^0_{20} corespunzătoare lui $B = 2$ m și $B = 5$ m, se obține $K^0_{20} = 2{,}72$ pentru $B = 3$ m.

Din figura III.2.18 în funcție de adîncimea de fundare D_f și lățimea fundației B se obține corecția de adîncime ΔK^0. Corespunzător lui $D_f = 1{,}8$ m și pentru $B = 3$ m obținem $\Delta K^0 = 0{,}04$.

Valoarea lui c_0 o determinăm din figura III.2.19 în funcție de γ_{med} și lățimea fundației B.

Pentru cazul nostru $\gamma = 19$ kN/m³ și pentru $B < 10$ m determinăm $c_0 = 1{,}02$.

Deci valoarea lui z^0 va fi:

$$z^0 = 1{,}02(2{,}72 + 0{,}04) \cdot 3{,}0 = 1{,}02 \cdot 2{,}76 \cdot 3{,}0 = 8{,}45 \text{ m}.$$

Corespunzător valorii lui z^0 calculată cu ajutorul nomogramelor, tasarea va fi:

$$s = 100 \cdot 0{,}8 \left[\frac{222 \cdot 1}{15\,000} + \frac{171 \cdot 1}{15\,000} + \frac{111{,}5 \cdot 1}{15\,000} + \frac{72{,}5 \cdot 1}{15\,000} + \frac{49 \cdot 1}{15\,000} + \frac{34{,}5 \cdot 1{,}0}{15\,000} + \right.$$

$$\left. + \frac{26{,}5 \cdot 1{,}0}{15\,000} + \frac{21{,}5 \cdot 1{,}0}{15\,000} + \frac{0{,}45 \cdot 17{,}85}{15\,000} \right] = 80 \cdot \frac{716{,}5}{15\,000} = 3{,}82 \text{ cm}.$$

Se constată că diferența de tasare corespunzătoare valorilor lui z^0 calculate din condiția $\sigma_z < 0{,}2\ \sigma_{gz}$ și cu ajutorul nomogramelor este doar de 0,16 cm.

b) Conform STAS 3300-77, tasarea absolută probabilă a fundației se calculează prin metoda stratului liniar deformabil de grosime finită, în cazul în care în limita zonei active apare un strat practic incompresibil (avînd $E > 100\,000$ kPa).

Prin această metodă tasarea absolută probabilă a fundației se calculează cu relația:

$$s = 100 \cdot m \cdot p_n \cdot B \sum \frac{K_i - K_{i-1}}{E_i} (1 - \nu_i^2),$$

în care: m este coeficient de corecție ținînd seama de grosimea stratului deformabil z^0, dat în tabelul III.2.19;

p_n — efortul unitar mediu pe talpa fundației, în kPa;

B — lățimea tălpii fundației dreptunghiulare sau diametru fundației circulare, în m;

K_i și K_{i-1} — valori ale coeficientului adimensional K date în tabelul III.2.20 și stabilite pentru nivelul inferior, respectiv superior al aceluiași strat i;

E_i — modulul de deformație liniară al stratului i, în kPa;

ν_i — coeficientul de deformare laterală al stratului i.

Deoarece în cuprinsul zonei active z^0, determinată la punctul a, apare un strat de pietriș cu nisip, practic incompresibil, grosimea zonei active se limitează la suprafața acestui strat.

În situația dată $z^0 = 5$ m.

Din tabelul III.2.19 în funcție de raportul $\frac{z^0}{B} = \frac{5}{3} = 1{,}67$ vom scoate valoarea lui $m = 1{,}1$.

Tabelul III.2.19

Valoarea coeficientului de corecție

z^0/B	Coeficient de corecție m
0,00...0,25	1,5
0,26...0,50	1,4
0,51...1,00	1,3
1,01...1,50	1,2
1,51...2,50	1,1
>2,50	1,0

Stratul din cuprinsul zonei active fiind un strat omogen, coeficienții K_i și K_{i-1} îi vom stabili numai pentru adîncimea $z = z^0$ și respectiv, la nivelul tălpii fundației: $z = 0$.

Pentru $z = z^0 = 5$ m; $\frac{2z}{B} = \frac{10}{3} = 3{,}33$; $\frac{L}{B} = \frac{3{,}5}{3{,}0} = 1{,}17$.

În funcție de aceste două rapoarte din tabelul III.2.20 prin interpolare vom scoate valoarea lui $K_i = 0{,}6119$. Pentru $z = 0$, $\frac{2z}{B} = 0$; $\frac{L}{B} = 1{,}17$; $K_{i-1} = 0$.

Tasarea absolută probabilă va avea valoarea:

$$s = 100 \cdot 1{,}1 \cdot 238 \cdot 3{,}0 \cdot \frac{0{,}6119 - 0}{15\,000}(1 - 0{,}42^2) =$$

$$= 110 \cdot 238 \cdot 3{,}0 \cdot \frac{0{,}6119}{15\,000} \cdot 0{,}8236 = 2{,}64 \text{ cm}.$$

Din compararea celor două valori ale tasărilor se constată că prezența stratului compresibil reduce tasarea cu valoarea $\Delta s = 3{,}82 - 2{,}64 = 1{,}18$ cm.

Tabelul III.2.20

Coeficienții K pentru calculul tasărilor

$2z/B$	K pentru fundații sub forma de:							
	Cerc	Dreptunghi cu raportul laturilor L/B						
		1	1,5	2	3	5	⩾10 (fundații continue)	
0,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
0,2	0,045	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,052	
0,4	0,090	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,104	
0,6	0,135	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,156	
0,8	0,179	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,208	
1,0	0,233	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,260	
1,2	0,266	0,299	0,300	0,300	0,300	0,300	0,311	
1,4	0,308	0,342	0,349	0,349	0,349	0,349	0,362	
1,6	0,348	0,381	0,395	0,397	0,397	0,397	0,412	
1,8	0,382	0,415	0,437	0,442	0,442	0,442	0,462	
2,0	0,411	0,446	0,476	0,484	0,484	0,484	0,511	
2,2	0,437	0,474	0,511	0,524	0,525	0,525	0,560	
2,4	0,461	0,499	0,543	0,561	0,566	0,566	0,605	
2,6	0,482	0,522	0,573	0,595	0,604	0,604	0,648	
2,8	0,501	0,542	0,601	0,626	0,640	0,640	0,687	
3,0	0,517	0,560	0,625	0,655	0,674	0,674	0,726	
3,2	0,532	0,577	0,647	0,682	0,706	0,708	0,763	
3,4	0,546	0,592	0,668	0,707	0,736	0,741	0,798	
3,6	0,558	0,606	0,688	0,730	0,764	0,772	0,831	
3,8	0,569	0,618	0,708	0,752	0,791	0,808	0,862	
4,0	0,579	0,630	0,722	0,773	0,816	0,830	0,892	
4,2	0,588	0,641	0,737	0,791	0,839	0,853	0,921	
4,4	0,596	0,651	0,751	0,809	0,861	0,885	0,949	
4,6	0,604	0,660	0,764	0,824	0,888	0,908	0,976	
4,8	0,611	0,668	0,776	0,841	0,902	0,932	1,001	
5,0	0,618	0,676	0,787	0,855	0,921	0,955	1,025	
5,2	0,624	0,683	0,798	0,868	0,939	0,977	1,050	
5,4	0,630	0,690	0,808	0,881	0,955	0,998	1,073	
5,6	0,635	0,697	0,818	0,893	0,971	1,018	1,095	
5,8	0,640	0,703	0,827	0,904	0,986	1,038	1,117	
6,0	0,645	0,709	0,836	0,913	1,000	1,057	1,138	
6,2	0,649	0,714	0,843	0,924	1,014	1,074	1,158	
6,4	0,653	0,719	0,850	0,934	1,027	1,091	1,178	
6,6	0,657	0,724	0,857	0,943	1,040	1,107	1,197	
6,8	0,661	0,728	0,863	0,951	1,051	1,123	1,215	
7,0	0,664	0,732	0,869	0,959	1,062	1,138	1,233	
8,0	0,679	0,751	0,897	0,995	1,111	1,205	1,316	
9,0	0,691	0,766	0,918	1,022	1,151	1,262	1,390	
10,0	0,700	0,777	0,935	1,045	1,183	1,309	1,456	

III.3. CONDIȚIA DE ECHILIBRU LIMITĂ

III.3.1. Prin încărcarea unui semiplan, într-un punct din interiorul acestuia, apar eforturile unitare: $\sigma_z = 1{,}5$ daN/cm², $\sigma_y = 1{,}12$ daN/cm² și $\tau_{zy} = \tau_{yz} = 0{,}825$ daN/cm².

Punctul este situat într-un pământ având unghiul de frecare interioară $\Phi = 18°$ și coeziunea $c = 0{,}152$ daN/cm².

Se cere:

a) Să se reprezinte cu ajutorul cercului lui *Mohr*, starea de eforturi din punctul respectiv.

b) Să se facă precizări privind stabilitatea pământului în punctul considerat.

Rezolvare.

a) Pentru a trasa cercul lui *Mohr*, trebuie să cunoaștem poziția centrului și raza cercului.

Se știe că între eforturile unitare ce apar după două direcții perpendiculare și eforturile unitare principale există următoarea legătură:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\left[(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2\right]^{1/2};$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{1{,}5 + 1{,}12}{2} \pm \frac{1}{2}\left[(1{,}5 - 1{,}12)^2 + 4 \cdot 0{,}825^2\right]^{1/2} = 1{,}31 \pm 0{,}846;$$

$$\sigma_1 = 2{,}156 \text{ daN/cm}^2; \quad \sigma_2 = 0{,}463 \text{ daN/cm}^2.$$

În sistemul de coordonate $\sigma - \tau$, poziția centrului și raza sînt:

$$C\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}, 0\right) \text{ și } R = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

În figura III.3.1, la scara 2 cm = 1,0 daN/cm² s-a reprezentat cercul *Mohr*, folosind pentru: $C(1{,}309$ daN/cm², $0)$ și $R = 0{,}846$ daN/cm².

b) Rezistența la forfecare este dată de dreapta Coulomb; $\tau_f = \sigma \cdot \mathrm{tg}\Phi + c$.

În cazul nostru $\Phi = 18°$, $\mathrm{tg}\Phi = 0{,}325$, $c = 0{,}152$ daN/cm², deci,

$$\tau_f = 0{,}325 \cdot \sigma + 0{,}152.$$

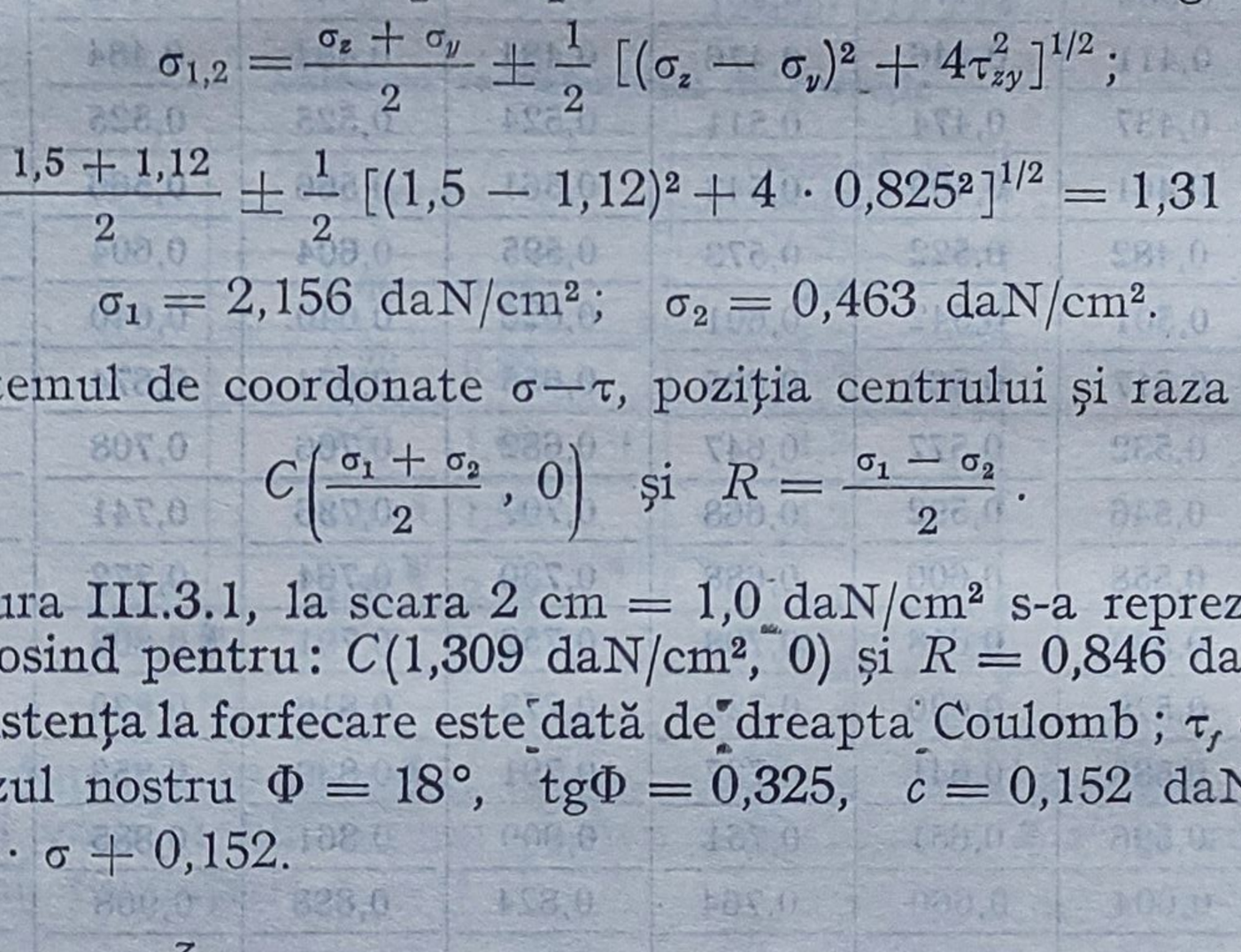


Fig. III.3.1. Cercul lui Mohr — dreaptă intrisecă.

Reprezentînd pe același sistem de coordonate dreapta *Coulomb*, în figura III.3.1. se poate vedea că punctele, aparținînd arcului de cerc MN, au ordonate ce depășesc valoarea lui τ_f. Deci prin punctul considerat, aparținînd semiplanului, se vor dezvolta suprafețe de cedare. Reprezentarea dreptei intrinseci s-a făcut prin găsirea tăieturilor acestea pe axele sistemului de coordonate.

$$\sigma = 0; \qquad \tau_f = c = 0{,}152 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\tau = 0; \qquad \sigma = -\frac{0{,}152}{0{,}325} = -0{,}467 \text{ daN/cm}^2.$$

III.3.2. În urma unei încercări în aparatul triaxial s-au obținut următoarele eforturi unitare principale la rupere:

— proba a: $\sigma_{1a} = 2{,}8$ daN/cm²; $\sigma_{2a} = 1{,}0$ daN/cm²;
— proba b: $\sigma_{1b} = 6{,}9$ daN/cm²; $\sigma_{2b} = 3{,}0$ daN/cm².

a) Se cere să se construiască cercurile de rupere *Mohr* pentru cele două probe.

b) Să se calculeze eforturile unitare ce apar pe planurile de înclinare $\alpha = 0°; 30°; 60°; 90°$ pentru proba a.

c) Să se determine eforturile tangențiale maxime ce se pot dezvolta (proba a).

d) Să se determine ecuația dreptei intrinseci a pămîntului.

e) Să se găsească valoarea rezistenței la forfecare a pămîntului în planul în care efortul unitar tangențial este maxim.

Rezolvare.

a) Coordonatele centrului și raza cercului *Mohr* pentru cele două probe:

$C_a(1{,}9 \text{ daN/cm}^2, 0)$; $R_a = 0{,}9$ daN/cm²;
$C_b(4{,}45 \text{ daN/cm}^2, 0)$; $R_b = 1{,}95$ daN/cm².

b) Se cunoaște că mărimea eforturilor unitare normale și tangențiale după o direcție ce face unghiul α cu planul pe care apare efortul unitar principal maxim σ_1, sînt date de relațiile:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha;$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha;$$

$\alpha = 0°$; $\sigma_0{}^\circ = \dfrac{2{,}8 + 1{,}0}{2} + \dfrac{2{,}8 - 1{,}0}{2} \cdot \cos 0° = \sigma_1 = 2{,}8$ daN/cm²;

$\tau_0{}^\circ = 0$; în planul eforturilor unitare principale nu apar eforturi unitare tangențiale.

$\alpha = 30°$; $\sigma_{30°} = \dfrac{2{,}8 + 1}{2} + \dfrac{2{,}8 - 1{,}0}{2} \cdot \cos 2 \cdot 30° = 2{,}35$ daN/cm²;

$$\tau_{30°} = \frac{2{,}8 - 1}{2} \cdot \sin 2 \cdot 30° = 0{,}779 \text{ daN/cm}^2.$$

$\alpha = 60°$; $\sigma_{60°} = \dfrac{2{,}8 + 1}{2} + \dfrac{2{,}8 - 1{,}0}{2} \cos 2 \cdot 60° = 1{,}45$ daN/cm²;

$\tau_{60°} = 0{,}779$ daN/cm².

$\alpha = 90°$; $\sigma_{90°} = \dfrac{2{,}8 + 1}{2} + \dfrac{2{,}8 - 1}{2} \cdot \cos 2 \cdot 90° = \sigma_2 = 1{,}0$ daN/cm²;

$\tau_{90°} = 0$.

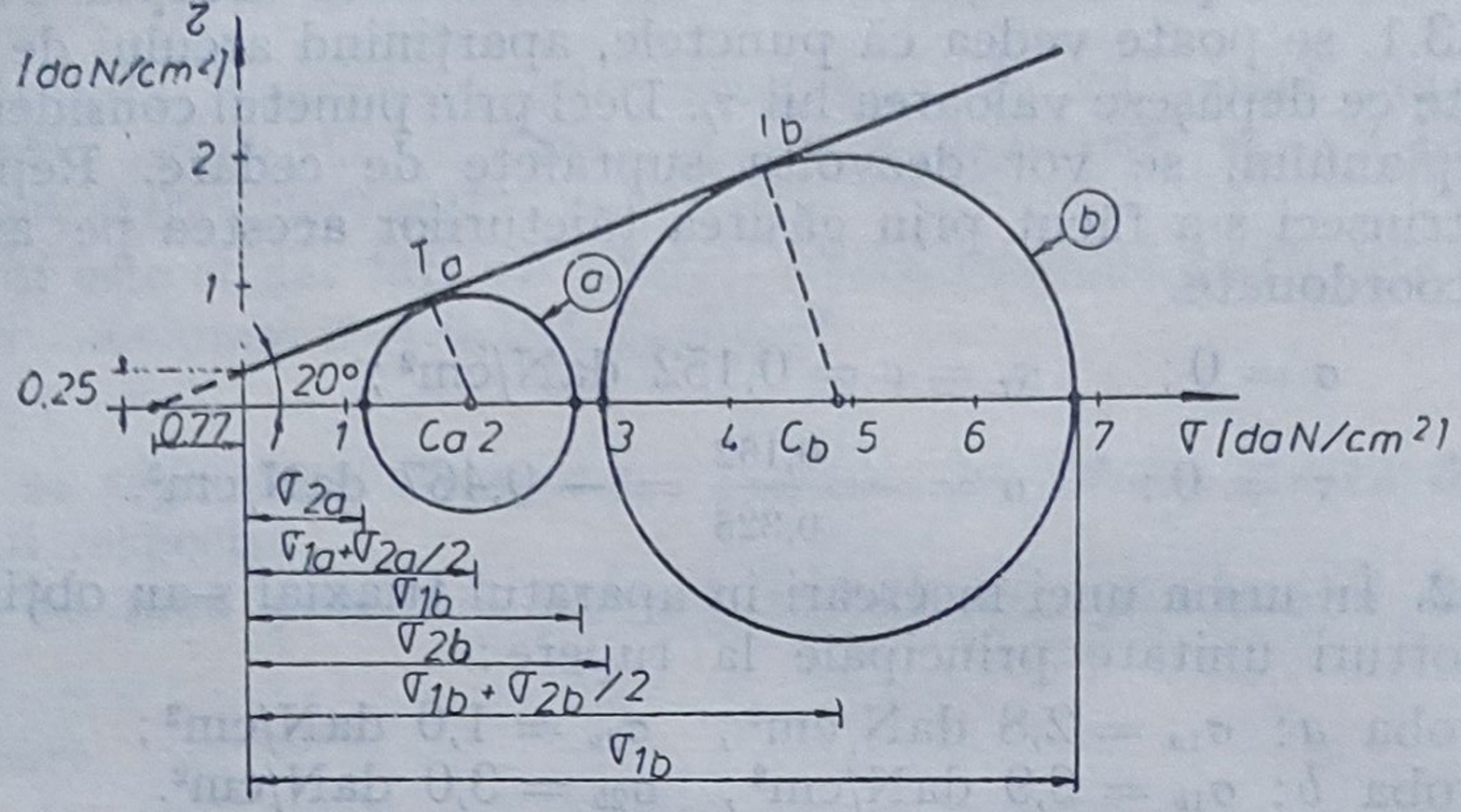


Fig. III.3.2. Cercurile lui Mohr la rupere — determinarea dreptei intrinseci.

c) Valoarea efortului unitar tangențial este maximă în planul de înclinare $\alpha = 45°$; cu datele problemei se obține:

$$\tau_{max} = \frac{2{,}8 - 1}{2} \sin 2 \cdot 45° = 0{,}90 \text{ daN/cm}^2.$$

d) Din construcția grafică (fig. III.3.2), realizată la scara 1 cm = = 1 daN/cm², ducînd tangenta comună celor două cercuri ce reprezintă dreapta intrinsecă, se determină valoarea coeziunii și a unghiului de frecare interioară: $c = 0{,}25$ daN/cm² și $\Phi = 20°$. Ecuația dreptei intrinseci este: $\tau_f = 0{,}364\sigma + 0{,}25$.

e) Valoarea rezistenței la forfecare în planul unde efortul tangențial este maxim, se va calcula din ecuația dreptei intrinseci făcînd pe σ egal cu $\sigma_{45°}$.

$$\sigma_{45°} = \frac{2{,}8 + 1}{2} = 1{,}9 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\tau_{f\,45°} = 0{,}364 \cdot 1{,}9 + 0{,}28 = 0{,}971 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\tau_{45°} < \tau_{f\,45°}.$$

III.3.3. Se consideră semiplanul în alcătuirea căruia intră un pămînt omogen ce are unghiul de frecare interioară $\Phi = 20°$ și coeziunea $c = 0{,}15$ daN/cm².

a) Să se stabilească dacă starea de eforturi unitare produsă de solicitările exterioare, ce fac să apară eforturile unitare $\sigma_z = 2{,}5$ daN/cm², $\sigma_y = = 1{,}8$ daN/cm² și $\tau_{zy} = \tau_{yz} = 1{,}085$ daN/cm², este o stare limită.

b) În cazul în care nu avem echilibru limită se cere să se stabilească caracteristicile Φ și c pentru care este atinsă starea de echilibru limită.

Rezolvare.

a) Ecuația dreptei intrinseci a pămîntului este: $\tau_f = 0{,}364\,\sigma + 0{,}15$. Elementele cercului lui *Mohr* pot fi calculate folosind eforturile unitare precizate pentru direcțiile sistemului cartezian de coordonate:

$$C\left(\frac{\sigma_z + \sigma_y}{2}, 0\right); \; R = \frac{1}{2}\left[(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2\right]^{1/2};$$

$$C\,(2{,}15 \text{ daN/cm}^2;\; 0);\; R = 1{,}14 \text{ daN/cm}^2.$$

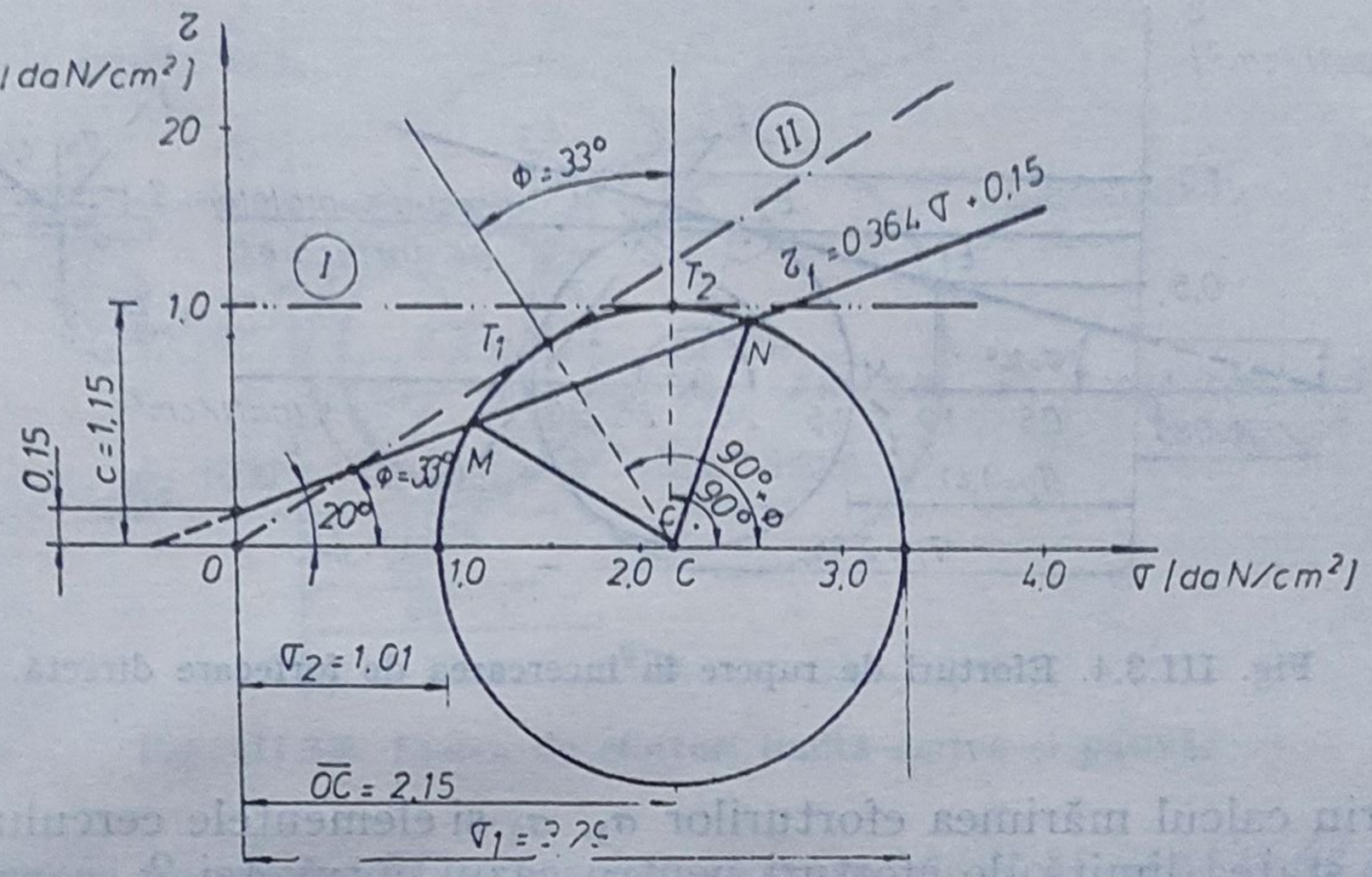


Fig. III.3.3. Starea de eforturi în raport cu rezistența la forfecare.

În reprezentarea grafică din figura III.3.3 s-a folosit scara 2 cm = 1,0 daN/cm².

b) Pe figură se delimitează un arc de cerc T_1T_2 pentru care dreptele intrinseci sînt tangente cercului lui *Mohr*. Aceste drepte caracterizează condiția de echilibru limită. Punctele T_2 și T_1 se obțin pentru dreptele intrinseci ce au $\Phi = 0°$ și $c = 1{,}15$ daN/cm², respectiv $c = 0$ și $\Phi = 33°$.

III.3.4. Pentru stabilirea parametrilor de forfecare printr-o încercare de forfecare de tip *U.U.*, efectuată în caseta de forfecare pe plan obligat, s-au obținut următoarele date:

— epruveta 1 : $\sigma = 1{,}0$ daN/cm²; $\tau = 0{,}5$ daN/cm²;
— epruveta 2 : $\sigma = 2{,}0$ daN/cm²; $\tau = 0{,}75$ daN/cm²;
— epruveta 3 : $\sigma = 3{,}0$ daN/cm²; $\tau = 1{,}0$ daN/cm².

a) Se cere să se stabilească parametrii rezistenței la forfecare ai pămîntului.

b) Să se analizeze starea de eforturi unitare în condițiile echilibrului limită pentru epruveta 2.

Rezolvare.

a) Știind că valorile σ și τ obținute în urma încercării sînt eforturi unitare în planul median al epruvetei, ce caracterizează ruperea pămîntului, punctul determinat prin reprezentarea în sistemul de coordonate σ, τ, aparține dreptei intrinseci.

Reprezentînd punctele ce caracterizează eforturile în cele 3 epruvete, obținem dreapta intrinsecă. Tăietura dreptei pe ordonată și înclinarea acesteia cu abscisa ne dă coeziunea c și respectiv unghiul de frecare interioară a pămîntului Φ.

Din figura III.3.4, realizată la scara 2 cm = 1daN/cm², rezultă pentru datele problemei $\Phi = 14°$ și $c = 0{,}25$ daN/cm².

b) Cunoscînd legătura dintre eforturile unitare ce apar pe un plan de înclinare α față de planul efortului unitar principal maxim, se poate

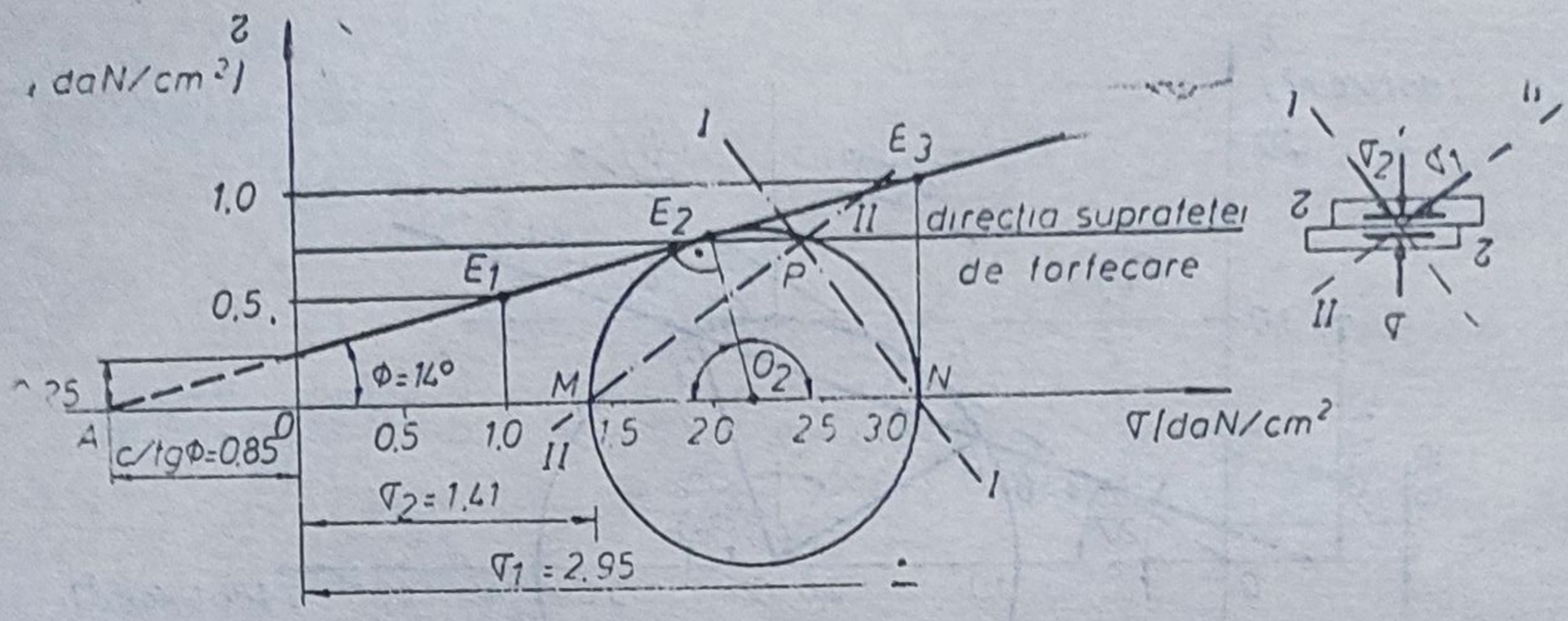


Fig. III.3.4. Eforturi de rupere în încercarea de forfecare directă.

stabili prin calcul mărimea eforturilor σ_1, σ_2 și elementele cercului ce caracterizează starea limită de eforturi pentru cazul epruvetei 2.

$$\sphericalangle E_2AO_2 = \Phi\,;\quad \sphericalangle AO_2E_2 = 90^\circ - \Phi\,;\quad \sphericalangle NO_2E_2 = 90^\circ + \Phi = 2\alpha.$$

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\cos 2\alpha\,;$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha.$$

Din rezolvarea sistemului, rezultă:

$$\sigma_1 = \sigma_\alpha - \tau_\alpha\left(\operatorname{ctg} 2\alpha - \frac{1}{\sin 2\alpha}\right);$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - \frac{2 \cdot \tau_\alpha}{\sin 2\alpha}.$$

Cu valorile numerice ale exemplului, rezultă:

$$\sigma_1 = 2{,}9599 \text{ daN/cm}^2\,;\quad \sigma_2 = 1{,}414 \text{ daN/cm}^2.$$

Elementele cercului *Mohr* sînt:

$$O_2(2{,}186 \text{ daN/cm}^2,\ 0) \text{ și } R_a = 0{,}772 \text{ daN/cm}^2.$$

Găsind polul P al cercului lui *Mohr*, prin ducerea din punctul E_2 a unei paralele la suprafața pe care lucrează eforturile unitare se pot găsi direcțiile suprafețelor pe care apar eforturile unitare principale: I—I și II—II.

III.3.5. Să se construiască pe cale grafică cercurile de eforturi limită activă și pasivă, cunoscînd parametrii dreptei intrinseci a pămîntului: $\Phi = 18^\circ$, $c = 0{,}35$ daN/cm², precum și eforturile unitare $\sigma = 1{,}25$ daN/cm² și $\tau = 0{,}5$ daN/cm², ce apar într-un punct M al masivului după o direcție oarecare.

Rezolvare.

Găsirea cercurilor de echilibru limită activă și pasivă presupune:

— alegerea sistemului de coordonate și a unei scări convenabile de reprezentare a eforturilor unitare (1 cm = 0,5 daN/cm², în cazul fig. III.3.5);

— trasarea dreptei intrinseci folosind tăieturile dreptei pe axele sistemului de coordonate;

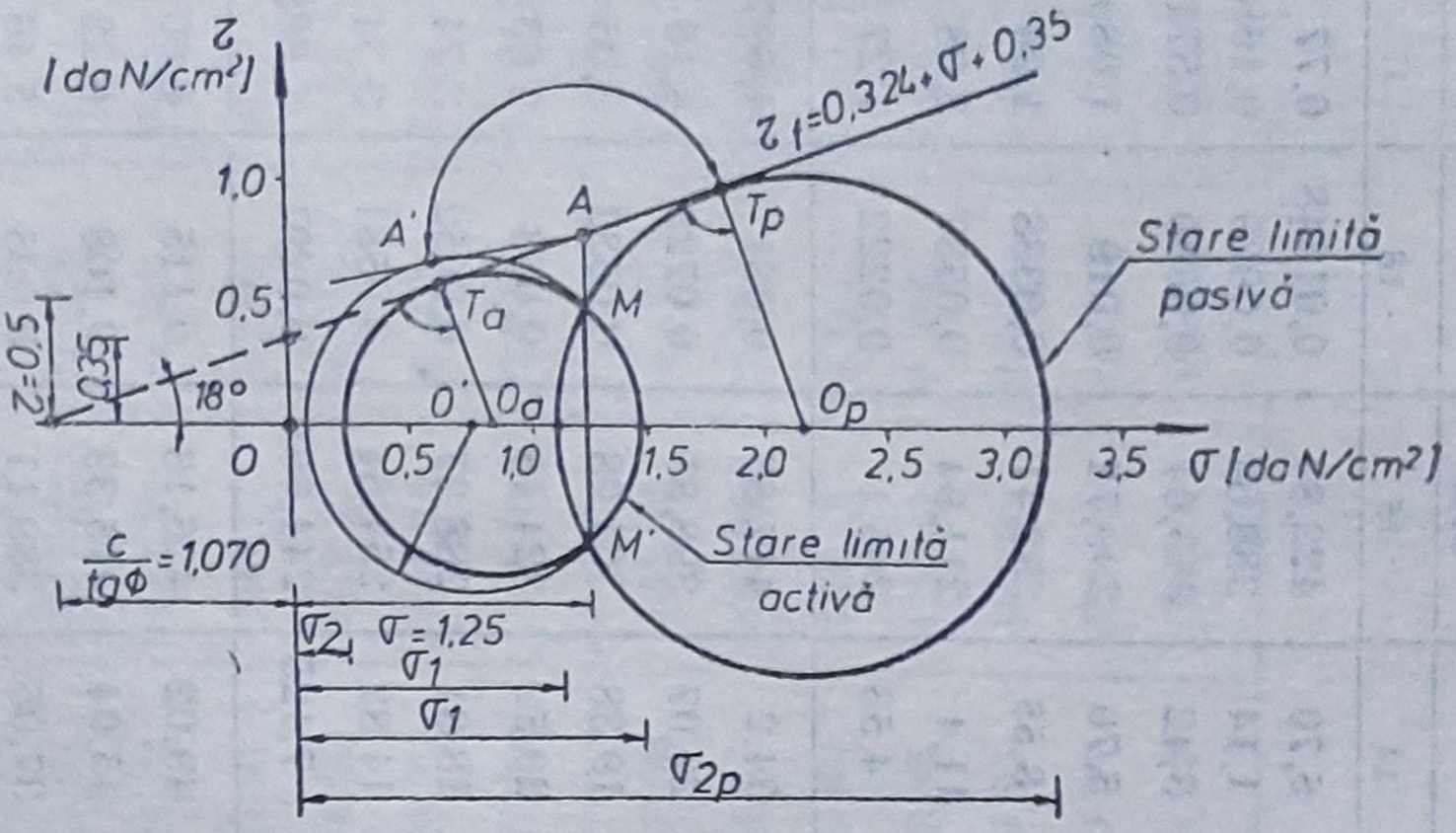


Fig. III.3.5. Starea de eforturi limită activă și pasivă.

— fixarea punctului M ce precizează starea de eforturi M (1,25 daN/cm²; 0,5 daN/cm²);

— trasarea unui cerc ce trece prin punctul M (cercul de centru O');

— găsirea punctului A prin ducerea prin M a unei paralele la axa ordonatelor;

— ducerea unei tangente din A la cercul trasat și găsirea punctului A';

— rabaterea punctului A' și găsirea lui T_a și T_p, păstrînd piciorul compasului în punctul A;

— ducerea perpendicularelor pe dreapta intrinsecă din punctele T_a și T_p și găsirea centrelor cercurilor ce caracterizează starea limită activă și pasivă O_a și respectiv O_p;

— trasarea cercurilor folosind cele două centre O_a și O_p de rază O_a T_a și O_p T_p;

— la scara construcției grafice se pot stabili eforturile unitare principale ce caracterizează cele două stări, activă și pasivă.

III.3.6. Se cere să se verifice stabilitatea terenului de fundare de sub un dig de pămînt care transmite acestuia o presiune liniar distibuită de intensitate maximă $p = 114$ kPa (fig. III.3.6). Caracteristicile terenului de fundare sînt: $\Phi = 14°$, $c = 25$ kPa și $\gamma = 18{,}5$ kN/m³. Înălțimea digului $H = 6{,}0$ m, semilățimea la bază $b = 10$ m, panta taluzurilor 1/1,5, greutatea volumică a materialului din dig $\gamma = 19{,}0$ kN/m³.

Rezolvare.

Pentru verificare se calculează unghiul de deviere α, a cărui valoare trebuie să fie inferioară unghiului de frecare interioară Φ al pămîntului din terenul de fundare. Relațiile de calcul sînt date în figura III.3.6.

Calculul s-a făcut într-o rețea de puncte aparținînd stratului de fundare și poate fi urmărit în tabelul III.3.1. Pentru calculul eforturilor unitare principale ce apar la încărcarea semiplanului cu o sarcină distribuită liniar, s-au folosit coeficienții introduși de *Maslov*, tabelele III.3.2 și III.3.3, acestea determinîndu-se cu relațiile

$$\sigma_1 = K_1 \cdot p; \quad \sigma_2 = K_2 \cdot p,$$

în care: K_1, K_2 sînt funcție de rapoartele $\frac{z}{b}$ și $\frac{y}{b}$;

$$p = \gamma \cdot H.$$

Tabelul III.3.1

Calculul unghiului de deviație

Nr. pct.	$\frac{y}{b}$	$\frac{z}{b}$	K_1	K_2	p kPa	σ_1 kPa	σ_2 kPa	Φ	ctg Φ	c ctg Φ kPa	$z \cdot \gamma$ kPa	$2(c \cdot \text{ctg}\,\Phi + \gamma \cdot z)$ kPa	$\sigma_1 - \sigma_2$ kPa	$(\sigma_1+\sigma_2)+2(c \cdot \text{ctg}\,\Phi+\gamma \cdot z)$ kPa	sin α	α
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
0	0		1,0	0,95		114	108,3						5,70	422,84	0,01348	0,77
1	0,2		0,83	0,82		94,62	93,48						1,14	388,64	0,0029	0,168
2	0,4		0,64	0,61		72,96	69,54						3,42	313,04	0,0099	0,571
3	0,6	0,0	0,46	0,416	114	52,44	46,74	14	4,010	100,27	0,00	200,54	5,70	299,72	0,019	1,089
4	0,8		0,265	0,19		32,21	21,66						8,55	252,41	0,0338	1,94
5	1,0		0,10	0,0		11,4	0,0						11,4	211,94	0,0537	3,08
6	1,2		0,040	0,0		4,56	0,0						4,56	205,1	0,0222	1,27
7	0,0		0,94	0,64		107,16	72,96						34,2	417,66	0,081	4,697
8	0,2		0,835	0,58		95,19	66,12						29,07	398,85	0,0728	4,18
9	0,4		0,64	0,47		72,96	53,88						19,38	364,08	0,0532	3,05
10	0,6	0,10	0,47	0,29	114	53,58	33,06	14	4,010	100,27	185	237,54	20,52	324,18	0,063	3,63
11	0,8		0,305	0,14		34,77	15,96						18,81	288,27	0,0652	3,74
12	1,0		0,14	0,01		15,96	1,14						14,82	254,64	0,0581	3,34
13	1,2		0,0625	0		7,125	0,0						7,125	244,665	0,0291	1,668
14	0,0		0,88	0,45		100,32	51,3						49,02	426,16	0,115	6,60
15	0,2		0,815	0,42		92,91	47,88						45,04	415,33	0,108	6,22
16	0,4		0,665	0,34		75,81	38,76						37,05	389,11	0,095	5,46
17	0,6	0,2	0,515	0,215	114	58,71	24,51	14	4,010	100,27	37,0	274,54	34,20	357,76	0,095	5,48
18	0,8		0,365	0,11		44,61	12,54						29,07	328,64	0,088	5,07
19	1,0		0,23	0,03		26,22	3,42						22,80	304,18	0,074	4,29
20	1,2		0,13	0,0		14,82	0,0						14,82	289,36	0,051	2,93

Tabelul III.3.1 (continuare)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
21	0,0	0,4	0,82	0,33	114	93,48	37,62	13	4,010	100,27	55,5	311,54	55,86	442,64	0,126	7,24
22	0,2		0,775	0,31		88,35	35,34						53,01	435,23	0,121	6,99
23	0,4		0,655	0,245		74,67	27,93						46,74	414,14	0,112	6,48
24	0,6		0,53	0,165		60,42	18,81						41,61	390,77	0,106	6,11
25	0,8		0,385	0,085		43,89	9,69						34,20	362,12	0,094	5,41
26	1,0		0,265	0,035		30,21	3,99						26,22	345,75	0,075	4,35
27	1,2		0,16	0,002		18,24	0,285						17,955	330,065	0,054	3,11
28	0,0	0,4	0,76	0,26	114	86,64	29,64	14	4,010	100,27	74,0	348,54	57,00	464,82	0,122	7,04
29	0,2		0,72	0,24		82,08	27,36						54,72	457,98	0,119	6,86
30	0,4		0,635	0,20		72,39	22,80						49,59	443,73	0,111	6,41
31	0,6		0,545	0,12		62,13	13,68						48,45	424,35	0,114	6,55
32	0,8		0,415	0,07		47,31	7,98						39,33	403,83	0,097	5,58
33	1,0		0,30	0,03		34,20	3,42						30,78	386,16	0,0797	4,57
34	1,2		0,22	0,01		25,08	1,14						23,94	374,76	0,0638	3,66

Tabelul III.3.2

Valorile coeficientului K_1.

$$d = \pm \frac{x}{b}\ ;\quad v = \pm \frac{z}{b}\ ;\quad \sigma_1 = K_1 \cdot \gamma \cdot h$$

v \ d	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
0,04	0,98	0,91	0,81	0,92	0,62	0,53	0,44	0,34	0,245	0,155	0,080	0,040	0,020
0,08	0,95	0,905	0,83	0,735	0,635	0,55	0,46	0,365	0,29	0,19	0,12	0,08	0,05
0,12	0,93	0,895	0,84	0,74	0,65	0,565	0,48	0,39	0,32	0,23	0,16	0,115	0,075
0,16	0,905	0,88	0,83	0,74	0,66	0,58	0,50	0,415	0,345	0,265	0,20	0,145	0,105
0,20	0,88	0,86	0,815	0,735	0,665	0,59	0,515	0,435	0,385	0,295	0,23	0,175	0,13
0,24	0,855	0,84	0,79	0,725	0,66	0,59	0,53	0,45	0,38	0,315	0,225	0,195	0,15
0,28	0,83	0,815	0,76	0,71	0,655	0,585	0,535	0,455	0,39	0,33	0,27	0,21	0,17
0,32	0,805	0,79	0,74	0,695	0,645	0,58	0,535	0,46	0,40	0,34	0,28	0,225	0,19
0,36	0,78	0,785	0,73	0,69	0,64	0,57	0,54	0,46	0,41	0,35	0,29	0,24	0,205
0,40	0,76	0,74	0,72	0,685	0,635	0,56	0,545	0,46	0,415	0,36	0,30	0,225	0,22

b — semilățimea rambleului; h — înălțimea rambleului

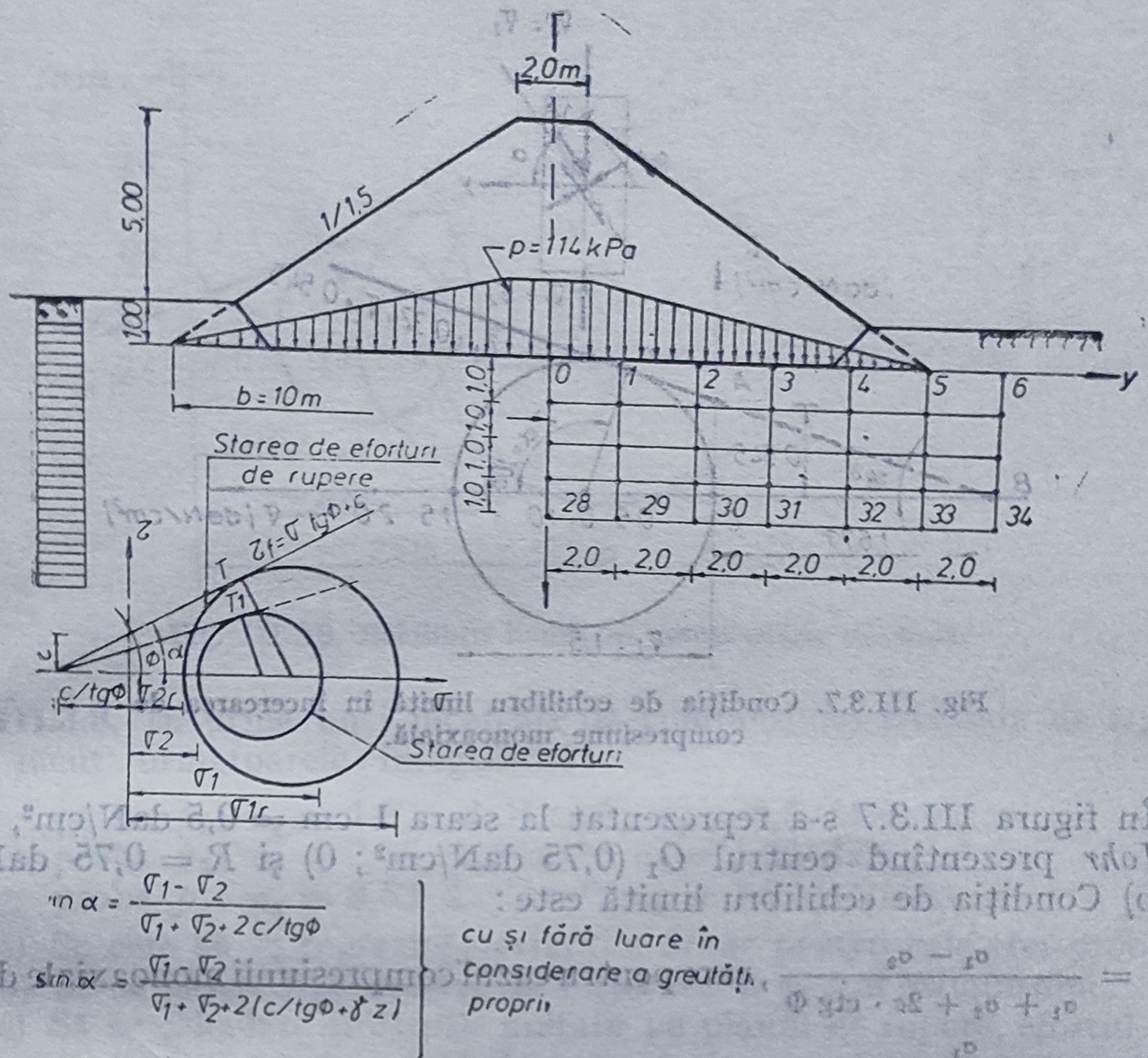
Tabelul III.3.3

Valorile coeficientului K_2

$$d = \pm \frac{x}{b}\ ;\quad v = \pm \frac{z}{b}\ ;\quad \sigma_2 = K_2 \cdot \gamma \cdot h$$

v \ d	0,0	0,1	0,2	0,3	0 4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1 2
0,04	0,82	0,775	0,70	0,67	0,54	0,445	0,36	0,26	0,17	0,09	0	0	0
0,08	0,69	0,665	0,62	0,53	0,485	0,38	0,31	0,225	0,15	0,075	0,005	0	0
0,12	0,59	0,375	0,54	0,475	0,435	0,335	0,275	0,20	0,135	0,065	0,015	0	0
0,16	0,51	0,50	0,48	0,425	0,385	0,30	0,24	0,175	0,12	0,06	0,025	0	0
0,2	0,45	0,435	0,42	0,28	0,34	0,27	0,215	0,16	0,11	0,06	0,03	0,005	0
0,24	0,395	0,38	0,37	0,335	0,295	0,25	0,195	0,14	0,10	0,053	0,035	0,01	0
0,28	0,35	0,34	0,325	0,30	0,26	0,225	0,175	0,13	0,09	0,05	0,035	0,01	0
0,32	0,315	0,30	0,29	0,27	0,235	0,205	0,135	0,11	0,08	0,045	0,035	0,015	0,005
0,36	0,285	0,275	0,26	0,24	0,215	0,18	0,14	0,10	0,073	0,045	0,03	0,015	0,01
0,4	0,26	0,25	0,24	0,215	0,20	0,165	0,12	0,09	0,07	0,04	0,03	0,02	0,01

b — semilățimea rambleului; h — înălțimea rambleului



$$\sin\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2 + 2c/tg\Phi}$$

$$\sin\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2 + 2(c/tg\Phi + \gamma z)}$$

} cu și fără luare în considerare a greutății proprii

α - unghi de deviere

$\sin\alpha < \sin\Phi$

$\alpha < \Phi$ } condiție de stabilitate

Fig. III.3.6. Verificarea stabilității terenului de fundare folosind echilibrul limită.

III.3.7. În urma unei încercări de compresiune monoaxială s-au obținut efortul unitar normal $\sigma_z = 1{,}5$ daN/cm² și înclinarea planului de rupere cu orizontala $\alpha = 54°$.

a) Să se reprezinte cercul lui *Mohr* pentru starea de eforturi.

b) Să se găsească parametrii rezistenței la forfecare folosind condiția de echilibru limită.

c) Să se calculeze eforturile unitare ce apar pe planul de rupere, precum și efortul unitar total și unghiul de deviere.

Rezolvare.

a) Plecînd de la relația ce dă eforturile principale:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\left[(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4 \cdot \tau_{zy}^2\right]^{1/2}, \text{ unde : } \sigma_y = 0;$$

$\tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$, în cazul compresiunii monoaxiale se obține:

$$\sigma_1 = \sigma_z \text{ și } \sigma_2 = 0.$$

Efortul unitar normal σ_z este efortul unitar principal maxim, deci planul orizontal este unul din planurile principale. Elementele cercului *Mohr* sînt $O_1\left(\frac{\sigma_1}{2}, 0\right)$ și $R = \frac{\sigma_1}{2}$.

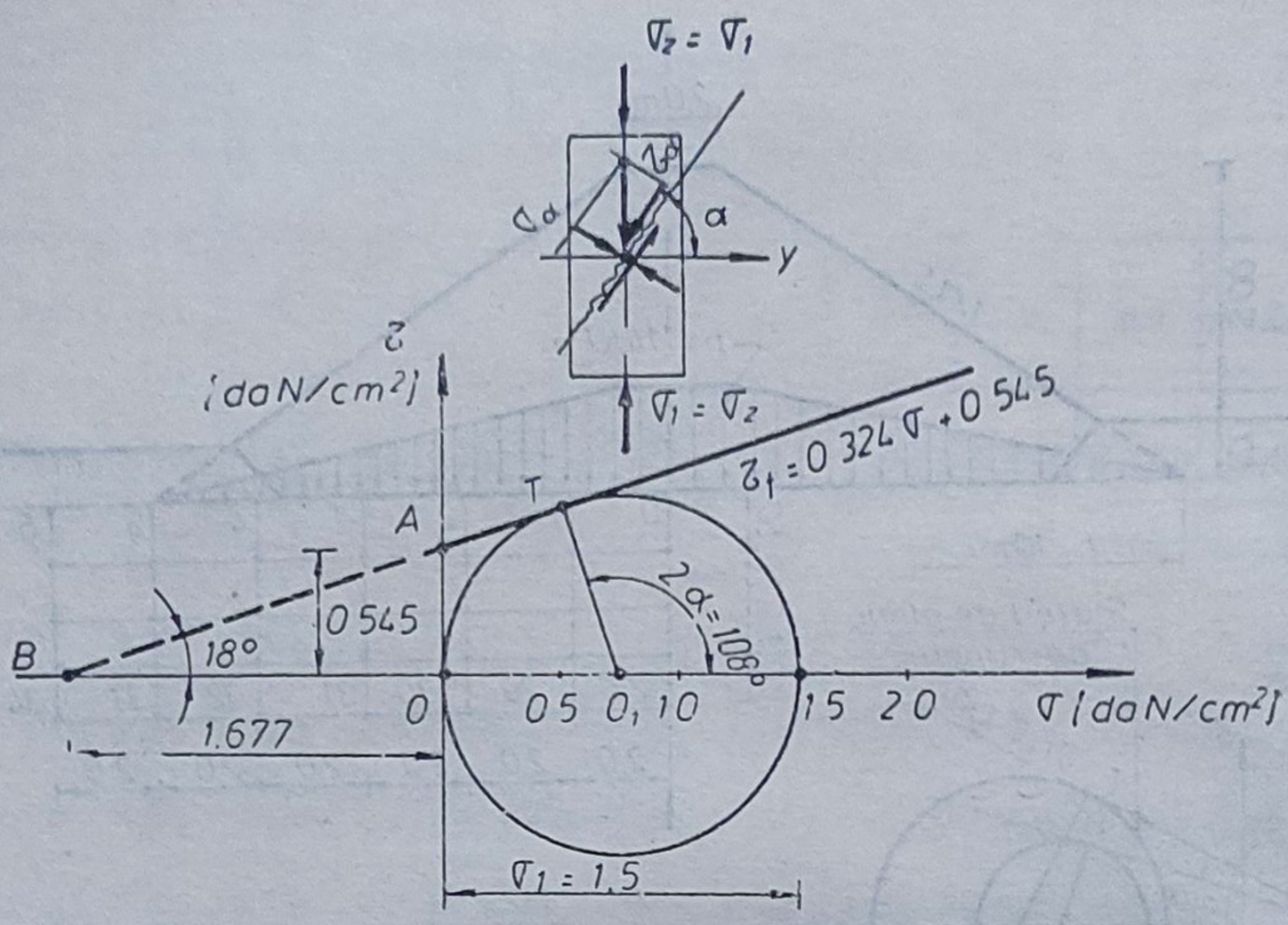


Fig. III.3.7. Condiția de echilibru limită în încercarea de compresiune monoaxială.

În figura III.3.7 s-a reprezentat la scara 1 cm = 0,5 daN/cm², cercul lui *Mohr* prezentînd centrul O_1 (0,75 daN/cm²; 0) și $R = 0{,}75$ daN/cm².

b) Condiția de echilibru limită este:

$$\sin \Phi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2 + 2c \cdot \operatorname{ctg} \Phi}, \text{ care pentru cazul compresiunii monoaxiale devine:}$$

$$\sin \Phi = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + 2c \cdot \operatorname{ctg} \Phi}.$$

Știind că planul de rupere face cu direcția planului efortului unitar principal maxim unghiul α, iar din condiția de tangență a dreptei intrinseci cu cercul eforturilor de rupere, dublul valorii aceluiași unghi este $90° + \Phi$, se poate găsi unghiul de frecare interioară Φ.

$$2\alpha = 90° + \Phi; \quad \Phi = 2\alpha - 90°;$$

$$\Phi = 18°.$$

Din condiția de echilibru limită rezultă pentru coeziune:

$$c = \frac{\sigma_1}{2} \cdot \frac{1 - \sin \Phi}{\cos \Phi} = \frac{1{,}5}{2} \cdot \frac{1 - \sin 18°}{\cos 18°} = 0{,}545 \text{ daN/cm}^2.$$

Dreapta intrinsecă are ecuația $\tau_f = 0{,}324\,\sigma + 0{,}545$.

Reprezentarea ei s-a făcut prin punctele de coordonate (0; 0,545) și (−1,677; 0).

c) Relațiile ce ne dau eforturile unitare din planul de rupere sînt:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} + \frac{\sigma_1}{2} \cos 2\alpha; \quad \sigma_{54°} = \frac{1{,}5}{2} + \frac{1{,}5}{2} \cos 108° = 0{,}518 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha; \quad \tau_{54°} = \frac{1{,}5}{2} \cdot \sin 108° = 0{,}713 \text{ daN/cm}^2.$$

Efortul unitar total $p_\alpha = (\sigma_\alpha^2 + \tau_\alpha^2)^{1/2} = (0{,}518^2 + 0{,}713^2)^{1/2} =$

$$= 0{,}881 \text{ daN/cm}^2;$$

unghiul de deviere $\delta = \operatorname{arctg} \frac{\tau_\alpha}{\sigma_\alpha} = \operatorname{arctg} \frac{0{,}713}{0{,}518} = 54°.$

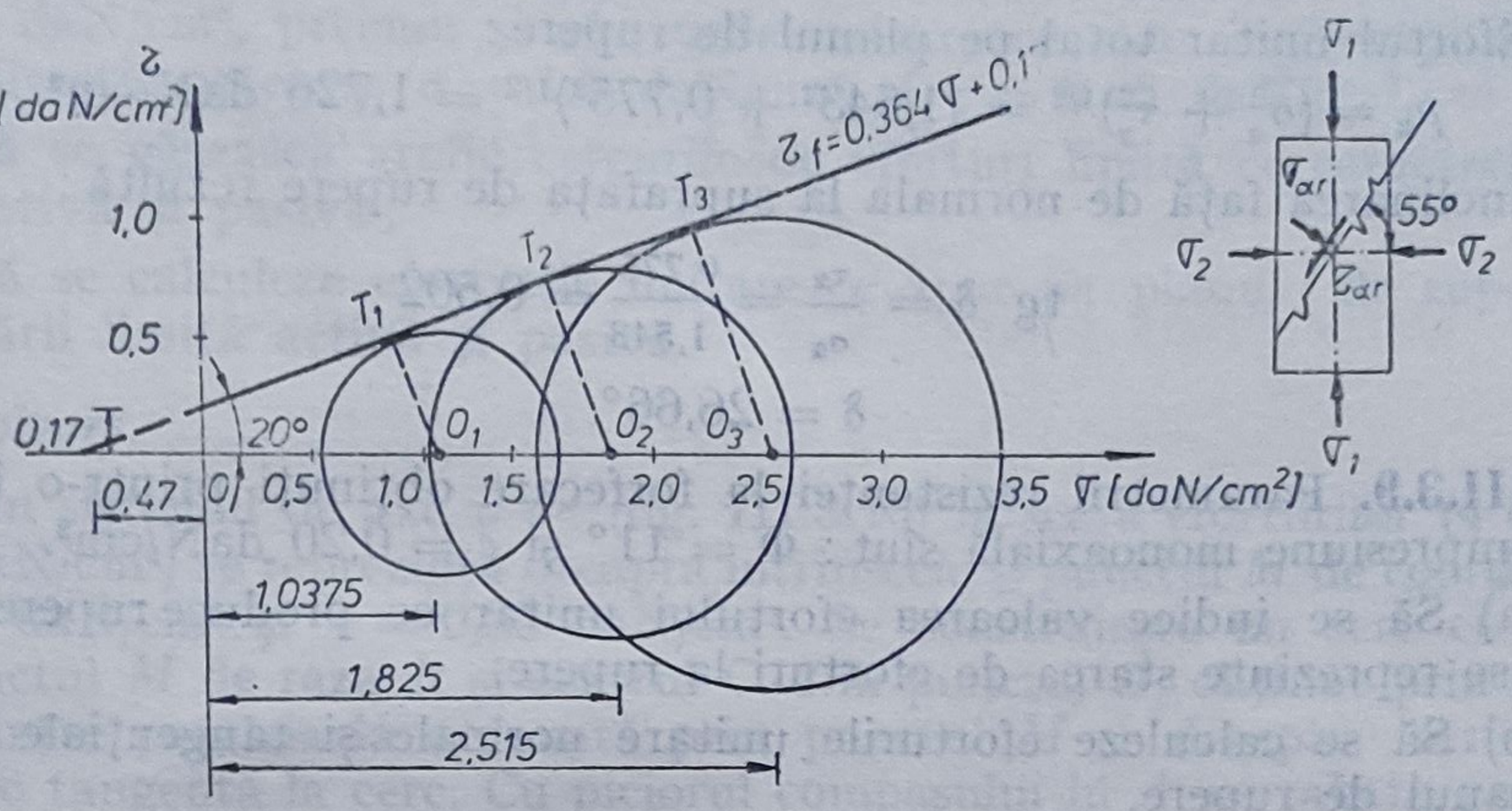


Fig. III.3.8. Echilibru limită — compresiune triaxială.

III.3.8. În urma unei încercări de compresiune triaxială de tip *UU*, s-au făcut următoarele înregistrări:

— proba p_1: $\sigma_1 = 1{,}575$ daN/cm²; $\sigma_2 = 0{,}5$ daN/cm²;
— proba p_2: $\sigma_1 = 2{,}65$ daN/cm²; $\sigma_2 = 1{,}00$ daN/cm²;
— proba p_3: $\sigma_1 = 3{,}53$ daN/cm²; $\sigma_2 = 1{,}5$ daN/cm².

a) Se cere să se reprezinte cercurile *Mohr* pentru cele trei probe.

b) Să se găsească parametrii la forfecare Φ și c ai pământului.

c) Să se calculeze eforturile unitare pe planul de rupere, efortul unitar total și înclinarea acestuia față de normala la suprafața de rupere (pentru proba p_2).

Rezolvare.

a) Elementele cercurilor de eforturi pentru cele trei probe sînt:

— proba p_1: O_1 (1,0375 daN/cm²; 0); $R_1 = 0{,}5375$ daN/cm²;
— proba p_2: O_2 (1,825 daN/cm²; 0); $R_2 = 0{,}825$ daN/cm²;
— proba p_3: O_3 (2,515 daN/cm²; 0); $R_3 = 1{,}015$ daN/cm².

În reprezentarea cercurilor de eforturi s-a utilizat scara eforturilor unitare 2 cm = 1 daN/cm² (fig. III. 3.8).

b) Cercurile *Mohr* caracterizează eforturile de rupere, tangenta lor comună fiind dreapta intrinsecă a pământului din probe. Tăietura dreptei pe ordonata la scara eforturilor unitare este coeziunea ($c = 0{,}17$ daN/cm²), iar înclinarea cu orizontala este unghiul de frecare interioară ($\Phi = 20°$).

Ecuația dreptei intrinseci este: $\tau_f = 0{,}364\sigma + 0{,}17$.

c) Eforturile unitare pe planul de rupere sînt:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\cos 2\alpha; \quad \tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\sin 2\alpha.$$

Direcția planului de rupere cu orizontala (planul eforturilor principale maxime) este $\alpha = 45° + \Phi/2$; $2\alpha = 90° + \Phi$.

În cazul probei p_2 calculul conduce la următoarele valori:

$$\sigma_\alpha = \frac{2{,}65 + 1{,}0}{2} + \frac{2{,}65 - 1{,}0}{2}\cos 110° = 1{,}543 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\tau_\alpha = \frac{2{,}65 - 1{,}0}{2}\sin 110° = 0{,}775 \text{ daN/cm}^2.$$

Efortul unitar total pe planul de rupere:

$$p_\alpha = (\sigma_\alpha^2 + \tau_\alpha^2)^{1/2} = (1{,}543^2 + 0{,}775^2)^{1/2} = 1{,}726 \text{ daN/cm}^2.$$

Înclinarea față de normala la suprafața de rupere rezultă:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\tau_\alpha}{\sigma_\alpha} = \frac{0{,}775}{1{,}543} = 0{,}502;$$

$$\delta = 26{,}66°.$$

III.3.9. Parametrii rezistenței la forfecare obținuți printr-o încercare de compresiune monoaxială sînt: $\Phi = 11°$ și $c = 0{,}20$ daN/cm².

a) Să se indice valoarea efortului unitar ce produce ruperea probei și să se reprezinte starea de eforturi la rupere.

b) Să se calculeze eforturile unitare normale și tangențiale ce apar pe planul de rupere.

Rezolvare.

a) Plecînd de la condiția de echilibru limită, particularizată pentru compresiune monoaxială ($\sigma_1 \neq 0$; $\sigma_2 = 0$) se obține:

$$\sigma_1 = 2 \cdot c \cdot \frac{1}{\operatorname{tg}(45° - \Phi/2)} = 2 \cdot c \cdot \frac{\cos \Phi}{1 - \sin \Phi} = 2 \cdot 0{,}2 \cdot \frac{\cos 11°}{1 - \sin 11°} =$$

$$= 0{,}485 \text{ daN/cm}^2.$$

În sistemul de coordonate, $\sigma - \tau$ elementele cercului lui *Mohr* sînt: centru C (0,2425 daN/cm²; 0); raza $R = 0{,}2425$ daN/cm².

În figura III.3.9 reprezentarea s-a făcut la scara 5 cm = 0,5 daN/cm².

b) Unghiul de înclinare al planului de rupere este: $\alpha = 45° + \frac{\Phi}{2}$;

$\alpha = 50°30'$.

Eforturile unitare sînt:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} + \frac{\sigma_1}{2} \cos 2\alpha;$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha;$$

$$\sigma_{50°30'} = \frac{0{,}485}{2} + \frac{0{,}485}{2} \cos 101° = 0{,}196 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\tau_{50°30'} = \frac{0{,}485}{2} \cdot \sin 101° = 0{,}238 \text{ daN/cm}^2.$$

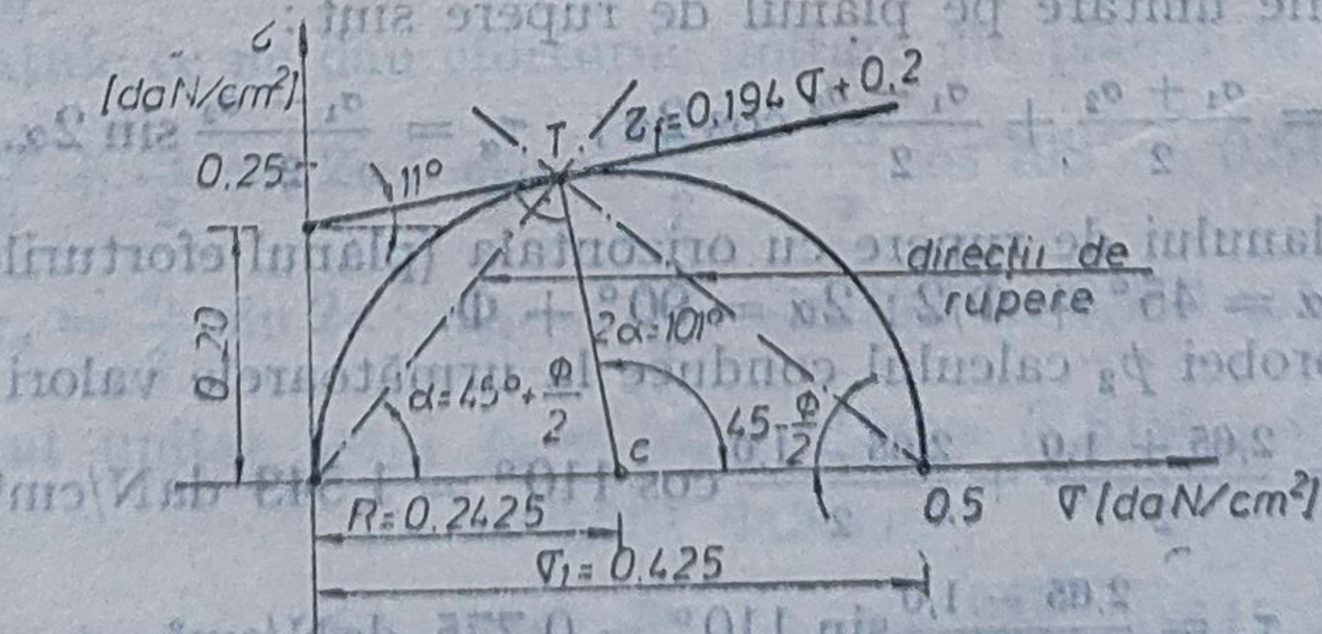


Fig. III.3.9. Echilibru limită — compresiune monoaxială.

III.3.10. Cunoscînd parametrii rezistenţei la forfecare $\Phi = 16°$ şi $c = 0{,}15$ daN/cm², precum şi eforturile unitare ce apar într-un punct M, după o direcţie oarecare $\sigma = 1{,}1$ daN/cm² şi $\tau = 0{,}35$ daN/cm², se cere:

a) să se găsească grafic cercurile de eforturi limită ce caracterizează starea activă şi pasivă;

b) să se calculeze eforturile unitare ce apar pe planul de rupere în cazul stării limită activă şi pasivă.

Rezolvare.

a) În sistemul de axe $\sigma - \tau$ (fig. III.3.10) la scara eforturilor (4 cm = = 1,0 daN/cm²) se reprezintă dreapta intrinsecă şi punctul M de coordonate $\sigma = 1{,}1$ daN/cm² şi $\tau = 0{,}35$ daN/cm². Se construieşte un cerc ce trece prin punctul M de raza R şi centrul C. Din punctul A, obţinut prin intersecţia dintre paralela la ordonată prin punctul M şi dreapta intrinsecă, se duce o tangentă la cerc. Cu piciorul compasului în A se rabate punctul de tangentă A' pe dreapta intrinsecă în ambele sensuri obţinîndu-se punctele T_a şi T_p. Din T_a şi T_p se duc perpendiculare pe dreapta intrinsecă rezultînd punctele C_a şi C_p, ce sînt centrele cercurilor de eforturi limită activă şi pasivă, Razele acestora sînt $R_a = T_a C_a$ şi $R_p = T_p C_p$.

b) La scara la care s-a realizat construcţia grafică valorile aproximative ale eforturilor unitare principale sînt:

— starea limită activă: $\sigma_1 = 1{,}325$ daN/cm²;
$\sigma_2 = 0{,}5375$ daN/cm²;

— starea limită pasivă: $\sigma_1 = 0{,}975$ daN/cm²;
$\sigma_2 = 2{,}10$ daN/cm².

Cunoscute fiind eforturile unitare principale pentru cele două stări limită, eforturile pe planele de rupere sînt:

— starea limită activă: $\alpha_r = 45° + \frac{\Phi}{2}$ cu orizontala;

$$\sigma_{ar} = \frac{1{,}325 + 0{,}5375}{2} + \frac{1{,}325 - 0{,}5375}{2} \cdot \cos(90° + 16°) = 0{,}822 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\tau_{ar} = \frac{1{,}325 - 0{,}5375}{2} \cdot \sin(90° + 16°) = 0{,}378 \text{ daN/cm}^2.$$

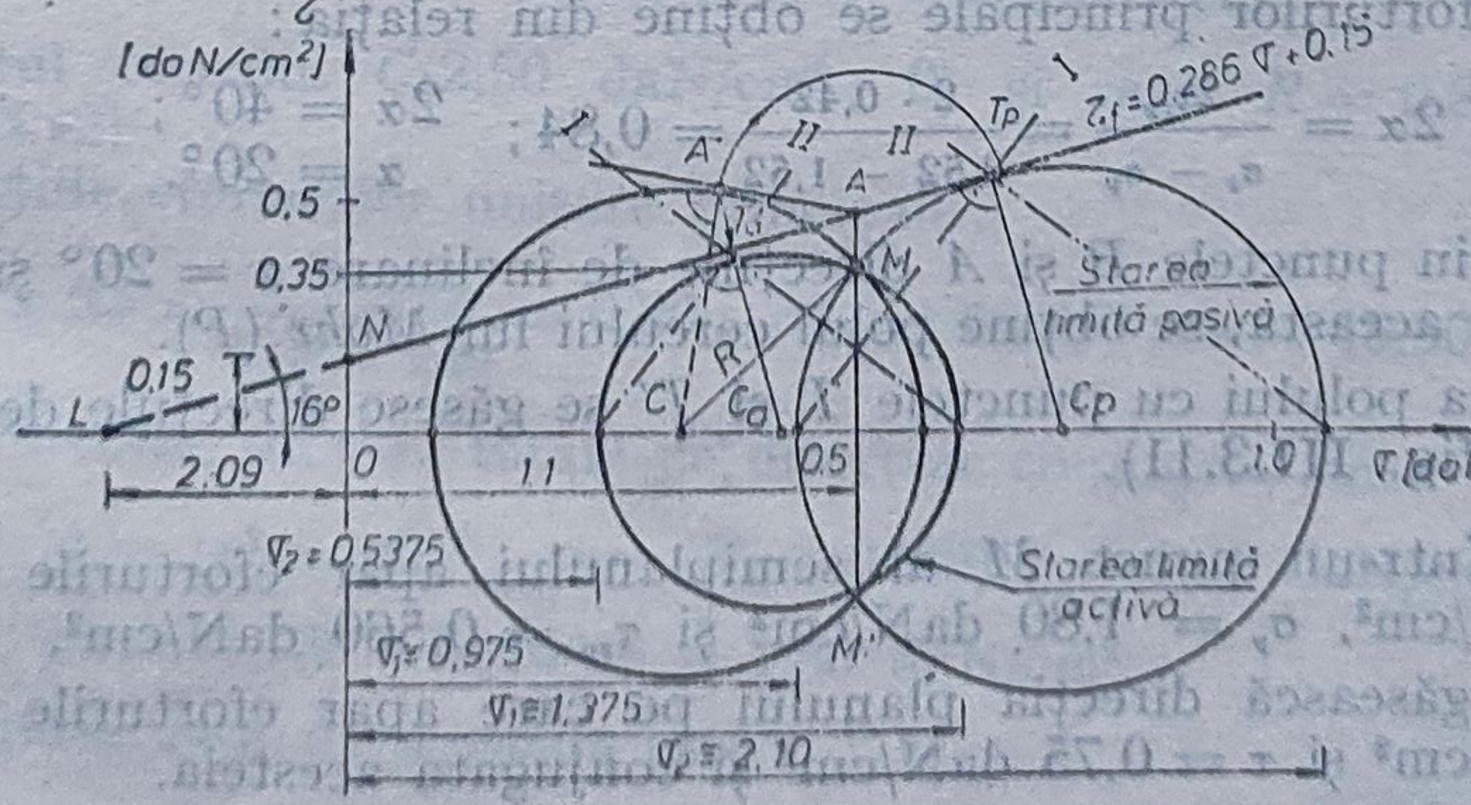


Fig. III.3.10. Starea de eforturi limită activă şi pasivă.

Pe planul de rupere rezistența la forfecare are aceeași valoare cu efortul unitar tangențial :

$$\tau_{f\alpha r} = \sigma_{\alpha r} \cdot \operatorname{tg}\Phi + c = 0{,}822 \cdot \operatorname{tg}\, 16^\circ + 0{,}15 = 0{,}385 \ \text{daN/cm}^2 ;$$

$$\tau_{f\alpha r} \cong \tau_{\alpha r}.$$

— starea limită pasivă : $\alpha_r = 45^\circ + \frac{\Phi}{2}$ cu verticala ;

$$\alpha_r = 45^\circ - \frac{\Phi}{2} \quad \text{cu orizontala ;}$$

$$\sigma_{\alpha r} = \frac{2{,}10 + 0{,}975}{2} + \frac{2{,}10 - 0{,}975}{2} \cos\,(90^\circ + 16^\circ) = 1{,}382 \ \text{daN/cm}^2 ;$$

$$\tau_{\alpha r} = \frac{2{,}10 - 0{,}975}{2} \sin\,(90^\circ + 16^\circ) = 0{,}540 \ \text{daN/cm}^2 ;$$

$$\tau_{f\alpha r} = 1{,}382 \cdot \operatorname{tg}\, 16^\circ + 0{,}15 = 0{,}546 \ \text{daN/cm}^2 ;$$

$$\tau_{f\alpha r} = \tau_{\alpha r}.$$

III.3.11. Într-un punct M al semiplanului sînt cunoscute eforturile unitare : $\sigma_z = 2{,}52$ daN/cm², $\sigma_y = 1{,}52$ daN/cm² și $\tau_{yz} = \tau_{zy} = 0{,}42$ daN/cm².

Cunoscînd că parametrii rezistenței la forfecare ai pămîntului unde este situat punctul M sînt $\Phi = 14^\circ$ și $c = 0{,}15$ daN/cm², se cere :

a) Să se contruiască cercul lui *Mohr* și dreapta intrinsecă a pămîntului.

b) Știind că starea de eforturi este o stare limită să se găsească direcțiile planelor de rupere.

Rezolvare.

a) Pentru trasarea cercului *Mohr* vom calcula :

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \left[(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\,\tau_{zy}^2\right]^{1/2} ;$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{2{,}52 + 1{,}52}{2} \pm \frac{1}{2} \left[(2{,}52 - 1{,}52)^2 + 4 \cdot 0{,}420^2\right]^{1/2} ;$$

$$\sigma_1 = 2{,}673 \ \text{daN/cm}^2 ; \quad \sigma_2 = 1{,}367 \ \text{daN/cm}^2.$$

Centrul cercului C (2,02 daN/cm² ; 0) ; raza $R = 0{,}653$ daN/cm².
Direcția eforturilor principale se obține din relația :

$$\operatorname{tg}\, 2\alpha = \frac{2\tau_{zy}}{\sigma_z - \sigma_y} = \frac{2 \cdot 0{,}42}{2{,}52 - 1{,}52} = 0{,}84 ; \quad \begin{matrix} 2\alpha = 40^\circ ; \\ \alpha = 20^\circ. \end{matrix}$$

Ducînd prin punctele B și A direcțiile de înclinare $\alpha = 20^\circ$ și respectiv normală pe aceasta, se obține polul cercului lui *Mohr* (P).

Prin unirea polului cu punctele T și T' se găsesc direcțiile de rupere PT și PT' (fig. III.3.11).

III.3.12. Într-un punct M al semiplanului apar eforturile unitare $\sigma_z = 3{,}20$ daN/cm², $\sigma_y = 1{,}80$ daN/cm² și $\tau_{zy} = 0{,}560$ daN/cm².

a) Să se găsească direcția planului pe care apar eforturile unitare $\sigma = 3{,}00$ daN/cm² și $\tau = 0{,}75$ daN/cm² și conjugata acesteia.

b) Să se găsească mărimea eforturilor unitare totale de pe direcțiile conjugate.

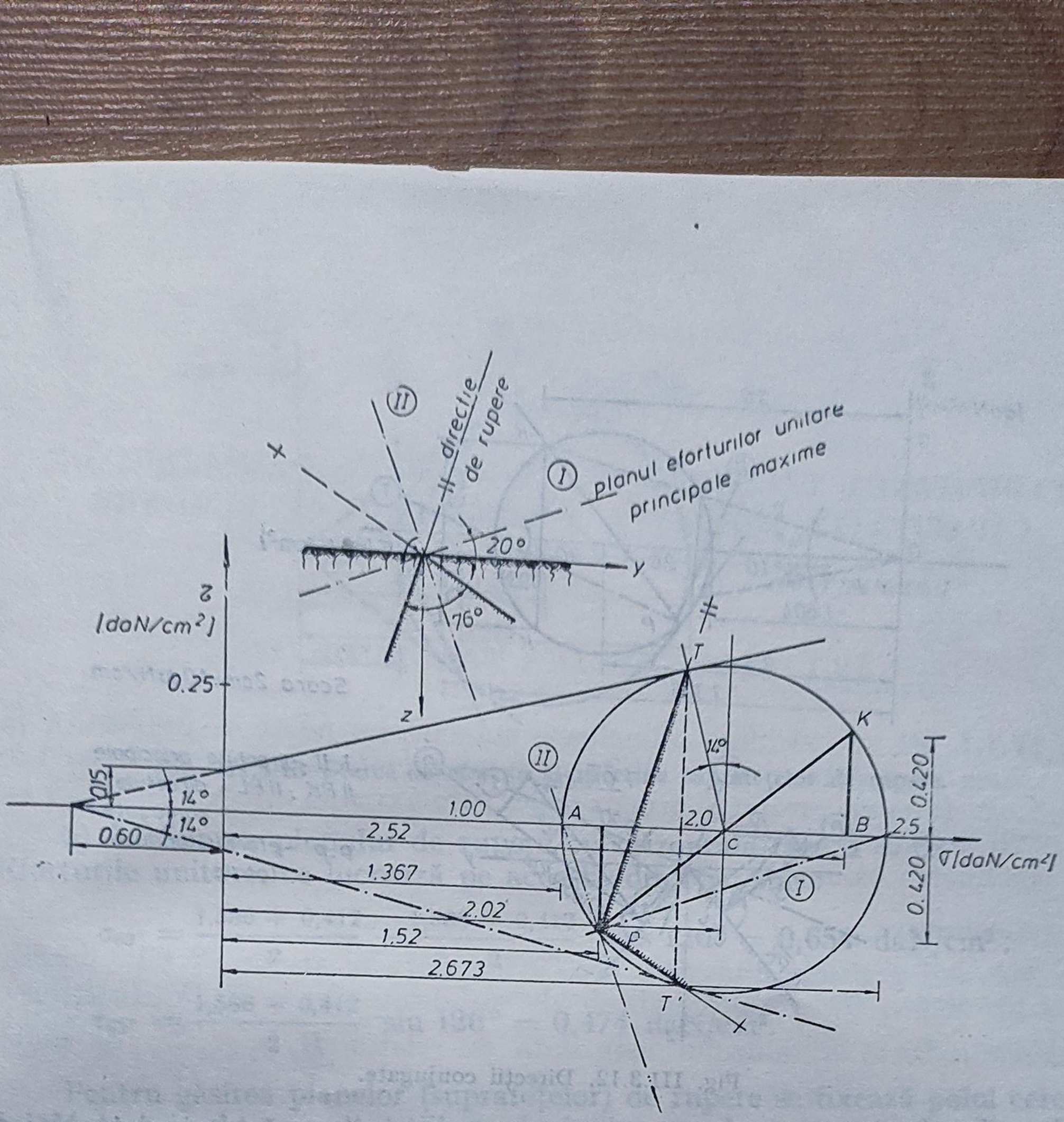


Fig. III.3.11. Echilibru limită — direcții de rupere.

Rezolvare.

a) Este necesar să se găsească elementele cercului *Mohr* și polul acestuia.

În acest scop trebuie cunoscute eforturile unitare principale și direcțiile acestora.

$$\sigma_{1,2} = \frac{3{,}20 + 1{,}80}{2} \pm \frac{1}{2}\left[(3{,}20 - 1{,}80)^2 + 4 \cdot 0{,}56^2\right]^{1/2};$$

$$\sigma_1 = 3{,}396 \text{ daN/cm}^2; \quad \sigma_2 = 1{,}604 \text{ daN/cm}^2.$$

Centrul cercului $C(2{,}50 \text{ daN/cm}^2;\ 0)$ și raza $R = 0{,}896 \text{ daN/cm}^2$ (fig. III.3.12).

Direcțiile eforturilor unitare principale:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot 0{,}560}{3{,}20 - 1{,}80} = 0{,}80; \quad 2\alpha = 38{,}65°; \quad \alpha = 19{,}30°.$$

b) Eforturile unitare totale pe direcțiile conjugate sînt:

$$p = (\sigma^2 + \tau^2)^{1/2}; \quad p = (3^2 + 0{,}72^2)^{1/2} = 3{,}09 \text{ daN/cm}^2;$$

$$p' = (1{,}75^2 + 0{,}44^2)^{1/2} = 1{,}80 \text{ daN/cm}^2.$$

Înclinarea față de normală este:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{0{,}75}{3} = \frac{0{,}44}{1{,}75} = 0{,}25;$$

$$\delta = 14°.$$

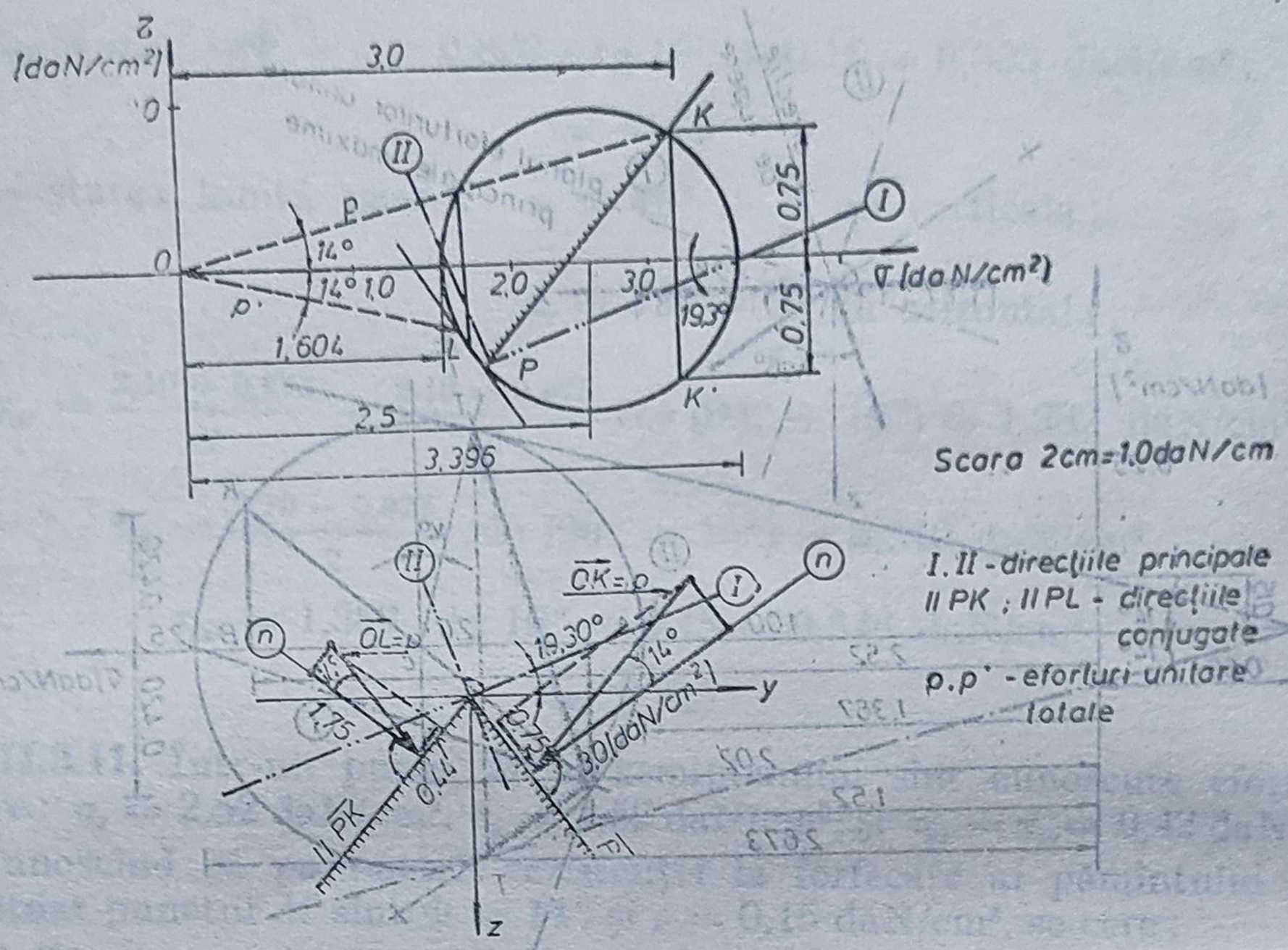


Fig. III.3.12. Direcţii conjugate.

III.3.13. O probă de pământ supusă unei încercări triaxiale suferă o deformaţie specifică de volum $\varepsilon_v = 0{,}6\%$. Dreapta intrinsecă a materialului are $\Phi = 36°$ şi $c = 0$. Pământul are modulul de deformaţie liniară $E = 225$ daN/cm² şi $\nu = 0{,}22$.

a) Să se găsească eforturile unitare principale ce determină reducerea specifică de volum.

b) Să se determine direcţia planelor de alunecare şi mărimea eforturilor ce acţionează pe ele.

Rezolvare.

a) Se ştie că reducerea specifică de volum în cazul încercării triaxiale este:

$$\varepsilon_v = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{E}(1 - 2\nu);\ \text{cu}\ \sigma_2 = \sigma_3,\ \text{iar criteriul de rupere este:}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \operatorname{tg}^2\left(45° + \frac{\Phi}{2}\right).$$

Pentru datele problemei cele două condiţii pot fi scrise:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{\varepsilon_v \cdot E}{1 - 2\nu} = \frac{0{,}006 \cdot 2{,}25}{1 - 2 \cdot 0{,}22} = 2{,}4107\ \text{daN/cm}^2;$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \operatorname{tg}^2\left(45° + \frac{36°}{2}\right) = 3{,}8518 \quad \text{sau}$$

$$\begin{cases} \sigma_1 + 2\sigma_2 = 2{,}4107; \\ \sigma_1 = 3{,}8518\ \sigma_2; \end{cases} \qquad \sigma_2 = 0{,}412\ \text{daN/cm}^2 \text{ şi } \sigma_1 = 1{,}586\ \text{daN/cm}^2.$$

În sistemul de coordonate $\sigma - \tau$, cercul *Mohr* are centrul $C(0{,}999$ daN/cm²; 0) şi raza $R = 0{,}587$ daN/cm². Reprezentarea eforturilor unitare în figura III.3.13 s-a făcut folosind scara 4 cm = 1,0 daN/cm².

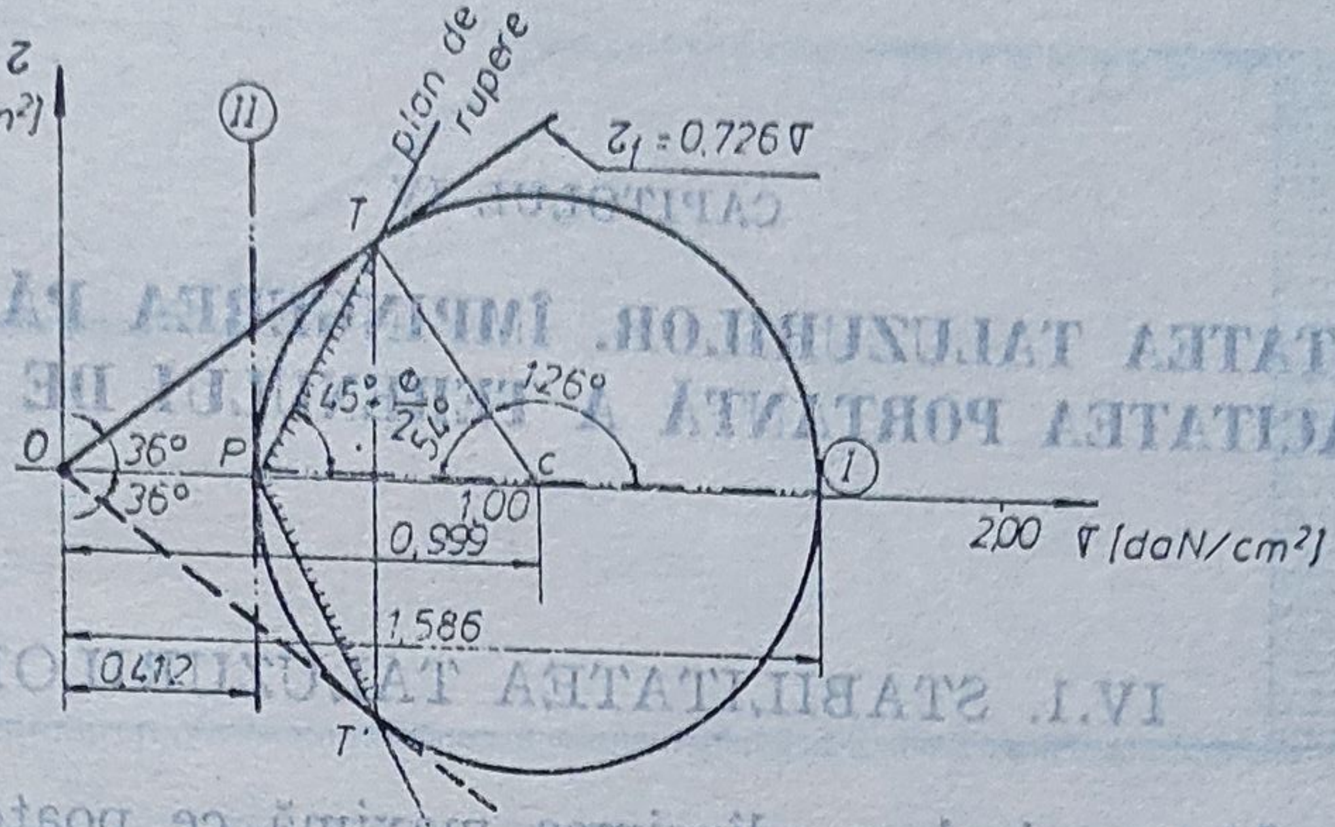


Fig. III.3.13. Starea de eforturi și direcțiile suprafețelor de rupere.

b) Înclinarea planului de rupere cu orizontala este $\alpha = 63°$. Eforturile unitare, ce lucrează pe această direcție, sînt:

$$\sigma_{63°} = \frac{1{,}586 + 0{,}412}{2} + \frac{1{,}586 - 0{,}412}{2} \cdot \cos 126° = 0{,}654 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\tau_{63°} = \frac{1{,}586 - 0{,}412}{2} \sin 126° = 0{,}474 \text{ daN/cm}^2.$$

Pentru găsirea planelor (suprafețelor) de rupere se fixează polul cercului *Mohr* prin ducerea direcțiilor principale, care în acest caz sînt direcțiile verticală și orizontală. Polul cercului *Mohr* se găsește pe abscisă la $\sigma = \sigma_2$ și 0.

CAPITOLUL IV

STABILITATEA TALUZURILOR. ÎMPINGEREA PĂMÎNTURILOR. CAPACITATEA PORTANTĂ A TERENULUI DE FUNDARE

IV.1. STABILITATEA TALUZURILOR

IV.1.1. Să se calculeze adîncimea maximă ce poate fi prevăzută la executarea unui debleu în condițiile unui coeficient de siguranță $F_s = 1{,}5$, știind că terenul prezintă următoarele caracteristici: $c = 12$ kPa, $\gamma = 19{,}20$ kN/m³, $\Phi = 10°$.

Înclinarea taluzului este $\beta = 60°$.

Rezolvare.

Folosind graficele întocmite de *Taylor*, date în anexa IV.1.1, pentru $\Phi = 10°$ și $\beta = 60°$ rezultă indicele de stabilitate $N_s = 7{,}125$. Înălțimea maximă (critică) a taluzului este dată de relația $H_c = N_s \frac{c}{\gamma}$, de unde

$$H_c = 7{,}125 \frac{12}{19{,}20} = 4{,}45 \text{ m}.$$

Înălțimea ce asigură un coeficient de siguranță $F_s = 1{,}5$ este:

$$H = \frac{H_c}{F_s} = \frac{4{,}45}{1{,}5} = 2{,}97 \text{ m} \simeq 3{,}0 \text{ m}.$$

În figura IV.1.1 se prezintă profilul transversal marcîndu-se cele două adîncimi ale debleului de 3,0 m și 4,45 m, corespunzătoare coeficienților de siguranță 1,5 și respectiv 1,0.

IV.1.2. Înălțimea unui taluz-debleu este $H = 9$ m. Debleul este realizat într-o argilă cu $\gamma = 19{,}20$ kN/m³, $c = 29{,}5$ kPa și $\Phi = 0°$. La 13,5 m sub suprafața terenului se găsește un strat cu caracteristici fizico-mecanice superioare. Care este înclinarea taluzului pînă la care nu intervine ruperea?

Rezolvare.

Pentru găsirea unghiului de înclinare a taluzului pentru care nu se produce ruperea vom folosi graficul întocmit de *Taylor* dat în anexa IV.1.1, care ia în considerație și posibilitățile ruperii pe sub piciorul taluzului. Factorul de adîncime este

$$d = \frac{D}{H} = \frac{13{,}5}{9} = 1{,}5.$$

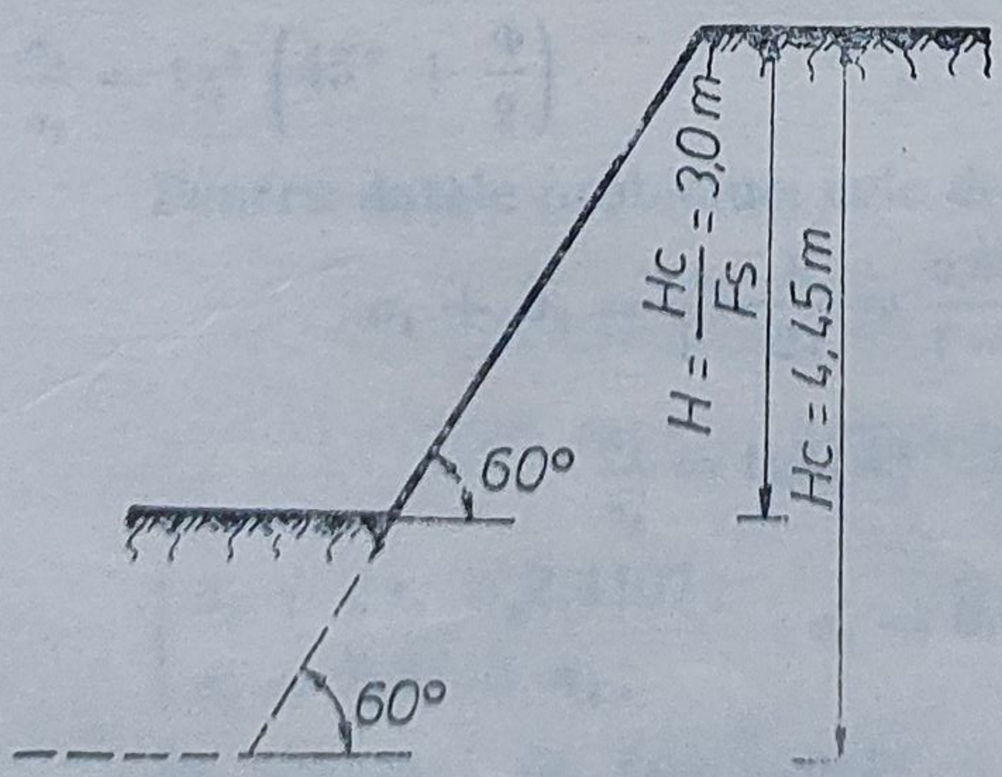


Fig. IV.1.1. Profil transversal.

Cunoscînd că înălțimea maximă $H_c = H = 9{,}0$ m, indicele de stabilitate este:

$$N_s = \frac{\gamma H_c}{c} = \frac{19{,}2 \cdot 9}{29{,}5} = 5{,}85.$$

Din anexa IV.1.1, pentru $d = 1{,}5$ și $N_s = 5{,}85$ se găsește că $\beta = 34°$.

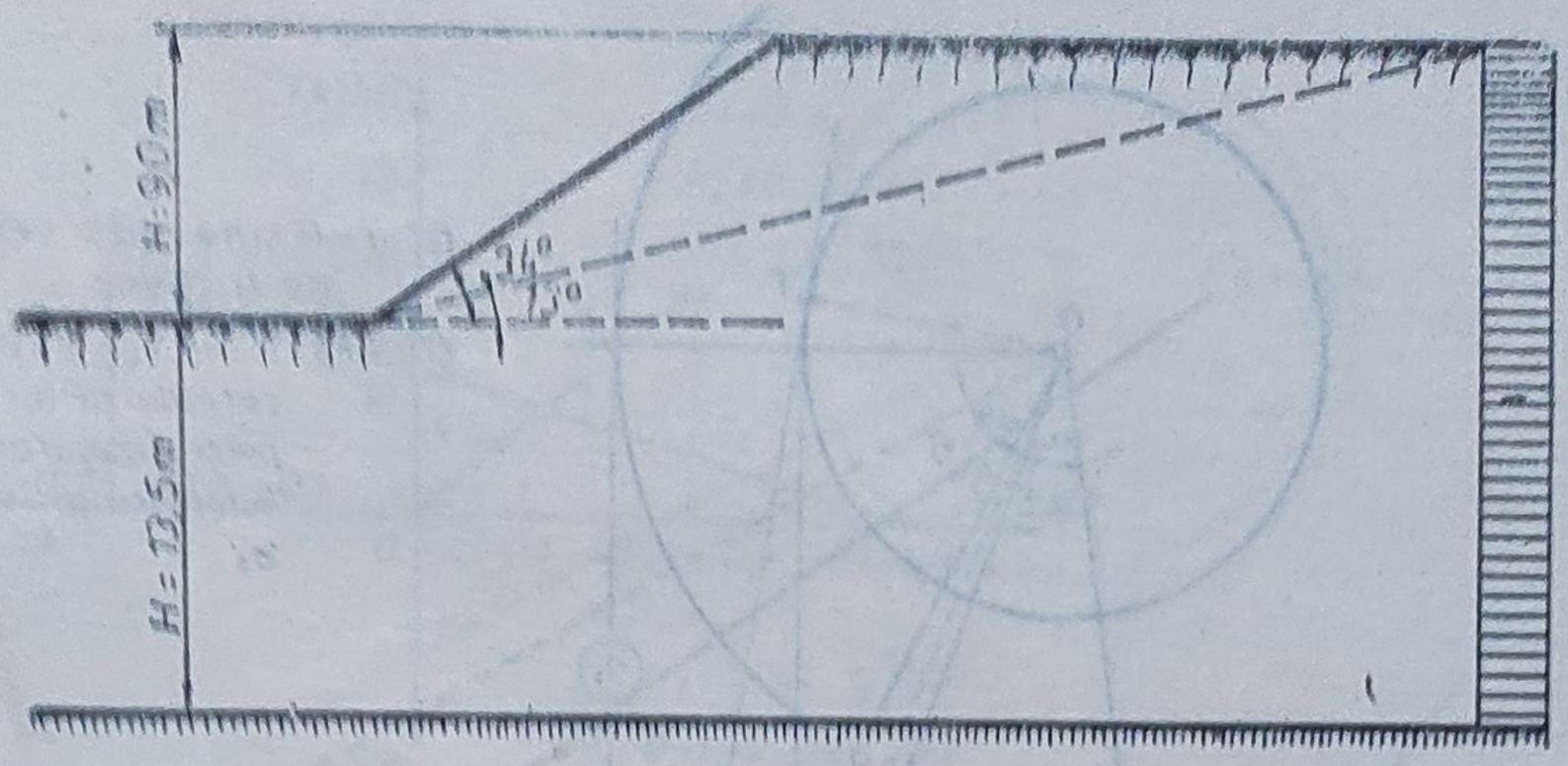


Fig. IV.1.2. Profil transversal.

Pentru orice înclinare a taluzului la un unghi β inferior valorii de 34°, nu se va produce ruperea taluzului.

Acceptînd un coeficient de siguranţă $F_s = 1{,}5$, valoarea unghiului de înclinare a taluzului la aceeaşi înălţime $H = 9{,}0$ m, rezultă de aproximativ 13°, folosind ca înălţime maximă $H_s = 1{,}5$ H, cu $N_s = 8{,}27$ şi $d = 1{,}5$.

În figura IV.1.2 se dă profilul transversal la cele două înclinări ale taluzului de 34° şi 13° corespunzătoare unor coeficienţi de siguranţă egali cu 1 şi respectiv 1,5.

IV.1.3. Să se verifice stabilitatea unui taluz de înălţime $H = 5{,}0$ m, panta 1/1,5, realizat într-un pămînt cu caracteristici de forfecare: $\Phi = 14°$, $c = 20$ kPa şi greutatea volumică $\gamma = 20{,}2$ kN/m³. Calculul se va face în ipoteza unei suprafeţe de rupere circular cilindrică de centru O, folosind metoda cercului de fricţiune.

Rezolvare.

Construcţiile grafice necesare în rezolvarea problemei sînt date în figura IV.1.3, pe baza cărora vom calcula:

— Greutatea volumului de pămînt supus alunecării V_{ABD}:

$$G = \gamma R^2 \alpha_0 - \gamma R^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + \frac{\gamma H^2}{2} (\operatorname{ctg} \theta - \operatorname{ctg} \beta);$$

$$R = \frac{H}{2 \sin \theta \sin \alpha_0} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{\sin 26° \sin 34{,}5°} = 10{,}0 \text{ m}.$$

$$G = 20{,}2 \cdot 10^2 \cdot 0{,}602 - 20{,}2 \cdot 10^2 \cdot \sin 34{,}5° \cdot \cos 34{,}5° + \frac{20{,}2 \cdot 5^2}{2} (\operatorname{ctg} 26° - \operatorname{ctg} 33{,}69°) = 412{,}07 \text{ kN/m}.$$

— Braţul forţei G, faţă de centrul suprafeţei de alunecare, este:

$$d = \frac{\gamma H^3}{12 \cdot G} (1 - 2 \operatorname{ctg}^2 \beta + 3 \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \theta - 3 \operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \alpha_0 + 3 \operatorname{ctg} \theta \operatorname{ctg} \alpha_0)$$

$$d = \frac{20{,}2 \cdot 5^3}{12 \cdot 412{,}07} (1 - 2 \operatorname{ctg}^2 33{,}69° + 3 \operatorname{ctg} 33{,}69° \cdot \operatorname{ctg} 26° - 3 \operatorname{ctg} 33{,}69° \cdot \operatorname{ctg} 34{,}5° + 3 \operatorname{ctg} 26° \cdot \operatorname{ctg} 34{,}5°) = 4{,}15 \text{ m}.$$

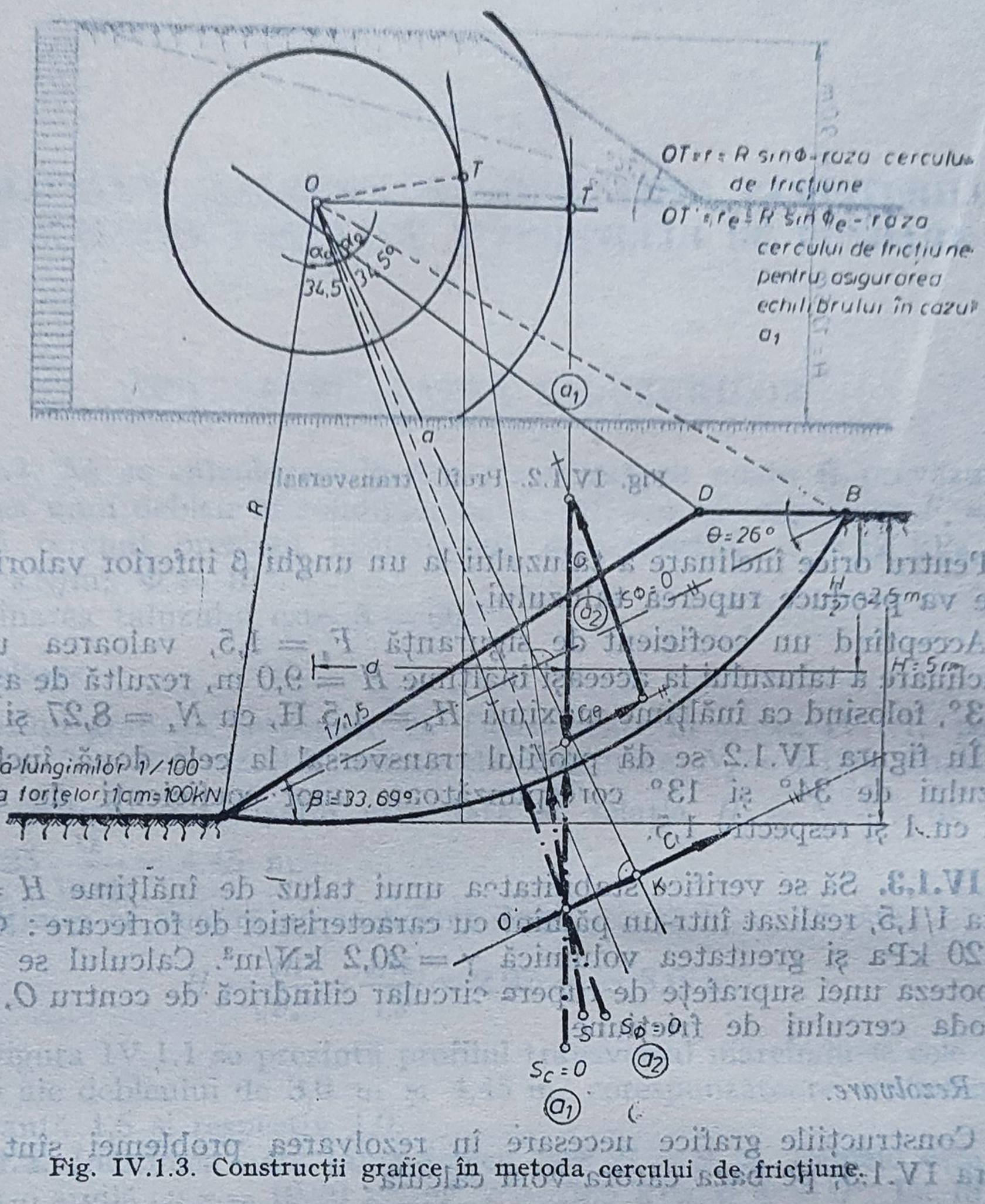


Fig. IV.1.3. Construcții grafice în metoda cercului de frictiune.

Distanța față de centrul cercului de rupere la care este aplicat vectorul coeziune C este dată de relația:

$a = 2 \cdot \alpha_0 \, R = 2 \cdot 0{,}602 \cdot 10 = 12{,}04$ m, unde valoarea unghiului α_0 se introduce în radiani.

Considerînd S, C și G, forțele rezultante ce solicită volumul de pămînt supus alunecării V_{ABD}, pentru găsirea coeficientului de siguranță se poate proceda în mai multe moduri:

a) Considerăm pămîntul ca lucrînd în două ipoteze extreme.

a_1) Pămînt fără coeziune $c = 0$; se determină valoarea unghiului de frecare interioară Φ_e necesar echilibrului forțelor G și S_e, situație în care coeficientul de siguranță are valoarea unitară ($F_s = 1$).

În acest caz raza cercului de frictiune este $r_e = d = 4{,}15$ m.

$$r_e = R \cdot \sin \Phi_e; \quad \Phi_e = \arcsin \frac{r_e}{R} = \arcsin \frac{4{,}15}{10} = 24{,}52°.$$

a_2) Considerînd pămîntul caracterizat numai prin coeziune ($\Phi = 0$), se determină coeziunea necesară asigurării echilibrului $C_e = 2 R \sin \alpha_0 \cdot c_e$.

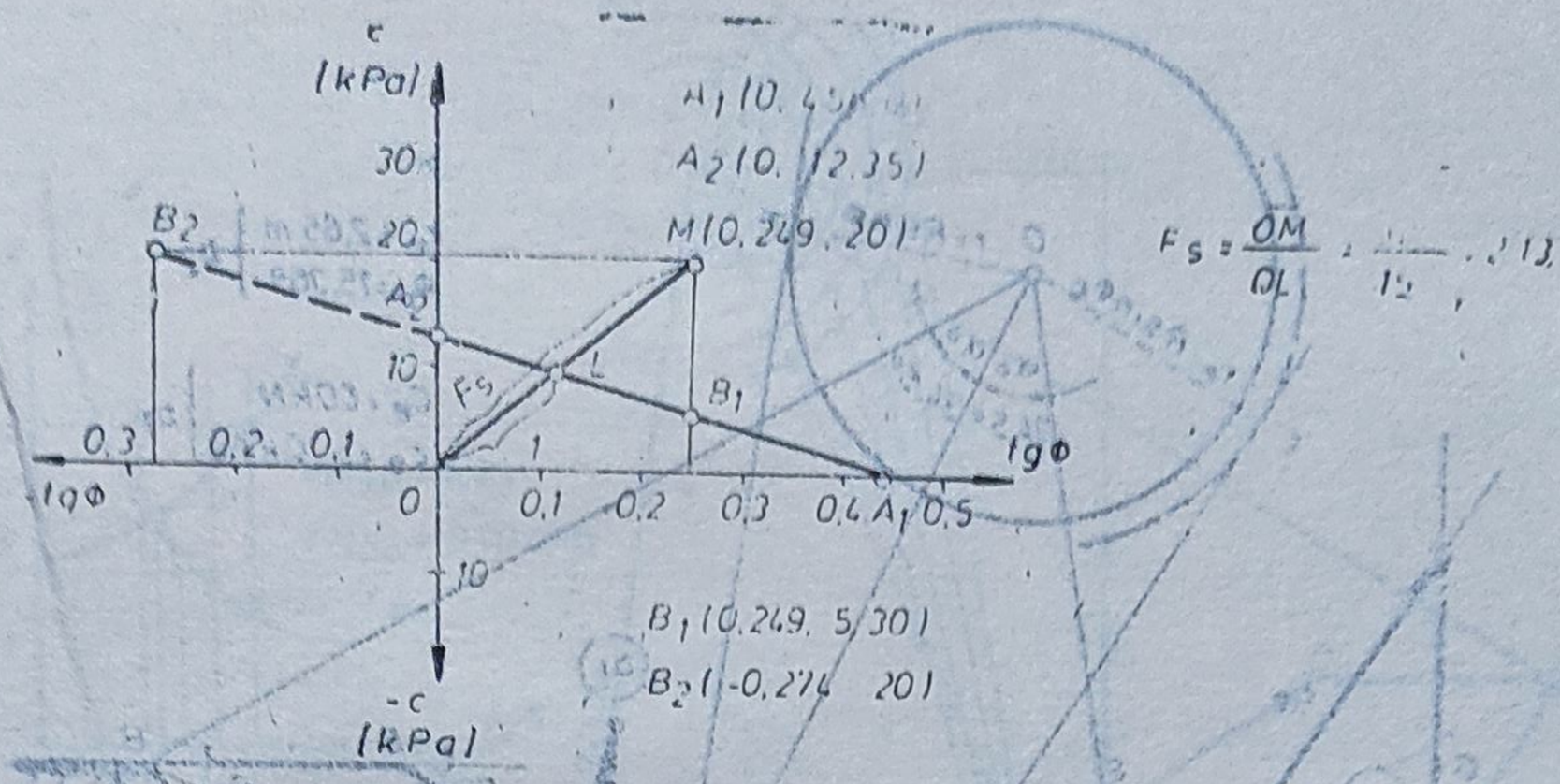


Fig. IV.1.4. Determinarea coeficientului de siguranță.

cunoscînd direcțiile după care acționează C_e și $S_{\Phi=0}$ ce trece prin punctul O, (centrul suprafeței de rupere) și prin O', (intersecția direcției lui C_e și a lui G). Pentru condiția de echilibru ($F_s = 1$) poligonul forțelor C_e, G, $S_{\Phi=0}$ trebuie să fie închis.

În cazul construcției noastre rezultă $S_{\Phi=0} = 365$ kN și $C_e = 140$ kN. Valoarea coeziunii pe unitate de suprafață c_e este calculată cu relația

$$c_e = \frac{C_e}{2 \cdot R \cdot \sin \alpha_0} = \frac{140}{2 \cdot 10 \cdot \sin 34{,}5^\circ} = 12{,}35 \text{ kPa}.$$

Valoarea coeficientului de siguranță rezultă folosind o construcție de tipul celor prezentate în anexa IV.1.2. Prin reprezentarea punctelor A_1 și A_2 în sistemul de coordonate tg Φ — c, se găsește dreapta de coeficient de siguranță unitar ($F_s = 1$) după care se reprezintă punctul M de coordonate tg Φ și c.

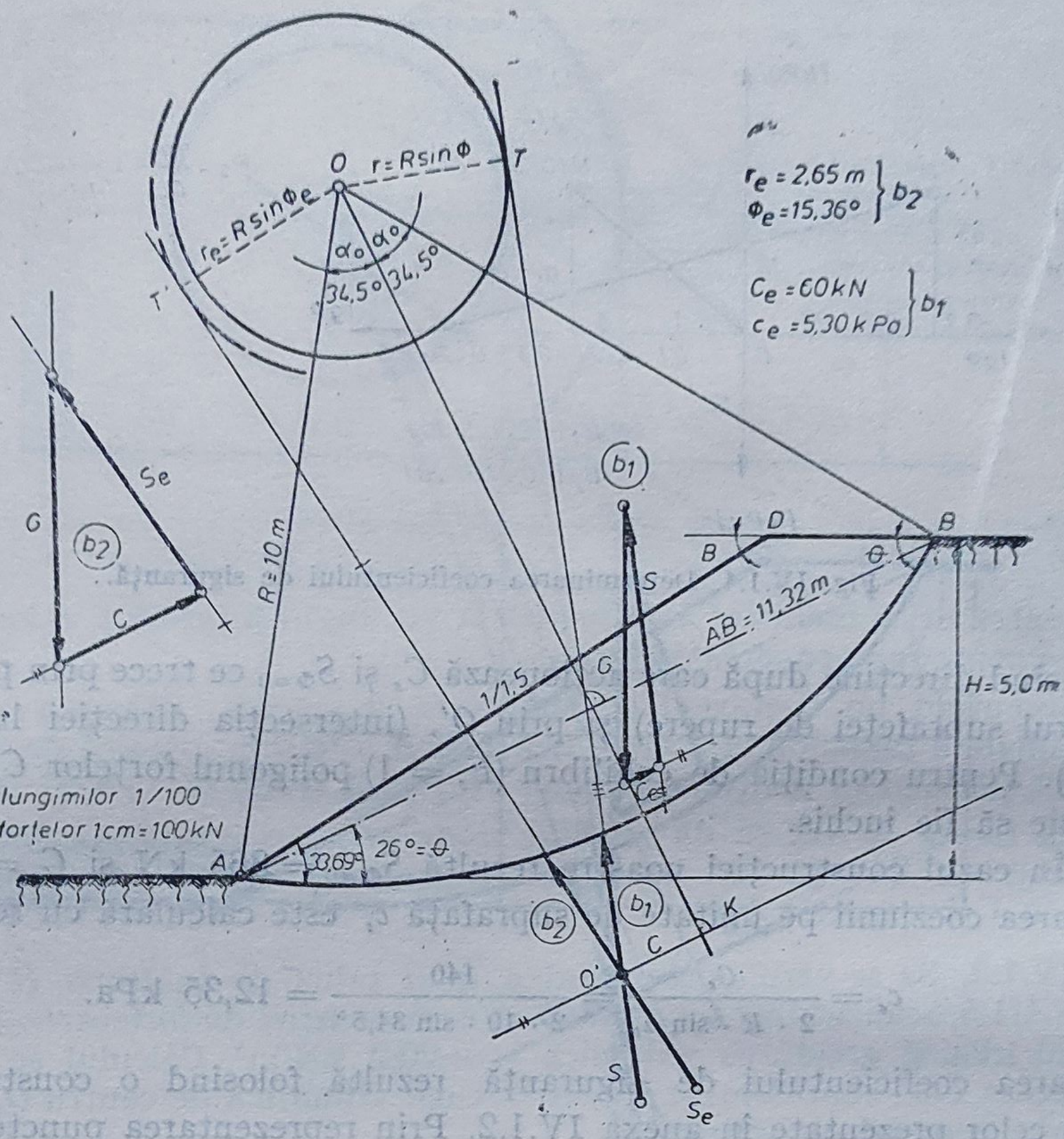
Coeficientul de siguranță este definit de raportul OM/OL, în cazul nostru la valoarea 2,13 (fig. IV.1.4).

b) Presupunem consumarea integrală a parametrilor efectivi după cum urmează:

b_1) consumarea unghiului de frecare interioară Φ și determinarea coeziunii necesară asigurării echilibrului ($F_s = 1$), din condiția închiderii poligonului forțelor; folosind construcțiile din figura IV.1.5, rezultă $C_e = 60$ kN; $c_e = 5{,}30$ kPa;

b_2) se consideră mobilizată integral coeziunea, $C = c \cdot \overline{AB} = 226{,}4$ kN și se determină unghiul de frecare interioară, Φ_e, necesar asigurării echilibrului ($F_s = 1$), din închiderea poligonului forțelor. Orientarea lui S_e în sensul mișcării de alunecare indică necesitatea introducerii unei forțe (componentă a lui S_e) pentru satisfacerea echilibrului la limită, ceea ce obligă la considerarea lui Φ_e cu semnul negativ.

Pentru determinarea coeficientului de siguranță se găsește dreapta de coeficient de siguranță unitar, prin reprezentarea punctelor B_1 și B_2 în figura IV.1.4 și calcularea acestuia ca raport al segmentelor OM și OL.



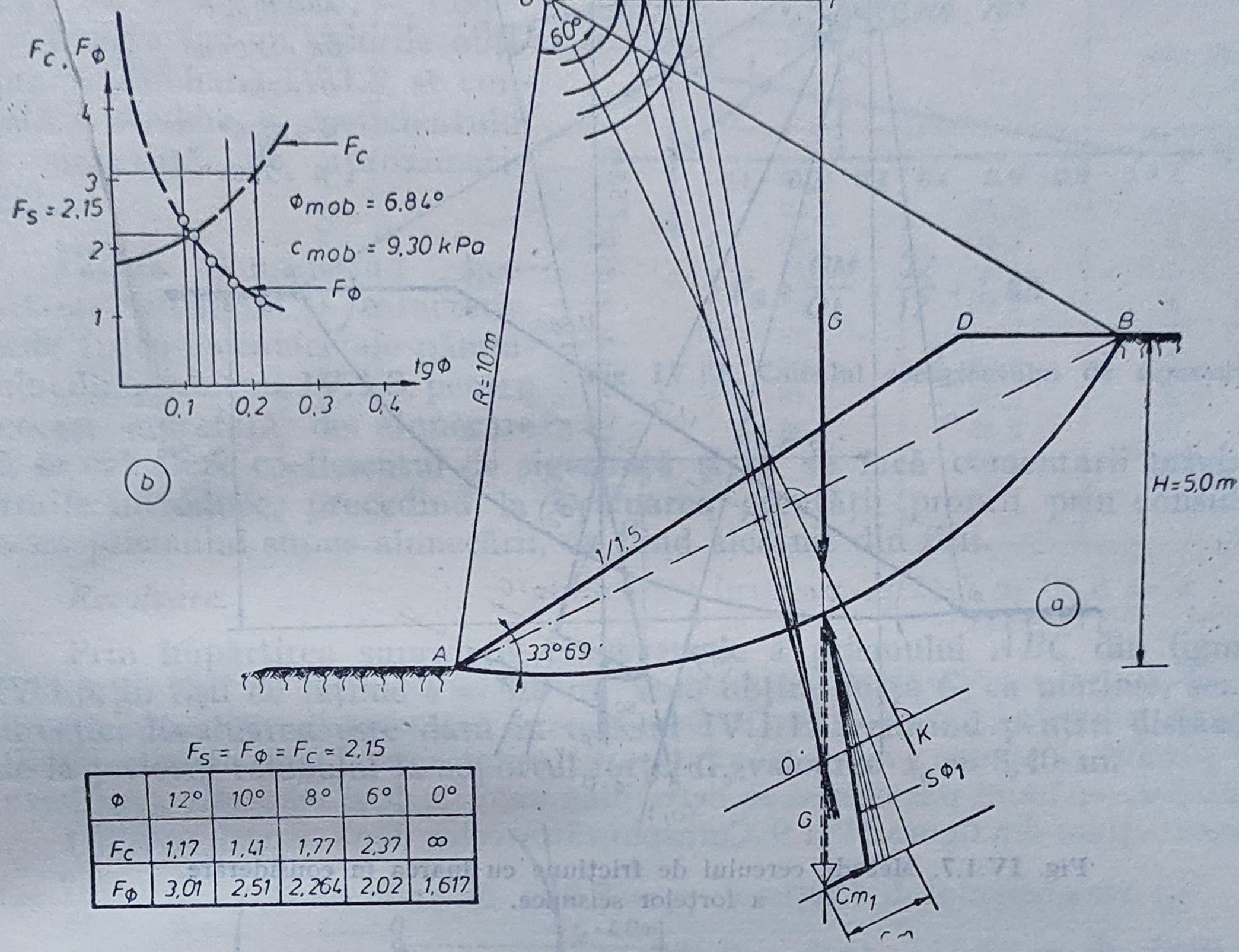
Scara lungimilor 1/100
Scara forțelor 1cm=100kN

Fig. IV.1.5. Metoda cercului de fricțiune.

c) Un alt mod de găsire al coeficientului de siguranță presupune mobilizarea coeziunii și frecării la același coeficient de siguranță $F_s = F_c = F_\Phi$, unde: $F_c = \frac{c}{c_{mob}}$ și $F_\Phi = \frac{\text{tg } \Phi}{\text{tg } \Phi_{mob}}$.

Plecînd de la această idee se admite că în lungul suprafeței de alunecare sînt mobilizate succesiv diferite valori ale unghiului de frecare interioară $\Phi_m < \Phi$. Din echilibrul forțelor, cunoscute fiind direcțiile de acțiune ale rezultantei $R(G)$, reacțiunii S și coeziunii C, rezultă valorile succesive ale coeziunii mobilizate pentru asigurarea echilibrului la limită. Găsirea coeficientului se face prin trasarea curbelor de variație ale lui F_Φ și F_c. Punctul de intersecție ne fixează valoarea lui F_s și deci valorile mobilizate ale lui tg Φ_m și c_m (fig. IV.1.6).

IV.1.4. Păstrînd condițiile geometrice și caracteristicile geotehnice aceleași ca în problema IV.1.3, să se găsească coeficientul de siguranță, considerînd că este posibilă suprapunerea unor acțiuni seismice cauzate de un cutremur de gradul $7\frac{1}{2}$. Coeficienții de corecție pentru gradul $7\frac{1}{2}$ de intensitate seismică sînt: $Ks\ (a_h) = 0{,}16$ și $c_v(a_v) = 1{,}5\ Ks = 0{,}24$.



$F_S = F_\phi = F_C = 2,15$

Φ	12°	10°	8°	6°	0°
F_C	1,17	1,41	1,77	2,37	∞
F_ϕ	3,01	2,51	2,264	2,02	1,617

Fig. IV.1.6. Construcții folosite în metoda cercului de fricțiune.

Rezolvare.

Vom calcula pentru început coordonatele centrului de greutate al prismului ABC. În sistemul xoy, (fig. IV.1.7) aceastea sînt date de relațiile:

$$x_{cg} = \frac{H^3}{12\left[R^2\alpha_0 - R^2 \sin\alpha_0 \cos\alpha_0 + \frac{H^2}{2}(\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\beta)\right]} \cdot$$

$$\cdot (1 - 2\operatorname{ctg}^2\beta + 3\operatorname{ctg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\theta - 3\operatorname{ctg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\alpha_0 + 3\operatorname{ctg}\theta \cdot \operatorname{ctg}\alpha_0);$$

$x_{cg} = d = 4,15$ m (din problema anterioară);

$$y_{cg} = \frac{R^2 \cdot \alpha_0 \cdot \frac{2}{3\alpha_0} \cdot R \cdot \sin\alpha_0 \cdot \cos\theta - R^2 \cdot \sin\alpha_0 \cdot \cos\alpha_0 \frac{2}{3} R \cdot \cos\alpha_0 \cdot \cos\theta}{R^2 \cdot \alpha_0 - R^2 \cdot \sin\alpha_0 \cdot \cos\alpha_0 + \frac{H^2}{2}(\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\beta)} +$$

$$+ \frac{\frac{H^2}{2}\left[R \cdot \cos(\alpha_0 - \theta) - \frac{2}{3}H\right](\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\beta)}{R^2 \cdot \alpha_0 - R^2 \cdot \sin\alpha_0 \cdot \cos\alpha_0 + \frac{H^2}{2}(\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\beta)}.$$

Folosind datele problemei: $R = 10$ m; $\alpha_0 = 34,5° = 0,602$ rad; $H = 5,0$ m; $\theta = 26°$; $\beta = 33,69°$, se obține $y_{cg} = 7,58$ m.

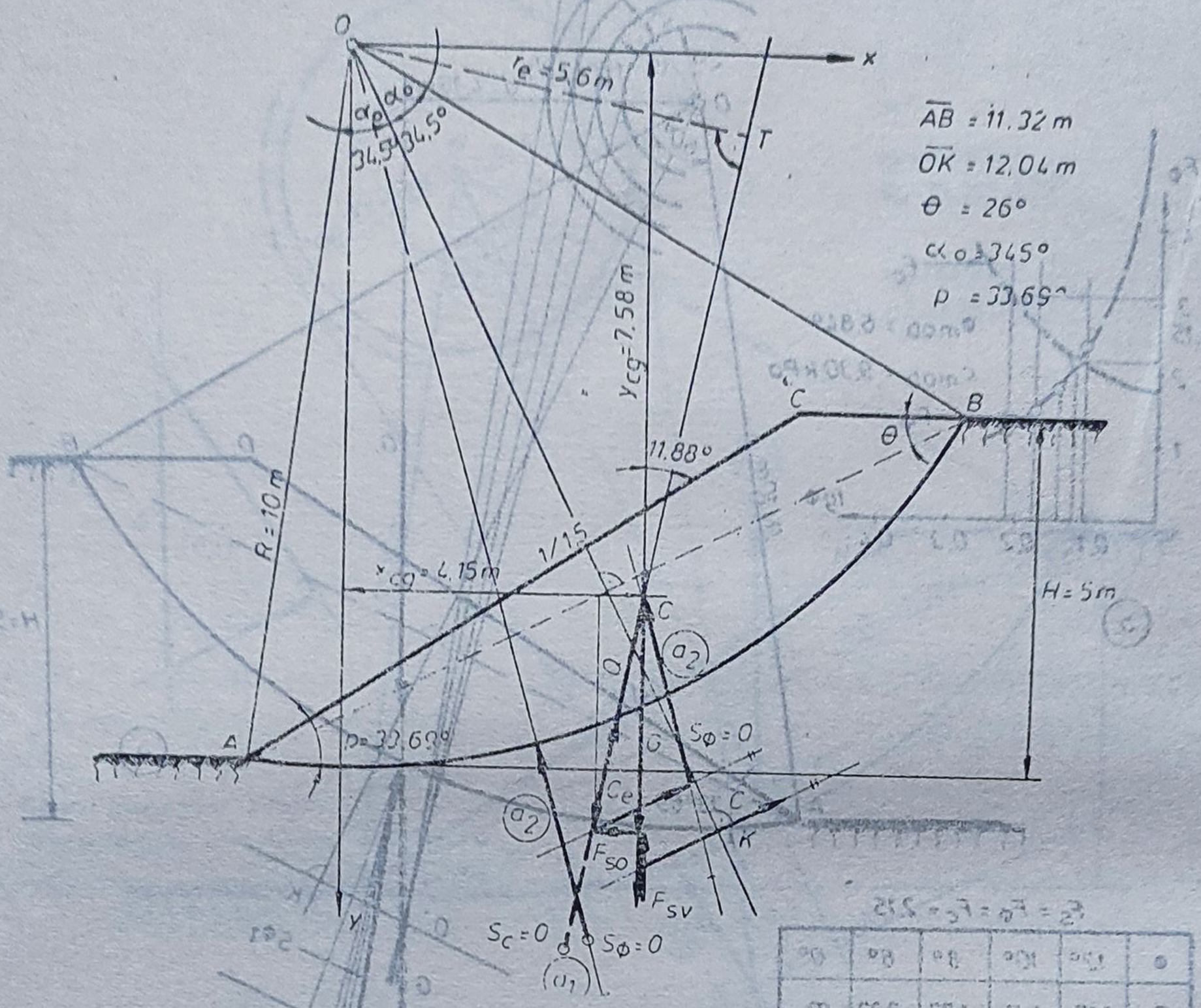


Fig. IV.1.7. Metoda cercului de fricțiune cu luarea în considerare a forțelor seismice.

Forțele ce solicită prismul $A\,B\,C$ sînt:

— *greutatea proprie:* $G = \gamma R^2 \alpha_0 - \gamma R^2 \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 + \gamma \frac{H^2}{2} (\operatorname{ctg}\theta - \operatorname{ctg}\beta) =$

$= S_{ABC} \cdot \gamma \cdot 1 = 20{,}399 \cdot 20{,}2 \cdot 1 = 412{,}07$ kN;

— *forțe seismice:* componenta orizontală $F_{so} = K_s \cdot G = 0{,}16 \cdot 412{,}07 =$ $= 65{,}93$ kN și componenta verticală $F_{sv} = C_v \cdot G = 1{,}5 \cdot 0{,}16 \cdot 412{,}07 =$ $= 98{,}89$ kN.

Rezultanta solicitărilor:

$$Q = [(G - F_{sv})^2 + F_{so}^2]^{1/2};$$

$$Q = [(412{,}07 - 98{,}89)^2 + 65{,}93^2]^{1/2} = 320{,}04 \text{ kN}.$$

Înclinarea rezultantei față de verticală:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{65{,}93}{412{,}07 - 98{,}89} = 0{,}2105, \text{ de unde } \delta = 11{,}88°.$$

Forțele de rezistență ce intervin sînt rezultanta coeziunilor C și reacțiunea masei de pămînt rămasă pe loc S.

Folosind același mod de lucru ca în cazul *a* din problema IV.1.3, vom avea din construcțiile grafice ale figurii IV.1.7:

a_1) $r_e = 5{,}6$ m; $\sin \Phi_e = \frac{5{,}6}{10} = 0{,}56$; $\Phi_e = 34{,}05°$; $S_{o-o} = R =$ $= 320{,}04$ kN

a_2) $C_e = 150$ kN; $c_e = \frac{C_e}{\overline{AB} \cdot 1} = \frac{150}{11{,}32 \cdot 1} = 13{,}25$ kPa.

Pentru obținerea valorii coeficientului de siguranță se utilizează construcția din figura IV.1.8, rezultînd $F_s = 1{,}88$.

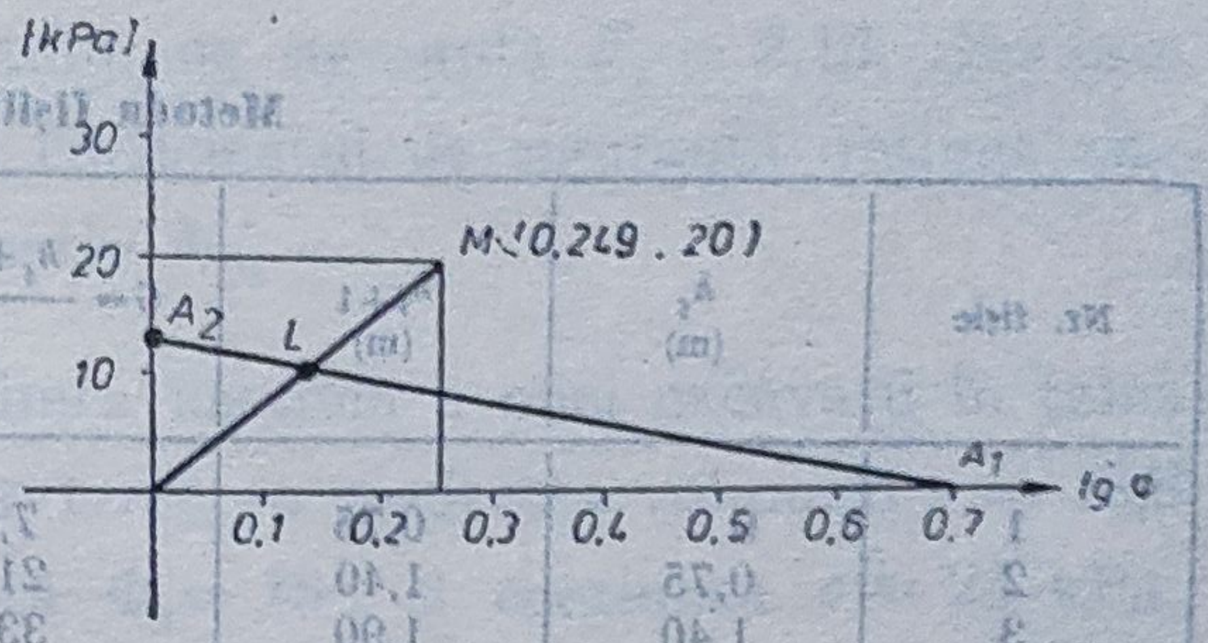


Fig. IV.1.8. Calculul coeficientului de siguranță.

Comparînd cu valorile obținute în problema IV.1.3, se constată o scădere a coeficientului de siguranță de aproximativ 12%.

IV.1.5. Considerînd geometria taluzului și caracteristicile fizico-mecanice ale pămîntului din problema IV.1.3, pentru aceeași suprafață de alunecare să se calculeze coeficientul de siguranță și să se facă comentarii privind erorile introduse, procedînd la evaluarea greutății proprii prin considerarea prismului supus alunecării, ca fiind alcătuit din fîșii.

Rezolvare.

Prin împărțirea suprafeței transversale a prismului ABC din figura IV.1.9, în fîșii de lățime $b = 1{,}0$ m, vom obține forța G, ca mărime, sens, direcție. Evaluarea este dată în tabelul IV.1.1, rezultînd pentru distanța de la piciorul taluzului la suportul forței G, valoarea $x_0 = 5{,}40$ m.

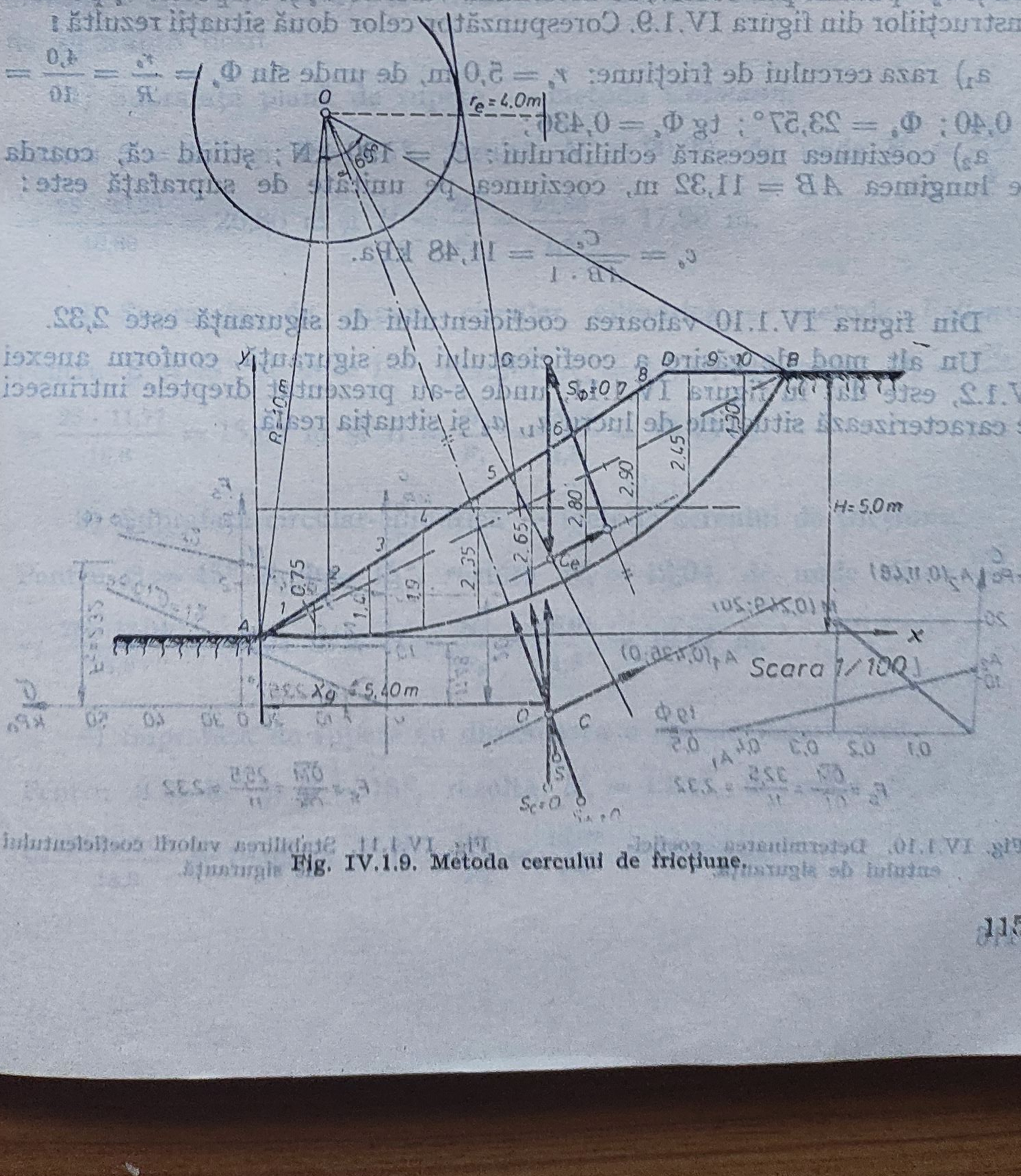


Fig. IV.1.9. Metoda cercului de frictiune.

Tabelul IV.1.1

Metoda fișiilor

Nr. fișie	h_i (m)	h_{i+1} (m)	$G = \frac{h_i + h_{i+1}}{2} \cdot b \cdot 1 \cdot \gamma$ (KN)	X_i (m)	M_i (KN m)
1	0	0,75	7,575	0,5	3,785
2	0,75	1,40	21,715	1,5	32,5725
3	1,40	1,90	33,33	2,5	83,325
4	1,90	2,35	42,92	3,5	150,22
5	2,35	2,65	50,5	4,5	227,25
6	2,65	2,80	55,045	5,5	302,7475
7	2,80	2,90	57,57	6,5	374,205
8	2,90	2,45	54,035	7,5	405,2625
9	2,45	1,30	37,875	8,5	321,9375
10	1,30	0	11,817	9,45	111,67065
	—	—	$\Sigma = 372,387$	—	$\Sigma = 2\,012,9782$

$x_0 = 5,40$ m față de piciorul taluzului.

Folosind reprezentarea prin puncte a dreptei de coeficient de siguranță unitar, admițînd cazurile particulare privind parametrii rezistenței masei de pămînt și anume: a_1 — pămînt caracterizat numai prin frecare interioară și a_2—pămînt pur coeziv, se determină valorile Φ_e și respectiv c_e pe baza construcțiilor din figura IV.1.9. Corespunzător celor două situații rezultă:

a_1) raza cercului de fricțiune: $r_e = 5,0$ m, de unde $\sin \Phi_e = \frac{r_e}{R} = \frac{4,0}{10} = 0,40$; $\Phi_e = 23,57°$; $\operatorname{tg} \Phi_e = 0,436$;

a_2) coeziunea necesară echilibrului: $C_e = 130$ kN; știind că, coarda are lungimea $AB = 11,32$ m, coeziunea pe unitate de suprafață este:

$$c_e = \frac{C_e}{\overline{AB} \cdot 1} = 11,48 \text{ kPa}.$$

Din figura IV.1.10 valoarea coeficientului de siguranță este 2,32.

Un alt mod de găsire a coeficientului de siguranță, conform anexei IV.1.2, este dat în figura IV.1.11, unde s-au prezentat dreptele intrinseci ce caracterizează situațiile de lucru a_1, a_2 și situația reală.

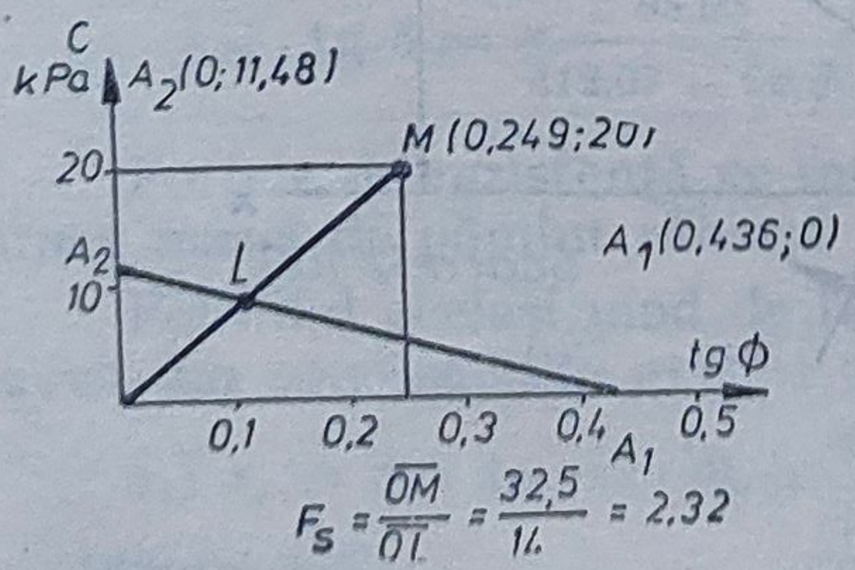


Fig. IV.1.10. Determinarea coeficientului de siguranță.

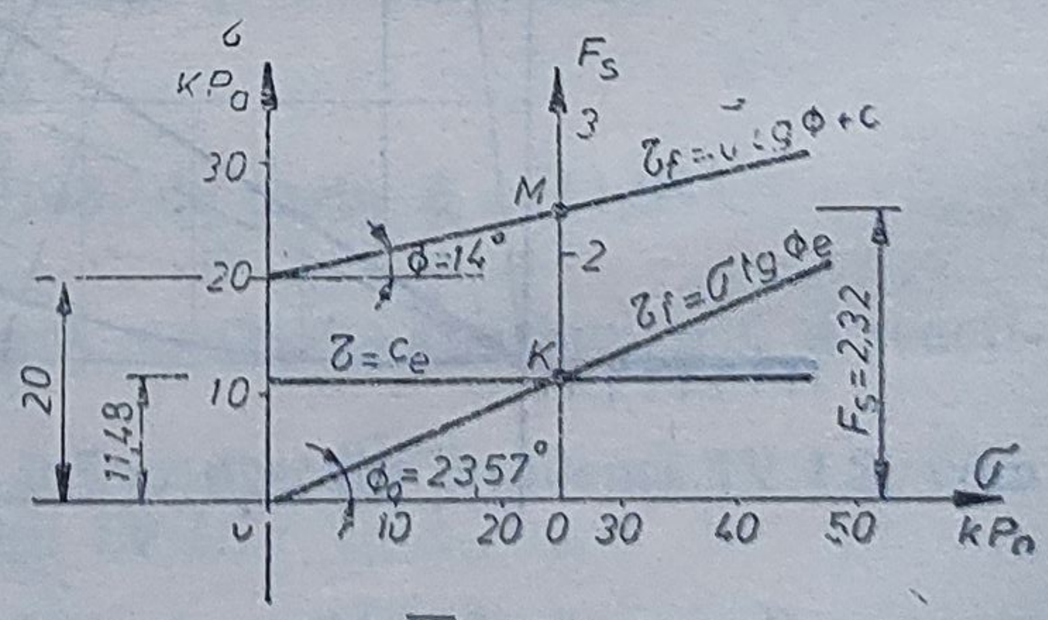


Fig. IV.1.11. Stabilirea valorii coeficientului de siguranță.

Considerînd valoarea coeficientului de siguranţă $F_s = 2{,}13$, din problema IV.1.3 ca fiind mai corectă, coeficientul de siguranţă obţinut este superior, diferenţa fiind de aproximativ 9%.

IV.1.6. Să se determine adîncimea maximă a unei excavaţii în taluz de 1/1 ce poate fi acceptată într-un teren cu greutatea volumică $\gamma = 18{,}8$ kN/m³, unghi de frecare interioară $\Phi = 15°$ şi coeziunea $c = 25$ kPa. Coeficientul de siguranţă cerut este $F_s = 1{,}5$. Să se analizeze, presupunînd diferite posibilităţi de rupere privind forma suprafeţei de cedare, influenţa acesteia asupra înălţimii taluzului excavaţiei.

Rezolvare.

Pentru rezolvare, vom folosi anexa IV.1.3 unde este dată comparativ valoarea raportului $N_s = \gamma \cdot H/c$, pentru diferite valori ale unghiului de înclinare a taluzului β şi ale unghiului de frecare interioară Φ. Vom folosi ca definiţie a coeficientului de siguranţă, relaţia $F_s = \frac{H_c}{H}$, unde H_c este înălţimea critică ($F_s = 1$); H — înălţimea taluzului ce prezintă coeficientul de siguranţă dorit.

1) Suprafaţa plană de rupere — metoda *Culmann*.

Pentru $\beta = 45°$ şi $\Phi = 15°$, rezultă $N_s = 20{,}20$, de unde $H_c = \frac{cN_s}{\gamma} = \frac{25 \cdot 20{,}20}{18{,}80} = 26{,}86$ m şi $H = \frac{H_c}{F_s} = \frac{26{,}86}{1{,}5} = 17{,}90$ m.

2) Suprafaţa de rupere circular cilindrică — metoda *Fellenius*.

Pentru $\beta = 45°$ şi $\Phi = 15°$, rezultă $N_s = 11{,}77$, de unde $H_c = \frac{cN_s}{\gamma} = \frac{25 \cdot 11{,}77}{18{,}8} = 15{,}65$ m şi $H = \frac{H_c}{F_s} = \frac{15{,}65}{1{,}5} = 10{,}43$ m.

3) Suprafaţa circular-cilindrică — metoda cercului de fricţiune.

Pentru $\beta = 45°$ şi $\Phi = 15°$, rezultă $N_s = 12{,}04$, de unde $H_c = \frac{cN_s}{\gamma} = \frac{25 \cdot 12{,}04}{18{,}8} = 16{,}01$ m şi $H = \frac{H_c}{F_s} = \frac{16{,}01}{1{,}5} = 10{,}67$ m.

4) Suprafaţa de rupere cu directoarea o spirală logaritmică.

Pentru $\beta = 45°$ şi $\Phi = 15°$, rezultă $N_s = 12{,}05$, de unde $H_c = \frac{cN_s}{\gamma} = \frac{25 \cdot 12{,}05}{18{,}8} = 16{,}02$ m şi $H = \frac{H_c}{F_s} = \frac{16{,}02}{1{,}5} = 10{,}68$ m.

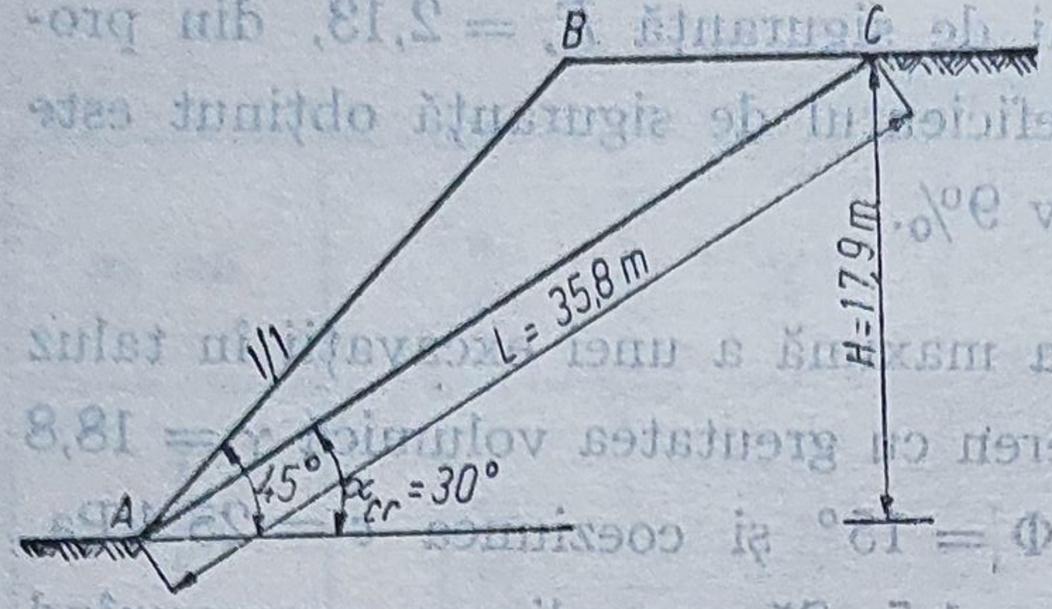


Fig. IV.1.12. Profil transversal. Suprafață plană de alunecare.

Se poate observa că cele mai periculoase suprafețe de rupere sînt cele circular cilindrice și cu directoarea spirală logaritmică.

În cazul aceluiași tip de suprafață de rupere, metodele de evaluare a înălțimii taluzului se grupează fără abateri prea mari. Se poate accepta ca adîncime a excavației în taluz de 1/1, valoarea $H \simeq 10{,}5$ m, realizînd astfel siguranța cerută prin $F_s = 1{,}5$.

IV.1.7. Într-un teren prezentînd următoarele caracteristici: $\gamma = 18{,}8$ kN/m³, $\Phi = 15°$, $c = 25$ kPa, urmează să se execute o săpătură în taluz cu panta 1/1, pe o diferență de cotă de 17,90 m. Se cere să se găsească gradul de siguranță al taluzului, admițînd posibilitatea pierderii stabilității după o suprafață plană.

Rezolvare.

În cazul taluzurilor omogene, poziția suprafeței critice de rupere, cînd aceasta este plană, prezintă înclinarea față de orizontală

$$\alpha_{cr} = \frac{\beta + \Phi}{2}, \text{ deci } \alpha_{cr} = \frac{45° + 15°}{2} = 30°.$$

Lungimea liniei directoare AC a suprafeței de rupere este:

$$L = \overline{AC} = \frac{H}{\sin \alpha_{cr}} = \frac{17{,}90}{\sin 30°} = 35{,}8 \text{ m}.$$

Considerînd că frecarea este integral mobilizată în lungul suprafeței AC (fig. IV.1.12), valoarea coeziunii pe unitate de suprafață, necesară asigurării echilibrului limită c_n este dată de relația:

$$c_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma \cdot H}{\sin \beta \cos \Phi} \cdot \sin^2\left(\frac{\beta - \Phi}{2}\right);$$

$$c_n = \frac{1}{2} 18{,}8 \cdot \frac{17{,}9}{\sin 45° \cdot \cos 15°} \cdot \sin^2\left(\frac{45° - 15°}{2}\right) = 16{,}50 \text{ kPa}.$$

Gradul de siguranță al taluzului poate fi definit în raport cu coeziunea

$$F_s = F_c = \frac{c_{ef}}{c_n} = \frac{25}{16{,}50} = 1{,}51.$$

Întrucît datele problemei au fost impuse, plecînd de la ideea verificării rezolvării din problema IV.1.6, se poate vedea că valoarea coeficientului de siguranță este aceeași cu cea impusă $F_s = 1{,}5$.

IV.1.8. Să se predimensioneze panta unui taluz-rambleu știind că înălțimea este $H = 5{,}4$ m, iar caracteristicile pămîntului din care este realizat sînt: $\Phi = 16°$, $c = 15$ kPa, $\gamma_d = 16{,}8$ kN/m³, $w_{opt} = 17\%$.

La alegerea pantei taluzului se va ține cont că este posibilă pierderea stabilității prin formarea unor suprafețe de rupere ce trec prin piciorul

taluzului sau tangente suprafeţei unui strat cu caracteristici de rezistenţă mai bune, situat la adîncimea de 1,35 m sub piciorul taluzului.

Rezolvare.

Pentru predimensionarea pantei taluzului în astfel de situaţii este posibilă folosirea unor abace sau relaţii de calcul simple. Rezolvarea acceptată în problemă este bazată pe relaţia dată de *Goldstein* şi graficul *Lobasov*, înregistrate în anexa IV.1.4.

a) Predimensionarea pantei taluzului folosind relaţia lui *Goldstein*; coeficientul de siguranţă se calculează cu relaţia:

$$F_s = A \cdot \operatorname{tg} \Phi + \frac{c}{\gamma H} \cdot B.$$

Parametrii A şi B sînt mărimi adimensionale date în anexa IV.1.4.

Prin încercări, impunînd diferite pante ale taluzului, se selectează parametrii A şi B pentru poziţia suprafeţei de alunecare în raport cu piciorul taluzului, după care se face evaluarea coeficientului de siguranţă. Se alege acea înclinare a taluzului care ne conduce la valoarea coeficientului de siguranţă dorită, cuprinsă între 1,5 şi 2,0.

Ţinînd cont de datele problemei relaţia necesită calculul mărimilor: $\operatorname{tg} \Phi = \operatorname{tg} 16° = 0{,}286$, $\gamma = \gamma_d(1 + w_{opt}) = 16{,}8(1 + 0{,}17) = 19{,}65$ kN/m³.

a_1) Suprafaţa de alunecare trece prin piciorul taluzului.

Se impun următoarele înclinări ale taluzului:

$1/m = 1/1{,}25$; cu $A = 2{,}64$ şi $B = 6{,}05$;

$$F_s = 2{,}64 \cdot 0{,}286 + \frac{15}{19{,}65 \cdot 5{,}4} \cdot 6{,}05 = 1{,}61.$$

$1/m = 1/1{,}5$; cu $A = 2{,}64$ şi $B = 6{,}50$;

$$F_s = 2{,}64 \cdot 0{,}286 + \frac{15}{19{,}65 \cdot 5{,}4} \cdot 6{,}50 = 1{,}67.$$

$1/m = 1/1{,}75$; cu $A = 2{,}87$, $B = 6{,}58$;

$$F_s = 2{,}87 \cdot 0{,}286 + \frac{15}{19{,}65 \cdot 5{,}4} \cdot 6{,}58 = 1{,}75.$$

$1/m = 1/2$; cu $A = 3{,}23$ şi $B = 6{,}70$;

$$F_s = 3{,}23 \cdot 0{,}286 + \frac{15}{19{,}65 \cdot 5{,}4} \cdot 6{,}70 = 1{,}87.$$

$1/m = 1/2{,}5$; cu $A = 3{,}53$; $B = 7{,}30$;

$$F_s = 3{,}53 \cdot 0{,}286 + \frac{15}{19{,}65 \cdot 5{,}4} \cdot 7{,}30 = 2{,}04.$$

Pentru înclinările taluzului între 1/1,25 şi 1/2,5, coeficientul de siguranţă are valori între 1,5 şi 2,0. Fixarea pantei taluzului se va face numai după o verificare a stabilităţii, ţinînd cont de situaţia cea mai dezavantajoasă de lucru a forţelor ce intervin.

a_2) Suprafaţa de alunecare trece sub piciorul taluzului. Factorul de adîncime d este $D/H = \frac{1{,}35}{5{,}4} = 0{,}25$.

Parcurgînd aceleași etape ca la punctul a_1, vom avea;

$1/m = 1/1{,}25$; $A = 2{,}66$ și $B = 6{,}32$;

$$F_s = 2{,}66 \cdot 0{,}286 + \frac{15}{19{,}65 \cdot 5{,}4} \cdot 6{,}32 = 1{,}65.$$

$1/m = 1/1{,}5$; $A = 2{,}80$ și $B = 6{,}53$;

$$F_s = 2{,}80 \cdot 0{,}286 + \frac{15}{19{,}65 \cdot 5{,}4} \cdot 6{,}53 = 1{,}72.$$

$1/m = 1/1{,}75$; $A = 2{,}93$ și $B = 6{,}72$;

$$F_s = 2{,}93 \cdot 0{,}286 + \frac{15}{19{,}65 \cdot 5{,}4} \cdot 6{,}72 = 1{,}78.$$

$1/m = 1/2$; $A = 3{,}20$ și $B = 6{,}87$;

$$F_s = 3{,}20 \cdot 0{,}286 + \frac{15}{19{,}65 \cdot 5{,}4} \cdot 6{,}87 = 1{,}88.$$

$1/m = 1/2{,}5$; $A = 3{,}46$ și $B = 7{,}62$;

$$F_s = 3{,}46 \cdot 0{,}286 + \frac{15}{19{,}65 \cdot 5{,}4} \cdot 7{,}62 = 2{,}06.$$

b) Alegerea pantei taluzului folosind graficul lui *Lobasov*.

Graficul *Lobasov* dă valoarea unghiului de înclinare al taluzului, pentru un coeficient de siguranță unitar, funcție de valoarea unghiului de frecare interioară Φ și a indicelui de stabilitate $N = c/(\gamma H)$.

Din anexa IV.1.4, pentru $N = 15/19{,}65 \cdot 5{,}4 = 0{,}14$ și $\Phi = 16°$, rezultă unghiul de înclinare $\beta = 73°$.

Dacă se admite un coeficient de sigmanță de 1,67, corespunzător pantei de 1/1,5 (cazul a_1), aplicat indicelui de stabilitate se obține din graficul *Lobasov* pentru $\frac{N}{F_s} = \frac{0{,}14}{1{,}76} = 0{,}084$ și $\Phi = 16°$, o înclinare a taluzului $\beta = 48°$.

Pentru aceeași pantă de 1/1,5 (cazul a_2) coeficientul de siguranță $F_s = 1{,}72$ conduce la o înclinare a taluzului $\beta = 43°$.

S-a ales valoarea pantei de 1/1,5 pentru a putea compara rezultatele predimensionării folosind cele două căi. Se observă că prin folosirea relației lui *Goldstein* unghiul de înclinare al taluzului este de aproximativ 34°, pe cînd din graficul *Lobasov*, este de 43° și 48° după cum s-a aplicat coeficientul de siguranță. La coeficientul de siguranță impus, se va merge cu panta cea mai acoperitoare.

IV.1.9. Să se calculeze coeficientul de siguranță considerînd că suprafața de alunecare este o suprafață avînd directoarea o spirală logaritmică cu polul în O și trece prin piciorul taluzului.

Taluzul are panta 1/1,75, înălțimea $H = 5{,}0$ m și este realizat într-un teren omogen cu $\gamma = 19{,}30$ kN/m³, $\Phi = 18°$, $c = 10$ kPa.

Rezolvare.

În figura IV.1.13 se prezintă profilul transversal al taluzului întocmit la scara 1/100.

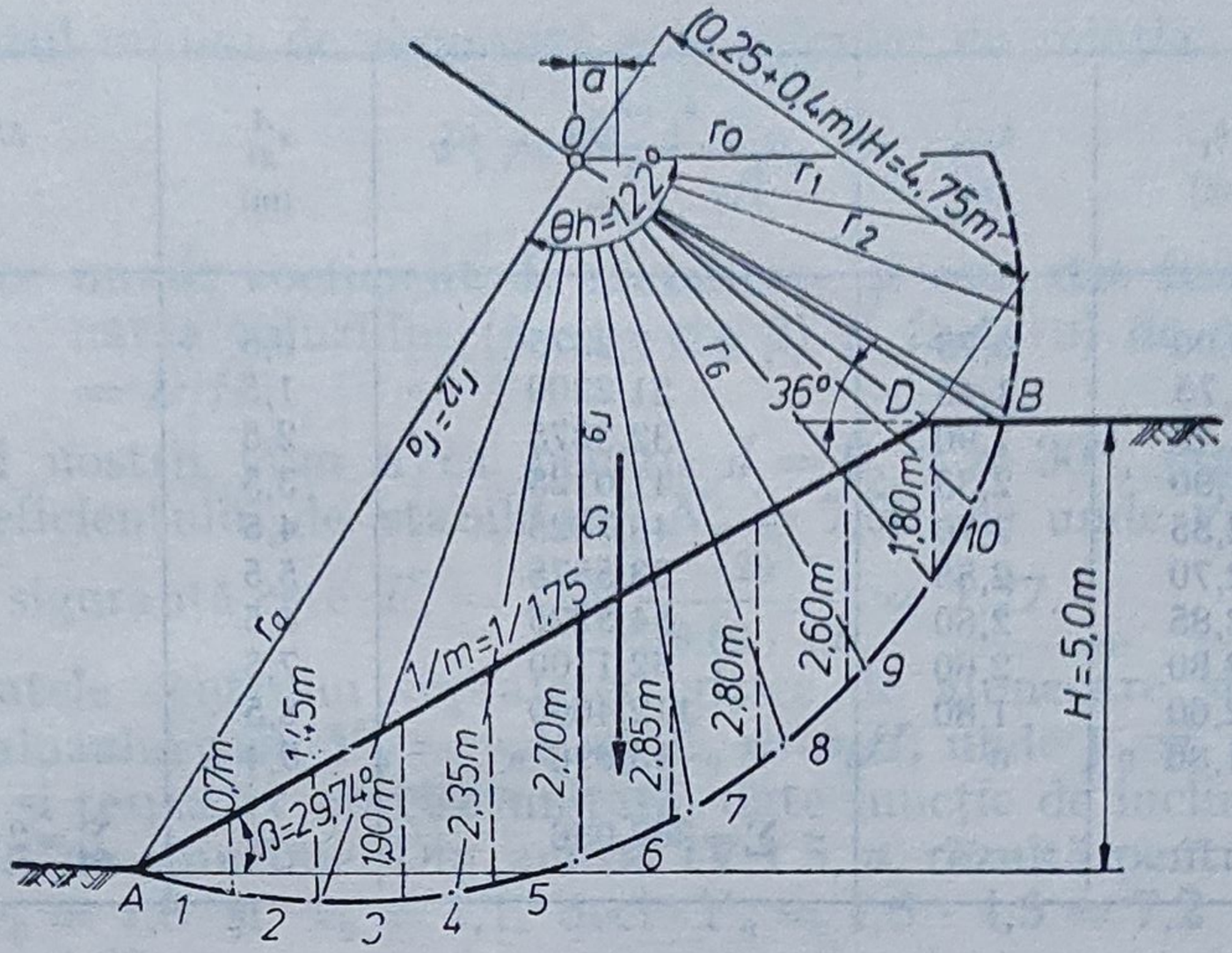


Fig. IV.1.13. Suprafața de alunecare cu directoarea o spirală logaritmică.

Trasarea spiralei logaritmice este posibilă, plecînd de la ecuația acesteia $r = r_0 e^{\theta \cdot \operatorname{tg} \Phi}$. Știind că spirala trece prin piciorul taluzului, ținînd cont de scara la care se lucrează, $r_a = 9{,}30$ m. Unghiul făcut de raza r_a cu orizontala θ_h are valoarea 122°. Se calculează valoarea lui r_0 din ecuația spiralei $r_a = r_0 \cdot e^{\theta_h \cdot \operatorname{tg} \Phi} \cdot \operatorname{tg} \Phi$, de unde

$$r_0 = \frac{r_a}{e^{\theta_h \operatorname{tg} \Phi}} = \frac{9{,}30}{e^{2{,}129 \cdot \operatorname{tg} 18°}} = 4{,}656 \text{ m.}$$

Dînd valori lui θ din 10° în 10°, vom obține razele succesive ale spiralei logaritmice:

$\theta = 10°$; $r_1 = 4{,}656 \cdot e^{0{,}174 \cdot 0{,}324} = 4{,}927$ m

$\theta = 20°$; $r_2 = 4{,}656 \cdot e^{2 \cdot 0{,}174 \cdot 0{,}324} = 5{,}215$ m

$\theta = 30°$; $r_3 = 4{,}656 \cdot e^{3 \cdot 0{,}174 \cdot 0{,}324} = 5{,}519$ m

$\theta = 40°$; $r_4 = 4{,}656 \cdot e^{4 \cdot 0{,}174 \cdot 0{,}324} = 5{,}841$ m

$\theta = 50°$; $r_5 = 4{,}656 \cdot e^{5 \cdot 0{,}174 \cdot 0{,}324} = 6{,}182$ m

$\theta = 60°$; $r_6 = 4{,}656 \cdot e^{6 \cdot 0{,}174 \cdot 0{,}324} = 6{,}543$ m

Fără a mai înregistra fazele intermediare de calcul, vom avea:

$\theta = 70°$; $r_7 = 6{,}924$ m.

$\theta = 80°$; $r_8 = 7{,}328$ m.

$\theta = 90°$; $r_9 = 7{,}756$ m.

$\theta = 100°$; $r_{10} = 8{,}209$ m.

$\theta = 110°$; $r_{11} = 8{,}688$ m.

$\theta = 122°$; $r_a = r_{12} = 9{,}2999$ m $= 9{,}3$ m.

Tabelul IV.1.2

Nr. fişie	h_i (m)	h_{i+1} (m)	$G_i = \frac{h_i + h_{i+1}}{2} \cdot b_i \cdot 1 \cdot \gamma$ (kN)	x_{gi}^A (m)	$M_i^A = G_i \cdot x_{gi}^A$ (kN·m)
1	0,00	0,75	7,2375	6,5	3,61875
2	1,75	1,45	21,2300	1,5	31,84500
3	1,45	1,90	32,3275	2,5	80,81875
4	1,90	2,35	41,0125	3,5	143,54375
5	2,35	2,70	48,7325	4,5	219,29625
6	2,70	2,85	53,5575	5,5	294,56625
7	2,85	2,80	54,5225	6,5	354,39625
8	2,80	2,60	52,1100	7,5	290,82500
9	2,60	1,80	112,4600	8,5	360,91000
10	1,80	0	13,896	9,4	130,6224
Σ	—	—	Σ = 367,086	—	Σ = 2 010,4424

Mărimile necesare în calculele ulterioare sînt obţinute prin evaluările înregistrate în tabelul IV.1.2.

Rezultă pentru forţa G ce solicită prismul de pămînt ABD valoarea de 367,086 kN şi următoarele valori ale braţului forţei G:

$x_g = 5{,}476$ m — braţul faţă de piciorul taluzului;

$a = 0{,}476$ m — braţul faţă de polul spiralei logaritmice.

Coeziunea necesară asigurării echilibrului rezultă din egalitatea momentelor faţă de polul spiralei logaritmice.

$$G \cdot a = \frac{c_{nec}}{2 \operatorname{tg} \Phi} (r_a^2 - r_b^2).$$

$$c_{nec} = \frac{367{,}086 \cdot 0{,}476 \cdot 2 \cdot 0{,}3249}{9{,}3^2 - 5{,}6^2} = 2{,}059 \text{ kPa}.$$

Coeficientul de siguranţă este definit în raport cu coeziunea.

$$F_c = \frac{c}{c_{nec}} = \frac{10}{2{,}059} = 4{,}85.$$

IV.1.10. Un taluz executat într-o argilă plastică, are panta $1/m = 1/1{,}75$ şi înălţimea $H = 4{,}5$ m. Argila are următoarele caracteristici fizice şi de rezistenţă: $\gamma = 19{,}8$ kN/m³, $\Phi = 0°$, $c = 20$ kPa. Să se găsească coeficientul de siguranţă al taluzului considerînd că taluzul se extinde pe toată grosimea stratului de argilă plastică sub care este situat un strat tare cu caracteristici de rezistenţă mai bune.

Rezolvare.

Pentru găsirea valorii minime a coeficientului de siguranţă se vor folosi graficele întocmite de *N. Janbu* şi metoda *Fellenius*.

a) Graficele întocmite de *Nilmar Janbu*, date în anexa IV.1.5, *a*, permit găsirea coeficientului minim de siguranţă şi precizarea coordonatelor centrului suprafeţei de alunecare de coeficient minim de siguranţă.

Coeficientul minim de siguranță este calculat cu relația

$$F_s = N_0 \cdot \frac{c}{\gamma H},$$

unde: N_0 este numit coeficient de stabilitate și este dat funcție de înclinarea taluzului (β sau ctg β) și factorul de adîncime $d = D/H$.

În cazul nostru vom avea pentru $d = 0$, $\beta = 30°$, ctg $\beta = 1{,}75$, o valoare a coeficientului de stabilitate $N_0 = 7{,}90$, de unde valoarea coeficientului de siguranță este $F_s = 7{,}90 \dfrac{20}{19{,}80 \cdot 4{,}5} = 1{,}77$.

Coordonatele centrului suprafeței critice de alunecare sînt date față de piciorul taluzului prin $Y_0 = y_0 H$ și $X_0 = x_0 H$, unde y_0 și x_0 sînt ordonata unitară și respectiv abscisa unitară, date funcție de înclinarea taluzului și factorul de adîncime. Din anexa IV.1.5, *a*, rezultă pentru cazul luat în discuție $y_0 = 1{,}6$ și $x_0 = 1{,}1$, deci $Y_0 = 1{,}6 \cdot 4{,}5 = 7{,}2$ m și $X_0 = 1{,}1 \cdot 4{,}5 = 4{,}95$ m.

b) Metoda *Fellenius* va fi aplicată pentru suprafața de rupere cu coordonatele centrului determinate anterior.

Relația de calcul a coeficientului de siguranță, pentru cazul unui taluz omogen, în forma generală este

$$F_s = \frac{\sum \{c' \Delta L_i + [(G_i + Q_i) \cos \alpha_i - u_i \Delta L_i] \operatorname{tg} \Phi'\}}{\sum (G_i + Q_i) \sin \alpha_i},$$

unde: c' este coeziunea efectivă;
Φ' — unghiul de frecare interioară efectivă;
G_i, Q_i, u_i — greutatea, sarcina verticală concentrată și presiunea apei ce lucrează pe fîșia i;
ΔL_i — lungimea suprafeței de alunecare aferentă fîșiei i luată în calcul;
α_i — unghiul ce fixează poziția fîșiei (unghiul dintre verticala ce trece prin centrul suprafeței de alunecare și raza ce trece prin punctul ce fixează mijlocul suprafeței de alunecare pe zona fîșii i).

Calculul mărimilor ce intervin în evaluarea coeficientului de siguranță este dat în tabelul IV.1.3 pe baza profilului transversal din figura IV.1.14, întocmit la scara 1/100.

Tabelul IV.1.3

Metoda fîșiilor

Nr. fîșie	b_i (m)	h_i (m)	G_i (kN)	$\sin \alpha_i = \frac{n \cdot b_i}{R}$	$G_i \cdot \sin \alpha_i$ (kN)	$\cos \alpha_i = [1 - \sin^2 \alpha_i]^{1/2}$	$\Delta L_i = \frac{b_i}{\cos \alpha_i}$ (m)	c_i (kPa)	$c_i \cdot \Delta L_i$ (kN)
−3	0,8	0,3	4,752	−0,416	−1,976	0,909	0,880	20	17,60
−2	1,0	1,2	23,76	−0,277	−6,58	0,960	1,04	20	20,83
−1	1,0	2,1	41,58	−0,138	−5,738	0,990	1,01	20	20,20
0	1,0	2,8	55,44	0,00	0	1,00	1,00	20	20,0
1	1,0	3,3	65,34	0,138	9,016	0,990	1,01	20	20,20
2	1,0	3,7	73,26	0,277	20,29	0,960	1,04	20	20,83
3	1,0	3,8	75,24	0,416	31,29	0,909	1,10	20	22,00
4	1,0	3,35	66,33	0,555	36,81	0,831	1,20	20	24,067
5	1,0	2,5	49,5	0,694	34,353	0,719	1,39	20	27,81
6	1,2	1,2	28,512	0,833	23,75	0,553	2,16	20	43,39
					$\Sigma = 141{,}21$				$\Sigma = 236{,}92$

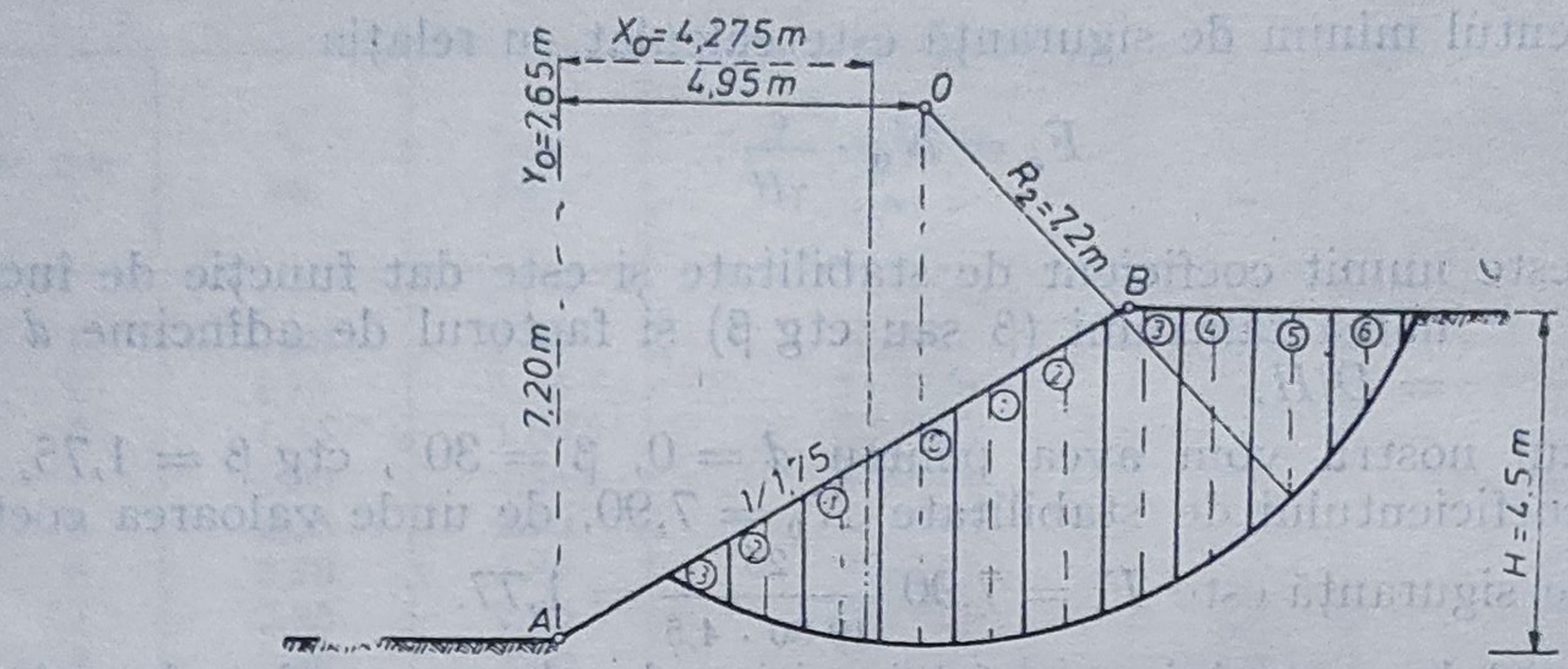


Fig. IV.1.14. Suprafața de alunecare cu directoarea un arc de cerc: metoda Fellenius.

$$F_s = \frac{236,92}{141,21} = 1,68.$$

Valorile obținute prin metoda *Fellenius* și folosind abacele întocmite de *N. Janbu*, sînt aproximativ aceleași.

IV.1.11. Folosind datele problemei IV.1.10. să se găsească coeficientul minim de siguranță, considerînd că grosimea stratului de argilă plastică este de 5,9 m, iar sub acesta se găsește un strat tare, rezistent.

Rezolvare.

Folosind abacele întocmite de *Nilmar Janbu*, date în anexa IV.1.5,*a*, rezultă coeficientul de stabilitate $N_0 = 6,5$ și coeficientul minim de siguranță $F_s = N_0 \frac{c}{\gamma \cdot H} = 6,5 \frac{20}{19,8 \cdot 4,5} = 1,46.$

Coordonatele centrului suprafeței critice sînt

$$Y_0 = y_0 \cdot H = 17 \cdot 4,5 = 7,65 \text{ m și } X_0 = x_0 \cdot H = 0,95 \cdot 4,5 = 4,275 \text{ m}$$

Abscisa unitară x_0 și ordonata unitară y_0 au fost scoase din anexa IV.1.5, *a*, pentru $\beta = 30°$ și $d = 0,3$.

Procedîndu-se ca în cazul problemei IV.1.10, la verificarea valorii coeficientului minim de siguranță prin metoda *Fellenius* aplicată centrului de coordonate anterior precizat s-a obținut pentru acesta valoarea $F_s = 1,43$.

Calculul mărimilor cerute în relația coeficientului de siguranță după metoda *Fellenius* este dat în tabelul IV.1.4, efectuat pe baza profilului transversal din figura IV.1.15, întocmit la scara 1/100.

$$\sum_{0}^{-4} G_i \cdot \sin \alpha_i = 32,47 \text{ kN}; \sum_{-4}^{8} C_i = 316,54 \text{ kN};$$

$$\sum_{0} G_i \cdot \sin \alpha_i = 252,699 \text{ kN};$$

$$F_s = \frac{316,54}{220,229 - 32,470} = 1,43.$$

Tabelul IV.1.4

Metoda fișiilor

Nr. fișie	b_i m	h_i m	G_i kN	$\sin \alpha_i = \frac{nb_i}{R}$	$G_i \sin \alpha_i$ kN	$\cos \alpha_i = (1-\sin^2\alpha_i)^{1/2}$	$\Delta L_i = \frac{b_i}{\cos \alpha_i}$ m	c_i kPa	$c_i \cdot \Delta L_i$ kN
−4	1,2	0,6	14,25	0,439	6,255	0,898	1,336	20	26,72
−3	1,0	1,4	27,72	0,329	9,119	0,944	1,059	20	21,18
−2	1,0	2,4	47,52	0,219	10,406	0,975	1,025	20	20,51
−1	1,0	3,1	61,38	0,109	6,690	0,994	1,006	20	20,12
0	1,0	3,8	75,24	0,00	0,00	1,00	1,00	20	20,00
1	1,0	4,3	85,14	0,109	9,280	0,994	1,006	20	20,12
2	1,0	4,7	93,06	0,219	20,380	0,975	1,025	20	20,51
3	1,0	5,0	99,00	0,329	32,571	0,944	1,059	20	21,18
4	1,0	4,9	97,02	0,439	42,591	0,898	1,113	20	22,27
5	1,0	4,3	85,14	0,549	46,74	0,835	1,197	20	23,95
6	1,0	3,5	69,3	0,659	45,668	0,751	1,331	20	26,63
7	1,0	2,5	49,5	0,769	38,065	0,638	1,567	20	31,34
8	1,0	1,0	19,8	0,879	17,404	0,476	2,10	20	42,01

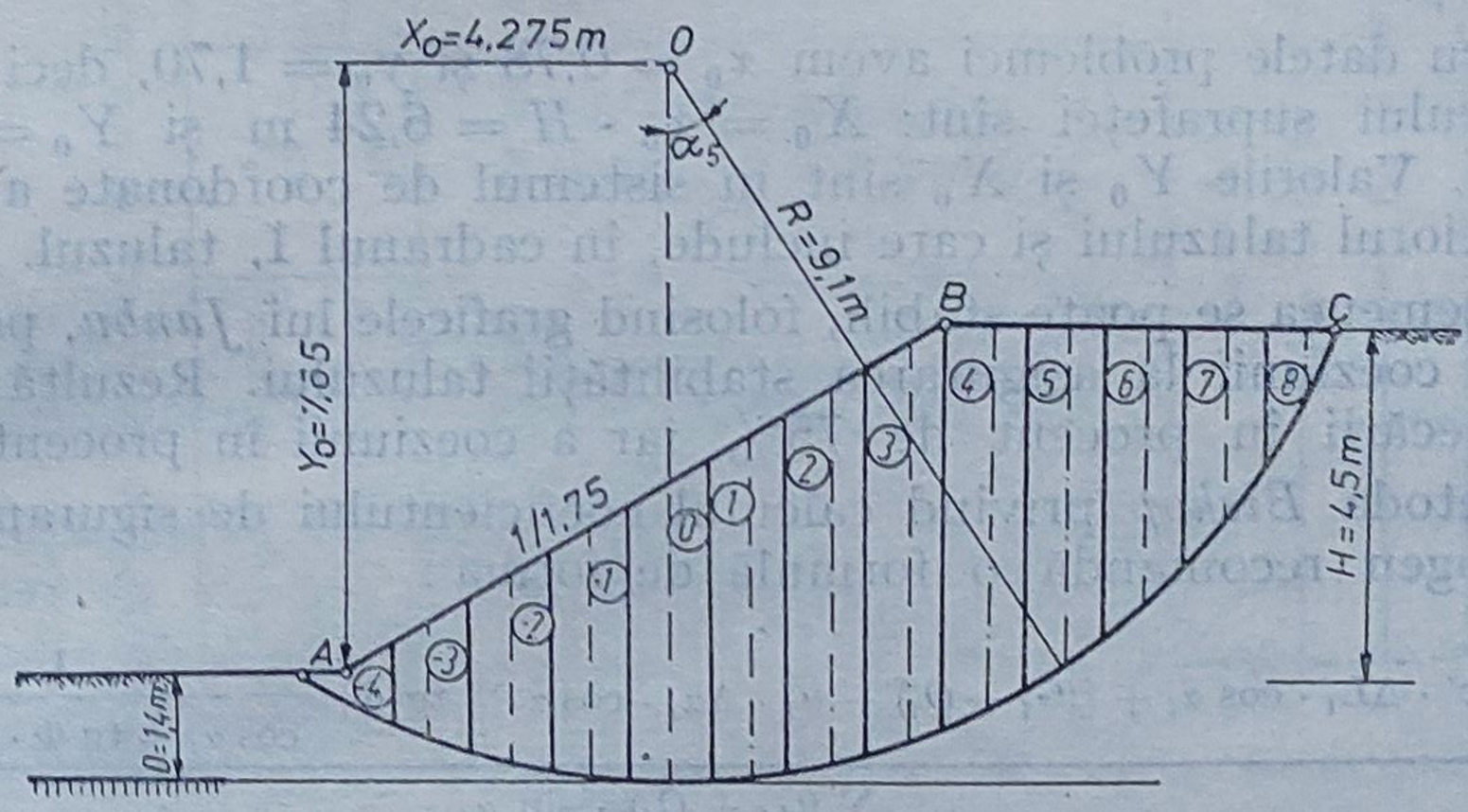


Fig. IV.1.15. Profil transversal.

IV.1.12. Se consideră un taluz de înălțime $H = 8$ m și pantă 1/2 realizat într-un teren având: $\Phi' = 15°$, $c = 20$ kPa și $\gamma = 19{,}5$ kN/m³.

1) Se cere să se găsească valoarea coeficientului minim de siguranță și coordonatele centrului suprafeței critice folosind graficele întocmite de *N. Janbu*.

2) Pentru suprafața critică găsită la punctul anterior, se cere să se calculeze coeficientul de siguranță folosind metoda elaborată de *Bishop*.

Rezolvare.

1) Pe baza graficelor întocmite de *N. Janbu*, date în anexa IV.1.5, *b* se poate calcula coeficientul minim de siguranță folosind relația $F_s = N_{sf} \frac{c}{\gamma H}$,

unde: N_{sf} este coeficient de stabilitate în raport cu coeziunea și frecarea;

c — coeziunea;

γ — greutatea volumică a pământului;

H — înălțimea taluzului.

Valoarea coeficientului de stabilitate N_{cf} este dată în anexa IV.1.5, *b* funcție de înclinarea taluzului (β) și parametrul adimensional $\lambda_{c\Phi}$, definit de relația:

$$\lambda_{c\Phi} = \frac{\gamma \cdot H \cdot \operatorname{tg} \Phi}{c}.$$

Cu datele problemei obținem:

$$\lambda_{c\Phi} = \frac{19{,}5 \cdot 8 \cdot \operatorname{tg} 15°}{20} = 2{,}01.$$

Pentru $\lambda_{c\Phi} = 2{,}01$ și $\operatorname{ctg} \beta = 2{,}0$ rezultă $N_{cf} = 12{,}7$, iar coeficientul minim de siguranță $F_s = 12{,}7 \cdot \frac{20}{19{,}5 \cdot 8} = 1{,}64$.

În anexa IV.1.5, *b* sînt prezentate și graficele ce ne dau coordonatele unitare ale centrului suprafeței critice, x_0 și y_0, care sînt date funcție de $\lambda_{c\Phi}$ și $\operatorname{ctg} \beta$.

Pentru datele problemei avem $x_0 = 0{,}78$ și $y_0 = 1{,}70$, deci coordonatele centrului suprafeței sînt: $X_0 = x_0 \cdot H = 6{,}24$ m și $Y_0 = y_0 \cdot H = 13{,}6$ m. Valorile Y_0 și X_0 sînt în sistemul de coordonate avînd originea în piciorul taluzului și care include, în cadranul I, taluzul.

De asemenea se poate stabili, folosind graficele lui *Janbu*, participarea frecării și coeziunii la asigurarea stabilității taluzului. Rezultă o participare a frecării în procent de 75%, iar a coeziunii în procent de 25%.

2) Metoda *Bishop* privind calculul coeficientului de siguranță al unui taluz omogen recomandă o formulă de forma:

$$F_s = \frac{\sum \{c' \cdot \Delta L_i \cdot \cos \alpha_i + [(G_i + Q_i) - u_i \cdot \Delta \alpha_i \cdot \cos \alpha_i] \cdot \operatorname{tg} \Phi\} \dfrac{1}{\cos \alpha_i + \operatorname{tg} \Phi \cdot \sin \alpha_i / F_s}}{\sum (G_i + Q_i) \cdot \sin \alpha_i}.$$

În formulă, semnificația mărimilor este aceeași ca la metoda *Fellenius* din problema IV.1.10.

Găsirea coeficientului de siguranță F_s presupune un proces iterativ plecînd de la o valoare presupusă cunoscută a coeficientului de siguranță F_{s0} cu care se calculează pe baza relației de mai sus o nouă valoare F_{s1}, cu care se reia calculul lui F_{s2}. Iterațiile continuă pînă cînd $F_{si} \cong F_{si-1}$. În calcul se poate folosi și nomograma întocmită de *N. Janbu* și dată în anexa IV.1.7 pentru determinarea lui $m_{\alpha i} = \cos \alpha_i + \sin \alpha_i \cdot \operatorname{tg} \Phi / F_s$.

Calculul coeficientului de siguranță prin metoda *Bishop* este dat în tabelul IV.1.5, pentru care s-a folosit profilul transversal din figura IV.1.16, întocmit la scara 1/200.

În cazul problemei relația capătă forma:

$$F_s = \frac{\sum [c \cdot \Delta L_i \cos \alpha_i + G_i \operatorname{tg} \Phi] \dfrac{1}{(\cos \alpha_i + \operatorname{tg} \Phi \sin \alpha_i / F_s)}}{\sum G_i \cdot \sin \alpha_i} = \frac{\sum A_i \cdot \frac{1}{m_{\alpha i}}}{\sum G_i \cdot \sin \alpha_i}.$$

Valoarea coeficientului de siguranță după 3 iterații este 1,804. Variația lui F_s cu numărul de iterații este dată în figura IV.1.17.

Tabelul IV.1.5

$R = 15{,}20$ m ; $\gamma = 19{,}5$ kN/m³ ; $\Phi = 15°$; $\operatorname{tg}\Phi = 0{,}267$; $c = 20$ kPa

Nr. fişic	h_i m	b_i m	G_i kN	$\sin\alpha_i = \frac{nb_i}{R}$	$\cos\alpha_i = [1 - \sin^2\alpha_i]^{1/2}$	α_i °	$G_i \sin\alpha_i$ kN	$c\Delta L_i \cos\alpha_i$ kN	A_i kN	$\frac{1}{m_{\alpha i_0}}$	$A_i \cdot \frac{1}{m_{\alpha i_0}}$ kN	$\frac{1}{m_{\alpha i_1}}$	$A_i \cdot \frac{1}{m_{\alpha i_1}}$ kN	$\frac{1}{m_{\gamma i_2}}$	$A_i \cdot \frac{1}{m_{\alpha i_2}}$ kN
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
−3	0,90	1,3	22,81	0,394	0,918	23,25	8,99	23,87	29,98	1,22	36,56	1,086	32,58	1,163	34,87
−2	2,20	2,0	85,80	0,263	0,964	15,25	22,56	40,0	62,99	1,11	69,98	1,052	63,30	1,080	68,08
−1	3,50	2,0	136,50	0,131	0,991	7,56	17,88	40,0	76,57	1,03	78,93	1,01	77,34	1,029	78,80
0	4,60	2,0	179,40	2,00	1,006	0,00	0,00	40,0	88,07	1,00	88,07	1,00	88,07	1,00	88,07
1	5,40	2,0	210,60	0,131	0,991	7,56	27,58	40,0	96,43	0,97	93,62	1,01	95,47	0,989	95,44
2	6,10	2,0	237,9	0,263	0,964	15,25	62,56	40,0	103,74	0,98	101,70	1,02	105,85	0,997	103,44
3	6,30	2,0	245,70	0,394	0,918	23,25	96,80	40,0	105,83	1,01	106,89	1,052	111,4	1,024	108,48
4	6,20	2,0	241,80	0,526	0,850	31,75	127,18	40,0	104,79	1,02	106,92	1,136	119,07	1,077	112,94
5	5,60	2,0	218,40	0,657	0,753	41,14	143,48	40,0	98,52	1,08	107,08	1,19	117,28	1,176	115,78
6	3,40	2,0	132,60	0,789	0,613	52,13	104,62	40,0	75,53	1,21	92,109	1,42	107,9	1,37	103,51
7	1,00	1,0	19,50	0,921	0,389	67,08	17,96	20,0	25,22	1,54	38,80	1,72	43,48	1,90	48,02
							530,74				920,65		961,74		957,53

$$A_i = \sum G_i \cdot \operatorname{tg}\Phi \cdot c\Delta L_i \cos\alpha_i$$

$$m_{\alpha i_0} = \cos\alpha_i + \sin\alpha_i \operatorname{tg}\Phi / F_{s_0}$$

$$m_{\alpha i_1} = \cos\alpha_i + \sin\alpha_i \operatorname{tg}\Phi / F_{s_1}$$

$$m_{\alpha i_2} = \cos\alpha_i + \sin\alpha_i \operatorname{tg}\Phi / F_{s_2}$$

$F_{s0} = 1{,}0$

$F_{s1} = 1{,}734$

$F_{s2} = 1{,}812$

$F_s = 1{,}804$

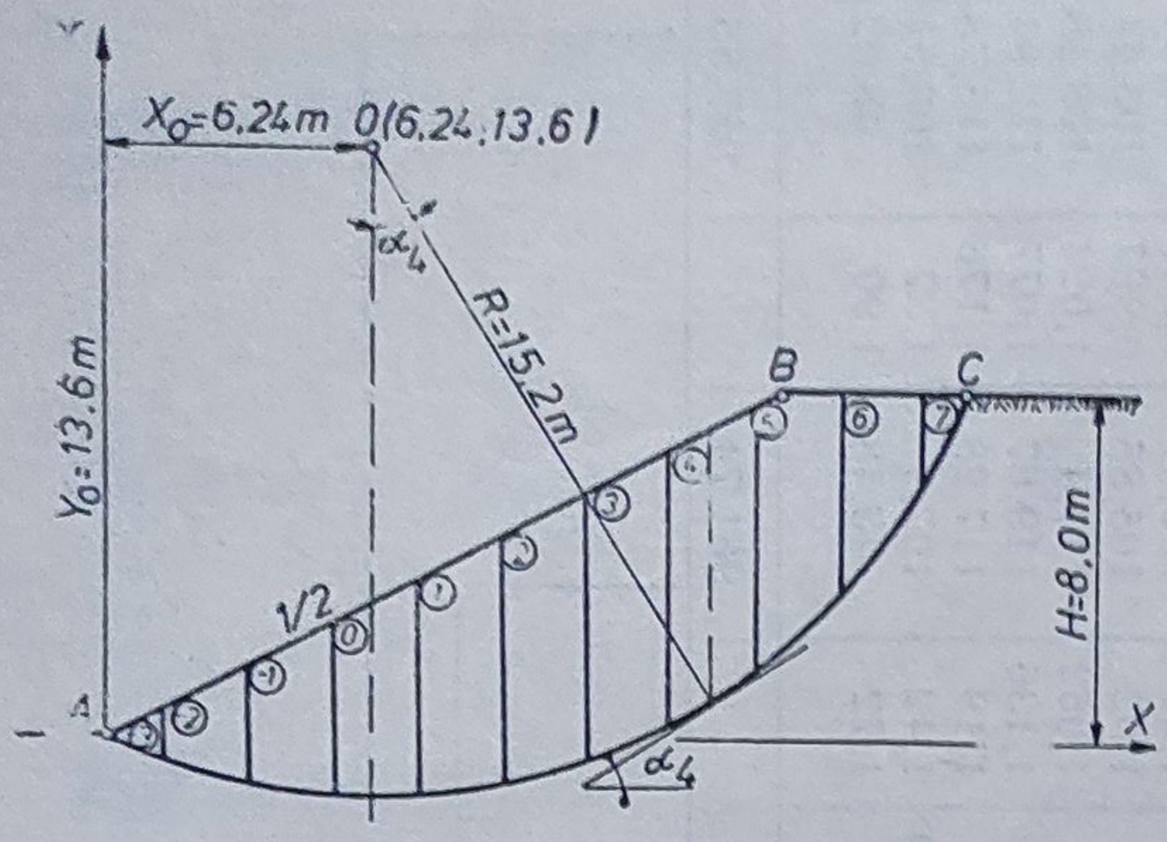


Fig. IV.1.16. Profil transversal.

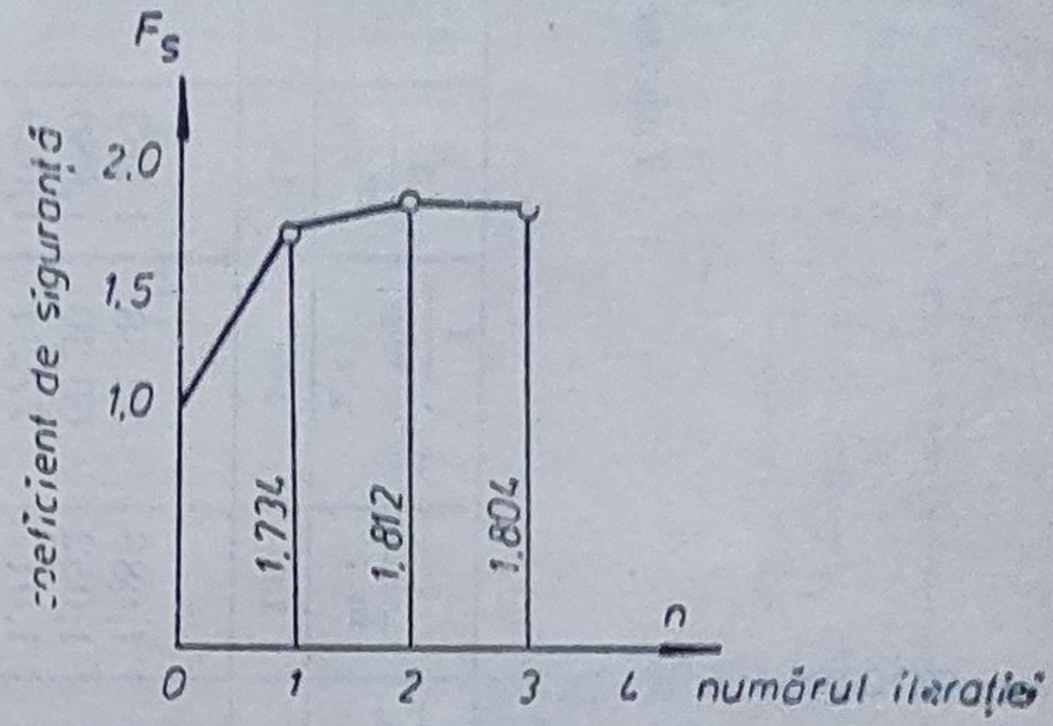


Fig. IV.1.17. Variația coeficientului de siguranță.

IV.1.13. Reluînd datele problemei IV.1.12, se cere să se calculeze coeficientul de siguranță, folosind procedeul generalizat al fîșiilor. Calculul coeficientului de siguranță se va face pentru suprafața circular cilindrică avînd coordonatele centrului determinate pe baza nomogramelor din anexa IV.1.5, *b*.

Rezolvare.

Procedeul generalizat al fîșiilor permite calculul coeficientului de siguranță precum și mărimea eforturilor care acționează în lungul suprafeței de alunecare și pe planele convenționale dintre fîșii. Procedeul generalizat al fîșiilor acceptă ca ipoteze de lucru următoarele:

— tratarea problemei în ipoteza stării plane de deformație;

— coeficientul de siguranță este definit în raport cu rezistența la forfecare și se consideră constant pe întreaga suprafață de alunecare;

— poziția forțelor de împingere dintre fîșii este cunoscută.

Relațiile de calcul sînt stabilite plecînd de la satisfacerea condițiilor de echilibru pentru fiecare fîșie în parte și ale întregii mase de pămînt supusă alunecării.

Cu notațiile din figura IV.1.18 ecuațiile de echilibru sînt:

a) *Echilibrul fîșiei.*

$\Delta T_i + \Delta V_i = \Delta N_i \cos \alpha_i + \Delta S_i \sin \alpha_i$ — proiecție pe verticală;

$\Delta E_i - \Delta H_i = \Delta N_i \cos \alpha_i - \Delta S_i \cos \alpha_i$ — proiecție pe orizontală;

$T_i = -E_i \operatorname{tg} \alpha_{ii} + h_{ii} \frac{\Delta E_i}{\Delta x_i} - z_i \frac{\Delta H_i}{\Delta x_i}$ — sumă de momente.

b) *Echilibrul global.*

$\sum_a^b \Delta T_i = T_b - T_a$ — proiecția forțelor pe verticală;

$\sum_a^b \Delta E_i = E_b - E_a$ — proiecția forțelor pe orizontală;

$\sum_a^b \Delta M_i = M_b - M_a$ — sumă de momente.

c) *Forțe și eforturi în lungul suprafeței de alunecare și pe interfețele dintre fîșii:*

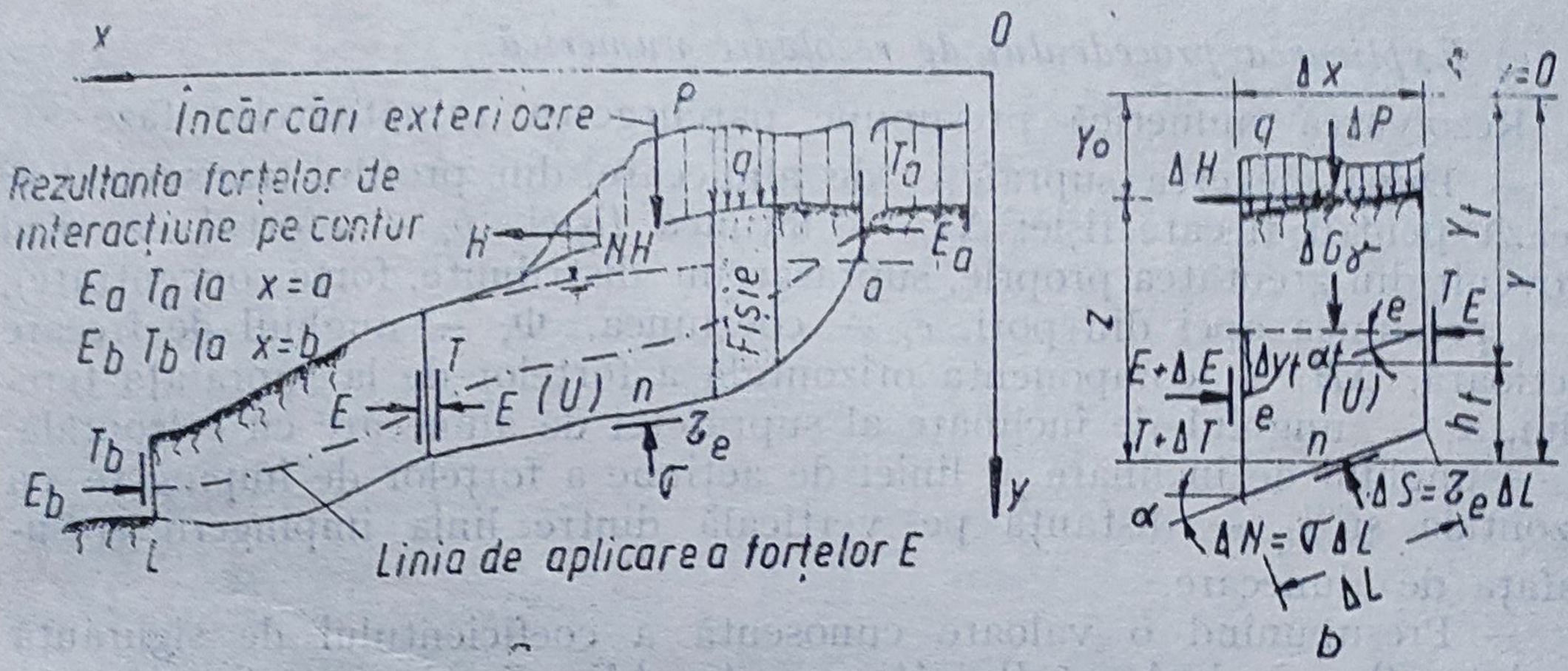


Fig. IV.1.18. Definirea parametrilor folosiți în procedeul generalizat al fișiilor; *a* — echilibrul static al întregului corp; *b* — echilibrul static al unei fișii.

— efortul normal pe suprafața de alunecare aferentă unei fîșii:
$\sigma_i = p_i + t_i - \tau_i \operatorname{tg} \alpha_i$; unde: $\frac{\Delta V_i}{\Delta x_i} = p_i$ și $\frac{\Delta T_i}{\Delta x_i} = t_i$;

— variația forței de împingere pe planele convenționale dintre fîșii:
$\Delta E_i = (p_i + t_i)\Delta x_i \operatorname{tg} \alpha_i - \tau_i \cdot \Delta x_i(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_i) + \Delta H_i$ sau
$\Delta E_i = B_i - \frac{A_i}{F_s} + \Delta H_i$, unde A_i și B_i au aceleași expresii ca la punctul *d*.

— eforturile unitare tangențiale pe suprafața de alunecare aferentă unei fîșii:

$$\tau_i = \frac{c_i + (p_i + t_i - u_i) \operatorname{tg} \Phi_i}{1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_i \operatorname{tg} \Phi_i}{F_s}} \cdot \frac{1}{F_s} \quad \text{sau} \quad \tau_i = \frac{A_i}{\Delta x_i(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_i)F_s}.$$

d) *Calculul coeficientului de siguranță.*

În cazul unei forme oarecare a suprafeței de alunecare, toate ecuațiile de echilibru trebuie satisfăcute simultan. Plecînd de la această premiză, relația de calcul a coeficientului este de forma:

$$F_s = \frac{\sum_a^b A_i}{\sum_a^b B_i + E_a - E_b};$$

unde: $A_i = \tau_f \cdot \Delta x_i(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_i)$ și $B_i = \Delta H_i + (p_i + t_i)\Delta x_i \operatorname{tg} \alpha_i$, în cazul analizelor în eforturi totale.

$$A_i = \frac{[c_i + (p_i + t_i - u_i) \operatorname{tg} \Phi_i]\Delta x_i}{1 + \frac{1}{F_s} \operatorname{tg} \alpha_i \cdot \operatorname{tg} \Phi_i} = \frac{A_i}{n_{\alpha_i}};$$
$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_i$$

$$B_i = \Delta H_i + (p_i + t_i)\Delta x_i \operatorname{tg} \alpha_i;$$

în cazul analizelor de stabilitate în eforturi efective.

Funcție de tipul analizei parametrii rezistenței la forfecare rezultă din încercările de forfecare neconsolidată — nedrenată, respectiv consolidată-drenată.

e) *Explicarea procedeului de rezolvare numerică.*

Rezolvarea numerică presupune parcurgerea următoarelor faze:

— După alegerea suprafeţei de alunecare, din profilul transversal se fixează pentru fiecare fîşie: Δx_i — lăţimea fîşiei, p_i — efortul vertical (provenit din greutatea proprie, suprasarcini distribuite, forţe concentrate), u_i — presiunea apei din pori, c_i — coeziunea, Φ_i — unghiul de frecare interioară, ΔH_i — componenta orizontală a forţelor de la suprafaţa terenului, α_i — unghiul de înclinare al suprafeţei de alunecare cu orizontala, α_{ii} — unghiul de înclinare al liniei de acţiune a forţelor de împingere cu orizontala şi h_{t_i} — distanţa pe verticală dintre linia împingerii şi suprafaţa de alunecare.

— Presupunînd o valoare cunoscută a coeficientului de siguranţă F_{s0} şi $t = 0$, se calculează B_0, A'_0, n_{α_0}, A_a, ΔE_0, E_0 şi o nouă valoare a coeficientului de siguranţă F_{s1}.

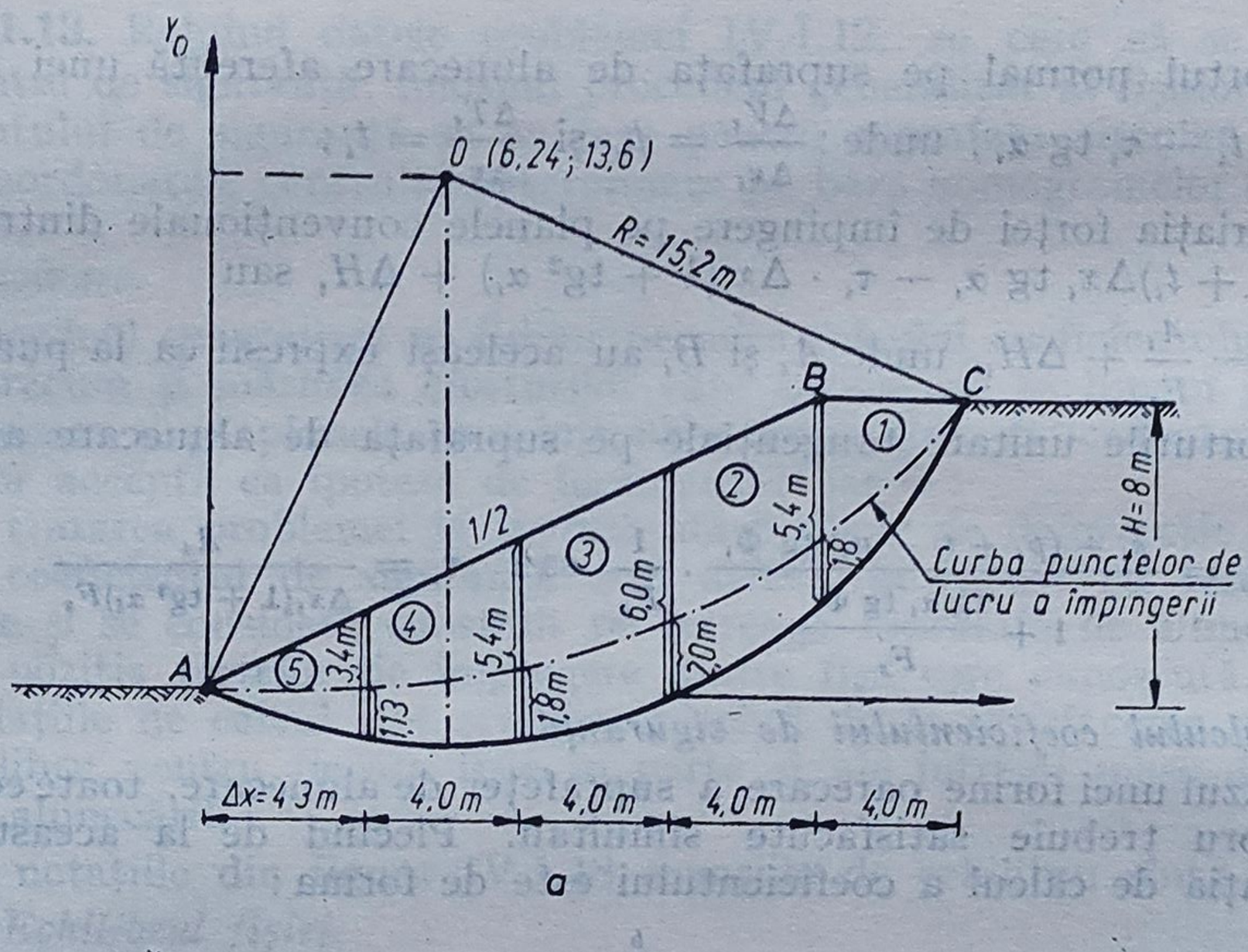


Fig. IV.1.19. Procedeul generalizat al fîşiilor:

a **— profil transversal la scara 1 : 200;** ***b*** **— diagrama de variaţie a lui** E, T, σ, τ **în lungul profilului transversal.**

— Cunoscînd forţele E_0 la interfeţele dintre fîşii şi poziţia liniei de acţiune a forţelor E_0, se pot calcula forţele T_1 în lungul profilului transversal, făcînd aproximaţia că $\frac{\Delta E}{\Delta x} = \frac{\Delta E_{i-1} + \Delta E_i}{\Delta x_{i-1} - \Delta x_i}$, şi deci ΔT_1 şi t_1.

— Cunoscînd T_1, ΔT_1 şi t_1, se începe un nou proces de aproximare a coeficientului de siguranţă, a forţelor de împingere şi a forţelor tăietoare obţinîndu-se valorile B_1, A_1', n_{α_1}, A_1, ΔE_1, E_1, F_{s1}, T_2, ΔT_2 şi t_2.

— Se repetă procesul de aproximare pînă cînd se obţine stabilizarea coeficientului de siguranţă.

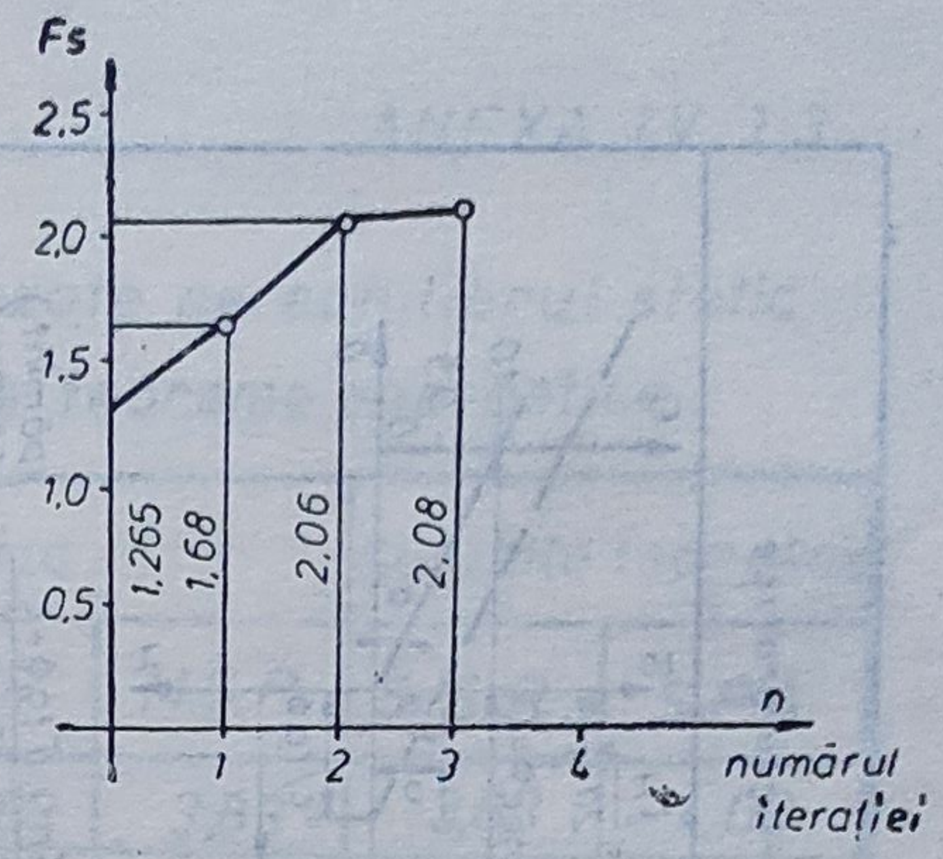
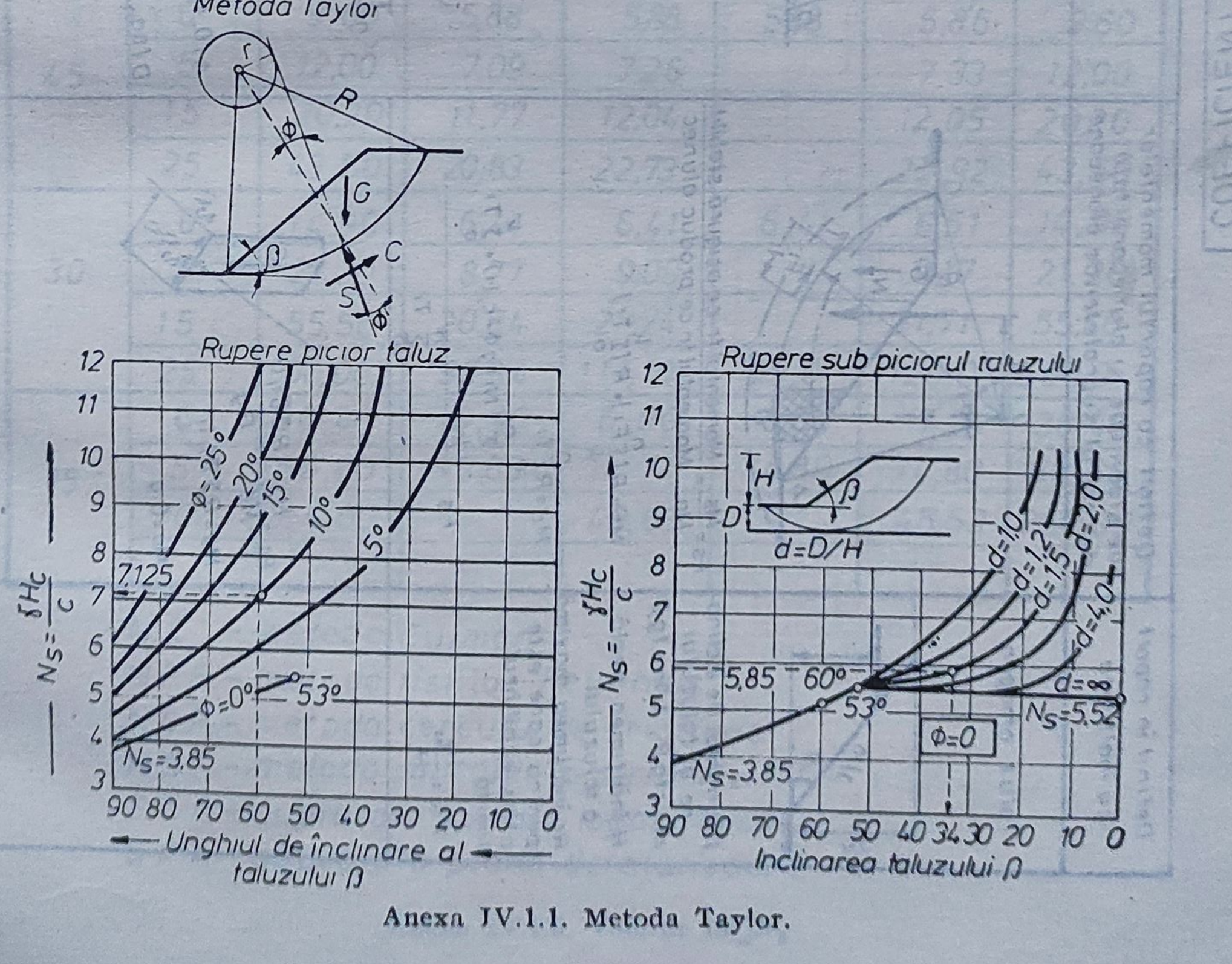


Fig. IV.1.20. Variaţia coeficientului de siguranţă.

— Pentru fiecare ciclu de aproximare se pot calcula şi eforturile unitare tangenţiale şi normale pe suprafaţa de alunecare precum şi pe planele dintre fîşii.

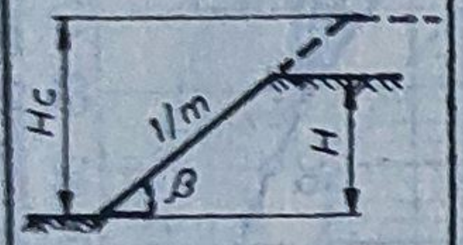
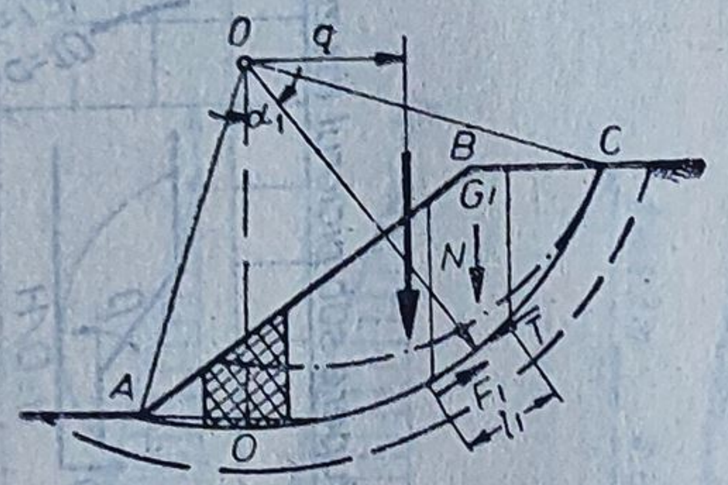
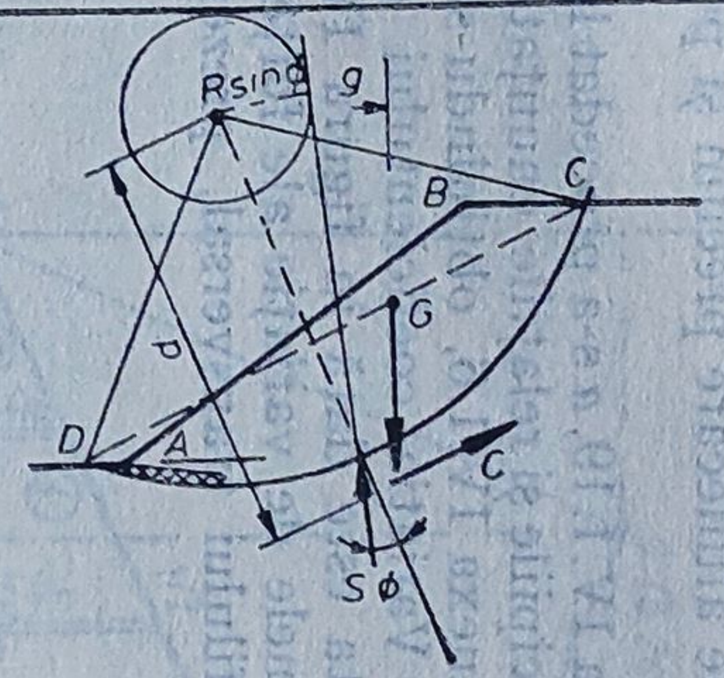
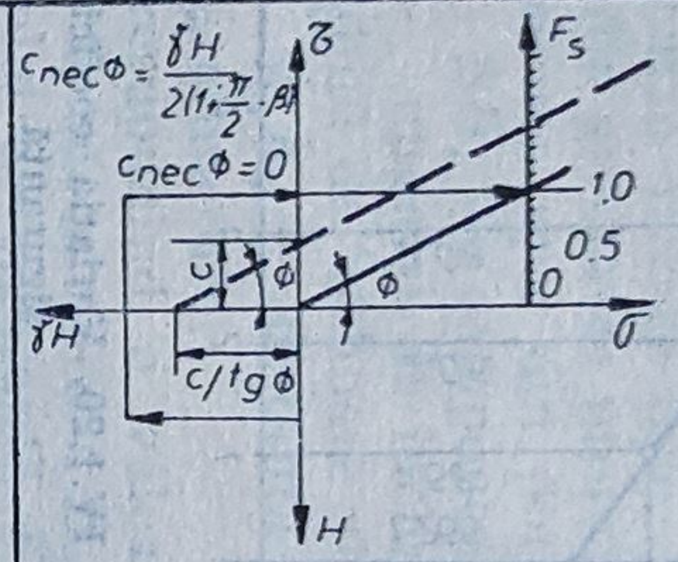
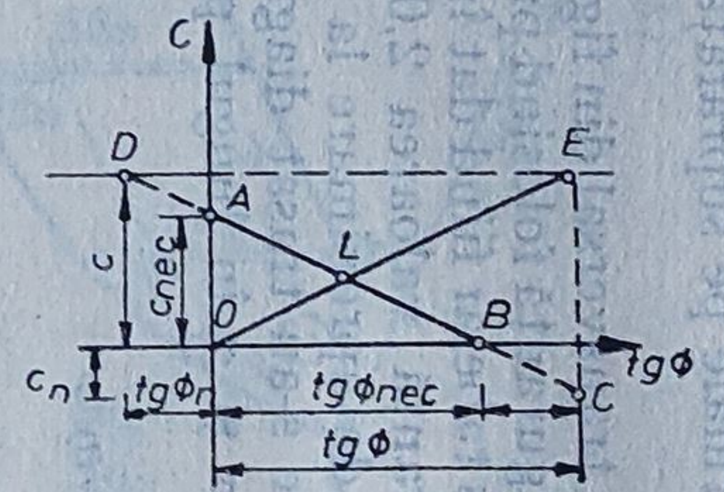
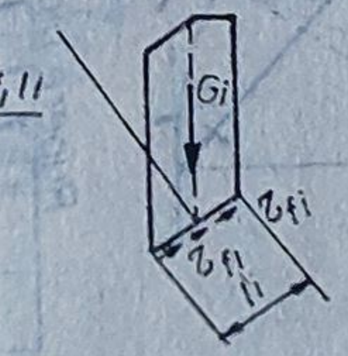
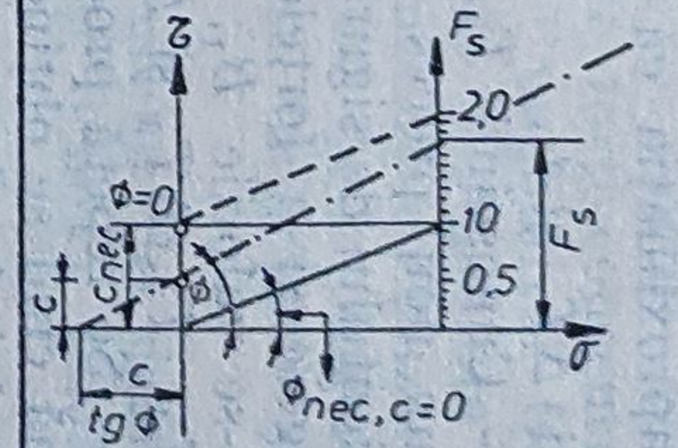
Pe baza profilului transversal din figura IV.1.19, *a* s-a procedat la evaluarea coeficientului de siguranţă folosind principiile şi relaţiile enunţate anterior. Calculul s-a condus tabelar fiind dat în anexa IV.1.6, obţinîndu-se pentru coeficientul de siguranţă valoarea 2,08. Variaţia coeficientului de siguranţă de la o etapă de aproximare la alta este dată în figura IV.1.20.

În ultima iteraţie s-au trasat diagramele de variaţie ale forţelor E şi T şi ale eforturilor σ şi τ în lungul profilului transversal, prezentate în figura IV.1.19, *b*.



Anexa IV.1.1. Metoda Taylor.

COEFICIENT DE SIGURANȚĂ

Definit în raport cu înălțimea	Definit ca raportul momentelor de stabilitate și alunecare față de centrul suprafeței de alunecare	Definit cu ajutorul unor construcții grafice	
Taluz omogen 			
β-unghiul de înclinare al taluzului $m = ctg\beta$, $1/m = tg\beta$ H-înălțimea reală a taluzului Hc-înălțimea maximă pentru care este atins echilibrul limită $Fs = \frac{Hc}{H}$	$Fs = \frac{Ms}{Ma} = \frac{\text{Momentul fr. ce asigură stabilit.}}{\text{Momentul fr ce produc alunec}}$ $Ms = R[\sum_{k}^{n} Fi] + R[\sum_{0}^{k} Ti]$ $Ma = R\sum_{0}^{n} Ti$ $Fs = \frac{\sum_{k}^{n}(Ni\,tg\phi + c_i l_i) + \sum_{0}^{k} Ti}{\sum_{0}^{n} Ti}$	 $Fs = \frac{\overline{OE}}{\overline{OL}}$ $A(0, c_{nec})$; $B(tg\phi_{nec}, 0)$ } $E(tg\phi, c)$ $D(tg_n, c)$; $C(tg\phi, c_n)$	$c_{nec\phi} = \frac{\gamma H}{2(1+\frac{\pi}{2}-\beta)}$ $Fs = \frac{\gamma_f}{\gamma_{nec}} = \frac{\sigma tg\phi + c}{\sigma tg\phi_{nec} + c_{nec}}$ (pământ coeziv) $Fs = \frac{tg\phi}{tg\phi_{nec}}$ (pământ necoeziv) $Fs = \frac{c}{c_{nec}}$ (pur coezive) pământuri cu coeziune și frecare $Fs = \frac{c}{c_{nec,\phi=0}} + \frac{tg\phi}{tg\phi_{nec,c=0}}$
	$Fs = \frac{Ms}{Ma} = \frac{R\sum \gamma_f l_i l_i}{Gg}$ $Ms = R\sum \gamma_f l_i l_i$ $Ma = Gg$ 		

Anexa IV.1.2. Coeficientul de siguranță.

ANEXA IV. 1.3.

Valorile $Ns=\frac{H_c\gamma}{c}$ prin metode bazate pe echilibrul static și soluția teoretică bazată pe teoreme energetice

β grade	ϕ grade	Echilibru static				Soluțiile teoretice	
		M C	M.F.F.	M.C.F.	M.S.P.	S.S.P.	S.P.A.
90	0	4,00	3,83	3,83	3,83	3,83	4,00
	5	4,36	4,19	4,19	4,19	4,19	4,36
	15	5,20	5,08	5,02		5,02	5,20
	25	6,30	6,06	6,06	6,06	6,06	6,30
75	0	5,22	4,57	4,57	4,57	4,57	5,22
	5	5,855	5,13	5,13	5,14	5,13	5,85
	15	7,45	6,49	6,52		6,57	7,45
	25	9,80	8,48	8,54		8,59	9,80
60	0	6,95	5,24	5,24	5,24	5,25	6,95
	5	8,06	6,06	6,18	6,18	6,17	8,06
	15	11,30	8,33	8,63	8,63	8,64	11,30
	25	17,30	12,20	12,65	12,82	12,75	17,30
45	0	9,60	5,88	5,88	5,88	5,86	9,60
	5	12,00	7,09	7,26		7,33	12,00
	15	20,20	11,77	12,04		12,05	20,20
	25	43,50	20,83	22,73		22,92	43,50
30	0	14,90	6,41	6,41	6,41	6,51	14,90
	5	21,20	8,77	9,09		9,17	21,20
	15	55,50	20,84	21,74		21,71	55,50
	25	500,00	83,34	111,10	125,0	120,0	500,0
15	0	30,40	6,90	6,90	6,90	7,35	30,40
	5	66,60	13,83	14,71	14,80	14,80	66,60
	10	250,00		43,63		45,53	250,00

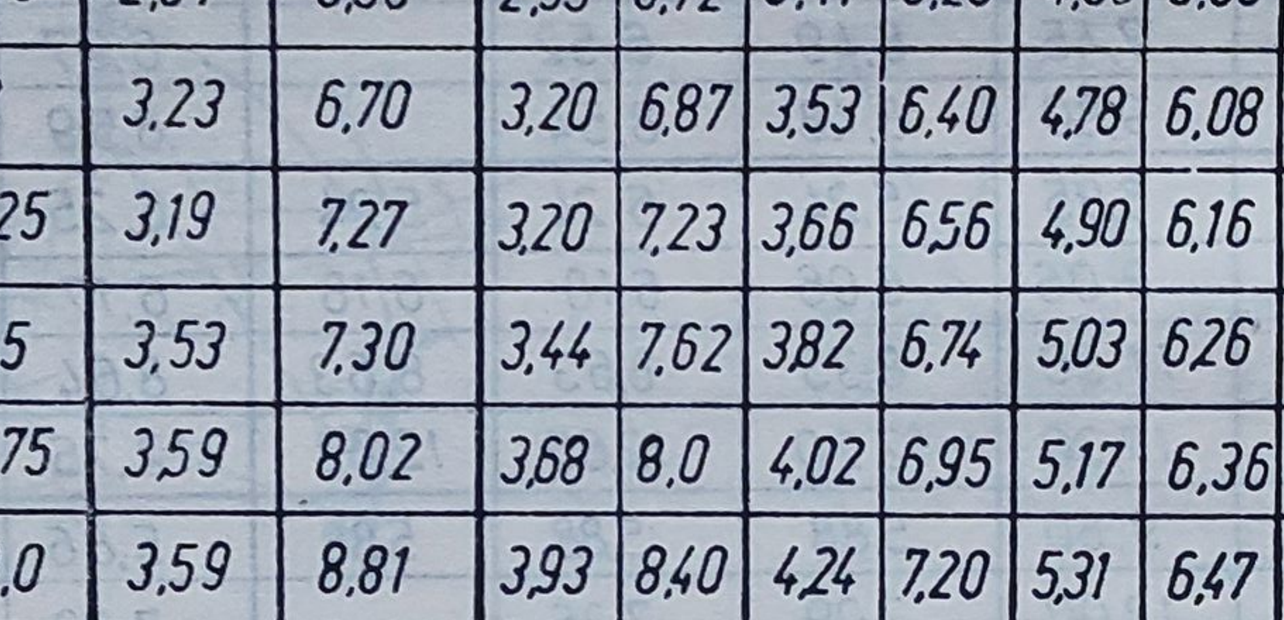
M C – metoda Culmann
M.F.F – metoda fișiilor Fellenius
M.C.F – metoda cercului de frictiune
M.S.P. – metoda spiralei logaritmice
S.S.P. – suprafața spirala logaritmică
S.P.A – suprafața plană de alunecare

Anexa IV.1.3. Valorile lui N_s.

ANEXA IV.1.3

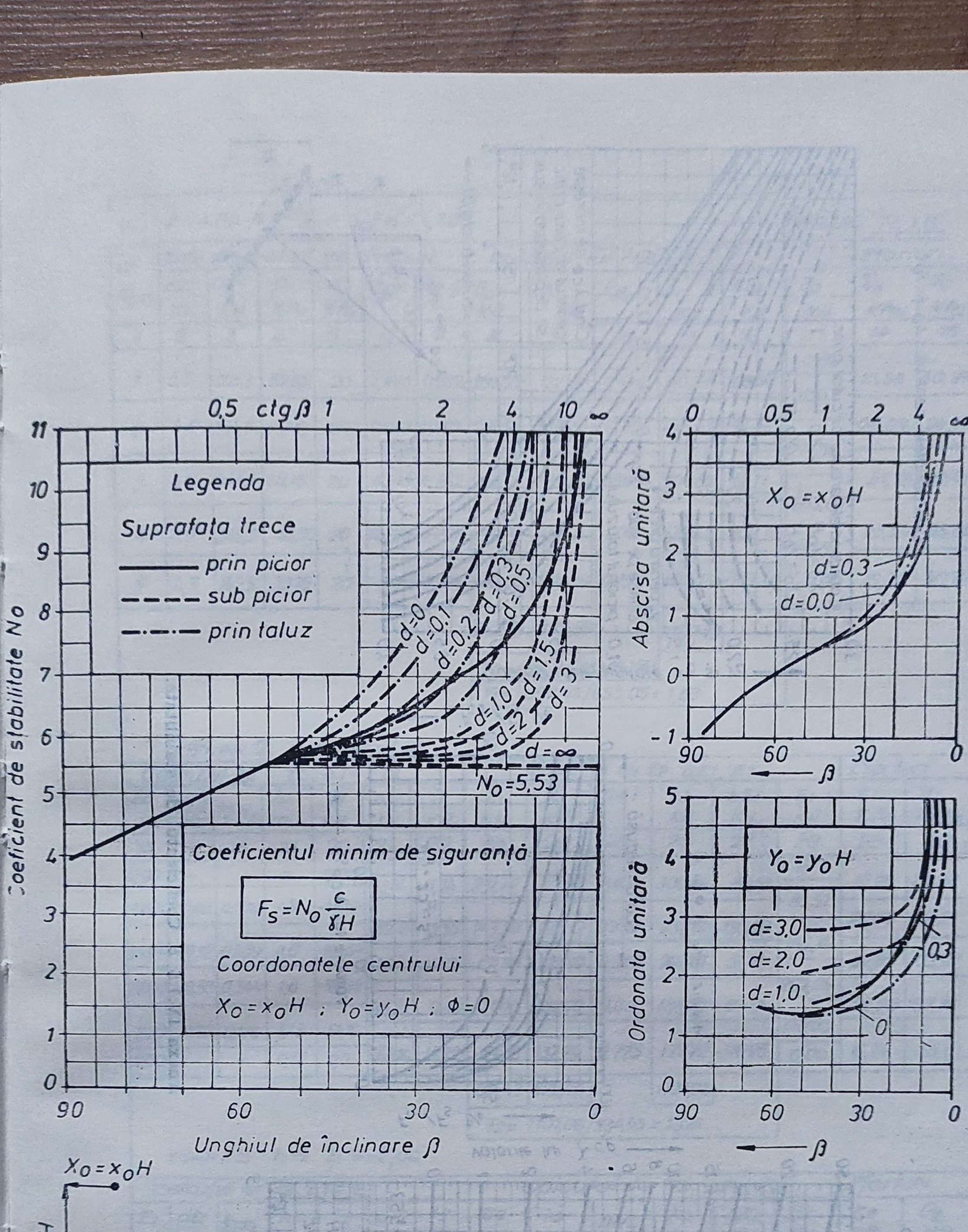
VALORILE PARAMETRILOR A ȘI B DIN RELATIA LUI GOLDSTEIN

Panta taluz	Suprafața de alunecare trece prin picior taluz		Suprafața de alunecare trece sub piciorul taluzului și are tangenta orizontală la adîncimea :							
			d = 0,25 H		d = 0,5 H		d = H		d = 1,5 H	
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
1/1	2,34	5,79	2,56	6,10	3,17	5,92	4,32	5,80	5,18	5,75
1/1,25	2,64	6,05	2,66	6,32	3,24	6,02	4,43	5,86	5,86	5,80
1/1,5	2,64	6,50	2,80	6,53	3,32	6,13	4,54	5,93	5,94	5,85
1/1,75	2,87	6,58	2,93	6,72	3,41	6,26	4,66	6,00	6,02	5,90
1/2	3,23	6,70	3,20	6,87	3,53	6,40	4,78	6,08	6,10	5,95
1/2,25	3,19	7,27	3,20	7,23	3,66	6,56	4,90	6,16	6,18	5,98
1/2,5	3,53	7,30	3,44	7,62	3,82	6,74	5,03	6,26	6,26	6,02
1/2,75	3,59	8,02	3,68	8,0	4,02	6,95	5,17	6,36	6,34	6,05
1/3,0	3,59	8,81	3,93	8,40	4,24	7,20	5,31	6,47	6,44	6,09

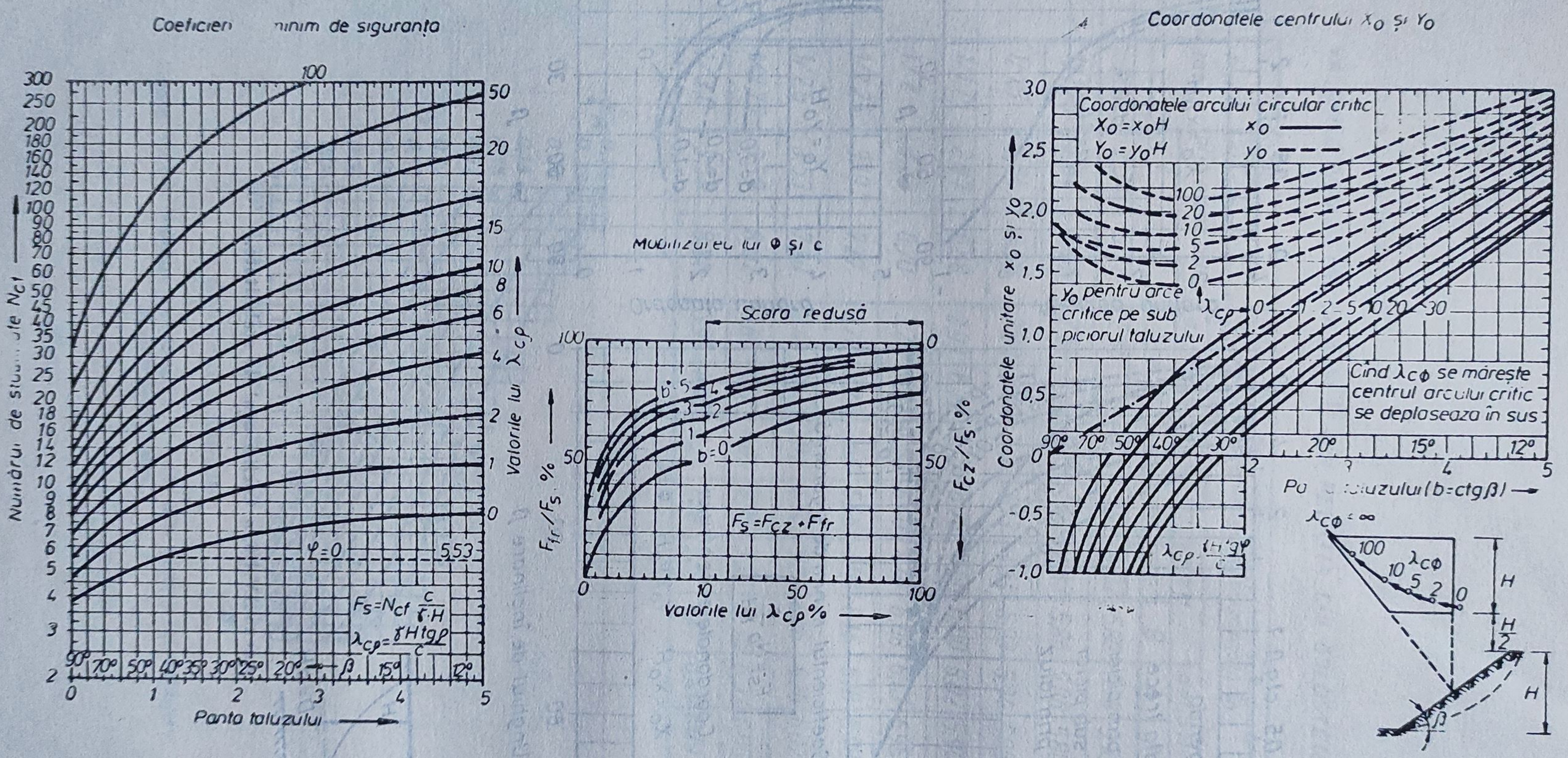


Graficul Lobasov

Anexa IV.1.4. Valorile parametrilor *A* și *B* din relația lui *Goldstein* și graficul *Lobasov*.



Anexa IV.1.5, *a* Coeficientul de stabilitate.



Anexa IV.1.5, *b*. Coeficientul de stabilitate.

ETAPA 1. $t=0$ și $Fo = 1,265$ — Anexa N. 1.6

Nr. fișic	Date din profilul transversal						Calculul lui F1, ΔE, Eo						Eforturi	
	ΔX m	Gx KN	p KPa	c KPa	tg α	tg φ	Bo KN	A' KN	nαo	Ao KN	ΔEo KN	Eo KN	σo KPa	σo KPa
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3,9	205,3	52,65	20	1,428	0,267	293,22	132,82	0,428	310,33	108,50	0,00 / 108,5	15,58	30,39
2	4,0	444,5	111,15	20	0,637	0,267	283,21	197,70	0,806	246,63	135,46	274,96	26,09	94,52
3	4,0	444,5	111,15	20	0,315	0,267	140,05	198,70	0,970	204,85	18,11	263,07	27,73	102,41
4	4,0	343,2	85,80	20	0,000	0,267	0,00	171,63	1,00	171,63	-102,16	160,91	25,54	85,80
5	4,3	142,5	33,15	20	-0,445	0,267	-63,05	124,06	0,756	164,10	-161,10	0,00	15,72	40,14
							653,05	825,91		1097,43				

$Fo = 825,91 / 653,05 = 1,265$

$F_1 = 1097,43 / 653,05 = 1,68$

ETAPA 2. $t = t_1$ si $F = 1,68$

Calculul lui T1, ΔT1, t1								Calculul lui F2, ΔE1, E1						Eforturi	
Eo KN	dEo/dx	tg α_E	ht m	T1 KN	ΔT1 KN	t1 KPa		B1 KN	A'1 KN	nα1	A1 KN	ΔE1 KN	E1 KN	σ1 KPa	σ1 KPa
16	17	18	19	20	21	22		23	24	25	26	27	28	29	30
0,00	-	-	0	0,00	-43,44	-11,14		231,17	121,22	0,404	300,04	85,51	0 / 85,51	12,28	23,96
106,5	31,08	0,916	1,8	-43,44	-62,2	-15,55		243,59	182,10	0,783	232,57	130,59	216,10	20,07	82,81
244,96	19,32	0,589	2,0	-105,64	-3,75	-0,9375		151,65	197,70	0,955	207,01	51,16	267,26	22,85	103,01
263,07	-10,50	0,344	1,8	-109,39	+45,23	11,30		0,000	183,70	1,00	183,70	-89,17	178,09	22,29	97,10
150,91	-31,72	0,176	1,13	-64,16	+64,16	14,92		-91,98	137,74	0,775	177,72	-176,25	0,00	16,74	55,51
0,00	-	-	0,0	0,0				534,43	822,46		1101,06				

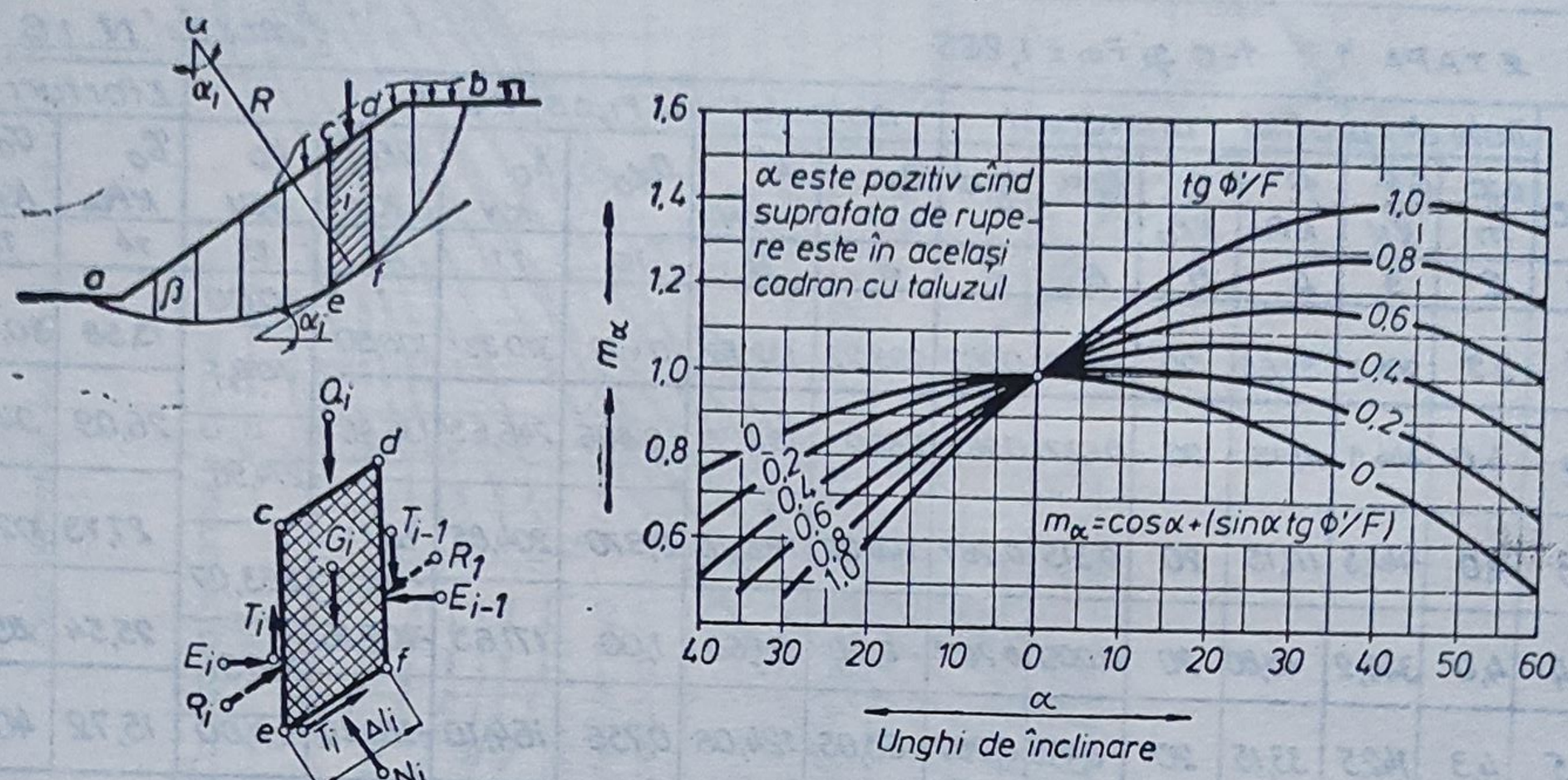
$F_2 = 1101,06 / 534,43 = 2,06$

ETAPA 3. $t = t_2$ și $F = 2,05$

Calculul lui T2, ΔT2, t2								Calculul lui F3, ΔE2, E2						Eforturi	
E1 KN	dE1/dx	tg α_E	ht m.	T2 KN	ΔT2 KN	t2 KPa		B2 KN	A'2 KN	nα2	A2 KN	ΔE2 KN	E2 KN	σ2 KPa	σ2 KPa
31	32	33	34	35	36	37		38	39	40	41	42	43	44	45
0,00	-	-	0,0	-	-29,09	-7,46		251,67	125,07	0,389	321,51	97,09	0,00 / 97,09	13,04	26,56
85,51	27,35	0,916	1,8	-29,09	-52,75	-13,18		249,63	184,63	0,770	239,78	134,35	231,44	20,50	84,91
216,10	22,72	0,589	2,0	-81,84	-18,64	-4,66		134,18	193,73	0,946	204,79	35,72	267,16	22,39	99,43
267,28	-4,75	0,344	1,8	-100,48	32,73	8,18		0,00	180,37	1,00	180,37	-86,71	180,45	21,67	93,98
178,09	-12,25	0,176	1,13	-67,75	67,75	15,75		-93,57	142,14	0,786	180,83	-180,50	0,00	16,87	56,40
0,00	-	-	0,0	-				541,91	827,94		1127,29				

$F_3 = 1127,29 / 541,91 = 2,08$

Anexa IV.1.6. Stabilitatea taluzurilor.



Anexa IV.1.7. Metoda Bishop.

IV.2. ÎMPINGEREA PĂMÎNTURILOR

IV.2.1. Pentru zidul de sprijin din blocuri prefabricate din beton simplu (fig. IV.2.1), ce intră în alcătuirea unui front de acostare, se cere să se evalueze acţiunile din împingerea activă în următoarele situaţii:

a) lucrare finalizată, după o execuţie în uscat;

b) lucrare în exploatare ce necesită o adîncime a apei $H_w = 6{,}0$ m.

În ambele situaţii se va face evaluarea pe baza ipotezelor *Rankine* şi *Coulomb*.

Rezolvare.

Calculul împingerii active se va face pe planul vertical *abc*. Ţinînd cont de geometria umpluturii, suprafaţa de rupere va traversa umplutura de piatră spartă şi umplutura de pămînt. Pentru evaluarea împingerii active, din punctul *c* se duce direcţia planului de rupere prin umplutura de piatră spartă ce face unghiul $45° + \Phi/2$ cu orizontala. Intersecţia aces-

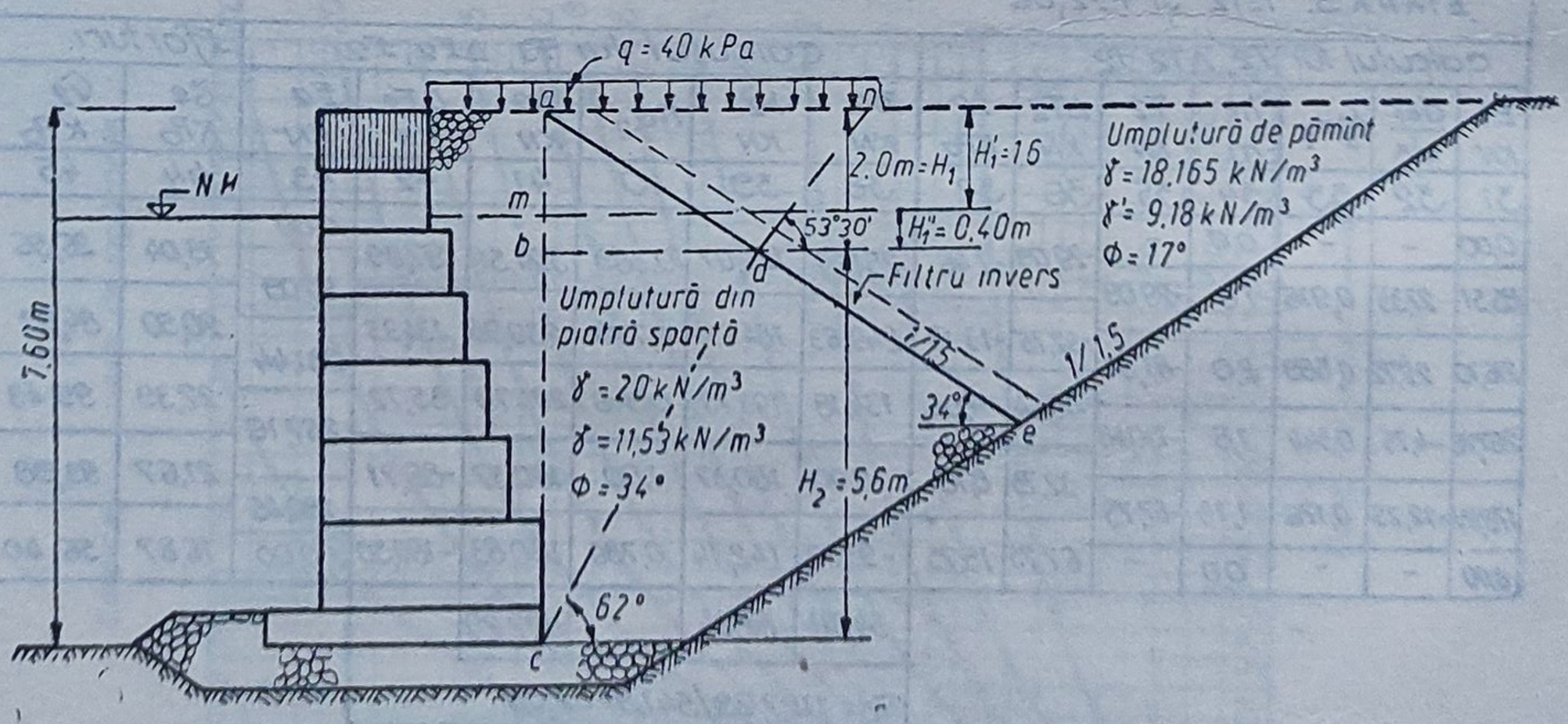


Fig. IV.2.1. Secţiune transversală

tei direcții cu suprafața prismului de piatră spartă determină poziția punctului d și valorile grosimilor H_1 și H_2 ale umpluturilor cu pondere majoră în manifestarea împingerii active pe planul *abc*.

Calculul se conduce în continuare ca pentru cazul stratificat, conform anexelor IV.2.1—IV.2.3.

a_1) *Calculul împingerii active în ipoteza Rankine, faza de finalizare a lucrării.*

Punctul a: $p_{aa} = q \cdot K_{a1} = q \cdot \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\Phi}{2}\right) = 40 \cdot \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{17°}{2}\right) =$
$= 40 \cdot 0{,}547 = 21{,}90$ kPa

Punctul b:

— la baza stratului 1: $p_{ab1} = (q + \gamma_1 H_1) K_{a1} = (40 + 18{,}165 \cdot 2) \cdot 0{,}547 =$
$= 41{,}752$ kPa

— la partea superioară a stratului 2: $p_{ab2} = (q + \gamma_1 H_1) K_{a2}$ $(40 +$
$+ 18{,}165 \cdot 2) \cdot \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{34°}{2}\right) = (40 + 18{,}165 \cdot 2) \cdot 0{,}282 = 21{,}526$ kPa

Punctul c: $p_{ac} = p_{ab2} + \gamma_2 H_2 K_{a2} = 21{,}525 + 20 \cdot 5{,}6 \cdot 0{,}28 =$
$= 53{,}109$ kPa.

Rezultanta împingerii active pe înălțimea H_1 și respectiv H_2.

$$P_{a1} = \frac{1}{2}\gamma_1 \cdot H_1^2 \cdot K_{a1}\left(1 + \frac{2q}{\gamma_1 H_1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} 18{,}165 \cdot 2^2 \cdot 0{,}547 \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot 40}{118{,}165 \cdot 2}\right) = 63{,}63 \text{ kN/m};$$

$$P_{a2} = \frac{1}{2}\gamma_2 H_2^2 K_{a2}\left(1 + \frac{2q'}{\gamma_2 H_2}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} 20 \cdot 5{,}6^2 \cdot 0{,}282 \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot 76{,}33}{20 \cdot 5{,}6}\right) = 208{,}975 \text{ kN/m};$$

$$q' = q + \gamma_1 H_1 = 76{,}33 \text{ kPa}.$$

Rezultantele împingerii lucrează după direcția orizontală și trec prin centrul de greutate al diagramelor împingerii, avînd distanțele z_1 și z_2 față de punctele b și respectiv c.

$$z_1 = \frac{2 \cdot p_{aa} + p_{ab1}}{p_{aa} + p_{ab1}} \cdot \frac{H_1}{3} = \frac{2 \cdot 21{,}901 + 41{,}75}{21{,}901 + 41{,}75} \cdot \frac{2}{3} = 0{,}896 \text{ m};$$

$$z_2 = \frac{2 \cdot p_{ab2} + p_{ac}}{p_{ab2} + p_{ac}} \cdot \frac{H_2}{3} = \frac{2 \cdot 21{,}525 + 53{,}109}{21{,}525 + 53{,}109} \cdot \frac{5{,}6}{3} = 2{,}40 \text{ m}.$$

b_1) *Calculul în ipoteza Rankine, faza de exploatare.*

Prin filtrarea apei dinspre paramentul-față înspre umplutură, aceasta va modifica condițiile de stare ale materialului de umplutură. Acceptînd ideea că apa se poate ridica pînă la nivelul din fața zidului, calculul se va face ca pentru un sistem stratificat conform figurii IV.2.1.

— Împingerile active pe unitate de suprafață sînt:

$p_{aa} = qK_{a1} = 21{,}01$ kPa;

$p'_{am} = (q + H'_1\gamma_1)K_{a1} = (40 + 18{,}165 \cdot 1{,}6) \cdot 0{,}547 = 37{,}77$ kPa;

$p''_{am} = (q + H'_1\gamma_1)K_{a1} = p'_{am} = 37{,}77$ kPa;

$$p_{ab1} = (q + H'_1\gamma_1 + H''_1\gamma'_1)K_{a1} = (40 + 1{,}6 \cdot 18{,}165 + 0{,}14 \cdot 9{,}18) \cdot 0{,}547 = 39{,}78 \text{ kPa};$$

$$p_{ab2} = (q + H'_1\gamma_1 + H''_1\gamma'_1)K_{a2} = (40 + 1{,}6 \cdot 18{,}165 + 0{,}4 \cdot 9{,}18) \cdot 0{,}282 = 20{,}51 \text{ kPa};$$

$$p_{ac} = p_{ab2} + H_2\gamma'_2 \cdot K_{a2} = 20{,}51 + 5{,}6 \cdot 11{,}53 \cdot 0{,}282 = 38{,}72 \text{ kPa}.$$

Rezultantele împingerii active și punctele de aplicație sînt calculate prin aria diagramelor și cunoscută fiind poziția centrului de greutate al trapezului față de una din baze.

$$P'_{a1} = \frac{21{,}901 + 37{,}77}{2} \cdot 1{,}6 = 47{,}74 \text{ kN/m};$$

$$z'_1 = \frac{2 \cdot 21{,}901 + 37{,}77}{21{,}981 + 37{,}77} \cdot \frac{1{,}6}{3} = 0{,}73 \text{ m, față de punctul } m;$$

$$P''_{a1} = \frac{37{,}77 + 39{,}78}{2} \cdot 0{,}4 = 15{,}51 \text{ kN/m};$$

$$z''_1 = \frac{2 \cdot 37{,}77 + 39{,}78}{37{,}77 + 39{,}78} \cdot \frac{0{,}4}{3} = 0{,}198 \text{ m}, \cong 0{,}20 \text{ m} \cong \text{față de punctul } b;$$

$$P_{a2} = \frac{20{,}51 + 38{,}72}{2} \cdot 5{,}6 = 165{,}84 \text{ kN/m};$$

$$z_2 = \frac{2 \cdot 20{,}5 + 38{,}72}{20{,}5 + 38{,}72} \cdot \frac{5{,}6}{3} = 2{,}61 \text{ m, față de punctul } c.$$

În figura IV.2.2 sînt date diagramele de împingere activă calculate în poteza *Rankine*.

a$_2$) *Calculul în ipoteza Coulomb, faza de finalizare a lucrării.*

Admițînd dezvoltarea frecării pe planul *abc*, marcată prin unghiul $\delta = \frac{2}{3}\Phi$, vom aplica pentru calcul relațiile aparținînd ipotezei *Coulomb*.

— Împingerea activă pe unitate de suprafață:

punctul a:
$$p_{aa} = \gamma_1 H_{1\,ech} \cdot K_{a1} \frac{\sin\theta}{\cos\delta_1},$$

unde: $H_{1\,ech} = \frac{q}{\gamma_1} \cdot \frac{\sin\theta}{\sin(\theta + \beta)} = \frac{40}{18{,}165} = 2{,}20$ m;

$$K_a = \frac{\sin^2(\theta + \Phi)}{\sin^2\theta \cdot \sin(\theta - \delta)\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\Phi + \delta)\sin(\Phi - \beta)}{\sin(\theta - \delta)\sin(\theta + \beta)}}\right]^2};$$

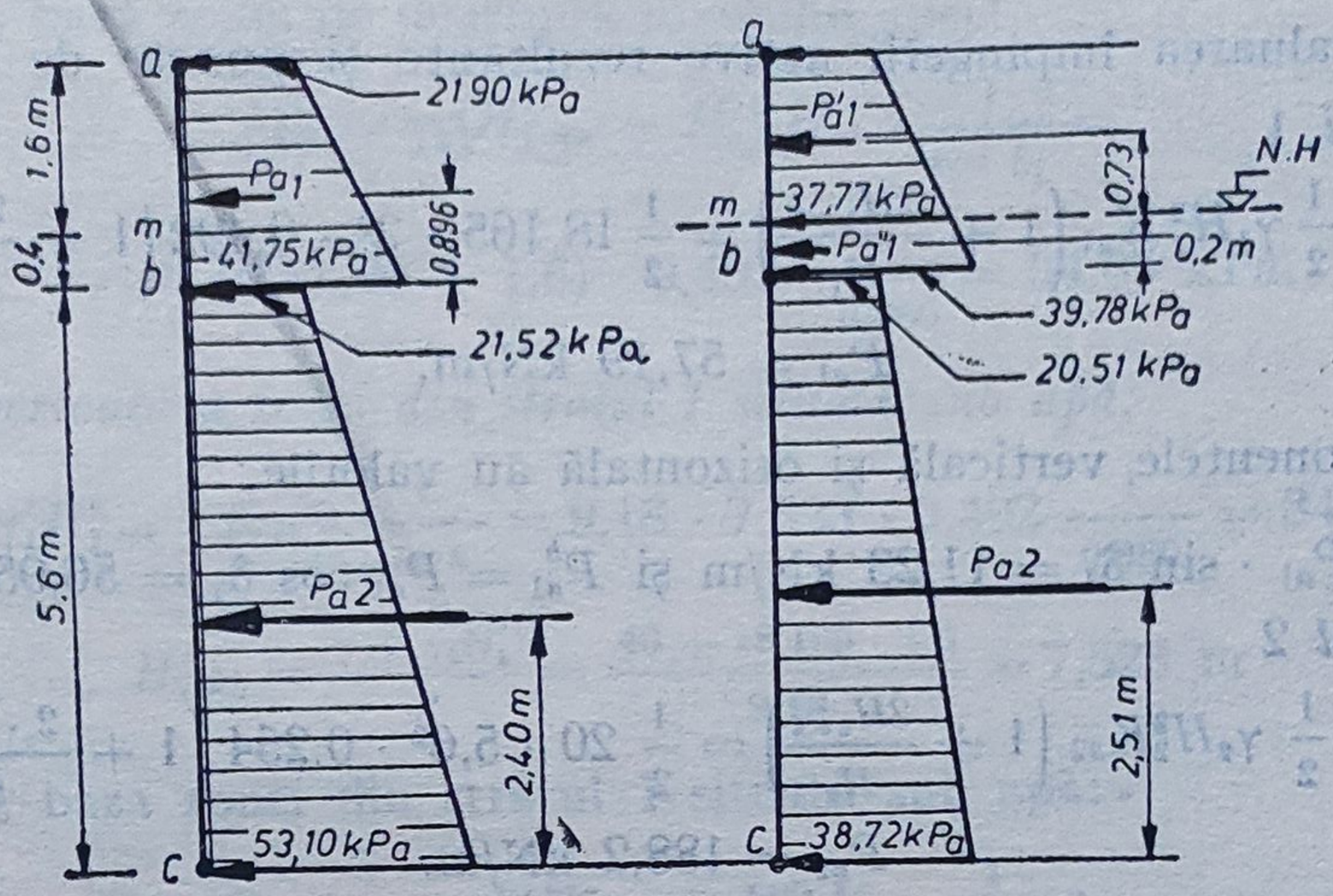


Fig. IV.2.2. Impingerea activă calculată pe baza ipotezei Rankine.

$$K_{a1} = \frac{\sin^2(90° + 17°)}{\sin^2 90° \cdot \sin(90° - 11{,}33°) \cdot \left[1 + \sqrt{\dfrac{\sin(17° + 11{,}33°)\sin(17° - 0°)}{\sin(90° - 11{,}33°)\sin(90° + 0°)}}\right]^2};$$

$$K_{a1} = 0{,}492;$$

$$p_{aa} = 18{,}165 \cdot 2{,}20 \cdot 0{,}492 \cdot \frac{1}{0{,}980} = 20{,}07 \text{ kPa};$$

punctul b, partea inferioară a stratului 1:

$$p_{ab1} = \gamma_1(H_1 + H_{1\ ech})K_{a1}\frac{\sin\theta}{\cos\delta_1};$$

$$p_{ab1} = 18{,}165(2 + 2{,}20) \cdot 0{,}492 \cdot \frac{1}{0{,}980} = 38{,}3 \text{ kPa};$$

punctul b, partea superioară a stratului 2:

$$p_{ab2} = \gamma_2 H_{2\ ech} \cdot K_{a2} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta_2}; \quad \delta_2 = \frac{2}{3}\Phi_2 = 22{,}66°;$$

$$H_{2\ ech} = \frac{q + \gamma_1 H_1}{\gamma_2} \cdot \frac{\sin\theta}{\sin(\theta + \beta)} = \frac{40 + 18{,}165 \cdot 2}{20} \cdot \frac{1}{1} = 3{,}816 \text{ m};$$

$$K_{a2} = \frac{\sin^2(90° + 34°)}{\sin^2 90° \cdot \sin(90° - 22{,}66°)} \cdot \frac{1}{\left[1 + \sqrt{\dfrac{\sin(34° + 22{,}66°) \cdot \sin(34° - 0°)}{\sin(90° - 22{,}66°) \cdot \sin(90° + 0°)}}\right]^2};$$

$$K_{a2} = 0{,}254;$$

$$p_{ab2} = 20 \cdot 3{,}816 \cdot 0{,}254 \cdot \frac{1}{0{,}922} = 21{,}02 \text{ kPa};$$

punctul c:

$$p_{ac} = \gamma_2(H_2 + H_{2\ ech}) \cdot K_{a2} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta_2};$$

$$p_{ac} = 20(5{,}6 + 3{,}816) \cdot 0{,}254 \cdot \frac{1}{0{,}922} = 51{,}87 \text{ kPa}.$$

— Evaluarea împingerii active rezultante și puncte de aplicație:

Stratul 1

$$P_{a1} = \frac{1}{2}\gamma_1 H_1^2 K_{a1}\left(1 + \frac{2H_{1\,ech}}{H_1}\right) = \frac{1}{2}\,18{,}165 \cdot 2^2 \cdot 0{,}492\left(1 + \frac{2 \cdot 2{,}20}{2}\right)$$

$$P_{a1} = 57{,}19 \text{ kN/m.}$$

Componentele verticală și orizontală au valorile:

$P_{a1}^v = P_{a1} \cdot \sin \delta_1 = 11{,}23$ kN/m și $P_{a1}^h = P_{a1} \cos \delta_1 = 56{,}95$ kN/m.

Stratul 2

$$P_{a2} = \frac{1}{2}\gamma_2 H_2^2 K_{a2}\left(1 + \frac{2H_{2\,ech}}{H_2}\right) = \frac{1}{2}\,20 \cdot 5{,}6^2 \cdot 0{,}254\left(1 + \frac{2 \cdot 3{,}816}{5{,}6}\right);$$

$$P_{a2} = 188{,}2 \text{ kN/m.}$$

Componentele verticală și orizontală au valorile:

$$P_{a2}^v = P_{a2} \sin \delta_2 = 75{,}50 \text{ kN/m}; \quad P_{a2}^h = 173{,}67 \text{ kN/m.}$$

Împingerea activă rezultantă P_{a1} are punctul de aplicație la distanța z_1 față de punctul b, dată de relația:

$$z_1 = \frac{2p_{aa} + p_{ab1}}{p_{aa} + p_{ab1}} \cdot \frac{H_1 \cos \delta_1}{3};$$

$$z_1 = \frac{2 \cdot 20{,}07 + 38{,}3}{20{,}07 + 38{,}3} \cdot \frac{2 \cdot 0{,}980}{3} = 0{,}878 \text{ m.}$$

Împingerea activă P_{a2} are punctul de aplicație, față de punctul c, la distanța z_2, calculată cu expresia:

$$z_2 = \frac{2p_{ab2} + p_{ac}}{p_{ab2} + p_{ac}} \cdot \frac{H_2 \cos \delta_2}{3};$$

$$z_2 = \frac{2 \cdot 21{,}02 + 51{,}87}{21{,}02 + 51{,}87} \cdot \frac{5{,}6 \cdot 0{,}922}{3} = 2{,}217 \text{ m.}$$

b$_2$) *Calculul în ipoteza Coulomb, faza de exploatare.*

În cazul în care apa prin filtrare modifică caracteristicile de stare (greutatea volumică a pământului trece în greutate volumică în stare sumersată), avem de calculat împingerile pentru o succesiune de strate saturate, sub nivelul apei vom lucra cu γ'. Nu s-au luat în considerație modificările posibile ale caracteristicilor de rezistență Φ.

— Evaluarea împingerilor active pe unitate de suprafață:

punctul a:

$$p_{aa} = \gamma_1 \cdot H'_{1\,ech} \cdot K_{a1} \cdot \frac{1}{\cos \delta_1};$$

$$H'_{1\,ech} = \frac{q}{\gamma_1} = 2{,}20 \text{ m} = H_{1\,ech};$$

$$p_{aa} = 18{,}165 \cdot 2{,}20 \cdot 0{,}492 \cdot \frac{1}{0{,}980} = 20{,}01 \text{ kPa.}$$

punctul m, baza zonei de deasupra nivelului apei:

$$p'_{am} = \gamma_1 (H'_{1\,ech} + H'_1)\, K_{a1} \cdot \frac{1}{\cos \delta_1} =$$

$$= 18{,}165(2{,}20 + 1{,}6) \cdot 0{,}492 \cdot \frac{1}{0{,}980} = 34{,}65 \text{ kPa.}$$

partea superioară a zonei din stratul 1 situată sub apă:

$$p''_{am} = \gamma'_1 H''_{1\,ech} \cdot K_{a1} \cdot \frac{1}{\cos \delta_1} = 9{,}18 \cdot 7{,}523 \cdot 0{,}492 \frac{1}{0{,}980} = 34{,}67 \text{ kPa};$$

$$H''_{1\,ech} = \frac{q + \gamma_1 H'_1}{\gamma'_1} = \frac{40 + 18{,}165 \cdot 1{,}6}{9{,}18} = 7{,}523 \text{ m}$$

punctul b, baza zonei din stratul 1 situată sub apă:

$$p_{ab1} = \gamma'_1 (H''_{1\,ech} + H''_1) K_{a1} \frac{1}{\cos \delta_1};$$

$$p_{ab1} = 9{,}18(7{,}523 + 0{,}4) \cdot 0{,}492 \cdot \frac{1}{0{,}980} = 36{,}51 \text{ kPa.}$$

fața superioară a stratului 2:

$$p_{ab2} = \gamma'_2 H_{2\,ech} K_{a2} \frac{1}{\cos \delta_2} = 11{,}53 \cdot 6{,}308 \cdot 0{,}254 \frac{1}{0{,}922} = 20{,}03 \text{ kPa};$$

$$H_{2\,ech} = \frac{q + H'_1 \gamma_1 + H''_1 \gamma'_1}{\gamma'_2} = \frac{40 + 1{,}6 \cdot 18{,}165 + 0{,}4 \cdot 9{,}18}{11{,}53} = 6{,}308 \text{ m.}$$

punctul d:

$$p_{ad} = \gamma'_2 (H_{2\,ech} + H_2) K_{a2} \frac{1}{\cos \delta_2} =$$

$$= 11{,}53(6{,}308 + 5{,}6) \cdot 0{,}254 \frac{1}{0{,}922} = 37{,}82 \text{ kPa.}$$

— Impingeri active rezultante și puncte de aplicație.

Strat 1 — zona situată deasupra apei:

$$P'_{a1} = \frac{1}{2} H'^2_1 \gamma_1 K_{a1} \left(1 + \frac{2H'_{1\,ech}}{H'_1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} 1{,}6^2 \cdot 18{,}165 \cdot 0{,}492 \left(1 + \frac{2 \cdot 2{,}20}{1{,}6}\right) = 42{,}89 \text{ kN/m};$$

$$z'_1 = \frac{2 \cdot 20{,}07 + 34{,}65}{20{,}07 + 34{,}65} \cdot \frac{1{,}60}{3} \cdot 0{,}980 = 0{,}714 \text{ m.}$$

Strat 1 — zona situată sub apă:

$$P''_{a1} = \frac{1}{2} H''^2_1 \gamma'_1 K_{a1} \left(1 + \frac{2H''_{1\,ech}}{H''_1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} 0{,}4^2 \cdot 9{,}18 \cdot 0{,}492 \left(1 + \frac{2 \cdot 7{,}523}{0{,}4}\right) = 13{,}95 \text{ kN/m};$$

$$z''_1 = \frac{2 \cdot 34{,}67 + 36{,}51}{34{,}67 + 36{,}51} \cdot \frac{0{,}4}{3} \cdot 0{,}980 = 0{,}194 \text{ m.}$$

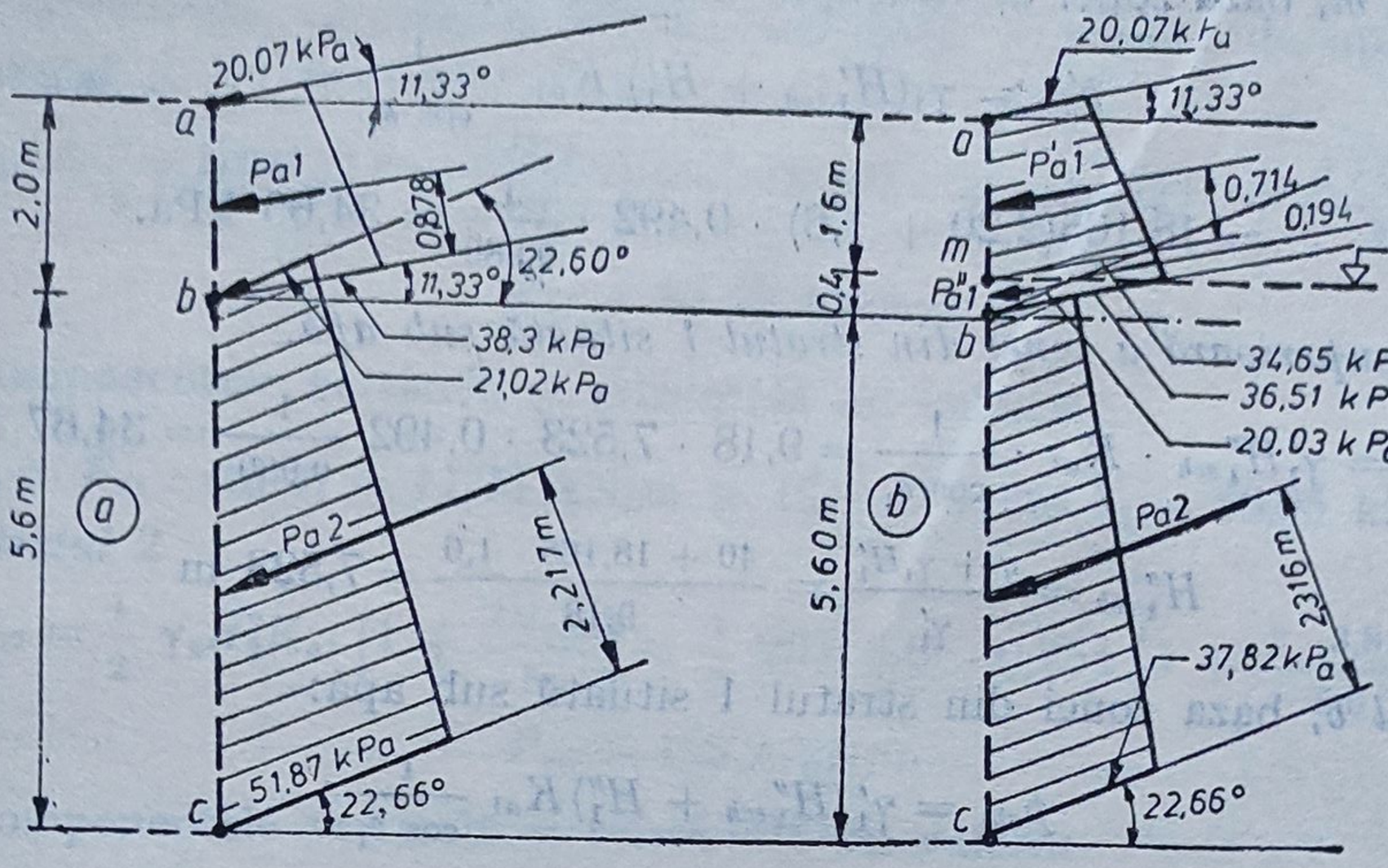


Fig. IV.2.3. Împingerea activă calculată de baza ipotezei Coulomb:
***a* — faza de finalizare; *b* — faza de exploatare.**

Stratul 2

$$P_{a2} = \frac{1}{2}\gamma_2' H_2^2 K_{a2}\left(1 + \frac{2H_{2\,coh}}{H_2}\right) = \frac{1}{2}\,11{,}53 \cdot 5{,}6^2 \cdot$$

$$\cdot\, 0{,}254\left(1 + \frac{2 \cdot 6{,}308}{5{,}6}\right) = 149{,}37 \text{ kN/m};$$

$$z_2 = \frac{2 \cdot 20{,}03 + 37{,}82}{20{,}03 + 37{,}82} \cdot \frac{5{,}6}{3} \cdot 0{,}922 = 2{,}316 \text{ m}.$$

Rezultatele calculelor efectuate în ipoteza Coulomb sînt date, în formă grafică, în fig. IV.2.3.

IV.2.2. Cunoscînd caracteristicile terenului $\Phi = 20°$, $\gamma = 18{,}75$ kN/m³, $\beta = 0°$, ce este situat în spatele unui zid de sprijin de greutate cu parament vertical, de înălțime $H = 5$ m, se cere:

1) valoarea rezultantei împingerii active determinată pe baza ipotezei *Coulomb* și *Rankine*;

2) valorile împingerilor active unitare în cele două ipoteze și distribuția acestora pe parametrul zidului de sprijin.

Rezolvare.

1a) *Împingerea activă în ipoteza Coulomb.*

Valoarea împingerii active totale dată de relația

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a,$$

unde: K_a este coeficientul împingerii active și se determină cu relația

$$K_a = \frac{\sin^2(\theta + \Phi)}{\sin^2\theta \sin(\theta - \delta)\left[1 + \sqrt{\dfrac{\sin(\Phi + \delta) \cdot \sin(\Phi - \beta)}{\sin(\theta - \delta) \cdot \sin(\theta + \beta)}}\right]^2},$$

unde: θ este unghiul de înclinare a paramentului cu orizontala măsurat înspre interiorul zidului de sprijin;

δ — unghi ce ţine cont de frecarea zid-pământ; conform anexei IV.2.2, sau de valoare $\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) \Phi$;

β — unghiul de înclinare al suprafeţei terenului cu orizontala;

Φ — unghiul de frecare interioară.

Înlocuind în relaţii datele problemei $H = 5$ m; $\theta = 90°$; $\beta = 0°$; $\Phi = 20°$; $\gamma = 18{,}75$ kN/m³; $\delta = 8°$, obţinem:

$$K_a = \frac{\sin^2 (90° + 20°)}{\sin (90° - 8°) \cdot \sin^2 90° \left[1 + \sqrt{\frac{\sin (20° + 8°) \cdot \sin (20° - 0°)}{\sin (90° - 8°) \cdot \sin (90° + 0°)}}\right]^2};$$

$$K_a = 0{,}454;$$

$$P_a = \frac{1}{2} \, 18{,}75 \cdot 5^2 \cdot 0{,}454 = 106{,}40 \text{ kN/m}.$$

1b) *Împingerea activă totală după Rankine.*

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a; \; K_a = \operatorname{tg}^2 \left(45° - \frac{\Phi}{2}\right).$$

Cu valorile numerice ale exemplului obţinem:

$$K_a = \operatorname{tg}^2 \left(45° - \frac{20°}{2}\right) = 0{,}490;$$

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot 18{,}75 \cdot 5^2 \cdot 0{,}490 = 114{,}91 \text{ kN/m}.$$

2a) *Împingerea activă unitară după Coulomb.*

Pentru adîncimea H în raport cu suprafaţa terenului, valoarea împingerii active pe unitate de suprafaţă, conform anexei IV.2.1, este dată de relaţia:

$p_a = \gamma H K_a \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \delta}$ — după direcţia de lucru;

$p_a^h = \gamma H K_a$ — după orizontală.

Pentru $H = 0$, punctul a: $p_{aa} = 0$.
Pentru $H = 5$ m, punctul b:

$$p_{ab} = 18{,}75 \cdot 5 \cdot 0{,}454 \cdot \frac{\sin 90°}{\cos 8°} = 42{,}98 \text{ kPa};$$

$$p_{ab}^h = 18{,}75 \cdot 5 \cdot 0{,}454 = 42{,}56 \text{ kPa}.$$

2b) *Împingerea activă unitară după Rankine.*

Pentru adîncimea H faţă de suprafaţa terenului, valoarea este dată de relaţia:

$$p_a = \gamma \cdot H \cdot K_a; \qquad K_a = \operatorname{tg}^2 (45° - \Phi/2).$$

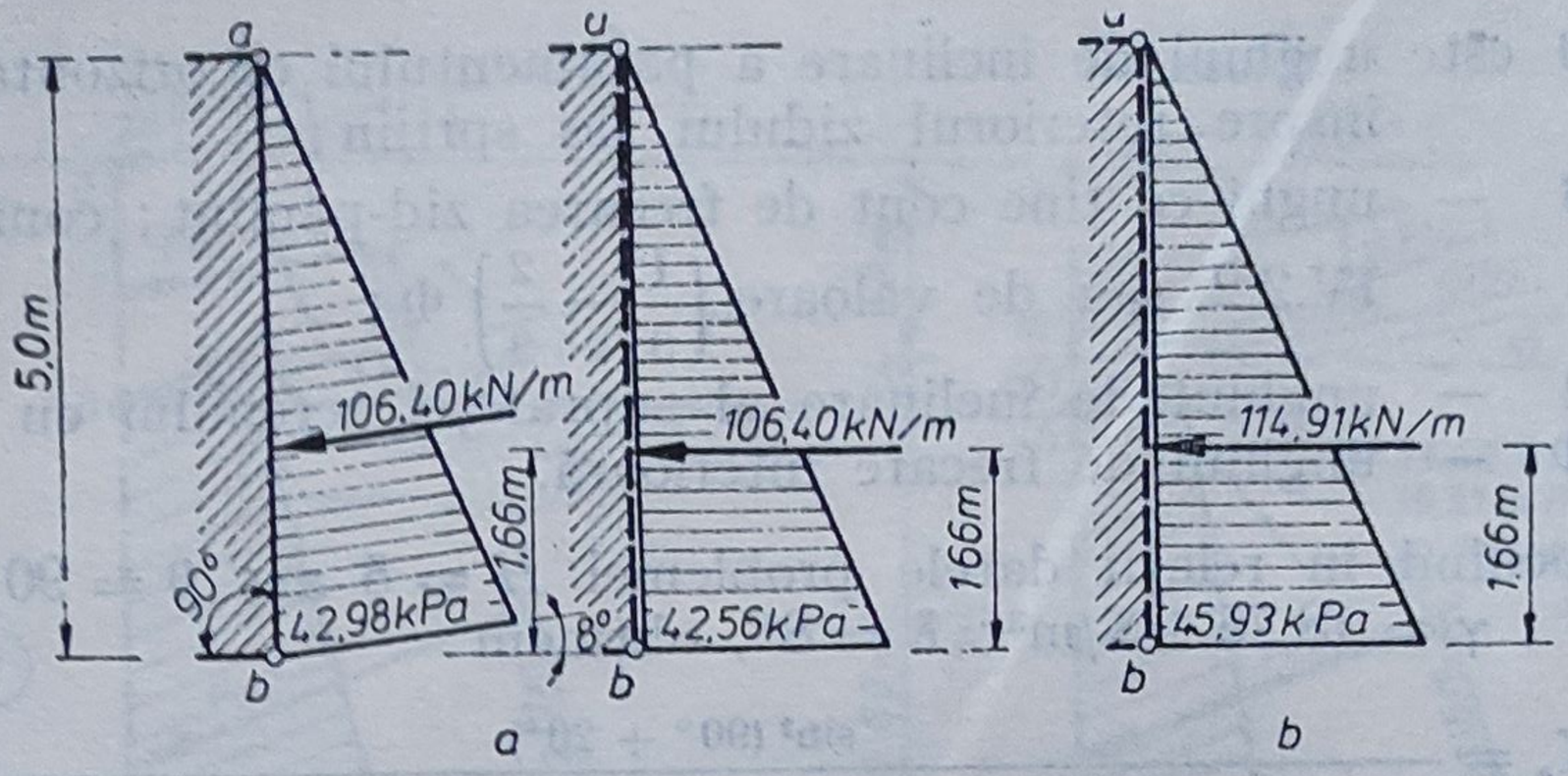


Fig. IV.2.4. Împingerea activă după:
a — Coulomb; *b* — Rankine.

Prin particularizare se obține: $H = 0$; $p_{aa} = 0$; $H = 5{,}0$ m; $p_{ab} = 18 \cdot 75 \cdot 5 \cdot 0{,}490 = 45{,}93$ kPa.

Diagramele de variație și poziția împingerilor active totale sînt date în figura IV.2.4.

IV.2.3. Să se calculeze împingerea activă și să se traseze diagramele de variație a acesteia, exercitată de un teren stratificat orizontal pe paramentul vertical al unui zid de sprijin. Stratificația și caracteristicile pămînturilor sînt date în figura IV.2.5, *a*. Calculul se va face în ipoteza *Coulomb*.

Rezolvare.

a) *Calculul împingerii active pentru primul strat.*

În punctul *a*, de pe figura IV.2.5, deoarece nu avem suprasarcină: $p_{aa} = 0$, în punctul *b*, valoarea este dată de relația:

$$p_{ab} = \gamma_1 H_1 K_{a1} \frac{\sin \theta}{\cos \delta_1}; \qquad P_{a1} = \frac{1}{2} \gamma_1 H_1^2 K_{a1};$$

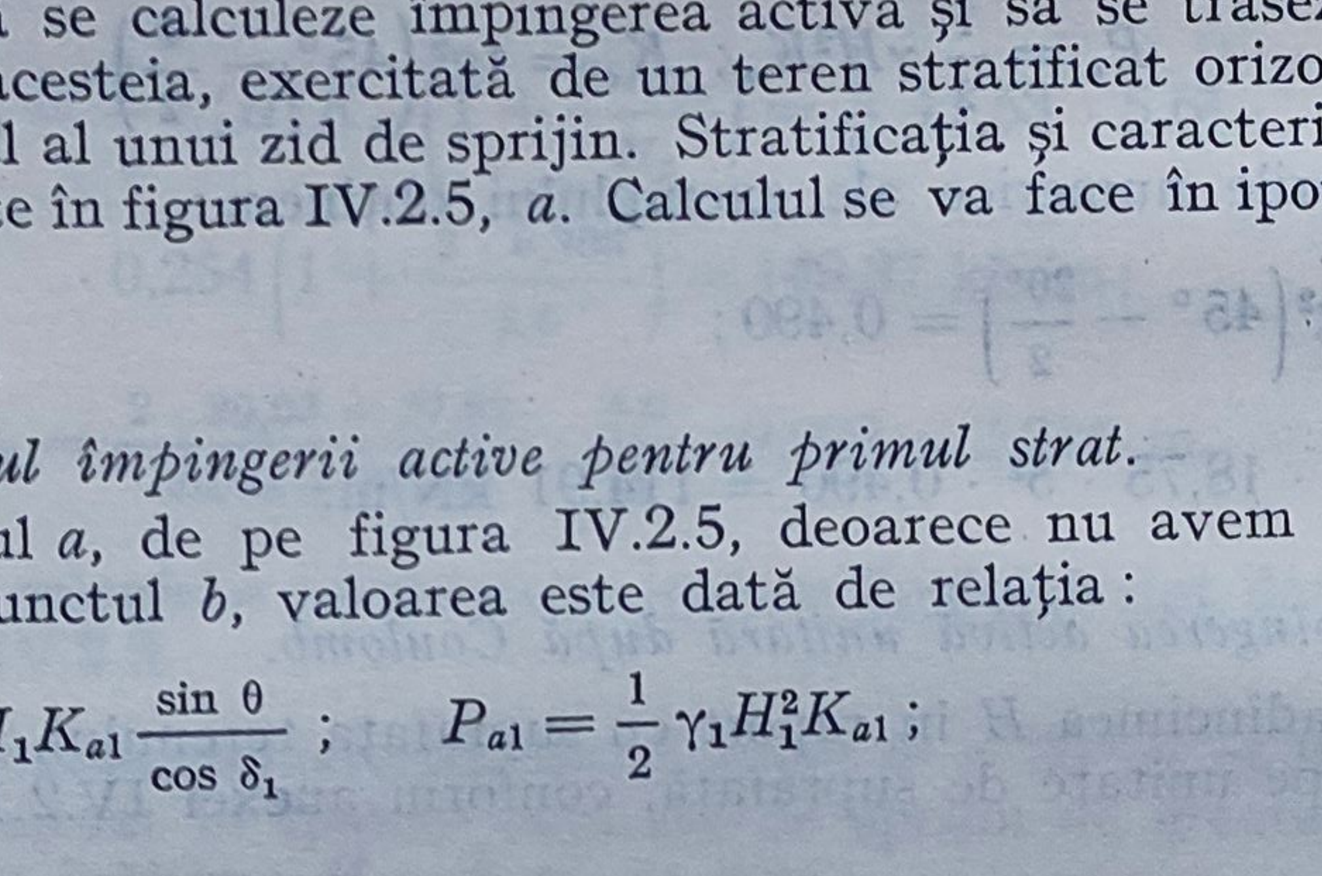


Fig. IV.2.5. Diagrame de variație a împingerii.

$$K_{a1} = \left[\frac{\sin(25° + 90°)}{1 + \sqrt{\dfrac{\sin(25° + 10°)\sin(25° - 0°)}{\sin(90° - 10°)\sin(90° + 0°)}}}\right]^2 \cdot \frac{1}{\sin^2 90° \cdot \sin(90° - 10°)};$$

$K_{a1} = 0{,}372$;

$$p_{ab} = 17{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}372 \cdot \frac{1}{0{,}9848} = 16{,}52 \text{ kPa};$$

$$P_{a1} = \frac{1}{2} 17{,}5 \cdot 2{,}5^2 \cdot 0{,}372 = 20{,}34 \text{ kN/m}.$$

Punctul de aplicație este la $2/3H_1 = 1{,}66$ m față de punctul a sau 0,84 m față de punctul b. Componentele orizontală și verticală sînt: $P^h_{a1} = P_{a1}\cos\delta_1 = 20{,}34 \cdot \cos 10° = 20{,}03$ kN/m; $P^v_{a1} = 20{,}34 \cdot \sin 10° = 3{,}53$ kN/m.

b) *Calculul împingerii active pentru al doilea strat.*

Pentru acest strat, greutatea stratului de deasupra constituie o supra-sarcină pe care o luăm în calcul prin definirea înălțimii echivalente sau unei greutăți volumice echivalente. Prin aceasta se asimilează stratul 1, cu aceleași caracteristici fizico-mecanice ca ale stratului 2.

Relațiile de calcul sînt:

$H_{2\,ech} = \dfrac{\gamma_1 H_1}{\gamma_2} \cdot \dfrac{\sin\theta}{\sin(\theta + \beta)}$ — folosită la determinarea împingerilor pe unitate de suprafață și a rezultantei;

$\gamma_{2\,ech} = \gamma_2\left(1 + \dfrac{2\gamma_1 H_1}{\gamma_2 H_2}\right)$ — folosită la calculul rezultantei împingerii.

Valorile împingerii active sînt date de relațiile (conform anexei IV.2.1);

$p_{ab2} = \gamma_2 \cdot H_{2\,ech} \cdot K_{a2} \cdot \dfrac{\sin\theta}{\cos\delta_2}$ — partea superioară a stratului 2;

$p_{ac2} = \gamma_2(H_{2\,ech} + H_2)K_{a2}\dfrac{\sin\theta}{\cos\delta_2}$ — la baza stratului 2;

$$P_{a2} = \frac{1}{2}\gamma_{2\,ech} \cdot H_2^2 \cdot K_{a2} = \frac{1}{2}\gamma_2 H_2^2 \cdot K_{a2}\left(1 + \frac{2H_{2\,ech}}{H_2}\right);$$

$$K_{a2} = \left[\frac{\sin(90° + 30°)}{1 + \sqrt{\dfrac{\sin(30° + 20°)\sin(30° - 0°)}{\sin(90° - 20°)\sin(90° + 0°)}}}\right]^2 \cdot \frac{1}{\sin^2 90° \cdot \sin(90° - 20°)} =$$

$$= 0{,}2973;$$

$$H_{2\,ech} = \frac{17{,}5 \cdot 2{,}5}{16} \cdot \frac{1}{1} = 2{,}734 \text{ m};$$

$$\gamma_{2\,ech} = 16\left(1 + \frac{2 \cdot 17{,}5 \cdot 2{,}5}{16 \cdot 3{,}5}\right) = 41 \text{ kN/m}^3;$$

$$p_{ab2} = 16 \cdot 2{,}734 \cdot 0{,}297 \cdot \frac{1}{0{,}939} = 13{,}82 \text{ kPa};$$

$$p_{ac2} = 16(2{,}737 + 3{,}5) \cdot 0{,}297 \cdot \frac{1}{0{,}939} = 31{,}52 \text{ kPa};$$

$$P_{a2} = \frac{1}{2} \cdot 41 \cdot 3{,}5^2 \cdot 0{,}297 = 74{,}584 \text{ kN/m}.$$

Punctul de aplicație este dat de relația:

$$z_2 = \frac{2 \cdot p_{ab2} + p_{ac2}}{p_{ab2} + p_{ac2}} \cdot \frac{H_2}{3} - \text{măsurat pe verticală față de } c,$$

$$z_2 = \frac{2 \cdot 13{,}82 + 31{,}52}{13{,}82 + 31{,}52} \cdot \frac{3{,}5}{3} = 1{,}52 \text{ m}.$$

Componentele verticală și orizontală sînt:

$$P^v_{a2} = P_{a2} \cdot \sin \delta_2 = 74{,}584 \cdot \sin 20° = 25{,}50 \text{ kN/m};$$

$$P^h_{a2} = P_{a2} \cdot \cos \delta_2 = 74{,}584 \cdot \cos 20° = 70{,}08 \text{ kN/m}.$$

c) *Calculul împingerii active pentru stratul al treilea.*

Procedînd ca în cazul stratului al doilea, luînd în considerație greutatea straturilor de deasupra (stratul 1 și 2) vom obține:

$$H_{3\ ech} = \frac{17{,}5 \cdot 2{,}5 + 16 \cdot 3{,}5}{19} \cdot \frac{1}{2} = 5{,}25 \text{ m};$$

$$\gamma_{3\ ech} = 19\left[1 + \frac{2(17{,}5 \cdot 2{,}5 + 16 \cdot 3{,}5)}{19 \cdot 1{,}5}\right] = 152 \text{ kN/m}^3;$$

$$K_{a3} = \left[\frac{\sin(90° + 16°)}{1 + \sqrt{\dfrac{\sin(16° + 8°) \cdot \sin(16° - 0°)}{\sin(90° - 8°) \cdot \sin(90° + 0°)}}}\right]^2 \cdot \frac{1}{\sin^2 90° \cdot \sin(90° - 8°)} =$$

$$= 0{,}522;$$

$$p_{ac3} = 19 \cdot 5{,}25 \cdot 0{,}522 \cdot \frac{1}{0{,}990} = 52{,}58 \text{ kPa};$$

$$p_a = 19(5{,}25 + 1{,}5)0{,}522 \cdot \frac{1}{0{,}990} = 67{,}62 \text{ kPa};$$

$$P_{a3} = \frac{1}{2} 152 \cdot 1{,}5^2 \cdot 0{,}522 = 89{,}262 \text{ kN/m};$$

$$z_3 = \frac{2 \cdot 52{,}58 + 67{,}62}{52{,}58 + 67{,}62} \cdot \frac{1{,}5}{3} = 0{,}78 \text{ m};$$

$$P^v_{a3} = 89{,}262 \cdot 0{,}139 = 12{,}42 \text{ kN/m};$$

$$P^h_{a3} = 89{,}262 \cdot 0{,}990 = 88{,}39 \text{ kN/m}.$$

Împingerea activă unitară și rezultantele sînt date în figura IV.2.5.

IV.2.4. Să se calculeze împingerea activă și să se traseze diagramele de împingere activă exercitată de un teren stratificat, pe un parament înclinat avînd $\theta = 80°$. Stratificația și caracteristicile pămîntului sînt date în figura IV.2.6. Suprafața terenului prezintă o înclinare față de orizontală, $\beta = 12°$.

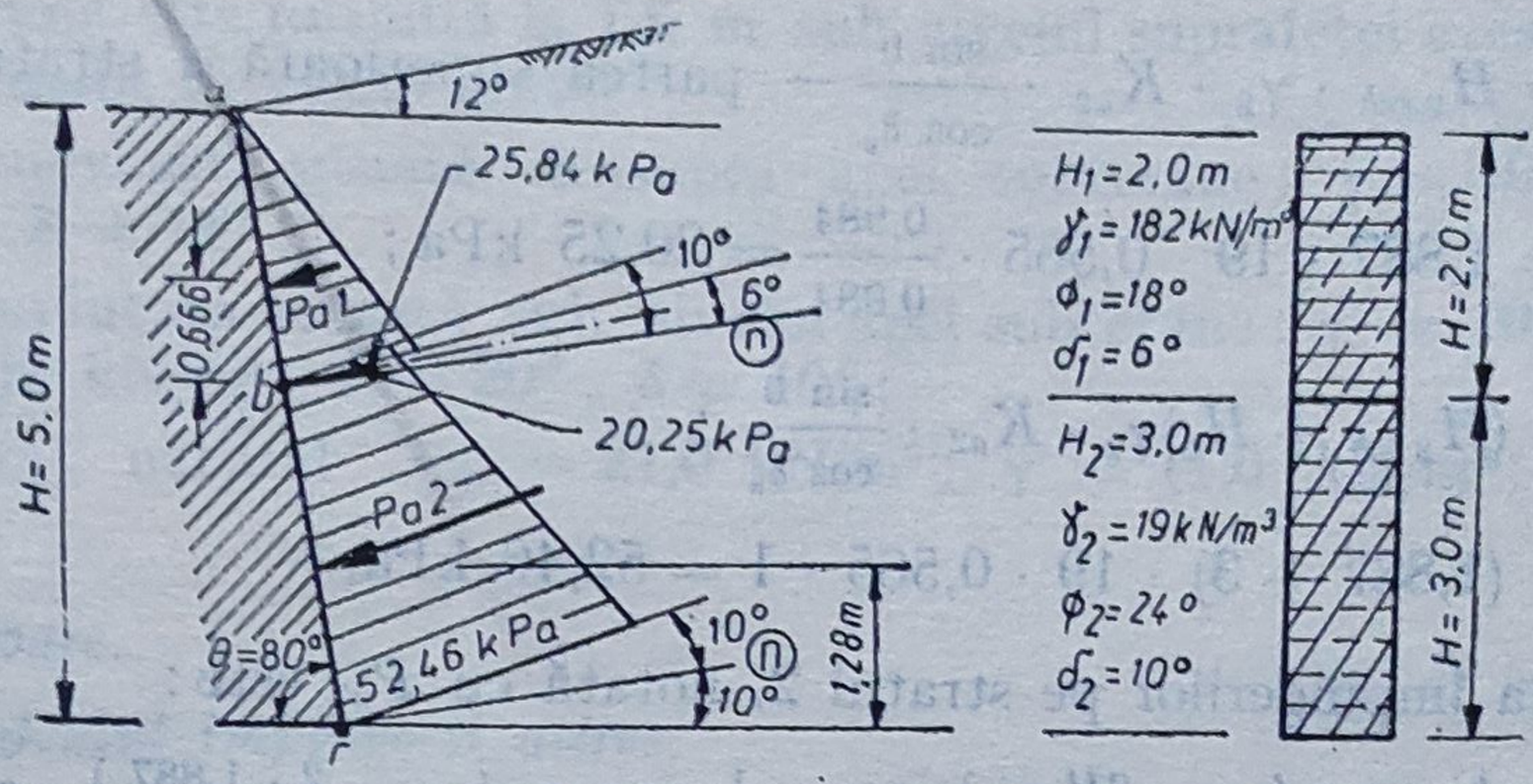


Fig. IV.2.6. Elemente de calcul, diagrame, rezultante.

Rezolvare.

Pentru calculul împingerilor active unitare, vom folosi relaţiile precizate în cadrul ipotezei *Coulomb*, cu particularizările făcute pentru mediu stratificat, conform anexei IV.2.1.

a) *Împingerea exercitată de stratul superior, pe paramentul ab.*

$$p_{aa} = 0;$$

$$p_{ab1} = \gamma_1 H_1 K_{a1} \frac{\sin\theta}{\cos\delta_1};$$

$$K_{a1} = \left[\frac{\sin(80° + 18°)}{1 + \sqrt{\dfrac{\sin(18° + 6°)\cdot\sin(16° - 12°)}{\sin(80° - 6°)\sin(80° + 12°)}}}\right]^2 \cdot \frac{1}{\sin(80° - 6°)\sin^2 80°};$$

$$K_{a1} = 0{,}717;$$

$$p_{ab1} = 18{,}2 \cdot 2{,}0 \cdot 0{,}717 \cdot \frac{0{,}9848}{0{,}994} = 25{,}84 \text{ kPa};$$

$$P_{a1} = \frac{1}{2}\gamma_1 H_1^2 K_{a1} = \frac{1}{2}\, 18{,}2 \cdot 2^2 \cdot 0{,}717 = 26{,}09 \text{ kN/m};$$

$$z_1 = \frac{H_1}{3} = 0{,}666 \text{ m} - \text{faţă de punctul } b.$$

b) *Împingerea pe paramentul bc.*

$$H_{2\,ech.} = \frac{\gamma_1 H_1}{\gamma_2}\frac{\sin\theta}{\sin(\theta+\beta)} = \frac{18{,}2 \cdot 2}{19{,}0}\frac{\sin 80°}{\sin(80°+12°)} = 1{,}887 \text{ m};$$

$$\gamma_{2\,ech} = \gamma_2\left(1 + \frac{2H_{2\,ech}}{H_2}\right) = 19\left(1 + \frac{2 \cdot 1{,}887}{3}\right) = 42{,}902 \text{ kN/m}^3;$$

$$K_{a2} = \left[\frac{\sin(80° + 24°)}{1 + \sqrt{\dfrac{\sin(24° + 10°)\sin(24° - 12°)}{\sin(80° - 10°)\sin(80° + 12°)}}}\right]^2 \cdot \frac{1}{\sin(80° - 10°)\sin^2 80°};$$

$$K_{a2} = 0{,}565;$$

$$p_{ab2} = H_{2\,ech} \cdot \gamma_2 \cdot K_{a2} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta_2}$$ — partea superioară a stratului 2;

$$p_{ab2} = 1{,}887 \cdot 19 \cdot 0{,}565 \cdot \frac{0{,}984}{0{,}984} = 20{,}25 \text{ kPa};$$

$$p_{ac} = (H_{2\,ech} + H_2)\gamma_2 \cdot K_{a2} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta_2};$$

$$p_{ac} = (1{,}887 + 3) \cdot 19 \cdot 0{,}565 \cdot 1 = 52{,}46 \text{ kPa}.$$

Rezultanta împingerilor pe stratul 2, notată cu P_{a2} este:

$$P_{a2} = \frac{1}{2}\gamma_2 H_2^2\left(1 + \frac{2H_{2\,ech}}{H_2}\right)K_{a2} = \frac{1}{2}\,19 \cdot 3^2\left(1 + \frac{2 \cdot 1{,}887}{3}\right) \cdot 0{,}565 =$$

$$= 109{,}078 \text{ kN/m}.$$

Punctul de aplicație este situat la distanța z_2 față de bază

$$z_2 = \frac{2 \cdot 20{,}25 + 52{,}46}{20{,}25 + 52{,}46} \cdot \frac{3}{3} = 1{,}28 \text{ m}.$$

Componentele orizontală și verticală ale lui P_{a2} sînt:

$$P_{a2}^h = P_{a2} \cdot \cos(\delta_2 + 90° - \theta) = 109{,}078 \cdot 0{,}939 = 102{,}49 \text{ kN/m};$$

$$P_{a2}^v = P_{a2} \cdot \cos(\theta - \delta) = 109{,}078 \cdot 0{,}342 = 37{,}308 \text{ kN/m}.$$

În figura IV.2.6 sînt date diagramele de împingere, rezultantele acestora și punctele de aplicație.

IV.2.5. Pentru zidul de sprijin din figura IV.2.7 se cere să se determine împingerea pămîntului. Suprafața umpluturii este orizontală, iar

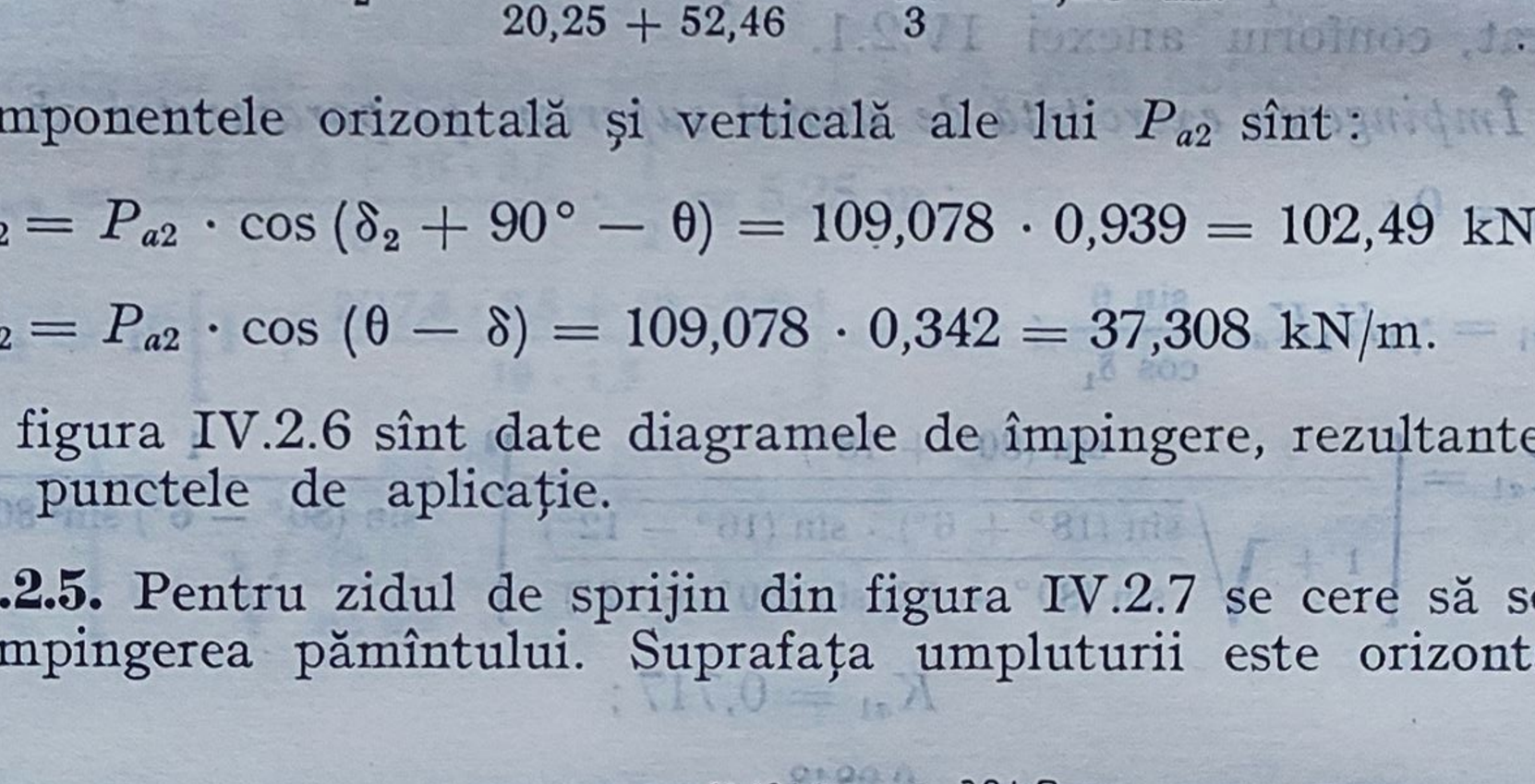


Fig. IV.2.7. Elemente geometrice, diagrame de împingere, împingeri rezultante.

apa subterană este întîlnită la 1,5 m sub nivelul suprafeței acesteia. Caracteristicile luate în calcul sînt :

— umplutura situată deasupra apei subterane : $\gamma = 19{,}60$ kN/m³ ; $\Phi = 20°$; $\delta = 14°$;

— umplutura situată sub nivelul apei subterane : $\gamma' = 10{,}42$ kN/m³ ; $\gamma_{sat} = 20{,}42$ kN/m³ ; $\Phi = 20°$; $\delta = 10°$;

— strat natural : $\gamma_{sat} = 21{,}0$ kN/m³ ; $\gamma' = 11{,}0$ kN/m³ ; $\Phi = 18°$; $\delta = 8°$.

Rezolvare.

a) *Calculul împingerii active.*

1) Calculul împingerii active pe paramentul *ab* ; $\theta = 75°$.

$$p_{aa} = H_{1\ ech}\gamma_1 K_{a1} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta_1} ;$$

$$H_{1\ ech} = \frac{q}{\gamma_1} \cdot \frac{\sin\theta}{\sin(\theta+\beta)} = \frac{20}{19{,}60} \frac{\sin 75°}{\sin(75°+0°)} = 1{,}020 \text{ m} ;$$

$$K_{a1} = \left[\frac{\sin(75°+20°)}{1+\sqrt{\frac{\sin(20°+14°)\cdot\sin(20°-0°)}{\sin(75°-14°)\cdot\sin(75°+0°)}}}\right]^2 \cdot \frac{1}{\sin^2 75° \cdot \sin(75°+14°)} =$$

$$= 0{,}5583 ;$$

$$p_{aa} = 1{,}020 \cdot 19{,}60 \cdot 0{,}558 \cdot \frac{0{,}9659}{0{,}9702} = 11{,}10 \text{ kPa} ;$$

$$p_{ab} = (H_1 + H_{1\ ech})\gamma_1 K_{a1} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta_1} = (1{,}5+1{,}020)19{,}60 \cdot 0{,}5583 \cdot \frac{\sin 75°}{\cos 14°} =$$

$$= 27{,}43 \text{ kPa} ;$$

$$P_{a1} = \frac{1}{2}\gamma_1 H_1^2 K_{a1}\left(1+\frac{2H_{1\ ech}}{H_1}\right) = \frac{1}{2}\ 19{,}60 \cdot 1{,}5^2 \cdot 0{,}558\left(1+\frac{2\cdot 1{,}020}{1{,}50}\right) =$$

$$= 29{,}03 \text{ kN/m}.$$

Punctul de aplicație al rezultantei P_{a1} este

$$z_1 = \frac{2\cdot 11{,}10 + 27{,}43}{11{,}10 + 27{,}43} \cdot \frac{1{,}5}{3} = 0{,}64 \text{ m pe verticală, față de punctul } b.$$

2) Determinarea împingerilor pe zona paramentului *bc'* : $\theta = 75°$; $\beta = 0°$; $\delta_2 = 10°$; $\gamma_2' = 10{,}42$ kN/m³ ; $\gamma_{sat} = 20{,}42$ kN/m³ ; $H_2 = 5{,}5$ m.

$$K_{a2} = \left[\frac{\sin(75°+20°)}{1+\sqrt{\frac{\sin(20°+10°)\cdot\sin(20°-0°)}{\sin(75°-10°)\cdot\sin(75°+0°)}}}\right]^2 \cdot \frac{1}{\sin(75°-10°)\cdot\sin^2 75°} =$$

$$= 0{,}564 ;$$

$$H_{2\ ech} = \frac{q+\gamma_1 H_1}{\gamma_2'} \cdot \frac{\sin\theta}{\sin(\theta+\beta)} = \frac{20+19{,}6\cdot 1{,}5}{10{,}42} \cdot 1 = 4{,}74 \text{ m} ;$$

$$p_{ab2} = H_{2\ ech}\gamma'_2 \cdot K_{a2}\frac{\sin\theta}{\cos\delta_2} = 4{,}74 \cdot 10{,}42 \cdot 0{,}564\frac{\sin 75°}{\cos 10°} =$$

$$= 27{,}32\ \text{kPa};$$

$$p_{ac'} = (H_2 + H_{2\ ech})\gamma'_2 K_{a2}\frac{\sin\theta}{\cos\delta_2} = (5{,}5+4{,}74)10{,}42 \cdot 0{,}564 \cdot \frac{\sin 75°}{\cos 10°} =$$

$$= 59{,}025\ \text{kPa}.$$

Rezultanta împingerii

$$P_{a2} = \frac{1}{2}H_2^2\gamma'_2\left(1 + \frac{2H_{2\ ech}}{H_2}\right)K_{a2} = \frac{1}{2}\,5{,}5^2 \cdot 10{,}42 \cdot 0{,}564\left(1 + \frac{2 \cdot 4{,}74}{5{,}5}\right) =$$

$$= 242{,}09\ \text{kN/m},$$

cu punctul de aplicaţie la distanţa z_2 măsurată pe verticală faţă de punctul c'.

$$z_2 = \frac{2 \cdot 27{,}32 + 59{,}025}{27{,}32 + 59{,}02} \cdot \frac{5{,}6}{3} = 2{,}41\ \text{m}.$$

3) Împingerea activă pe paramentul cd: $\theta = 90°$; $\gamma'_3 = 11{,}0\ \text{kN/m}^3$; $\gamma_{3\ sat} = 21{,}0\ \text{kN/m}^3$; $\Phi_3 = 18°$; $\delta_3 = 8°$.

$$K_{a3} = \left[\frac{\sin(90° + 18°)}{1 + \sqrt{\dfrac{\sin(18° + 8°) \cdot \sin(18° - 0°)}{\sin(90° - 8°) \cdot \sin(90° + 0°)}}}\right]^2 \cdot \frac{1}{\sin^2 90° \cdot \sin(90° - 8°)} =$$

$$= 0{,}4867;$$

$$H_{3\ ech} = \frac{20 + 19{,}6 \cdot 1{,}5 + 5{,}5 \cdot 10{,}42}{11{,}0} = 9{,}70\ \text{m};$$

$$p_{ac} = H_{3\ ech}\gamma'_3 \cdot K_{a3} = 9{,}70 \cdot 11 \cdot 0{,}486 = 51{,}85\ \text{kPa};$$

$$p_{ad} = (H_3 + H_{3\ ech})\gamma'_3 K_{a3} = (1{,}5 + 9{,}70)11 \cdot 0{,}486 = 59{,}87\ \text{kPa}.$$

Rezultanta împingerilor şi poziţia acesteia:

$$P_{a3} = \frac{1}{2}\gamma'_3 H_3^2 K_{a3}\left(1 + \frac{2H_{3\ ech}}{H_3}\right);$$

$$P_{a3} = \frac{1}{2}11{,}0 \cdot 1{,}5^2 \cdot 0{,}486\left(1 + \frac{2 \cdot 9{,}70}{1{,}5}\right) = 83{,}79\ \text{kN/m}$$

$$z_3 = \frac{2 \cdot 51{,}85 + 59{,}87}{51{,}85 + 59{,}87} \cdot \frac{1{,}5}{3} = 0{,}73\ \text{m}.$$

b) *Calculul împingerii pasive.*

Posibilitatea mobilizării acesteia este pe zona paramentului $ef' - fg$.

Relaţiile de calcul prezintă o formă similară ca în cazul împingerii active, intervenind modificări în ceea ce priveşte calculul coeficientului de împingere pasivă şi a direcţiei împingerii, conform anexei IV.2.1.

1) Calculul împingerii pasive pe zona de parament *ef'*; $\theta = 80°$. Caracteristicile terenului, ce vor fi luate în calcul, sînt cele ale terenului de pe zona paramentului *cd*.

$$p_{pe} = 0;$$

$$p_{pf'} = (D_f - H_3) \cdot \gamma_3' \cdot K_p \frac{\sin \theta}{\cos \delta_3};$$

$$K_p = \left[\frac{\sin(\theta - \Phi)}{1 - \sqrt{\frac{\sin(\Phi + \delta) \cdot \sin(\Phi + \beta)}{\sin(\theta + \delta) \cdot \sin(\theta + \beta)}}}\right]^2 \frac{1}{\sin^2 \theta \cdot \sin(\theta + \delta)};$$

$$K_p = \left[\frac{\sin(80° - 18°)}{1 - \sqrt{\frac{\sin(18° + 8°) \cdot \sin(18° + 0°)}{\sin(80° + 8°) \cdot \sin(80° + 0°)}}}\right]^2 \frac{1}{\sin^2 80° \cdot \sin(80° + 8°)} = 2{,}032;$$

$$p_{pf'} = (2{,}0 - 1{,}50) \cdot 11 \cdot 2{,}032 \cdot \frac{\sin 80°}{\cos 8°} = 11{,}12 \text{ kPa};$$

$$P_{p1} = \frac{1}{2} \gamma'(D_f - H_3)^2 \cdot K_p = \frac{1}{2} 11 \cdot 0{,}5^2 \cdot 2{,}032 = 2{,}79 \text{ kN/m}.$$

2) Calculul împingerii pasive pe zona de parament *fg*; $\theta = 90°$.

$$p_{pf} = (D_f - H_3)\gamma_3' \cdot K_p \frac{\sin \theta}{\cos \delta_3};$$

$$K_p = \left[\frac{\sin(90° - 18°)}{1 - \sqrt{\frac{\sin(18° + 8°) \cdot \sin(18° + 0°)}{\sin(90° + 8°) \cdot \sin(90° + 0°)}}}\right]^2 \frac{1}{\sin^2 90° \cdot \sin(90° + 8°)} = 2{,}494;$$

$$p_{pf} = (2{,}0 - 1{,}5) \cdot 11 \cdot 2{,}494 \frac{1}{\cos 8°} = 13{,}85 \text{ kPa};$$

$$p_{pg} = D_f \cdot \gamma_3' \cdot K_p \cdot \frac{1}{\cos \delta_3} = 2{,}0 \cdot 11 \cdot 2{,}494 \frac{1}{\cos 8°} = 55{,}40 \text{ kPa}.$$

3) Rezultanta împingerii pasive pe zona *fg*;

$$P_{p2} = \frac{1}{2} \gamma_3' \cdot H_3^2 \cdot K_p \cdot \left[1 + \frac{2(D_f - H_3)}{H_3}\right] = \frac{1}{2} 11 \cdot 1{,}5^2 \cdot 2{,}494 \left(1 + \right.$$

$$\left. + \frac{2 \cdot 0{,}5}{1{,}5}\right) = 51{,}43 \text{ kN/m};$$

$$z = \frac{2 \cdot 13{,}85 + 55{,}40}{13{,}85 + 55{,}40} \cdot \frac{1{,}5}{3} = 0{,}60 \text{ m}.$$

IV.2.6. Pentru zidul de sprijin din figura IV.2.8 se cere să se găsească împingerea activă a pămîntului. Suprafaţa terenului este plană prezentînd o frîntură în punctul B_1.

Rezolvare.

În cazul cînd suprafaţa terenului este frîntă, pentru obţinerea împingerii se procedează la găsirea unui nou parament (AB') printr-o con-

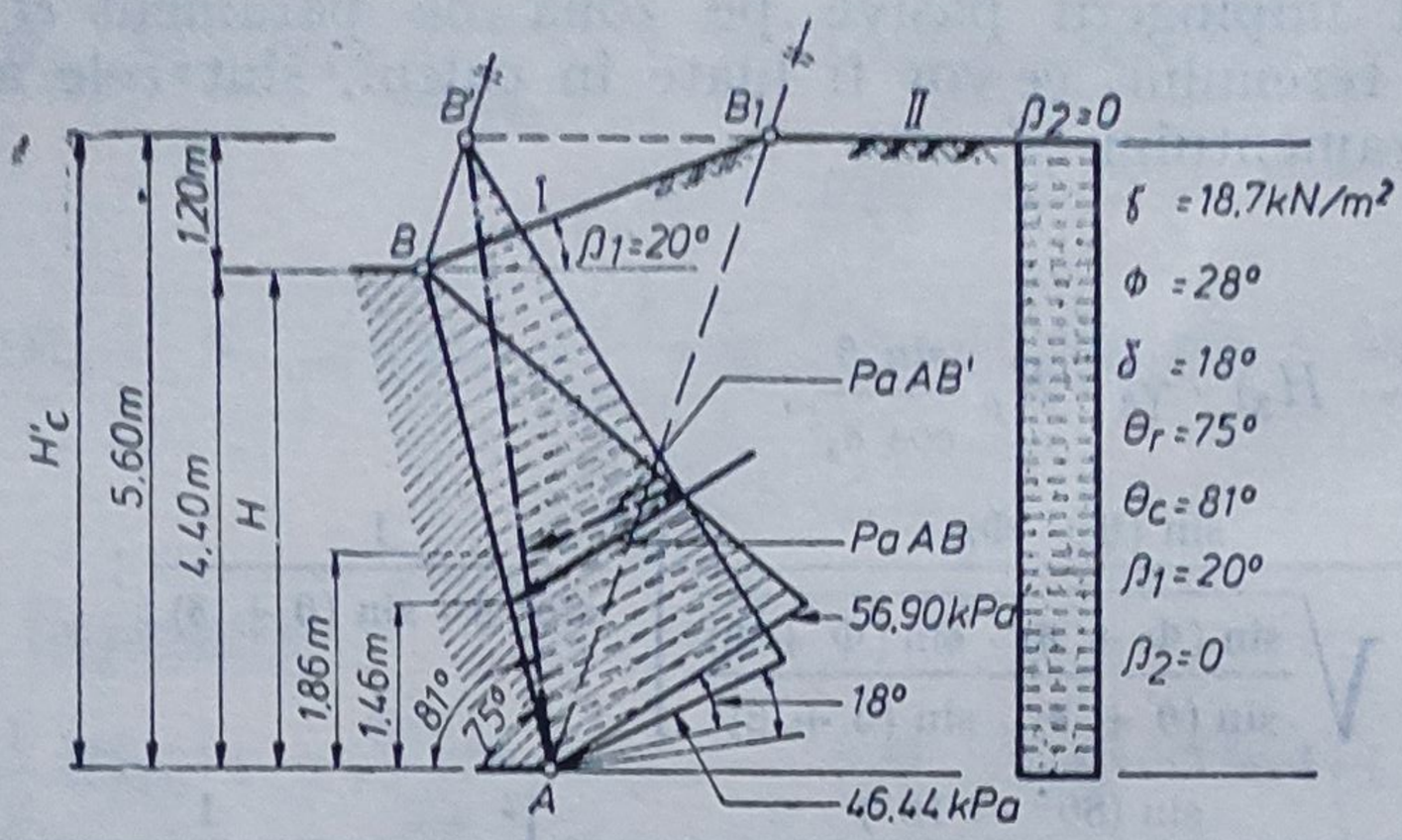


Fig. IV.2.8. Elemente de calcul, diagrame, rezultante.

strucţie ce presupune : găsirea liniei AB_1, ducerea unei paralele din punctul B la dreapta AB_1 şi găsirea poziţiei lui B', la intersecţia acestei paralele cu suprafaţa terenului de înclinare β_2.

Pentru acest nou parament şi suprafaţa terenului de înclinare β_2 se calculează împingerea, obţinîndu-se :

$$p_{aB'} = 0\,;$$

$$p_{aA}^{\theta_c} = H_c \gamma K'_a \frac{\sin \theta_c}{\cos \delta}\,;$$

$$K'_a = \left[\frac{\sin (28° + 81°)}{1 + \sqrt{\dfrac{\sin (28° + 18°) \cdot \sin (28° - 0°)}{\sin (81° - 18°) \cdot \sin (81° + 0°)}}}\right]^2 \frac{1}{\sin^2 81 \cdot \sin (81° - 18°)} =$$

$$= 0{,}3921\,;$$

$$p_{aA}^{\theta_c} = 5{,}60 \cdot 18{,}70 \cdot 0{,}3921 \cdot \frac{\sin 81°}{\cos 18°} = 42{,}80 \text{ kPa}.$$

Rezultanta :

$$P_{aAB'} = \frac{1}{2} \gamma H_c^2 \cdot K'_a = \frac{1}{2}\, 18{,}70 \cdot 5{,}6^2 \cdot 0{,}3921 = 114{,}96 \text{ kN/m}.$$

Întrucît ne interesează distribuţia împingerii active pe paramentul AB şi punctul ei de aplicaţie pe acesta, vom proceda astfel : forţele de împingere pe paramentul AB şi AB' se consideră egale.

$$P_{aAB'} = P_{aAB}\,;$$

$$\frac{1}{2} p_{aA} \cdot H = \frac{1}{2} \gamma H_c^2 \cdot K'_a\,; \quad p_{aA} = \frac{\gamma H_c^2 \cdot K'_a}{H}\,;$$

$$p_{aA} = \frac{18{,}70 \cdot 5{,}6^2 \cdot 0{,}3921}{4{,}40} = 52{,}25 \text{ kPa}.$$

Presiunea în punctul A pe paramentul AB poate fi calculată prin relaţia :

$$p_{aA} = \gamma H \cdot K_a\,; \quad \text{unde } K_a = K'_a \cdot \frac{H_c^2}{H^2} = 0{,}3921 \cdot \frac{5{,}6^2}{4{,}4^2} = 0{,}6351\,;$$

$$p_{aA} = 18{,}7 \cdot 4{,}4 \cdot 0{,}6351 = 52{,}25 \text{ kPa}.$$

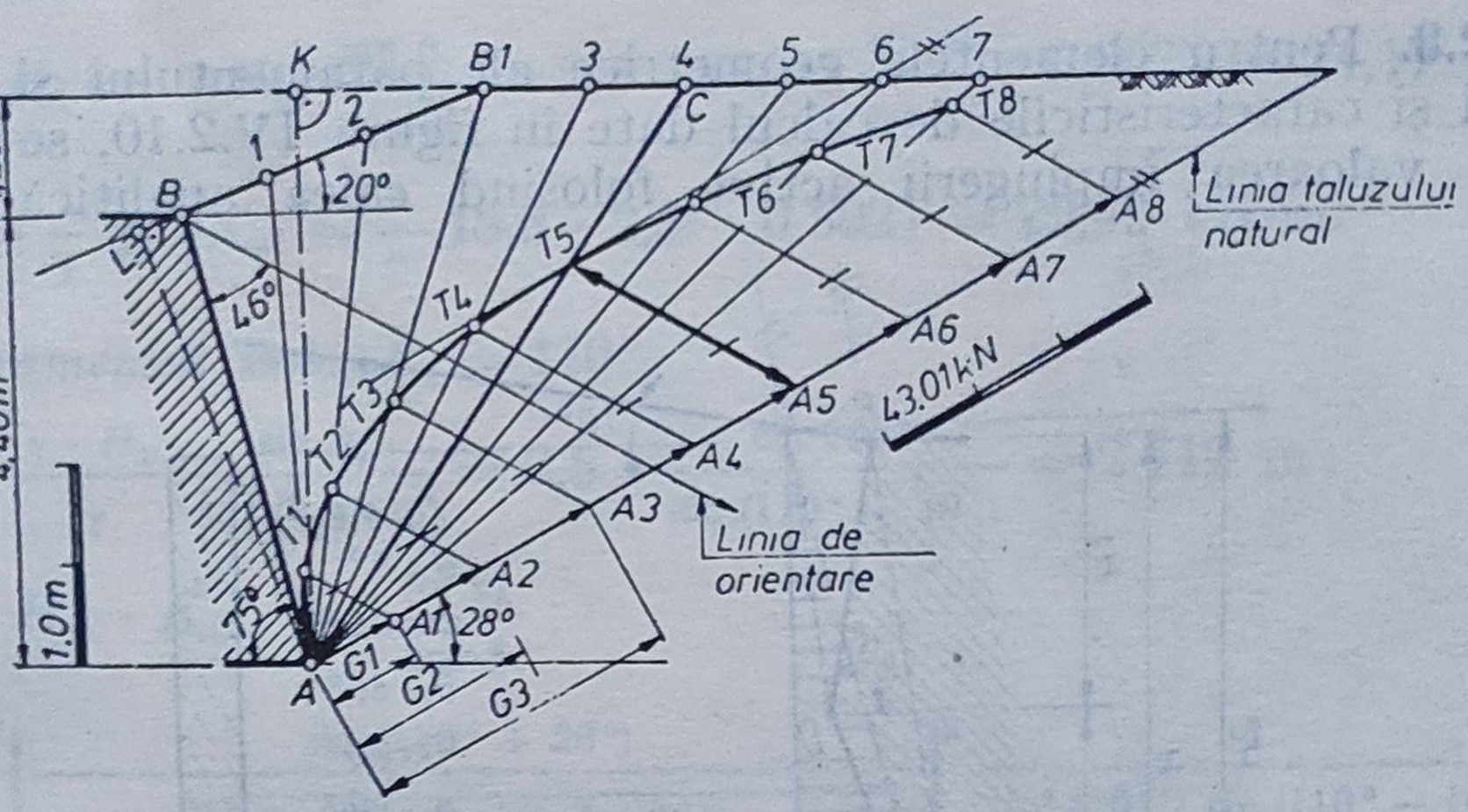


Fig. IV.2.9. Metoda Culmann — suprafață teren frîntă.

IV.2.7. Folosind datele din exemplul IV.2.6 se cere să se verifice valabilitatea calculului, printr-o rezolvare grafică utilizînd metoda *Culmann*.

Rezolvare.

În figura IV.2.9 este dată rezolvarea grafică *Culmann* ce presupune cunoașterea următoarelor mărimi:

$\overline{AL} = 4{,}6$ m; $\overline{AK} = 5{,}6$ m;

$$G_{AB1} = \frac{\overline{B_1} \cdot \overline{AL}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = \frac{1 \cdot 4{,}6}{2} \cdot 1 \cdot 18{,}7 = 43{,}01 \text{ kN} = G_1;$$

$$G_{AB_2} = \frac{\overline{B_2} \cdot \overline{AL}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = \frac{2 \cdot 4{,}6}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 18{,}7 = 86{,}02 \text{ kN} = G_2;$$

$$G_{ABB_1} = \frac{\overline{BB_1} \cdot \overline{AL}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = \frac{3{,}3 \cdot 4{,}6}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 18{,}70 = 141{,}93 \text{ kN} = G_3;$$

$$G_{ABB_13} = G_3 + \frac{\overline{B_13} \cdot \overline{AK}}{2} \cdot \gamma \cdot 1 = 141{,}93 + \frac{1 \cdot 5{,}6}{2} \cdot 18{,}70 = 194{,}293 = G_4;$$

$$G_{ABB_14} = G_4 + \frac{\overline{34} \cdot \overline{AK}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = 194{,}293 + \frac{1 \cdot 5{,}6}{2} \cdot 18{,}70 = 246{,}653 = G_5;$$

$$G_{ABB_15} = G_5 + \frac{\overline{45} \cdot \overline{AK}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = 299{,}013 \text{ kN} = G_6;$$

$$G_{ABB_16} = G_6 + \frac{\overline{56} \cdot \overline{AK}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = 351{,}373 \text{ kN} = G_7;$$

$$G_{ABB_17} = G_7 + \frac{\overline{67} \cdot \overline{AK}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = 403{,}733 \text{ kN} = G_8;$$

$P_{aAB} = \overline{T_5 A_5}$ — la scara forțelor;

$P_{aAB} = 112$ kN.

IV.2.8. Pentru elementele geometrice ale paramentului și suprafeței terenului și caracteristicile de calcul date în figura IV.2.10, se cere să se găsească valoarea împingerii active folosind calea analitică și grafică.

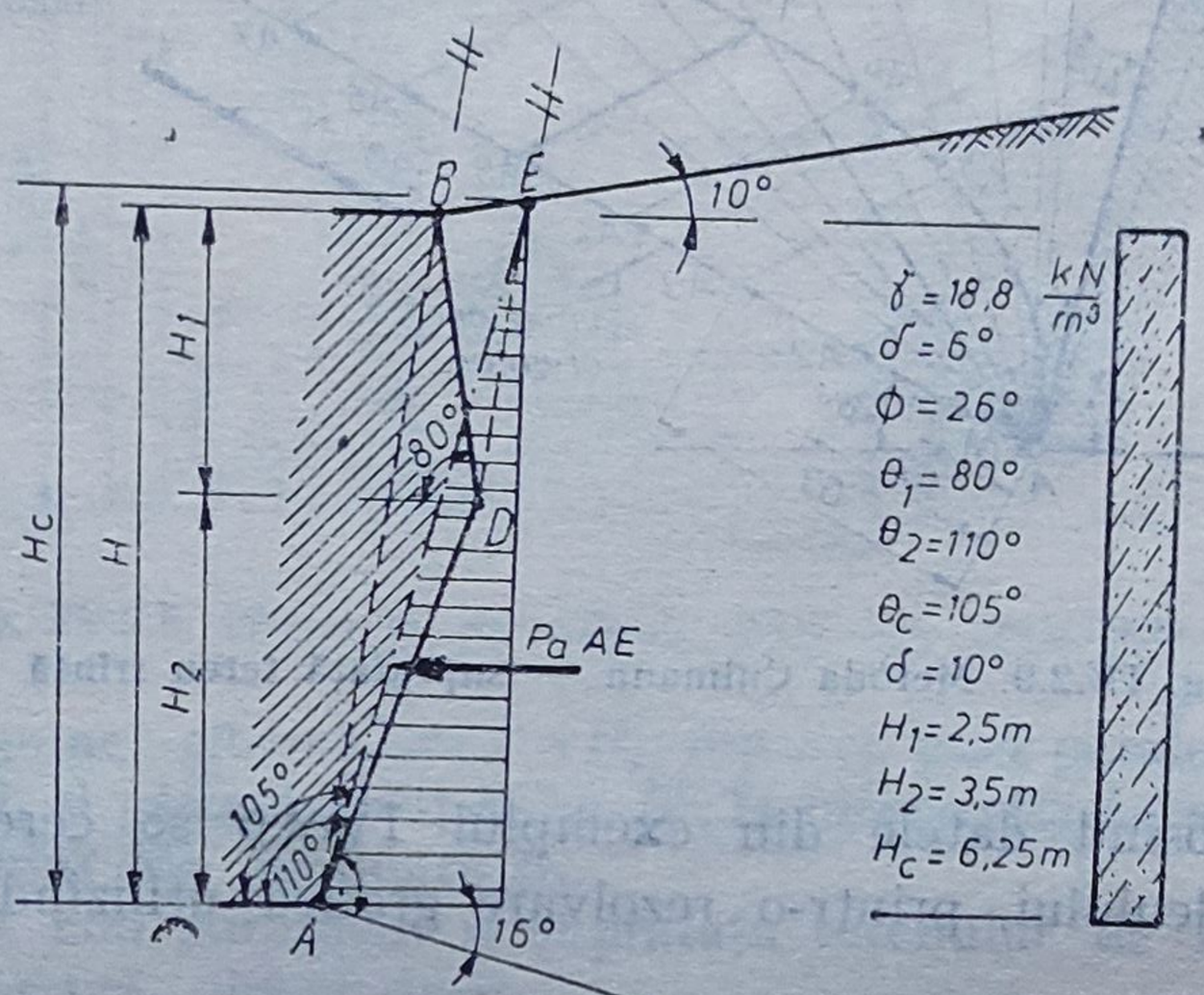


Fig. IV.2.10. Parament frînt — împingere activă.

Rezolvare.

Pentru paramentul frînt (BDE), se recomandă înlocuirea acestuia cu un parament continuu (AE). Se unește A cu B; din D se duce o paralelă la AB ce intersectează suprafața terenului în E. Se unește A cu E, obținîndu-se paramentul AE de înclinare $\theta_c = 105°$. S-a încercat evaluarea și în varianta reală a paramentului pentru a se evidenția eventualele diferențe posibile.

a) *Paramentul AE.*

$$p_{aE} = 0;$$

$$p_{aA} = H_c \cdot K'_a \cdot \gamma \frac{\sin \theta_c}{\cos \delta};$$

$$K'_a = \left[\frac{\sin (105° + 26°)}{1 + \sqrt{\frac{\sin (26° + 16°) \cdot \sin (26° - 10°)}{\sin (105° - 16°) \sin (105° + 10°)}}}\right]^2 \cdot \frac{1}{\sin (105° - 16°) \sin^2 105°};$$

$$K'_a = 0{,}2899;$$

$$p_{aA} = 6{,}25 \cdot 0{,}2899 \cdot 18{,}80 \cdot \frac{\sin 105°}{\cos 16°} = 34{,}228 \text{ kPa};$$

$$P_{aAE} = \frac{1}{2} \gamma H_c^2 \cdot K'_a = \frac{1}{2} 18{,}80 \cdot 6{,}25^2 \cdot 0{,}2899 = 106{,}44 \text{ kN/m}.$$

b) *Parament frînt BDA.*

1) Paramentul BD; $\theta_1 = 80°$.

$$K_{a1} = \left[\frac{\sin (80° + 26°)}{1 + \sqrt{\frac{\sin (26° + 16°) \cdot \sin (26° - 10°)}{\sin (80° - 16°) \cdot \sin (80° + 10°)}}}\right]^2 \cdot \frac{1}{\sin (80° - 16°) \sin^2 80°} = 0{,}5021;$$

$$p_{aB} = 0;$$

$$p_{aD} = H_1 \cdot \gamma \cdot K_{a1} \frac{\sin \theta_1}{\cos \delta} = 2{,}5 \cdot 18{,}8 \cdot \frac{\sin 80°}{\cos 16°} 0{,}5021 = 24{,}17 \text{ kPa};$$

$$P_{aBD} = \frac{1}{2} \gamma H_1^2 K_{a1} = \frac{1}{2} 18{,}8 \cdot 2{,}5^2 \cdot 0{,}5021 = 29{,}49 \text{ kN/m}.$$

2) *Paramentul DA*; $\theta_2 = 110°$.

$$H_{2e} = \frac{\gamma \cdot H_1}{\gamma} \frac{\sin \theta_2}{\sin (\theta_2 + \beta)} = 2{,}5 \cdot \frac{\sin 110°}{\sin (110° + 10°)} = 2{,}712 \text{ m};$$

$$p_{aD} = H_{2e} \cdot K_{a2} \cdot \gamma \cdot \frac{\sin \theta_2}{\cos \delta};$$

$$K_{a2} = \left[\frac{\sin (110° + 26°)}{1 + \sqrt{\frac{\sin (26° + 16°) \sin (26° - 10°)}{\sin (110° - 16°) \sin (110° + 10°)}}} \right]^2 \frac{1}{\sin^2 110° \cdot \sin (110° - 16°)} =$$

$$= 0{,}2562;$$

$$p_{aD} = 2{,}712 \cdot 0{,}2562 \cdot 18{,}8 \cdot \frac{\sin 110°}{\cos 16°} = 12{,}77 \text{ kPa};$$

$$p_{aA} = (3{,}5 + 2{,}712)\, 0{,}2562 \cdot 18{,}8 \frac{\sin 110°}{\cos 16°} = 29{,}25 \text{ kPa};$$

$$P_{aDA} = \frac{1}{2} \gamma H_2^2 K_{a2} \left(1 + \frac{2H_{2e}}{H_2}\right) = \frac{1}{2} 18{,}8 \cdot 3{,}5^2 \cdot 0{,}2562 \left(1 + \frac{2 \cdot 2{,}712}{3{,}5}\right) =$$

$$= 75{,}22 \text{ kN/m}.$$

Rezultanta împingerii active pe paramentul *BDA* este:

$$P_{a_{BDA}} = 101{,}82 \text{ kN/m}.$$

c) *Construcția grafică Culmann.*

În figura IV.2.11 se dă aplicarea metodei lui *Culmann* pentru găsirea împingerii active totale, unde:

$$G_1 = G_{AE1} = \frac{\overline{E1} \cdot \overline{AK}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = \frac{1 \cdot 5{,}8}{2} \cdot 1 \cdot 18{,}8 = 54{,}52 \text{ kN};$$

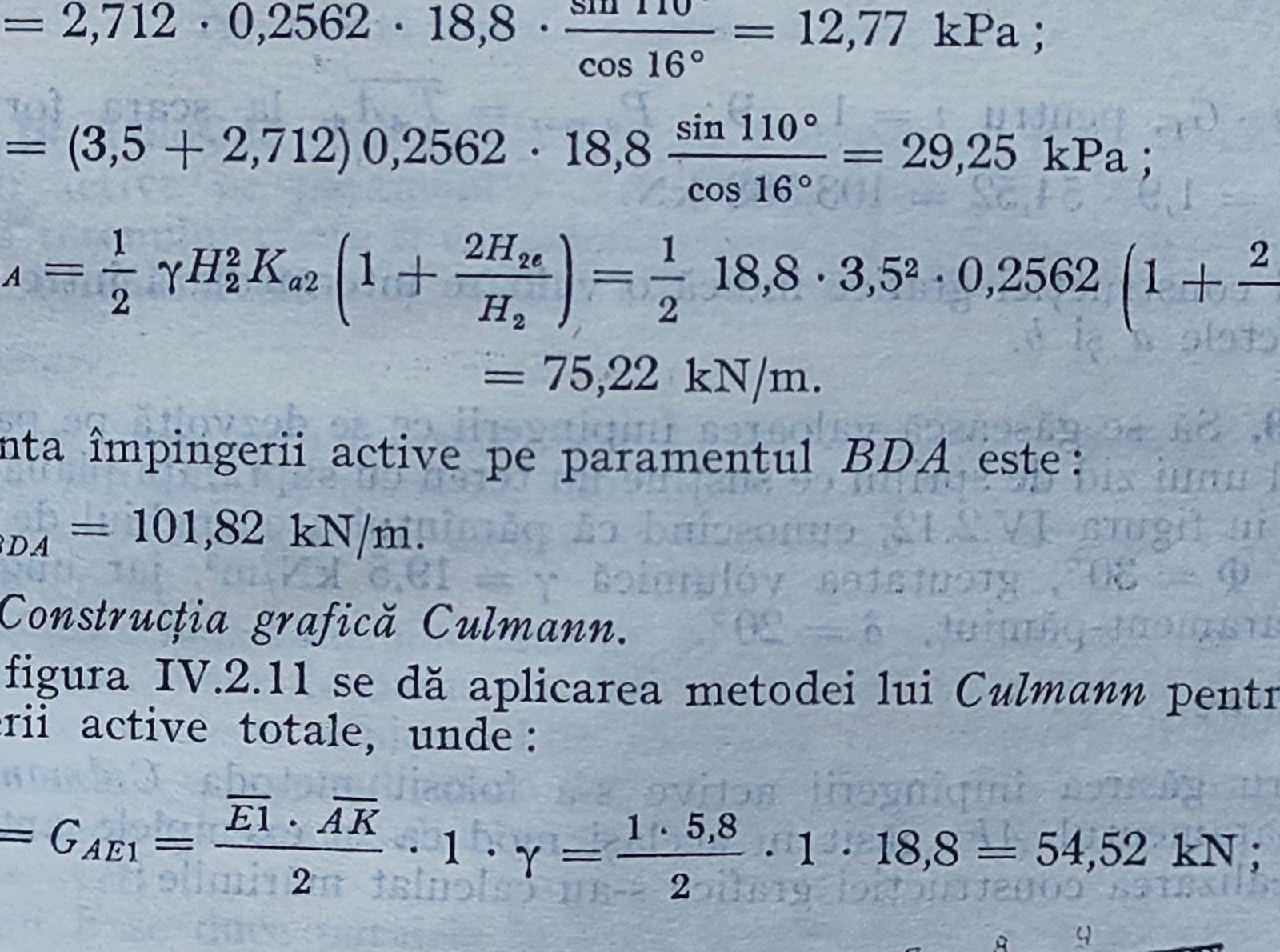


Fig. IV.2.11. Metoda Culmann — parament frînt.

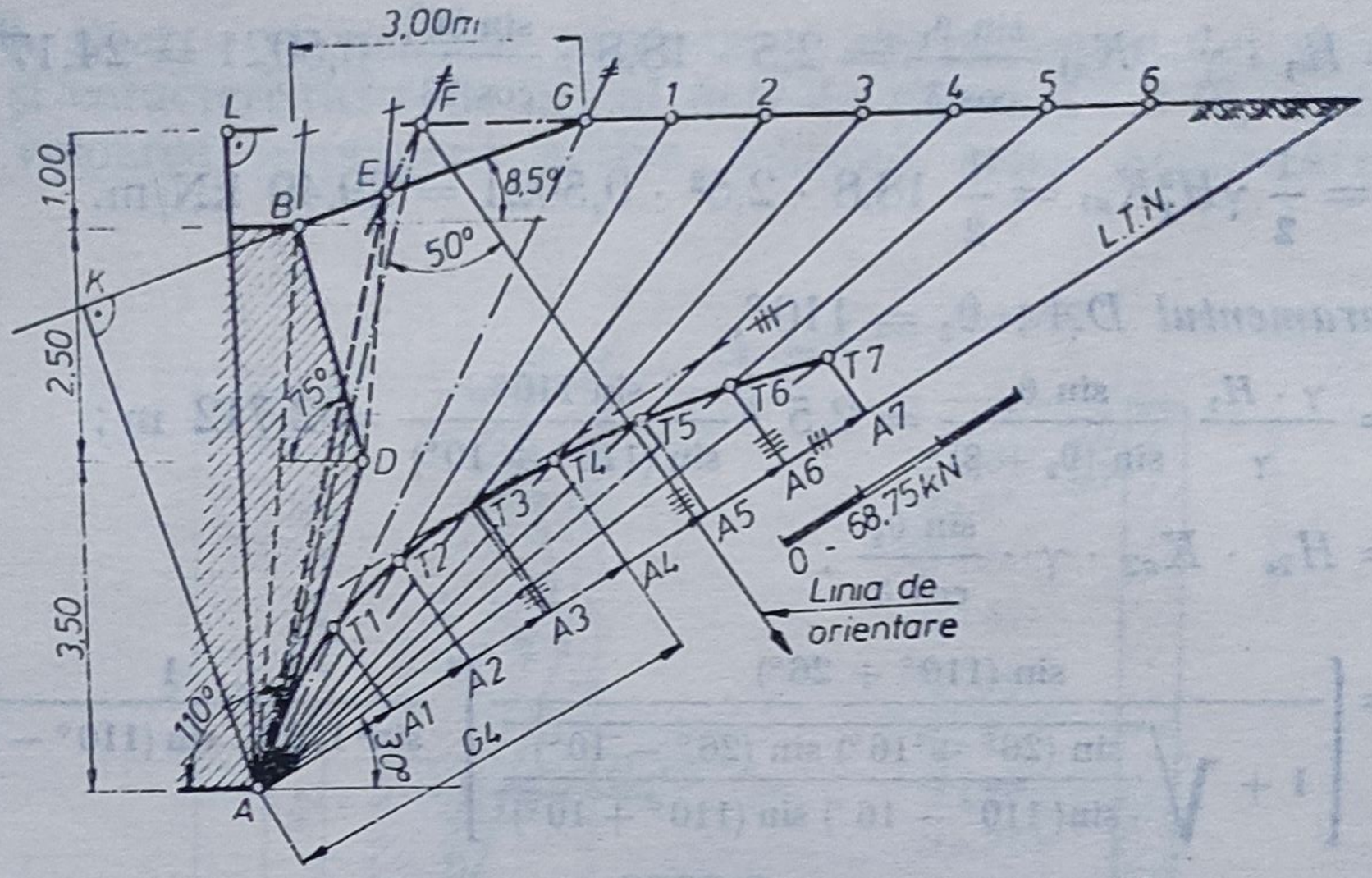


Fig. IV.2.12. Metoda Culmann pentru suprafață teren frîntă și parament frînt.

$G_i = i \cdot G_1$, pentru $i = 1 \ldots 9$; $P_{a\ max} = T_6 A_6$, la scara forțelor

$P_{a\ max} = 1{,}9 \cdot 54{,}52 = 103{,}588$ kN.

Rezultatul construcției grafice indică o valoare intermediară între valorile de la punctele *a* și *b*.

IV.2.9. Să se găsească valoarea împingerii ce se dezvoltă pe paramentul frînt al unui zid de sprijin ce susține un teren cu suprafața plană frîntă, prezentat în figura IV.2.12, cunoscînd că pămîntul are unghiul de frecare interioară $\Phi = 30°$, greutatea volumică $\gamma = 19{,}5$ kN/m³, iar unghiul de frecare parament-pămînt, $\delta = 20°$.

Rezolvare.

Pentru găsirea împingerii active s-a folosit metoda *Culmann*, aplicată la paramentul AF, găsit în același mod ca în exemplele anterioare. Pentru realizarea construcției grafice s-au calculat mărimile:

$$G_1 = G_{AFG} = \frac{\overline{FG} \cdot \overline{AL}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = \frac{1{,}70 \cdot 7}{2} \cdot 1 \cdot 19{,}50 = 116{,}025 \text{ kN};$$

$$G_2 = G_{AF1} = G_1 + \frac{\overline{G1} \cdot \overline{AL}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = 116{,}025 + \frac{1 \cdot 7}{2} \cdot 1 \cdot 19{,}5 =$$

$$= 184{,}275 \text{ kN};$$

$$G_3 = G_{AF2} = \frac{\overline{F2} \cdot \overline{AL}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma = 252{,}525 \text{ kN};$$

$G_4 = G_{AF3} = 320{,}776$ kN; $G_5 = G_{AF4} = 389{,}025$ kN; $G_6 = G_{AF5} =$

$= 457{,}275$ kN; $G_7 = G_{AF6} = 525{,}525$ kN;

$P_{a\ max} = \overline{T_3 A_3}$ — la scara forțelor.

$P_{a\ max} = 1{,}35 \cdot 68{,}25 = 92{,}13$ kN/m.

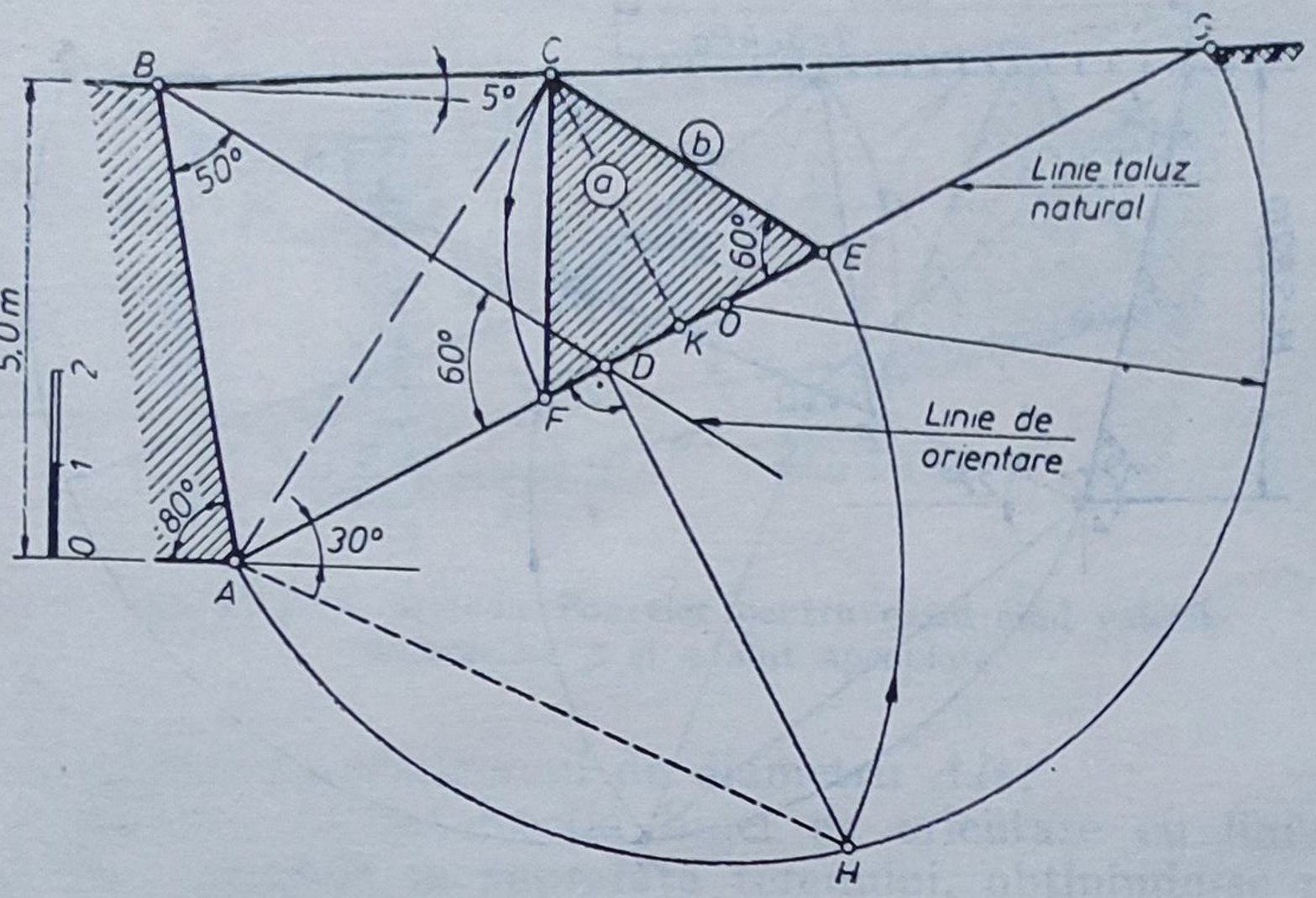


Fig. IV.2.13. Metoda Poncelet — cazul general.

IV.2.10. Folosind construcţia grafică *Poncelet*, să se găsească valoarea împingerii active pe paramentul AB, de înclinare $\theta = 80°$, $H = 5{,}0$ m. Suprafaţa terenului poate fi considerată plană cu un unghi $\beta = 5°$. Caracteristicile terenului sînt: $\gamma = 19{,}0$ kN/m³; $\Phi = 30°$; $\delta = 20°$.

Rezolvare.

Calculul împingerii folosind metoda *Poncelet*, dată în figura IV.2.13, presupune parcurgerea următoarelor etape:

— la scara lungimilor aleasă se realizează o secţiune transversală parament-teren;

— se duce linia taluzului natural AG (unghi cu orizontal Φ);

— se duce linia de orientare BD (unghi cu paramentul $\Phi + \delta$);

— se construieşte semicercul de diametru AG, centrul în O ($OA = OG$);

— se ridică o perpendiculară din punctul D pe AG, găsind punctul H;

— cu piciorul compasului în A se rabate AH pe linia taluzului natural ($AE = AH$);

— din E se duce paralela la linia de orientare şi se găseşte punctul C ($EC \parallel BD$);

— cu piciorul compasului în E se rabate EC pe linia taluzului natural ($EC = EF$).

Calculul împingerii active rezultă din produsul ariei triunghiului ECF şi greutatea volumică a pămîntului din spatele paramentului.

$$P_a = \frac{a \cdot b}{2} \cdot \gamma.$$

Ţinînd cont de scară, rezultă $a = 3{,}0$ m; $b = 3{,}45$ m.

$$P_a = \frac{3{,}0 \cdot 3{,}45}{2} \cdot 19{,}0 = 98{,}325 \text{ kN/m}.$$

AC = planul de alunecare ce conduce la împingerea activă maximă.

IV.2.11. Se cere aplicarea procedeului *Poncelet*, pentru stabilirea valorii împingerii active, pe un parament de înălţime $H = 5{,}9$ m $\theta = 75°$,

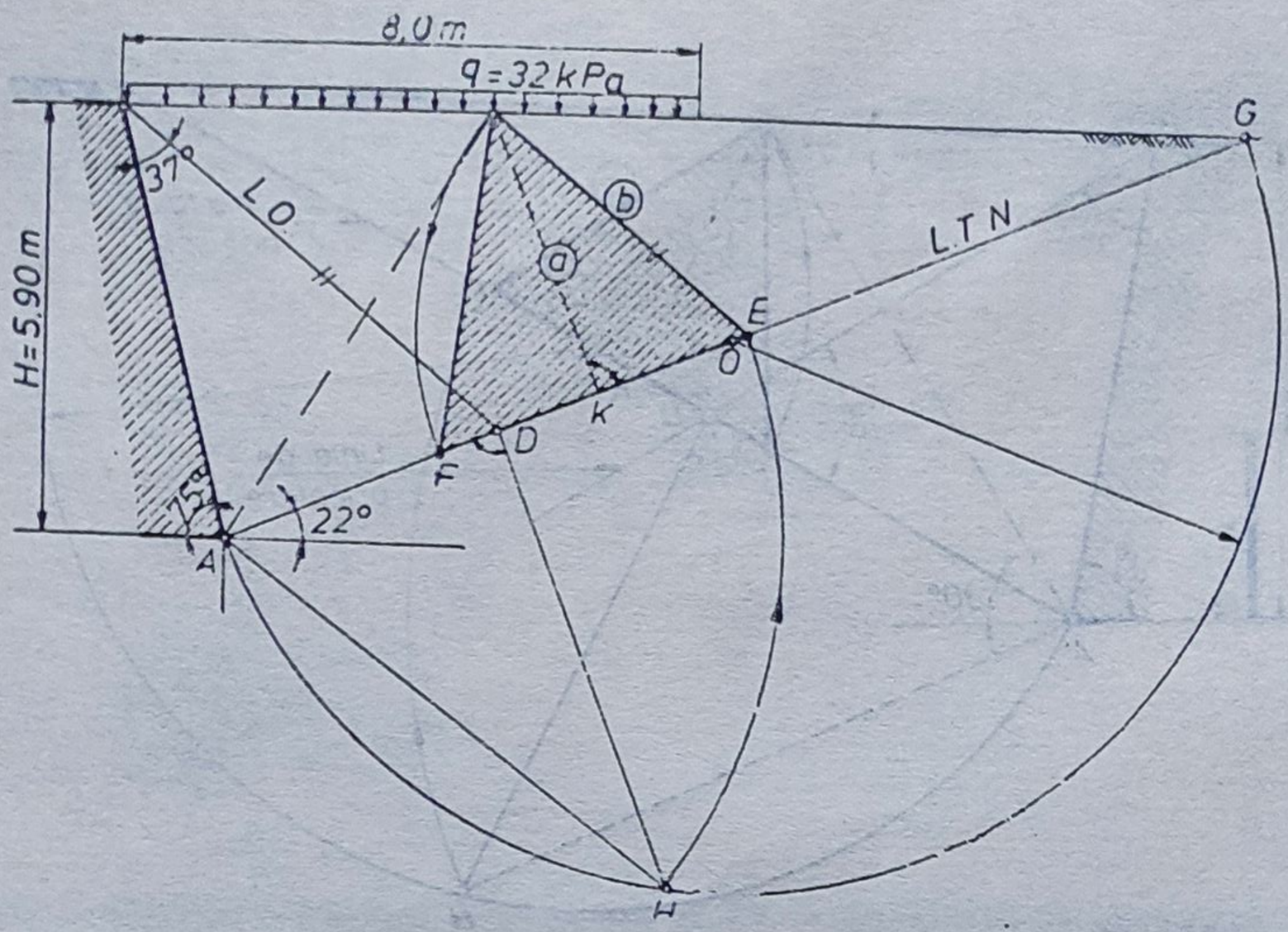


Fig. IV.2.14. Metoda Poncelet.

ce susţine un teren cu următoarele caracteristici $\gamma = 18{,}3$ kN/m³; $\Phi = 22°$; $\delta = \frac{2}{3}\Phi = 15°$. La suprafaţa terenului lucrează o suprasarcină $q = 32$ kN/m (kPa — ţinînd cont de lungimea unitară de calcul). Suprafaţa terenului este orizontală (fig. IV. 2.14).

Rezolvare.

Etapele ce trebuie parcurse sînt aceleaşi ca la problema IV.2.10. Pentru a lua în consideraţie efectul suprasarcinei, se calculează:

$$\gamma_{ech} = \gamma\left(1 + \frac{2H_e}{H}\right);\ \gamma_{ech} = 18{,}3\left(1 + \frac{2 \cdot 1{,}748}{5{,}9}\right) = 29{,}147\ \text{kN/m}^3;$$

$$H_e = \frac{q}{\gamma} \cdot \frac{\sin\theta}{\sin(\theta + \beta)};\ H_e = \frac{32}{18{,}3}\,\frac{\sin 75°}{\sin(75° + 0°)} = 1{,}748\ \text{m}.$$

Împingerea activă este dată de relaţia

$$P_a = \frac{1}{2}\, a \cdot b \cdot \gamma_{ech};$$

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot 4{,}1 \cdot 4{,}65 \cdot 29{,}147 = 277{,}84\ \text{kN/m}.$$

IV.2.12. Pentru cazul din figura IV.2.15, să se găsească împingerea activă folosind metoda *Poncelet*. Elemente cunoscute: $H = 5{,}0$ m, $\theta = 80°$, $\beta = 10°$; $\Phi = 15°$; $\delta = 10°$; $\gamma = 19{,}2$ kN/m³.

Rezolvare.

Cînd înclinarea suprafeţei terenului şi a liniei taluzului natural au valori apropiate, obţinerea valorii împingerii active comportă construcţii auxiliare în următoarea succesiune:

— se trasează linia taluzului natural şi linia de orientare sub unghiurile Φ şi $\Phi + \delta$ faţă de orizontală şi respectiv parament;

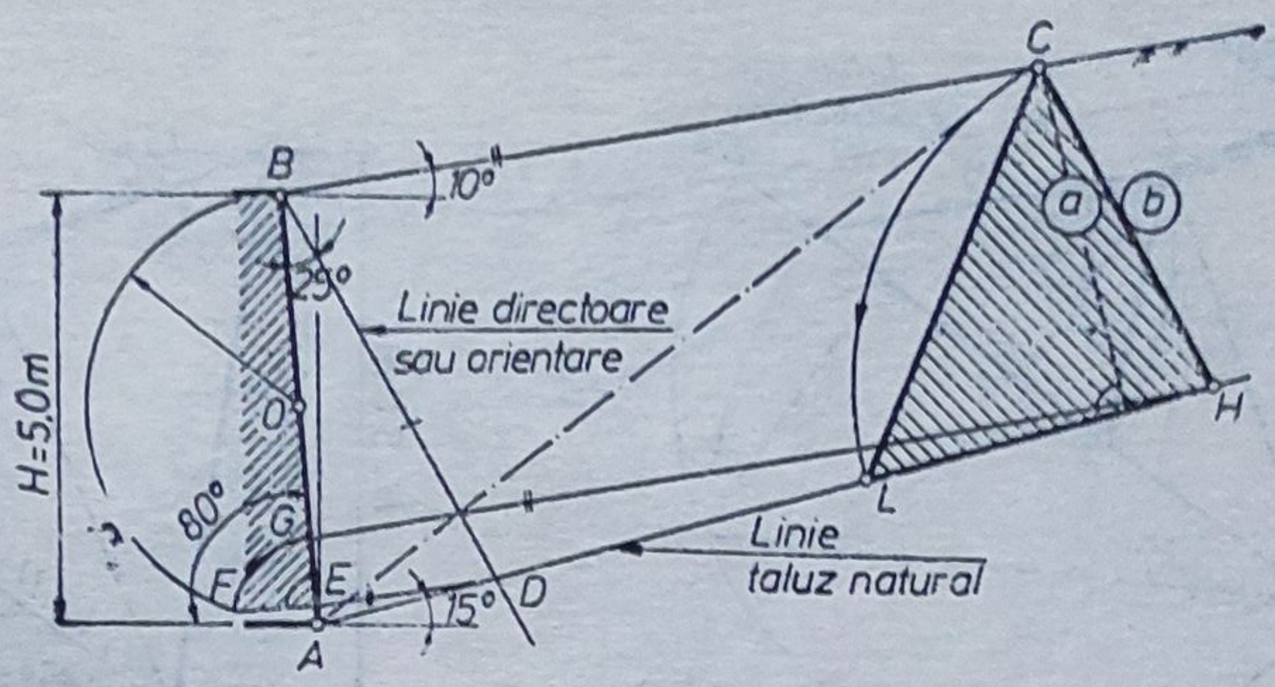


Fig. IV.2.15. Metoda Poncelet pentru cazul cînd valorile unghiurilor β şi φ sînt apropiate.

— se construieşte semicercul de diametru AB;

— din punctul D, intersecţia liniei de orientare cu linia taluzului natural se duce paralelă la suprafaţa terenului, obţinîndu-se punctul E, din care se ridică o perpendiculară pe parament ($DE \,//\, BC$; $EF \perp AB$);

— cu piciorul compasului în A se rabate segmentul AF pe paramentul AB ($AG = AF$);

— din G se duce paralela la suprafaţa terenului, găsindu-se poziţia punctului H;

— prin punctul H se duce paralela la linia de orientare, obţinîndu-se punctul C;

— cu piciorul compasului în H se rabate segmentul HC pe direcţia liniei taluzului natural obţinîndu-se punctul L, şi triunghiul HCL.

Aria triunghiului înmulţită cu greutatea volumică a pămîntului dă valoarea împingerii active pe paramentul AB.

$$P_a = \frac{1}{2} ab \cdot \gamma;$$

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot 4{,}1 \cdot 4{,}25 \cdot 19{,}2 = 167{,}28 \text{ kN/m de parament.}$$

Unind punctul A cu C, obţinem poziţia planului de alunecare ce conduce la apariţia împingerii active maxime.

În cazul cînd înclinarea terenului este aceeaşi cu a liniei de taluz natural ($\beta = \Phi$), prin construcţia grafică *Poncelet*, se obţine numai valoarea împingerii fără a avea posiblitatea precizării planului de alunecare ce duce la apariţia acesteia.

IV.2.13. Considerînd elementele geometrice şi caracteristicile terenului ca fiind următoarele: $H = 5{,}0$ m, $\theta = 75°$; $\beta = -20°$, $\Phi = 36°$, $\delta = 24°$ şi $\gamma = 20{,}10$ kN/m³, se cere prin construcţia grafică *Poncelet* să se găsească împingerea activă.

Rezolvare.

Etapele ce trebuie parcurse sînt aceleaşi ca în problemele IV.2.10, IV.2.11, IV.2.12, cu o singură modificare privind poziţia punctelor G şi D, intersecţia terenului şi respectiv a liniei de orientare cu linia taluzului natural. Pentru găsirea punctului H se ridică o perpendiculară din G (şi nu din D). Rezolvarea este dată în figura IV.2.16.

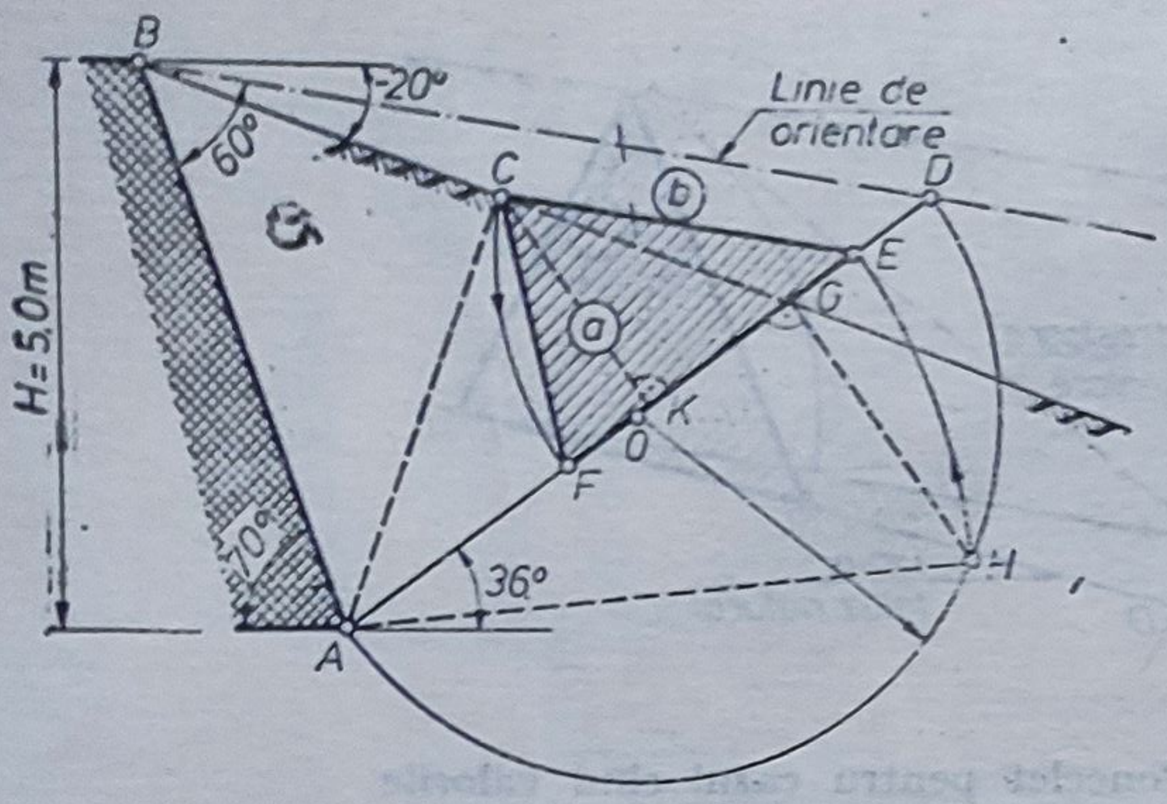


Fig. IV.2.16. Metoda Poncelet — caz particular.

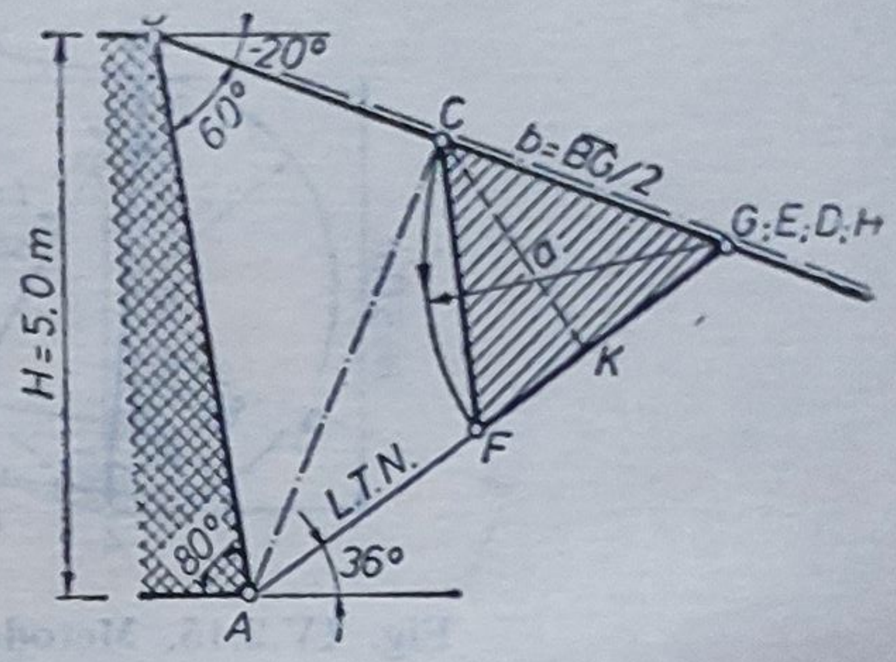


Fig. IV.2.17. Metoda Poncelet în cazul cînd linia de orientare se suprapune peste suprafața terenului.

Valoarea împingerii este: $P_a = \frac{a \cdot b}{2} \cdot \gamma$.

Din construcția grafică rezultă: $a = 2{,}3$ m și $b = 3{,}2$ m.

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot 2{,}3 \cdot 3{,}2 \cdot 20{,}10 = 73{,}968 \text{ kN/m}.$$

IV.2.14. Considerînd aceleași date ca în problema IV.2.13, cu excepția unghiului θ, care are valoarea de 80°, folosind metoda *Poncelet* să se găsească împingerea activă.

Rezolvare.

Construcția grafică este dată în figura IV.2.17.

La scara construcției 1/100, rezultă $a = 2{,}3$ m, $b = 2{,}8$ m și împingerea activă

$$P_a = \frac{1}{2} ab\gamma = \frac{2{,}3 \cdot 2{,}8}{2} \cdot 20{,}1 = 64{,}722 \text{ kN/m}.$$

IV.2.15. Să se calculeze, folosind procedeul grafic *Culmann*, împingerea activă, cunoscute fiind următoarele elemente: $H = 5{,}5$ m; $\theta = 80°$; $\beta = 10°$; $\Phi = 30°$; $\delta = 20°$; $\gamma = 19{,}80$ kN/m³.

La aceleași caracterisici geometrice și fizice, se vor analiza următoarele trei situații:

a) suprafață teren fără suprasarcină;

b) la suprafața terenului lucrează o suprasarcină $q = 35$ kP$_a$;

c) la suprafață lucrează sarcini concentrante P_1 și P_2 din însumarea celor uniform distribuite pe zonele $\overline{B2}$ și $\overline{26}$.

Rezolvare.

Construcțiile grafice sînt date în figura IV.2.18—IV.2.20, unde s-a lucrat la scara 1/100 pentru lungimi și 1 cm = 57,81 kN pentru forțe.

Din construcțiile grafice rezultă:

a) $\overline{KL} = 2{,}3$ cm; $P_a = 132{,}96$ kN/m;

b) $\overline{KL} = 3{,}7$ cm; $P_a = 213{,}89$ kN/m;

c) $\overline{KL} = 4{,}2$ cm; $P_a = 242{,}80$ kN/m.

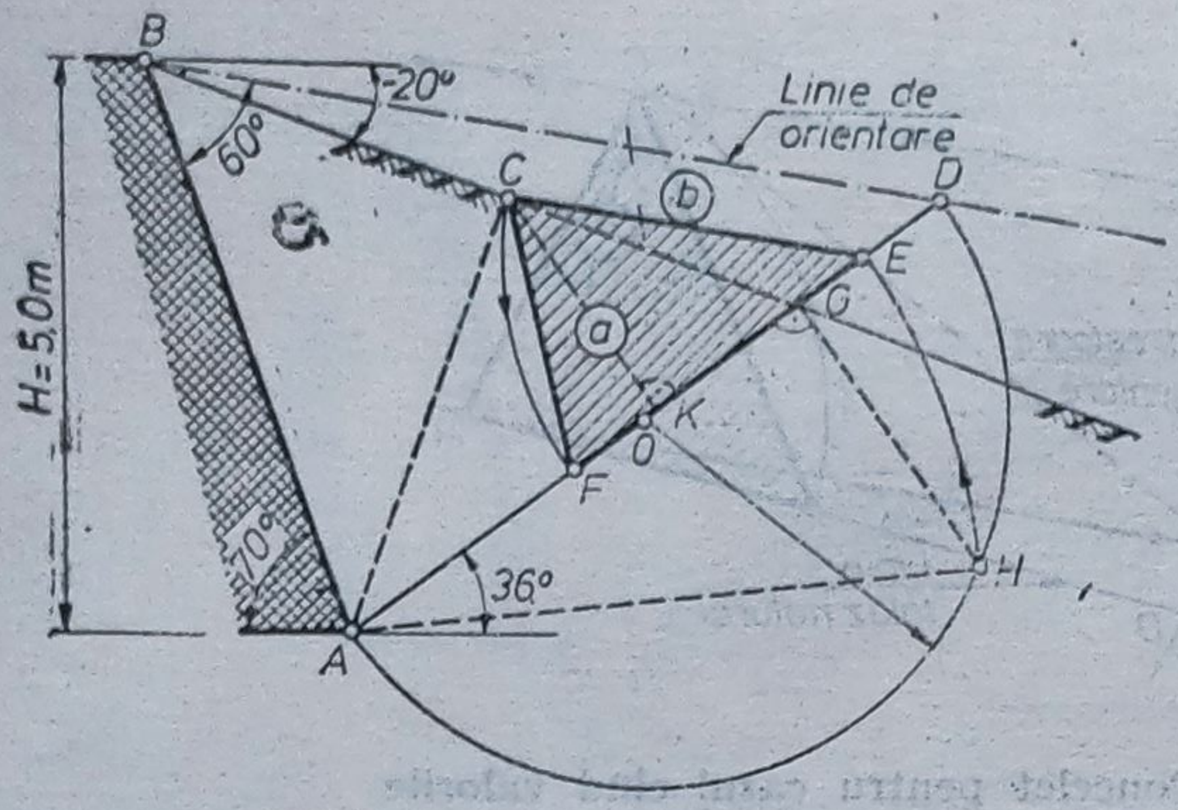


Fig. IV.2.16. Metoda Poncelet — caz particular.

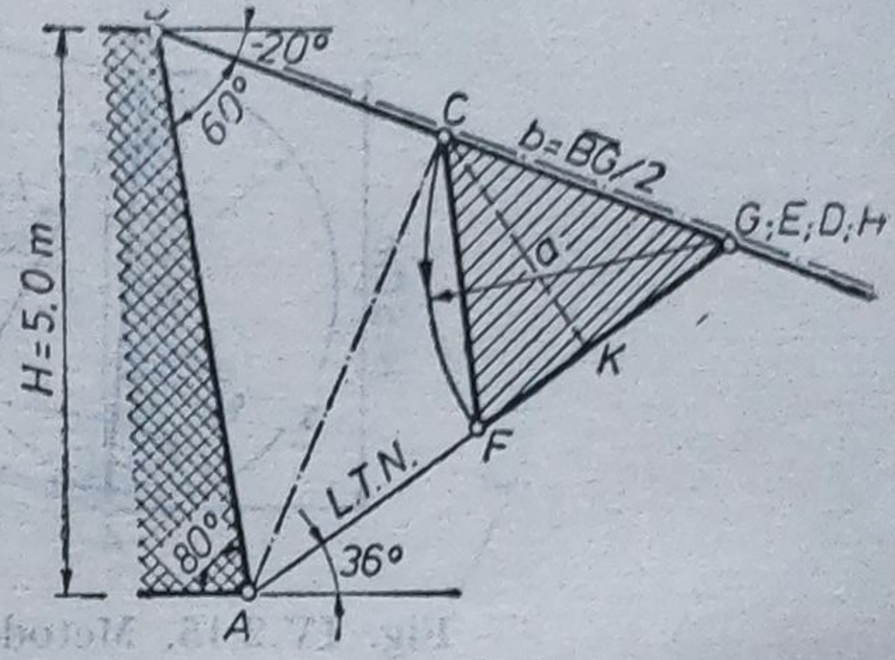


Fig. IV.2.17. Metoda Poncelet în cazul cînd linia de orientare se suprapune peste suprafața terenului.

Valoarea împingerii este: $P_a = \frac{a \cdot b}{2} \cdot \gamma$.

Din construcția grafică rezultă: $a = 2{,}3$ m și $b = 3{,}2$ m.

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot 2{,}3 \cdot 3{,}2 \cdot 20{,}10 = 73{,}968 \text{ kN/m}.$$

IV.2.14. Considerînd aceleași date ca în problema IV.2.13, cu excepția unghiului θ, care are valoarea de 80°, folosind metoda *Poncelet* să se găsească împingerea activă.

Rezolvare.

Construcția grafică este dată în figura IV.2.17.

La scara construcției 1/100, rezultă $a = 2{,}3$ m, $b = 2{,}8$ m și împingerea activă

$$P_a = \frac{1}{2} ab\gamma = \frac{2{,}3 \cdot 2{,}8}{2} \cdot 20{,}1 = 64{,}722 \text{ kN/m}.$$

IV.2.15. Să se calculeze, folosind procedeul grafic *Culmann*, împingerea activă, cunoscute fiind următoarele elemente: $H = 5{,}5$ m; $\theta = 80°$; $\beta = 10°$; $\Phi = 30°$; $\delta = 20°$; $\gamma = 19{,}80$ kN/m³.

La aceleași caracterisici geometrice și fizice, se vor analiza următoarele trei situații:

a) suprafață teren fără suprasarcină;

b) la suprafața terenului lucrează o suprasarcină $q = 35$ kP$_a$;

c) la suprafață lucrează sarcini concentrante P_1 și P_2 din însumarea celor uniform distribuite pe zonele $\overline{B2}$ și $\overline{26}$.

Rezolvare.

Construcțiile grafice sînt date în figura IV.2.18—IV.2.20, unde s-a lucrat la scara 1/100 pentru lungimi și 1 cm = 57,81 kN pentru forțe.

Din construcțiile grafice rezultă:

a) $\overline{KL} = 2{,}3$ cm; $P_a = 132{,}96$ kN/m;

b) $\overline{KL} = 3{,}7$ cm; $P_a = 213{,}89$ kN/m;

c) $\overline{KL} = 4{,}2$ cm; $P_a = 242{,}80$ kN/m.

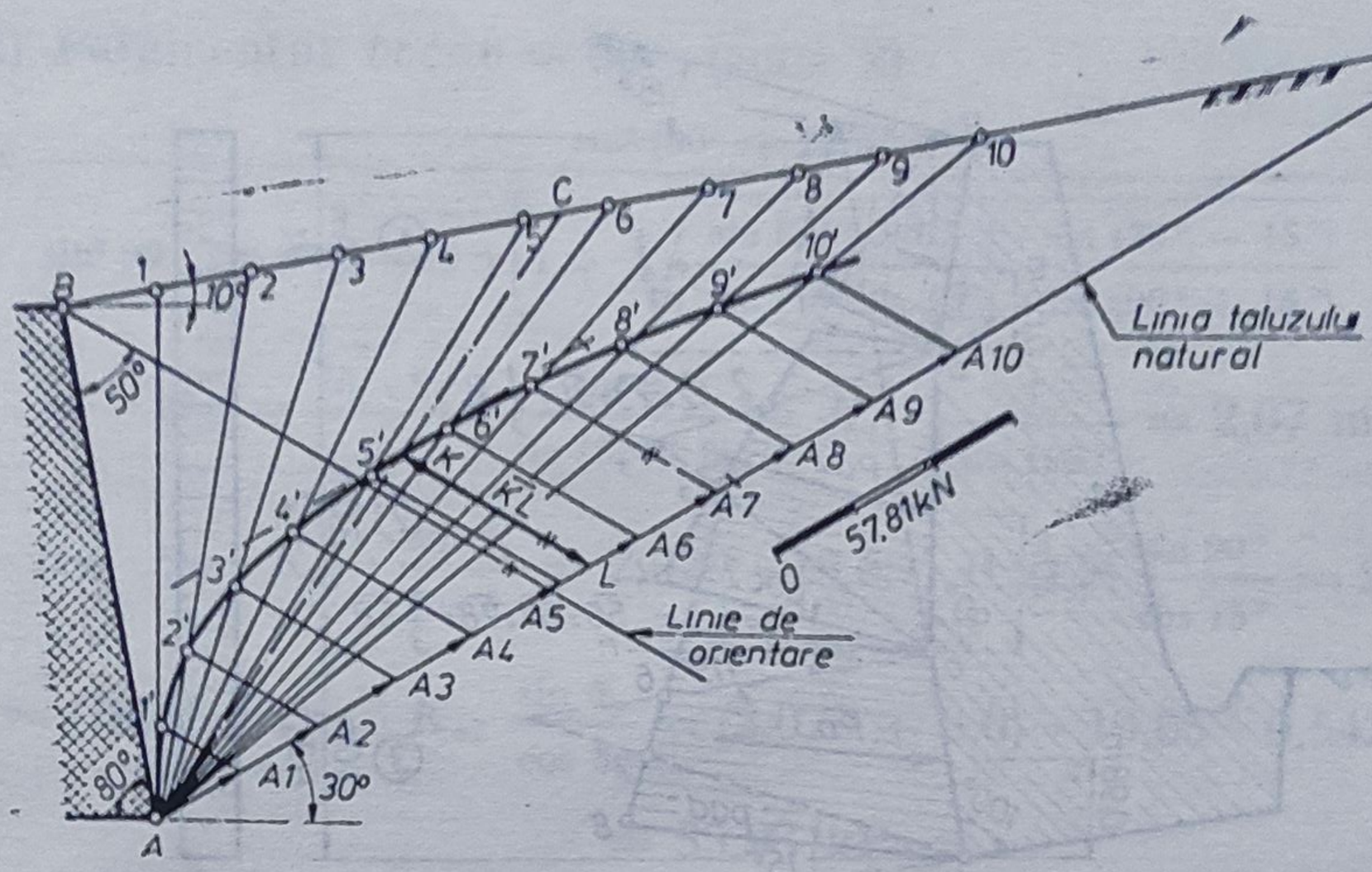


Fig. IV.2.18. Metoda Culmann — suprafață teren neîncărcată.

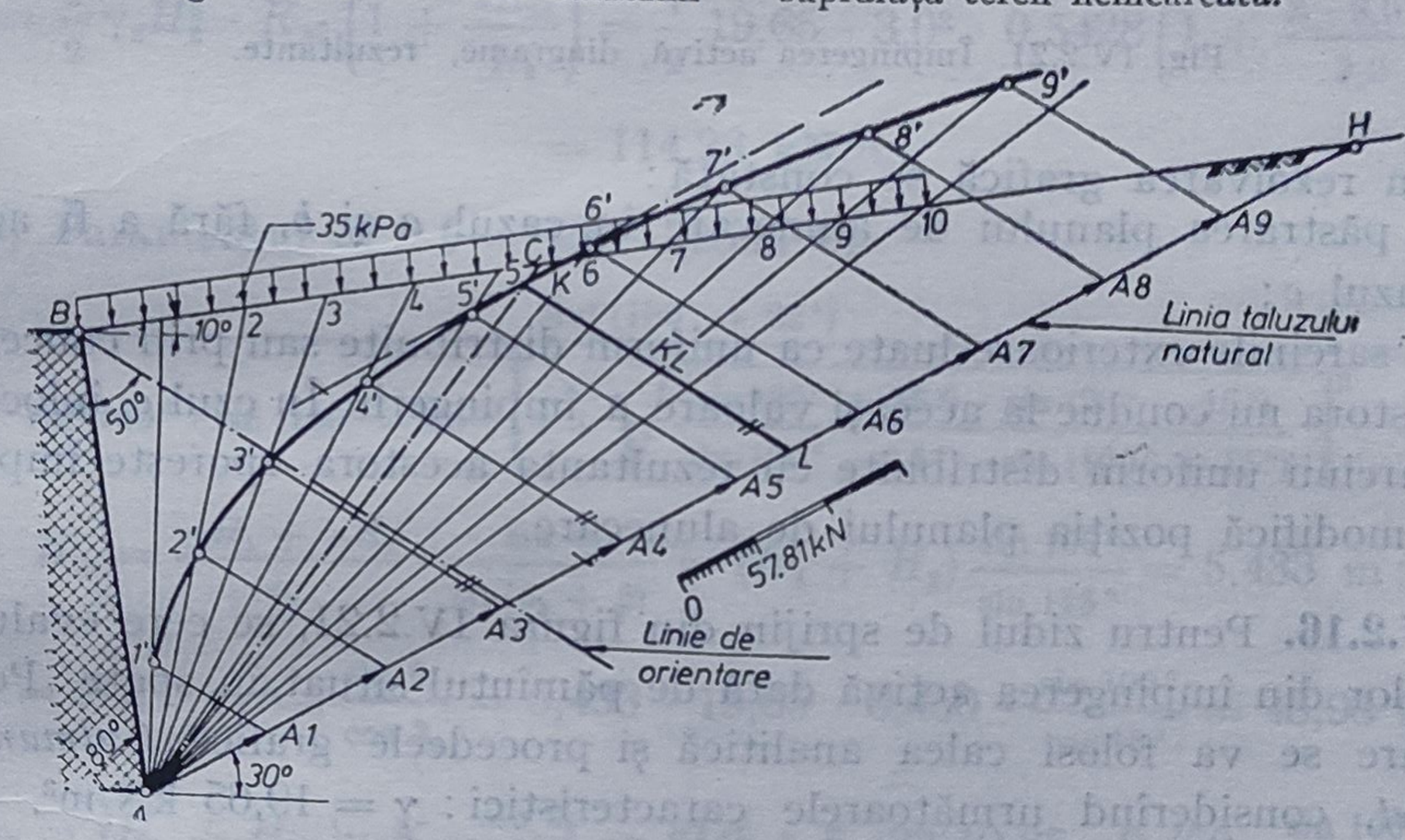


Fig. IV.2.19. Metoda Culmann — suprafață teren încărcată.

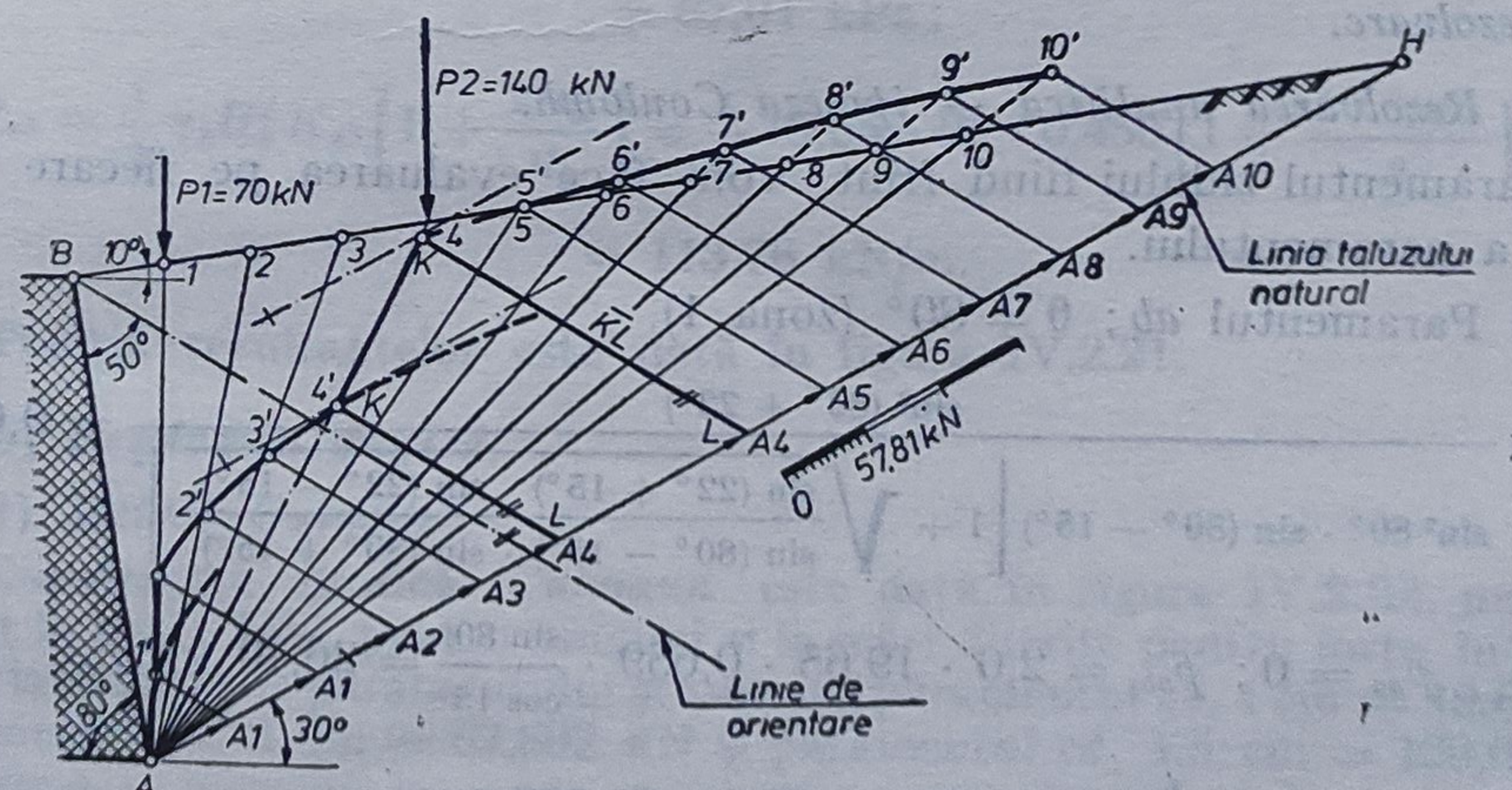


Fig. IV.2.20. Metoda Culmann — suprafață teren încărcată.

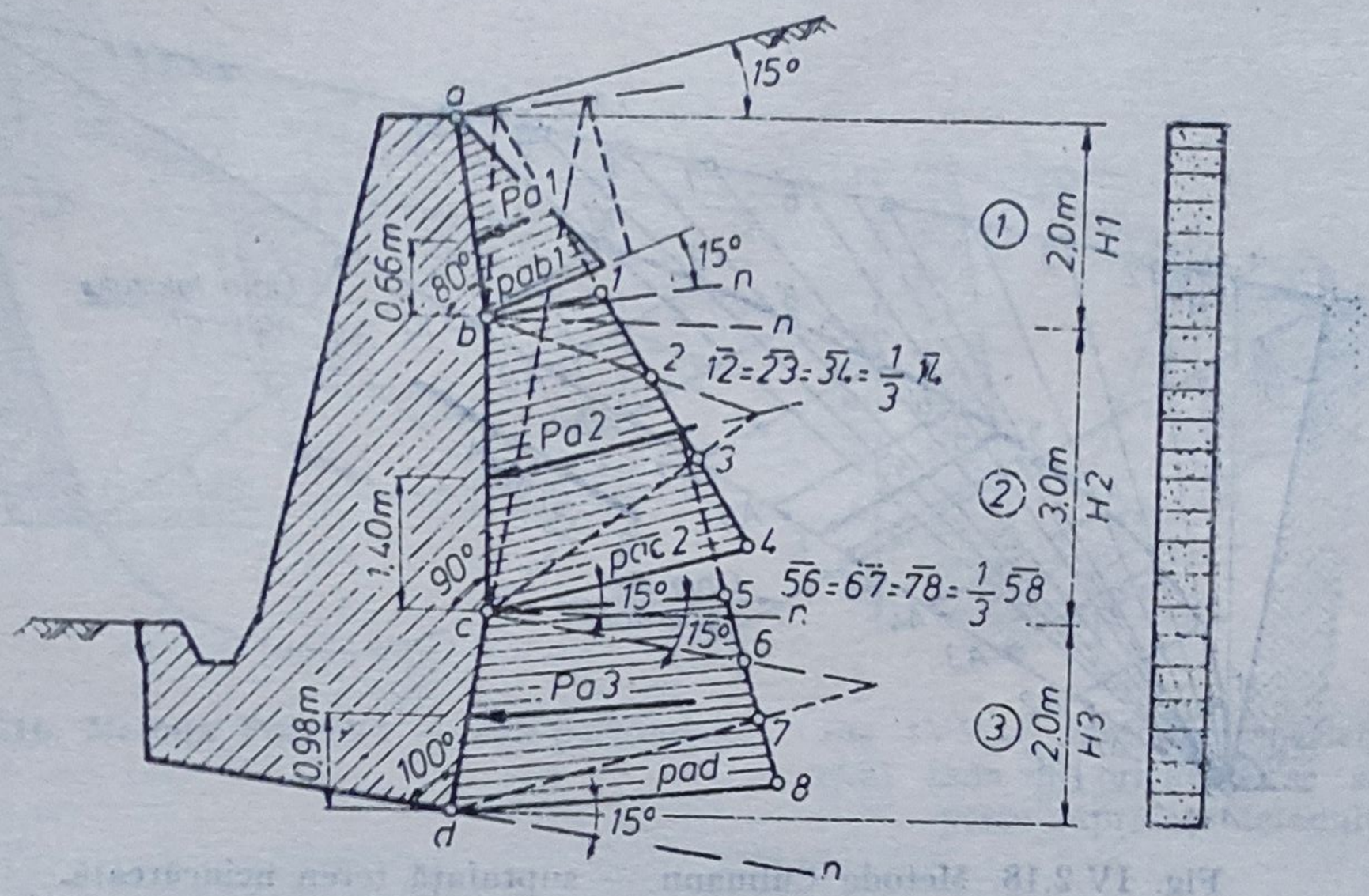


Fig. IV.2.21. Împingerea activă, diagrame, rezultante.

Din rezolvarea grafică se constată:

— păstrarea planului de alunecare în cazul *a* și *b*, fără a fi același și în cazul *c*;

— sarcinile exterioare luate ca uniform distribuite sau prin concentrarea acestora nu conduc la aceeași valoare a împingerii. În czul *c*, înlocuirea suprasarcinii uniform distribuite cu rezultanta acestora sporește împingerea și modifică poziția planului de alunecare.

IV.2.16. Pentru zidul de sprijin din figura IV.2.21, se cere evaluarea acțiunilor din împingerea activă dată de pământul situat în spate. Pentru rezolvare se va folosi calea analitică și procedeele grafice *Culmann* și *Poncelet*, considerînd următoarele caracteristici: $\gamma = 19{,}65$ kN/m³, $\Phi = 22°$, $\delta = 15°$, $\beta = 15°$.

Rezolvare.

a) *Rezolvarea analitică — ipoteza Coulomb.*

Paramentul zidului fiind frînt, vom face evaluarea pe fiecare zonă plană a paramentului.

1) Paramentul *ab*; $\theta = 80°$ (zona 1).

$$K_{a1} = \frac{\sin^2 (80° + 22°)}{\sin^2 80° \cdot \sin (80° - 15°) \left[1 + \sqrt{\dfrac{\sin (22° + 15°) \cdot \sin (22° - 15°)}{\sin (80° - 15°) \cdot \sin (80° + 15°)}} \right]^2} = 0{,}659;$$

$$p_{aa} = 0;\ p_{ab_1} = 2{,}0 \cdot 19{,}65 \cdot 0{,}659 \cdot \frac{\sin 80°}{\cos 15°} = 26{,}40 \text{ kPa};$$

$$P_{a1} = \frac{1}{2} 2^2 \cdot 19{,}65 \cdot 0{,}659 = 25{,}898 \text{ kN/m}.$$

2) Paramentul bc; $\theta = 90°$ (zona 2).

$$K_{a_2} = \frac{\sin^2 (90° + 22°)}{\sin^2 90 \cdot \sin (90° - 15°) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin (22° + 15°) \cdot \sin (22° - 15°)}{\sin (90° - 15°) \cdot \sin (90° + 15°)}}\right]^2} = 0{,}5428;$$

$$H_{2e} = \frac{H_1 \cdot \gamma_1}{\gamma_2} \cdot \frac{\sin \theta_2}{\sin (\theta_2 + \beta)} = H_1 \cdot \frac{1}{\sin 105°} = 2{,}07 \text{ m};$$

$$p_{ab_2} = H_{2e} \cdot \gamma_2 \cdot K_{a2} \cdot \frac{\sin \theta_2}{\cos \delta_2} = 2{,}070 \cdot 19{,}65 \cdot 0{,}5428 \frac{\sin 90°}{\cos 15°} = 22{,}85 \text{ kPa};$$

$$p_{ac_2} = (H_{2e} + H_2)\gamma_2 \cdot K_{a2} \frac{\sin \theta_2}{\cos \delta_2} = (2{,}070 + 3{,}0) \cdot 19{,}65 \cdot 0{,}5428 \frac{1}{\cos 15°} =$$

$$= 55{,}98 \text{ kPa};$$

$$P_{a2} = \frac{1}{2} \gamma_2 H_2^2 \cdot K_{a2} \left(1 + \frac{2H_{2e}}{H_2}\right) = \frac{1}{2} 19{,}65 \cdot 3{,}0^2 \cdot 0{,}5428 \left(1 + \frac{2 \cdot 2{,}070}{3{,}0}\right) =$$

$$= 114{,}23 \text{ kN/m}.$$

3) Paramentul cd; $\theta = 100°$ (zona 3).

$$K_{a_3} = \frac{\sin^2 (100° + 22°)}{\sin^2 100° \cdot \sin (100° - 15°) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin (22° + 15°) \cdot \sin (22° - 15°)}{\sin (100° - 15°) \cdot \sin (100° + 15°)}}\right]^2} = 0{,}450;$$

$$H_{3e} = \frac{\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2}{\gamma_3} \cdot \frac{\sin \theta_3}{\sin (\theta_3 + \beta)} = (H_1 + H_2) \frac{\sin 100°}{\sin 115°} = 5{,}433 \text{ m};$$

$$p_{ac_3} = H_{3e} \cdot \gamma_3 K_{a3} \frac{\sin \theta_3}{\cos \delta_3} = 5{,}433 \cdot 19{,}65 \cdot 0{,}450 \cdot \frac{\sin 100°}{\cos 15°} = 48{,}98 \text{ kPa};$$

$$p_{ad} = (H_3 + H_{3e})\gamma_3 K_{a3} \frac{\sin \theta_3}{\cos \delta_3} = (2{,}0 + 5{,}433) 19{,}65 \cdot 0{,}450 \cdot \frac{\sin 100°}{\cos 15°} =$$

$$= 67{,}01 \text{ kPa};$$

$$P_{a3} = \frac{1}{2} \gamma_3 H_3^2 K_{a3} \left(1 + \frac{2H_{3e}}{H_3}\right) = \frac{1}{2} 19{,}65 \cdot 2^2 \cdot 0{,}450 \left(1 + \frac{2 \cdot 5{,}433}{2}\right) =$$

$$= 113{,}76 \text{ kN/m}.$$

Poziţia rezultantelor este dată în figura IV.2.21.

b) *Rezolvarea grafică.*

1) *Metoda Culmann.*

Construcţia grafică *Culmann* este dată în figura IV.2.22, unde s-a lucrat la scara 1/50, pentru lungimi şi la scări diferite pentru forţe, în cadrul celor trei zone ale paramentului şi anume : paramentul ab, 1 cm = 19,65 kN ; paramentul bc, 2 cm = 67,802 kN şi paramentul cd, 1,5 cm = 120,08 kN.

Găsirea împingerii active necesită următoarele etape :

- paramentul ab

— calculul greutăţilor prismelor de pămînt acceptînd diferite poziţii succesive ale suprafeţei de cedare :

$$G_i = i \cdot G_{ab1} \text{ pentru } i = \ldots 6, \text{ unde}$$

$$G_{ab1} = \frac{\overline{a1} \cdot \overline{bk}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma_1 = \frac{1 \cdot 2}{2} \cdot 1 \cdot 19{,}65 = 19{,}65 \text{ kN};$$

— reprezentarea forţelor G_i pe linia taluzului natural, ce face cu orizontala unghiul $\Phi = 22°$;

— fixarea liniei de orientare ce face cu paramentul *ab*, unghiul $\Phi + \delta = 37°$;

— trasarea paralelelor la linia de orientare plecînd din extremităţile vectorilor G_i (punctele b_1, b_2, ..., b_6), pînă intersectează suprafeţele de alunecare *b*1, *b*2, ..., *b*6;

— trasarea curbei de variaţie a împingerii active (parabola Culmann);

— găsirea punctului de maxim T' al curbei prin ducerea tangentei la curbă paralelă cu linia taluzului natural;

— ducerea unei paralele la linia de orientare plecînd din punctul T' şi găsirea punctului T;

— găsirea împingerii active, reprezentată de mărimea segmentului $T'T$, ţinînd cont de scara forţelor : $\overline{T'T} = 1{,}35$ cm

$$P_{a1} = 1{,}35 \cdot 19{,}65 = 26{,}52 \text{ kN/m}.$$

- paramentul *bc*

— aceleaşi etape ca şi în cazul paramentului *ab*, calculul greutăţilor prismelor de pămînt făcîndu-se ţinînd cont de prezenţa pămîntului pe zona paramentului *ab*, prin folosirea greutăţii echivalente, $\gamma_{2\,ech}$, dată de relaţia

$$\gamma_{2\,ech} = \gamma\left(1 + \frac{2 \cdot H_{2\,ech}}{H_2}\right) = 19{,}65\left(1 + \frac{2 \cdot 2{,}07}{3}\right) = 46{,}76 \text{ kN/m}^3;$$

$$G_e = i \cdot G_{cb1'}, \text{ pentru } i = 1' \ldots 6';$$

$$G_{cb1'} = \frac{\overline{b1'} \cdot \overline{ck}}{2} \cdot 1 \cdot \gamma_{2\,ech} = \frac{1 \cdot 2{,}9}{2} \cdot 1 \cdot 46{,}76 = 67{,}802 \text{ kN}.$$

Împingerea activă este dată de segmentul $\overline{T'T} = 3{,}45$ cm, deci ţinînd cont de scara forţelor are valoarea :

$$P_{a2} = \frac{3{,}45 \cdot 67{,}802}{2} = 116{,}95 \text{ kN/m};$$

- paramentul *cd*.

— necesită aceeaşi filieră cu următoarele date :

$G_i = i \cdot G_{dc1}$, pentru $i = 1 \ldots 6$; $\gamma_{3\,ech} = 126{,}408$ kN/m³;

$$G_{dc1} = \frac{\overline{dk} \cdot \overline{c1}}{2} \gamma_{3\,ech} = \frac{1{,}9 \cdot 1}{2} \cdot 126{,}408 = 120{,}08 \text{ kN};$$

$$\overline{TT'} = 1{,}5 \text{ cm}; \quad P_{a3} = 120{,}08 \text{ kN/m}.$$

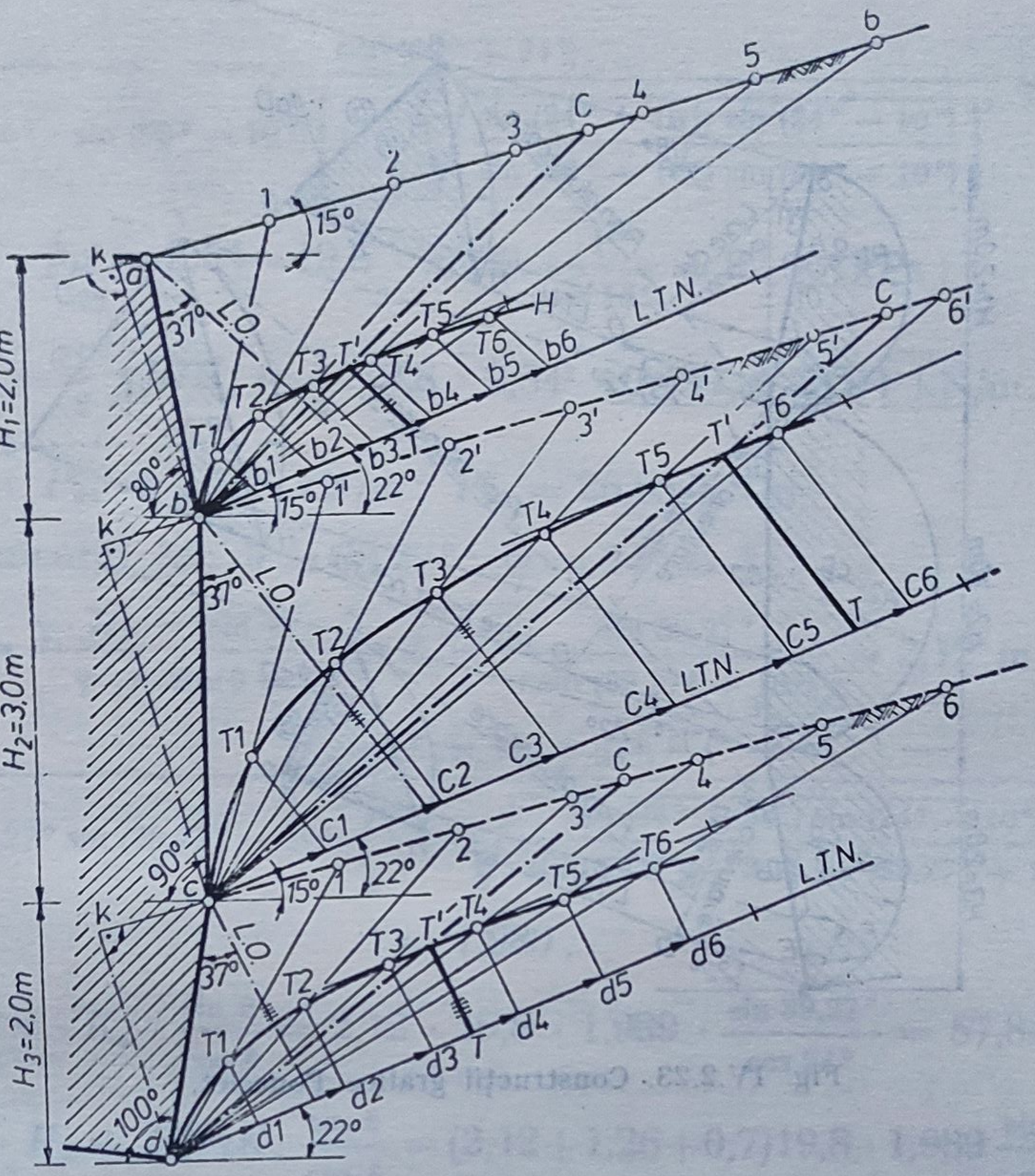


Fig. IV.2.22. Construcția grafică Culmann.

2) *Metoda Poncelet.*

Rezolvarea, folosind această metodă, este dată în figura IV.2.23, unde scara lungimilor este 1/50.

Urmărind etapele enunțate în exemplul IV.2.12, se obține:

- paramentul ab: $a = 1{,}6$ m; $b = 1{,}8$ m; $S_{\Delta GCH} = \frac{1{,}8 \cdot 1{,}6}{2} = 1{,}44$ m²;

$$P_{a1} = S_{\Delta GCH} \cdot \gamma = 28{,}29 \text{ kN/m};$$

- paramentul bc: $a = 2{,}15$ m; $b = 2{,}2$ m; $S_{\Delta GCH} = \frac{2{,}2 \cdot 2{,}15}{2} =$

$= 2{,}365$ m²;

$$P_{a2} = S_{\Delta GCH} \cdot \gamma_{2\,ech} = 2{,}365 \cdot 46{,}767 = 110{,}60 \text{ kN/m};$$

- paramentul cd: $a = b = 1{,}3$ m; $S_{\Delta GCH} = 0{,}845$ m²;

$$P_{a3} = S_{\Delta GCH} \cdot \gamma_{3\,ech} = 0{,}845 \cdot 126{,}408 = 106{,}81 \text{ kN/m}.$$

IV.2.17. Pentru zidul de sprijin, din figura IV.2.24, se cere să se evalueze împingerea activă a pământului, dată de o umplutură din prafuri argiloase cu $\gamma = 19{,}8$ kN/m³; $\Phi = 24°$. Suprafața umpluturii prezintă o înclinare de 10° față de orizontală.

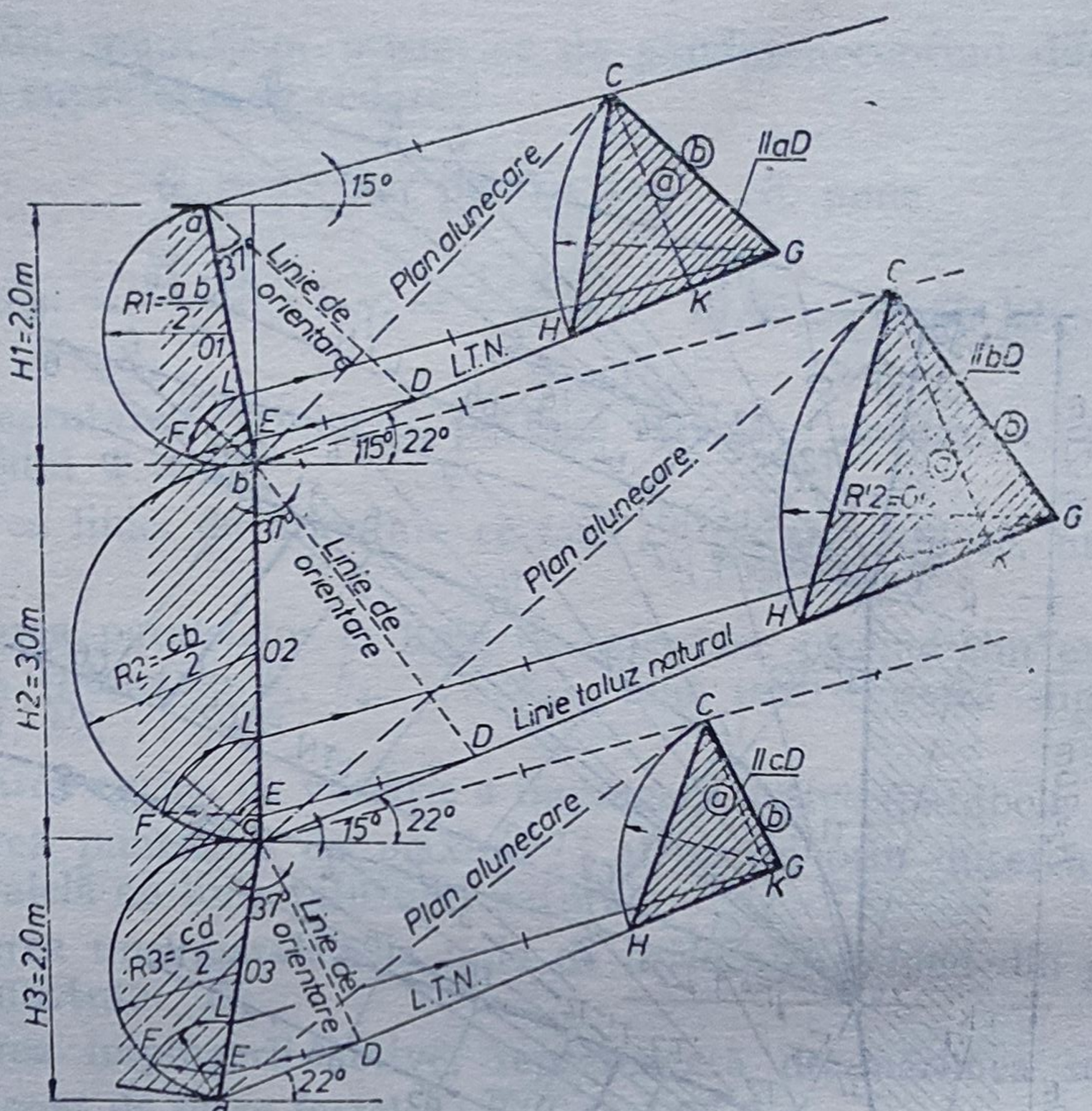


Fig. IV.2.23. Construcţii grafice Poncelet.

Rezolvare.

Calculul este efectuat în conformitate cu anexa IV.2.4.

1) *Împingerea în ipoteza Coulomb.*

a) Paramentul ab: $\theta = 90°$; $\delta = \frac{2}{3}\,\Phi = 16°$;

$$p_{aa} = 0;$$

$$p_{ab} = H\gamma K_a \frac{\sin\theta}{\cos\delta};$$

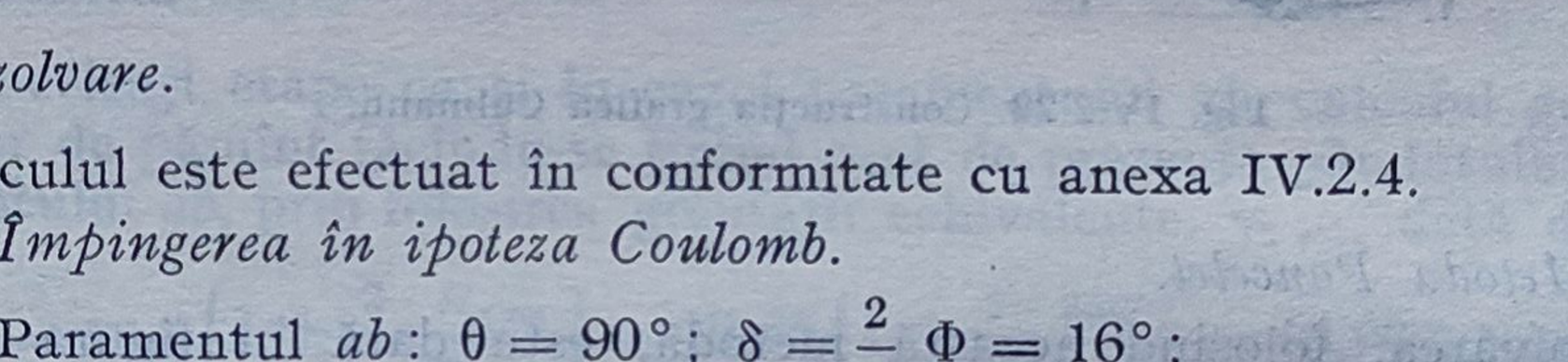


Fig. IV.2.24. Diagrame de variaţie ale împingerii.

$$K_a = \frac{\sin^2(90° + 24°)}{\sin^2 90° \cdot \sin(90° - 16°)\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(24° + 16°)\sin(24° - 10°)}{\sin(90° - 16°)\sin(90° + 10°)}}\right]^2} = 0{,}439;$$

$$p_{ab} = 2{,}54 \cdot 19{,}8 \cdot 0{,}439 \frac{1}{\cos 16°} = 22{,}96 \text{ kPa};$$

$$P_{a1} = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a = \frac{1}{2}\, 19{,}8 \cdot 2{,}54^2 \cdot 0{,}439 = 28{,}04 \text{ kN/m}.$$

Componente: $P^v_{a1} = 7{,}728$ kN/m; $P^h_{a1} = 26{,}95$ kN/m.

b) Paramentul bd; $\theta = 39{,}27°$; $\Phi = 24° = \delta$;

$$H_e = \frac{\gamma \cdot H_1}{\gamma} \frac{\sin\theta}{\sin(\theta + \beta)} = 2{,}54 \cdot \frac{\sin 39{,}27°}{\sin(39{,}27° + 10°)} = 2{,}12 \text{ m};$$

$$K_a = \frac{\sin^2(39{,}27° + 24°)}{\sin^2 39{,}27° \sin(39{,}27° - 24°)\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(24° + 24°)\sin(24° - 10°)}{\sin(39{,}27° - 24°)\sin(39{,}27° + 10°)}}\right]^2} =$$

$$= 1{,}989;$$

$$p_{ab} = H_e \cdot \gamma \cdot K_a \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta} = 2{,}12 \cdot 19{,}8 \cdot 1{,}989 \cdot \frac{\sin 39{,}27°}{\cos 24°} = 57{,}84 \text{ kPa};$$

$$p_{ad} = (H_e + H_2 + H_2')\gamma K_a \frac{\sin\theta}{\cos\delta} = (2{,}12 + 1{,}26 + 0{,}7)19{,}8 \cdot 1{,}989 \frac{\sin 39{,}27°}{\cos 24°} =$$

$$= 111{,}33 \text{ kPa}.$$

Determinarea rezultantei pe paramentul bd:

$$\overline{bd} = \frac{H_2 + H_2'}{\sin\theta} = \frac{1{,}96}{\sin 39{,}27°} = 3{,}09 \text{ m};$$

$$P_{a2} = \frac{p_{ab} + p_{ad}}{2} \cdot \overline{bd} \cdot \cos\delta = \frac{57{,}84 + 111{,}33}{2} \cdot 3{,}09 \cdot \cos 24° = 239{,}27 \text{ kN/m}.$$

Componentele orizontală și verticală:

$$P^v_{a2} = P_{a2} \cdot \cos(\theta - \delta) = 239{,}27 \cdot \cos 15{,}27° = 230{,}825 \text{ kN/m};$$

$$P^h_{a2} = P_{a2} \cdot \sin(\theta - \delta) = 239{,}27 \cdot \sin(39{,}27° - 24°) = 63{,}01 \text{ kN/m}.$$

Punct de aplicație:

$$z_2 = \frac{2 \cdot 57{,}87 + 111{,}33}{57{,}87 + 111{,}33} \cdot \frac{\overline{bd}}{3} \cdot \cos\delta = 1{,}26 \text{ m}.$$

c) Paramentul df: $\theta = 90°$; $\delta = \frac{2}{3}\Phi = 16°$; $\beta = 10°$.

$$K_a = 0{,}439;$$

$$H_e' = \frac{\overline{ed} \cdot \gamma}{\gamma} \cdot \frac{\sin 90°}{\sin(90° + 10°)} = 4{,}92 \cdot \frac{1}{\sin 100°} = 4{,}99 \text{ m};$$

$$p_{ad} = H_e' \cdot \gamma \cdot K_a \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \delta} = 4{,}99 \cdot 19{,}8 \cdot 0{,}439 \cdot \frac{1}{\cos 16^\circ} = 45{,}12 \text{ kPa};$$

$$p_{af} = (H_e' + H_3) \cdot \gamma \cdot K_a \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \delta} = (4{,}99 + 0{,}5)\, 19{,}8 \cdot 0{,}439 \frac{1}{\cos 16^\circ} =$$

$$= 49{,}64 \text{ kPa};$$

$$P_{a3} = \frac{1}{2} \gamma H_3^2 K_a \left(1 + \frac{2H_e'}{H_3}\right) = \frac{1}{2} 19{,}8 \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}439 \left(1 + \frac{2 \cdot 4{,}99}{0{,}5}\right) =$$

$$= 22{,}77 \text{ kN/m}.$$

Componente: $P_{a3}^h = 21{,}88$ kN/m; $P_{a3}^v = 6{,}27$ kN/m.

$$z_3 = \frac{2 \cdot 45{,}12 + 49{,}64}{45{,}12 + 49{,}64} \cdot \frac{0{,}5}{3} = 0{,}246 \text{ m}.$$

2) *Împingerea după Rankine (varianta 2)* — planul *edf*.

$$K_a = \cos 10^\circ \cdot \frac{\cos 10^\circ - (\cos^2 10^\circ - \cos^2 24^\circ)^{1/2}}{\cos 10^\circ + (\cos^2 10^\circ - \cos^2 24^\circ)^{1/2}} = 0{,}449;$$

$p_{ae} = 0$;

$p_{ad} = \gamma \cdot \overline{ed} \cdot K_a = 19{,}8 \cdot 4{,}92 \cdot 0{,}449 = 43{,}73$ kPa;

$p_{af} = \overline{ef} \cdot \gamma \cdot K_a = 5{,}42 \cdot 19{,}8 \cdot 0{,}449 = 48{,}18$ kPa.

Rezultanta: $P_a = \frac{1}{2} \gamma \cdot \overline{ef}^2 \cdot K_a = \frac{1}{2} 19{,}8 \cdot 5{,}42^2 \cdot 0{,}449 = 130{,}58$ kN/m.

Împingerea aferentă înălţimii zidului de sprijin $H = 5{,}0$ m:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \cdot K_a = \frac{1}{2} 19{,}8 \cdot 5^2 \cdot 0{,}449 = 111{,}12 \text{ kN/m}.$$

Componente: $P_a^v = P_a \cdot \sin \beta = 111{,}12 \cdot \sin 10^\circ = 19{,}29$ kN/m;

$$P_a^h = P_a \cdot \cos \beta = 111{,}12 \cdot \cos 10^\circ = 109{,}43 \text{ kN/m}.$$

Solicitări ce trebuie luate în consideraţie, cauzate de prezenţa umpluturii de pământ din spatele zidului de sprijin.

Forţe orizontale:

Varianta 1: $\Sigma H = P_{a1}^h + P_{a2}^h + P_{a3}^h = 26{,}95 + 63{,}01 + 21{,}88 =$

$$= 111{,}84 \text{ kN/m}.$$

Varianta 2: $\Sigma H = P_a^h = 109{,}43$ kN/m.

Forţe verticale:

Varianta 1: $\Sigma V = P_{a1}^v + P_{a2}^v + P_{a3}^v + G_{bcd} = 7{,}728 + 230{,}825 +$

$$+ 6{,}27 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}96 \cdot 2{,}4 \cdot 19{,}8 = 291{,}39 \text{ kN/m}.$$

Varianta 2: $\Sigma V = P_a^v + G_{acde} = 19{,}29 + \frac{4{,}5 + 4{,}92}{2} \cdot 24 \cdot 19{,}8 =$

$$= 243{,}100 \text{ kN/m}$$

Cele două moduri de evaluare a solicitărilor cauzate de prezența umpluturii conduc la valori relativ apropiate.

IV.2.18. Un zid de sprijin cu contraforți avînd dimensiunile prezentate în figura IV.2.25 susține un pămînt necoeziv avînd $\gamma = 19{,}4$ kN/m³, $\Phi = 30°$, prezentînd suprafața înclinată față de orizontala la un unghi $\beta = 10°$. Contraforții sînt plasați la o distanță de 3,0 m. Se cere să se stabilească solicitatea provenită din împingerea activă a pămîntului.

Rezolvare.

La aceste tipuri de ziduri de sprijin împingerea se evaluează pe un plan vertical ce trece prin extremitatea tălpii (dalei)—*df*. În acest caz planul *df* poate fi tratat ca un plan vertical din interiorul unei mase semiinfinite. În aceste condiții împingerea activă și pasivă se calculează cu relația :

$$\left.\begin{matrix} p_a \\ p_p \end{matrix}\right\} = \gamma z \cos\beta \frac{\cos\beta \mp (\cos^2\beta - \cos^2\Phi)^{1/2}}{\cos\beta \pm (\cos^2\beta - \cos^2\Phi)^{1/2}},$$

în care : z este adîncimea în raport cu suprafața terenului ;
β — unghiul de înclinare al suprafeței terenului.

Împingerea crește liniar cu adîncimea și este paralelă cu suprafața terenului.

Aplicarea relației anterioare, pentru cazul împingerii active, conduce la următoarele valori numerice :
— punctul f : $p_{af} = 0$;
— punctul c', obținut prin ducerea unei paralele la suprafața umpluturii din punctul b :

$$p_{ac'} = 19{,}40 \cdot 6{,}90 \cdot \cos 10° \frac{\cos 10° - (\cos^2 10° - \cos^2 30°)^{1/2}}{\cos 10° + (\cos^2 10° - \cos^2 30°)^{1/2}};$$

$$p_{ac'} = 46{,}72 \text{ kPa};$$

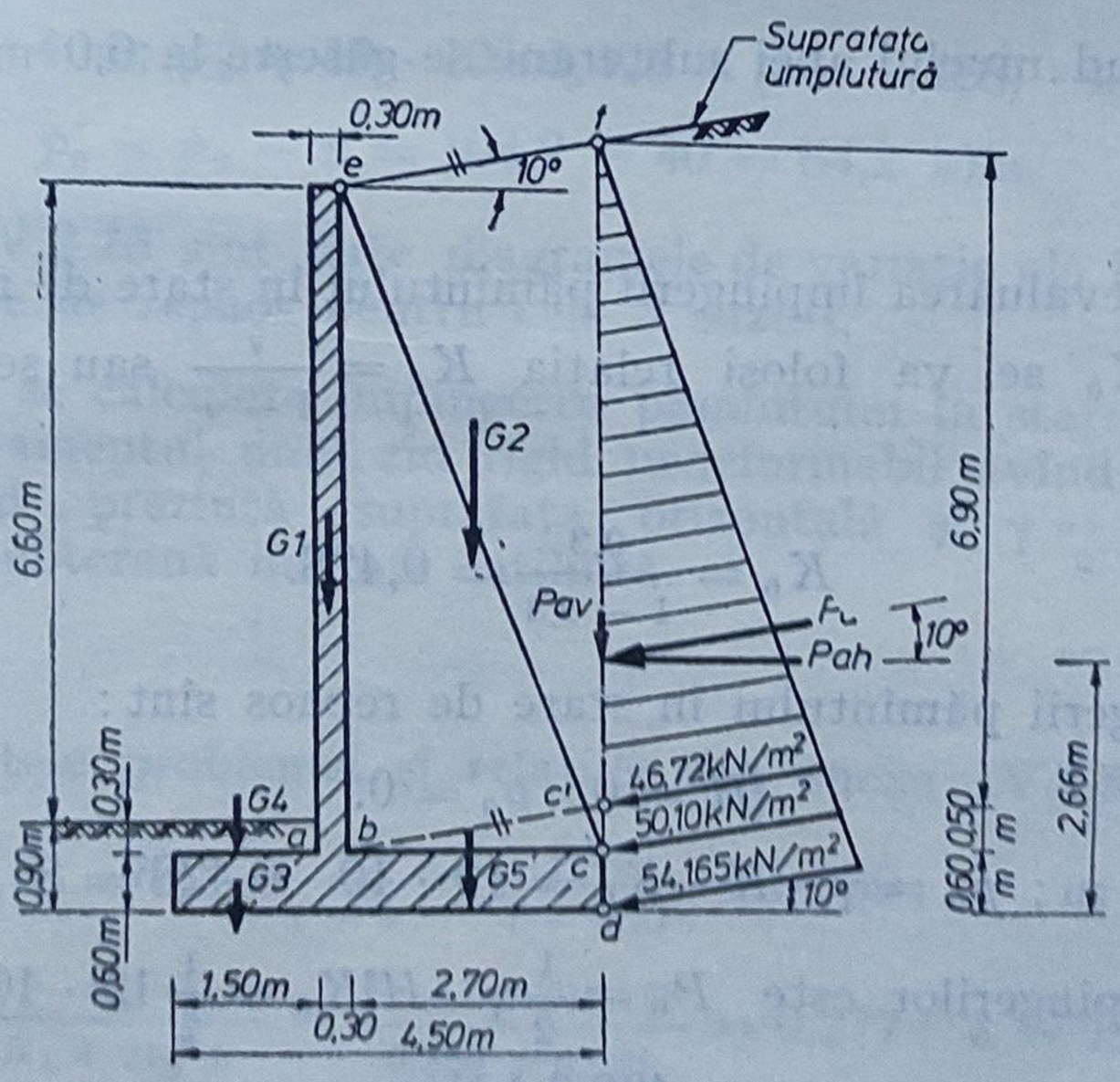


Fig. IV.2.25. Variația împingerii active.

— punctul c: $p_{ac} = 19{,}40 \cdot 7{,}4 \cdot 0{,}349 = 50{,}10$ kPa;

— punctul d: $p_{ad} = 19{,}40 \cdot 8 \cdot 0{,}349 = 54{,}16$ kPa;

Împingerea activă rezultantă este aria diagramei din figura IV.2.25:

$$P_a = \frac{1}{2} p_{ad} \cdot \overline{df} \cdot \cos \beta;$$

$$P_a = \frac{1}{2} 54{,}16 \cdot 8 \cdot \cos 10° = 213{,}35 \text{ kN/m}.$$

Punctul de aplicație este situat la $\frac{1}{3} \overline{df} = 2{,}66$ m față de punctul d.

Componentele verticale și orizontale sînt:

$$P_a^v = P_a \sin \beta = 213{,}35 \cdot \sin 10° = 37{,}05 \text{ kN/m};$$

$$P_a^h = P_a \cos \beta = 213{,}35 \cdot \cos 10° = 210{,}10 \text{ kN/m}.$$

În analiza unor alte aspecte legate de asemenea structuri de sprijin, alături de împingerea activă se va ține cont de celelalte solicitări ce intervin. În figura IV.2.25 s-au marcat în plus doar vectorii forțelor din greutatea proprie a elementului din beton și a umpluturii, cuprinsă între paramentul și planul pe care s-a evaluat împingerea și a umpluturii din fața elementului de sprijin.

IV.2.19. Să se găsească împingerea pămîntului în stare de repaos pe un perete vertical rigid, nedeformabil avînd înălțimea $H = 10$ m. Pămîntul este un nisip omogen, avînd greutatea volumică $\gamma = 19$ kN/m³, coeficientul Poisson $\nu = 0{,}30$ și unghiul de frecare interioară $\Phi = 31°$. Se vor analiza cazurile următoare:

a) cazul cînd lipsește apa subterană;

b) cazul cînd nivelul apei subterane se găsește la nivelul suprafeței terenului;

c) cazul cînd nivelul apei subterane se găsește la 6,0 m sub suprafața terenului.

Rezolvare.

a) Pentru evaluarea împingerii pămîntului în stare de repaos la determinarea lui K_0 se va folosi relația $K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu}$ sau se va alege din anexa IV.2.5.

$$K_0 = \frac{0{,}3}{1 - 0{,}3} = 0{,}428.$$

Valorile împingerii pămîntului în stare de repaos sînt:

$$\begin{cases} H = 0; \; p_0 = 0. \\ H = 10 \text{ m}; \; p_0 = \gamma \cdot H \cdot K_0 = 19 \cdot 10 \cdot 0{,}428 = 81{,}32 \text{ kPa}. \end{cases}$$

Rezultanta împingerilor este $P_0 = \frac{1}{2} \gamma \cdot H^2 K_0 = \frac{1}{2} 19 \cdot 10^2 \cdot 0{,}428 =$

$$= 406{,}6 \text{ kN/m}.$$

b) Prezența apei presupune dezvoltarea unor presiuni neutrale u, considerate pozitive sub nivelul apei subterane și negative deasupra acestuia.

Relațiile generale de calcul în termenii eforturi totale și efective sînt: $p_0 = \gamma H \cdot K_0 + (1 - K_0)\, u$, $p'_0 = p_0 - u$; pentru un punct situat la adîncimea H în raport cu suprafața terenului. Presiunea neutrală se calculează cu relația:

$$u = \gamma_w z,$$

unde: z este cota punctului sub nivelul apei sau deasupra acestuia.

În acest caz obținem:

$$H = 0;\ z = 0;\ p_0 = 0;\ p'_0 = 0.$$

$H = 10$ m; $z = 10$ m; $p_0 = 19 \cdot 10 \cdot 0{,}428 + (1 - 0{,}428) \cdot 10 \cdot 10 =$

$$= 138{,}52 \text{ kPa};$$

$$p'_0 = 38{,}52 \text{ kPa}.$$

$$P_0 = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_0 + (1 - K_0)\frac{\gamma_w z^2}{2};\quad P'_0 = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_0 - K_0 \frac{\gamma_w z^2}{2};$$

$$P_0 = \frac{1}{2} 19 \cdot 10^2 \cdot 0{,}428 + (1 - 0{,}428)\frac{10 \cdot 10^2}{2};$$

$$P_0 = 406{,}6 + 286 = 692{,}2 \text{ kN/m};\ P'_0 = 196{,}6 \text{ kN/m}.$$

c) După relațiile de la punctul b, vom obține:

$H = 0$,; $z = 6$ m; $p_0 = (1 - K_0)u = (1 - 0{,}428)(-60) = -34{,}32$kPa;

$$p'_0 = -34{,}32 + 60 = 25{,}68 \text{ kPa}.$$

$H = 10$ m; $z = 4$ m; $p_0 = 19 \cdot 10 \cdot 0{,}428 + (1 - 0{,}428) \cdot 40 = 104{,}2$ kPa;

$$p'_0 = p_0 - u = 104{,}2 - 40 = 64{,}2 \text{ kPa}.$$

În figura IV.2.26 sînt date diagramele de variație ale împingerii pămîntului în stare de repaos pentru cele 3 cazuri.

IV.2.20. Să se calculeze împingerea pămîntului în stare de repaos ce lucrează pe paramentul unui zid rigid nedeformabil avînd: $H = 5{,}0$ m; $\theta = 80°$; terenul prezintă suprafața orizontală și $\gamma = 18{,}30$ kN/m³; $\nu = 0{,}25$. Apa subterană nu este întîlnită.

Rezolvare.

Folosind datele problemei și relațiile din anexa IV.2.5, vom avea:

$$K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu} = \frac{0{,}27}{1 - 0{,}27} = 0{,}369;$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{(1 - K_0)\operatorname{ctg}\theta}{K_0 + \operatorname{ctg}^2\theta} = \frac{(1 - 0{,}369)0{,}176}{0{,}369 + 0{,}031} = 0{,}277;\quad \delta = 15{,}51°.$$

$$p_{oa} = 0;$$

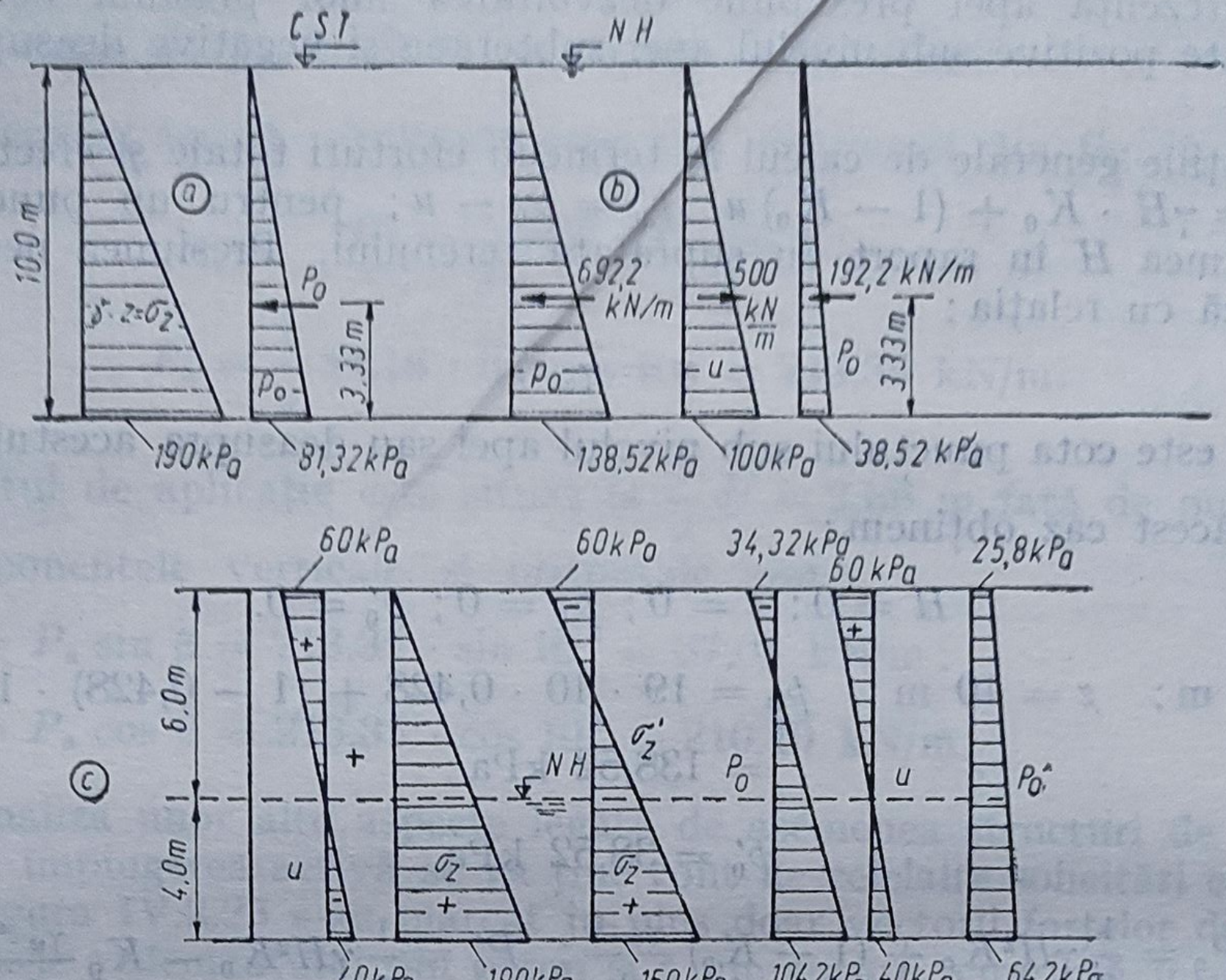


Fig. IV.2.26. Diagrame de variaţie ale împingerii în stare de repaos.

$$p_{oc} = \gamma H \sqrt{K_0^2 + \operatorname{ctg}^2 \theta}\, \frac{\sin \theta}{\cos \delta} = 18{,}3 \cdot 5{,}0 \sqrt{0{,}369^2 + 0{,}031}\, \frac{0{,}984}{0{,}963} =$$

$$= 38{,}20 \text{ kPa};$$

$$P_0 = \frac{1}{2} \gamma H^2 \sqrt{K_0^2 + \operatorname{ctg}^2 \theta} = \frac{1}{2} 18{,}3 \cdot 5^2 \sqrt{0{,}369^2 + 0{,}031} = 93{,}52 \text{ kN/m};$$

$$P_0 = 93{,}52 \text{ kN/m}.$$

În figura IV.2.27 se dă variaţia împingerii în stare de repaos, rezultanta şi punctul de aplicaţie al acesteia.

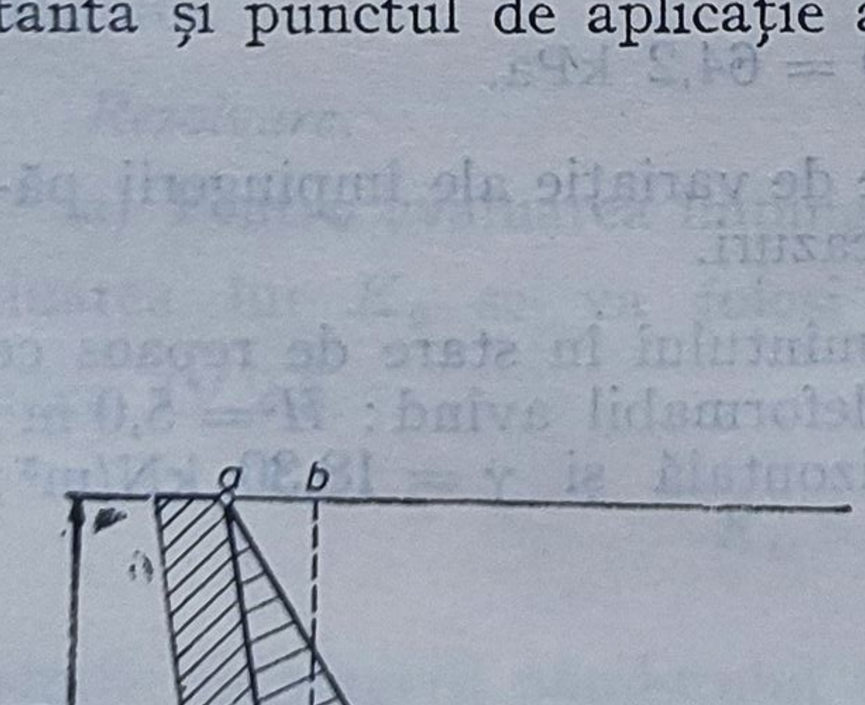


Fig. IV.2.27. Împingerea în stare de repaos pe parament înclinat.

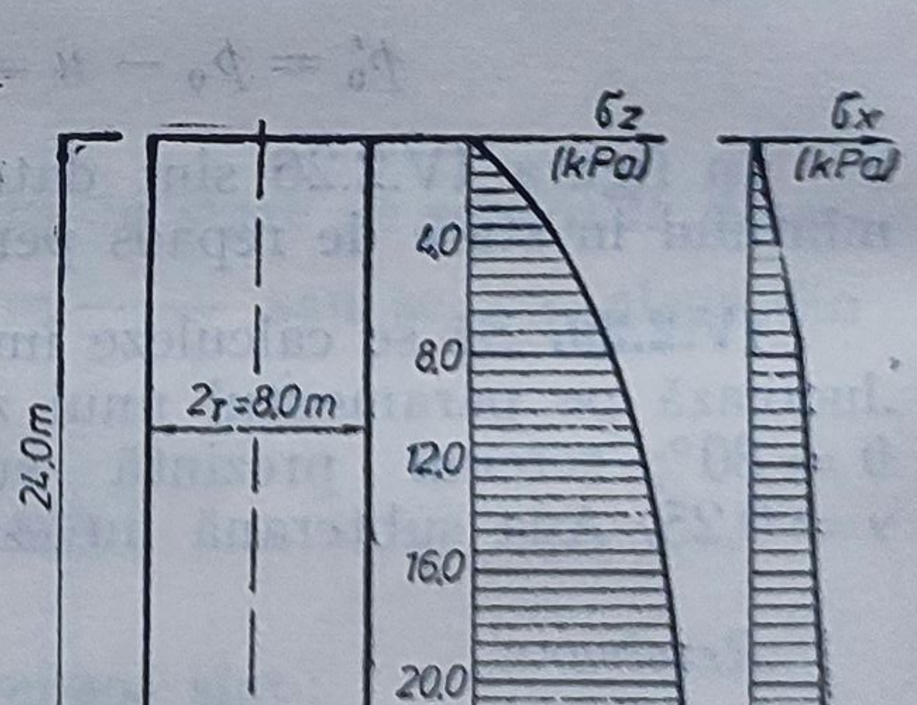


Fig. IV.2.28. Variaţia presiunii pe înălţimea silozului.

IV.2.21. Să se găsească variaţia presiunii pe peretele unui siloz destinat înmagazinării cerealelor. Înălţimea silozului $H = 30$ m, unghiul de frecare interioară $\Phi = 28°$, greutatea volumică $\gamma = 8{,}5$ kN/m³.

Rezolvare.

În anexa IV.2.6 sînt date următoarele relaţii de calcul:

$$\sigma_z = \frac{A}{P}\,\frac{\gamma}{k}\left(1 - e^{-\frac{P}{A}kz}\right) = a \cdot f(z);$$

$$\sigma_x = \frac{A}{P} \cdot \frac{\gamma}{\operatorname{tg}\Phi}\left(1 - e^{-\frac{P}{A}kz}\right) = a \cdot K_a \cdot f(z);$$

$$k = K_a \cdot \operatorname{tg}\Phi;$$

$$K_a = \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\Phi}{2}\right).$$

Folosind datele problemei, vom calcula:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = 50{,}26 \text{ m}^2;\quad P = 25{,}13 \text{ m};$$

$$\frac{A}{P} = 2{,}0;\quad \frac{P}{A} = 0{,}5;\quad K_a = 0{,}361;$$

$$k = 0{,}192;\quad a = 88{,}54 \text{ kPa}.$$

$z = 0$; $\sigma_z = 0$; $\sigma_x = 0$;

$z = 4{,}0$ m; $\sigma_z = 88{,}54 \cdot (1 - e^{-0{,}3839}) = 28{,}22$ kPa; $\sigma_x = 10{,}193$ kPa;

$z = 8{,}0$ m; $\sigma_z = 88{,}54\,(1 - e^{-0{,}768}) = 47{,}46$ kPa; $\sigma_x = 17{,}13$ kPa;

$z = 12{,}0$ m; $\sigma_z = 88{,}54\,(1 - e^{-1{,}152}) = 60{,}56$ kPa; $\sigma_x = 21{,}86$ kPa;

$z = 16{,}0$ m; $\sigma_z = 88{,}54\,(1 - e^{-1{,}536}) = 69{,}48$ kPa; $\sigma_x = 25{,}08$ kPa;

$z = 20{,}0$ m; $\sigma_z = 88{,}54\,(1 - e^{-1{,}92}) = 75{,}55$ kPa; $\sigma_x = 27{,}27$ kPa;

$z = 24{,}0$ m; $\sigma_z = 88{,}54\,(1 - e^{-2{,}304}) = 79{,}69$ kPa; $\sigma_x = 28{,}76$ kPa;

$z = 26{,}0$ m; $\sigma_z = 88{,}54\,(1 - e^{-2{,}496}) = 81{,}24$ kPa; $\sigma_x = 29{,}32$ kPa.

Rezultatele calculelor efectuate sînt prezentate în diagramele din figura IV.2.28.

IV.2.22. Să se calculeze presiunea radială ce lucrează pe un element circular de diametru $D = 5{,}2$ m şi înălţimea $H = 20{,}0$ m. Terenul în contact cu peretele prezintă caracteristicile ponderate $\gamma = 17{,}8$ kN/m³, $c = 5$ kPa, $\Phi = 14°$. La suprafaţă lucrează o supraîncărcare $q = 20$ kPa.

Rezolvare.

Relaţii de calcul după *Berezanţev*, date în anexa IV.2.6, sînt

$$p = \sigma_r = r \cdot \gamma\,\frac{\sqrt{K_a}}{\lambda - 1}\left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\lambda - 1}\right] + q \cdot \frac{r}{r_0} + c\operatorname{ctg}\Phi\left[\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\lambda} \cdot K_a - 1\right],$$

$$K_a = \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\Phi}{2}\right);\quad r_0 = r + z\sqrt{K_a};$$

$$\lambda = 2\operatorname{tg}\Phi\operatorname{tg}\left(45° + \frac{\Phi}{2}\right).$$

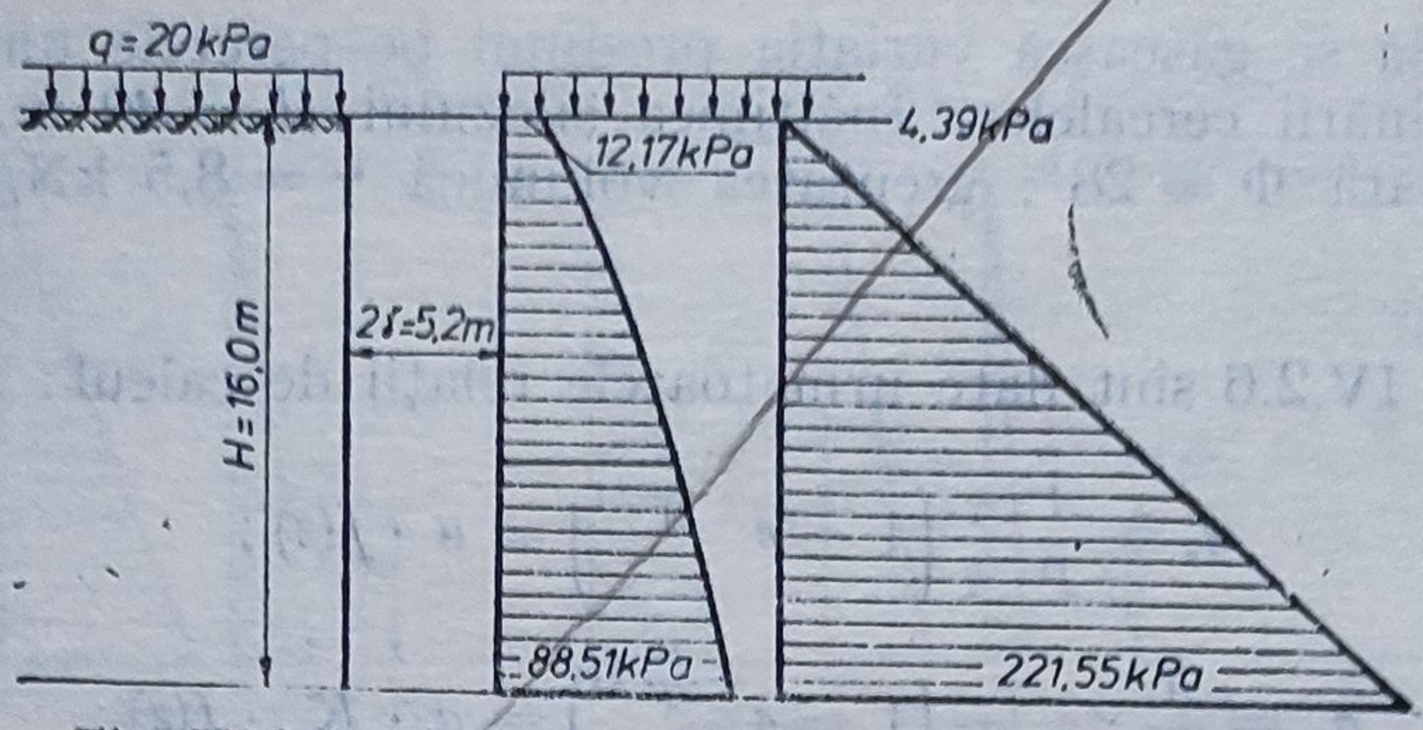


Fig. IV.2.29. Variaţia presiunii pe elemente circulare.

Pentru datele problemei obţinem:

$$K_a = \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{14°}{2}\right) = 0{,}610\,;\ \sqrt{K_a} = 0{,}781\,;$$

$$\lambda = 2 \cdot \operatorname{tg} 14° \cdot \operatorname{tg}\left(45° + \frac{14°}{2}\right) = 0{,}638\,;$$

$$r \cdot \gamma \cdot \frac{\sqrt{K_a}}{\lambda - 1} = 2{,}6 \cdot 17{,}8 \cdot \frac{0{,}781}{0{,}638 - 1} = -99{,}84 \text{ kPa}\,;$$

$$z = 0\,;\ \sigma_r = 0 + 20 + 5 \cdot \operatorname{ctg} 14\,(0{,}610 - 1) = 12{,}17 \text{ kPa}\,;$$

$$z = 4 \text{ m}\,;\ r_b = 2{,}6 + 4 \cdot 0{,}781 = 5{,}724 \text{ m}\,;$$

$$\sigma_r = (-99{,}84)\left[1 - \left(\frac{2{,}6}{5{,}724}\right)^{-0{,}362}\right] + 20 \cdot \frac{2{,}6}{5{,}72} + 5 \cdot \operatorname{ctg} 14° \left[\left(\frac{2{,}6}{5{,}724}\right)^{0{,}638} \cdot 0{,}610 - 1\right] = 33{,}01 + 9{,}08 - 12{,}66 = 29{,}43 \text{ kPa}\,;$$

$$z = 8{,}0 \text{ m}\,;\ r_b = 2{,}6 + 8 \cdot 0{,}781 = 8{,}848\,;\ \frac{r}{r_b} = \frac{2{,}6}{8{,}848} = 0{,}2938\,;$$

$$\sigma_r = 55{,}70 + 5{,}877 - 14{,}45 = 47{,}12 \text{ kPa}\,;$$

$$z = 12{,}0 \text{ m}\,;\ r_b = 2{,}6 + 12 \cdot 0{,}781 = 11{,}972 \text{ m}\,;\ \frac{r}{r_b} = \frac{2{,}6}{11{,}972} = 0{,}217\,;$$

$$\sigma_r = 73{,}69 + 4{,}343 - 15{,}43 = 62{,}597 \text{ kPa}\,;$$

$$z = 16{,}0 \text{ m}\,;\ r_b = 2{,}6 + 16 \cdot 0{,}781 = 15{,}096 \text{ m}\,;\ \frac{r}{r_b} = 0{,}1722\,;$$

$$\sigma_r = 88{,}88 + 3{,}44 - 16{,}07 = 76{,}25 \text{ kPa}\,;$$

$$z = 20{,}0 \text{ m}\,;\ r_b = 2{,}6 + 20 \cdot 0{,}781 = 18{,}22 \text{ m}\,;\ \frac{r}{r_b} = 0{,}1427\,;$$

$$\sigma_r = 102{,}18 + 2{,}854 - 16{,}52 = 88{,}51 \text{ kPa}.$$

În figura IV.2.29 sînt date diagramele de variaţie ale presiunii folosind relaţiile lui *Berezanţev* şi *Rankine*.

IV.2.23. Se cere evaluarea împingerii active în regim static şi seismic pe elementul de sprijin ce prezintă un parament de înălţime $H = 5{,}0$ m şi înclinare $\theta = 75°$. Umplutura are suprafaţa înclinată la un unghi $\beta =$

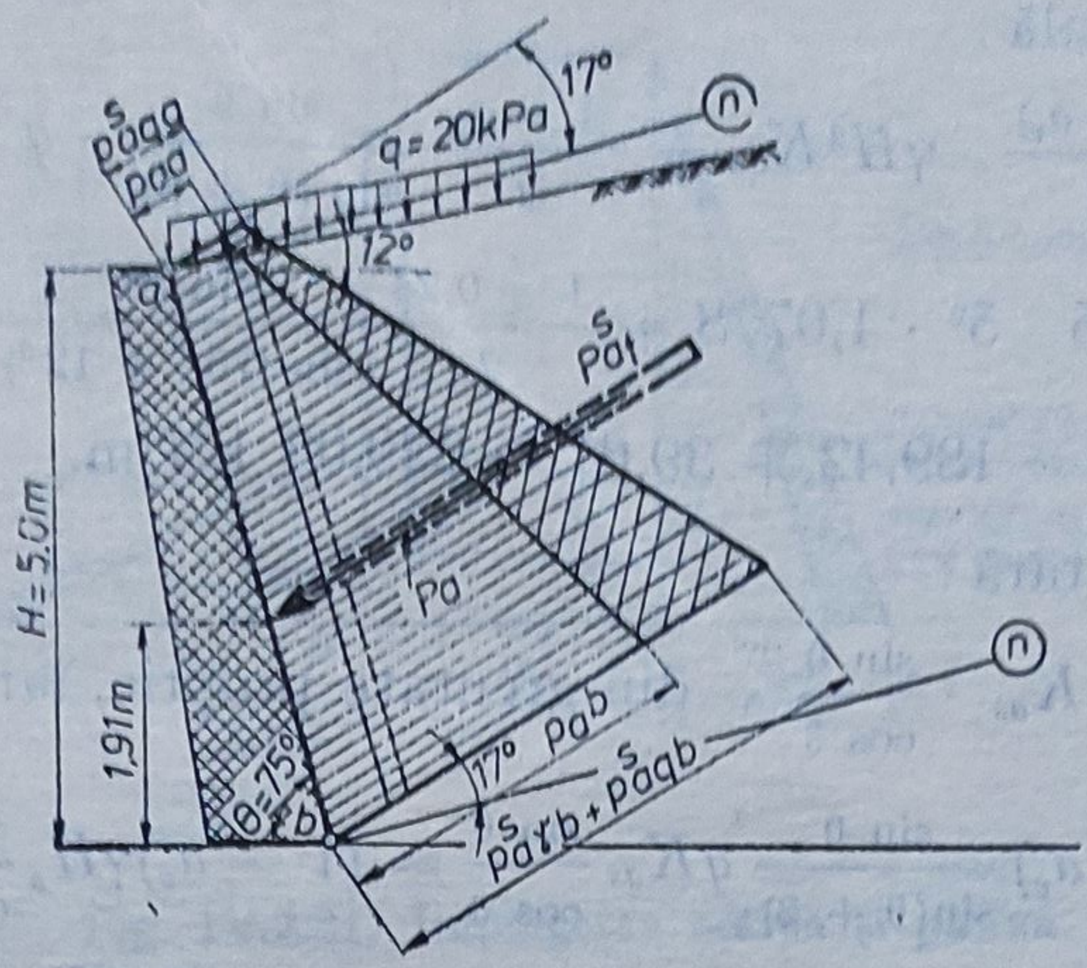


Fig. IV.2.30. Diagrame, rezultante ale împingerii.

$= 12°$ și $\gamma = 18{,}5$ kN/m³; $\Phi = 26°$. Gradul de protecție antiseismic este $7\frac{1}{2}$, pentru care $K_s = a_h = 0{,}16$, iar $a_v = C_v = \pm 1{,}5\ K_s$.

Rezolvare.

Folosind relațiile din anexele IV.2.1 și IV.2.8, pentru datele problemei vom avea:

1) *Împingerea în regim static.*

$$\delta = \frac{2}{3}\Phi = 17°;\quad H_e = \frac{q}{\gamma}\frac{\sin\theta}{\sin(\theta+\beta)} = \frac{20}{18{,}5}\frac{\sin 75°}{\sin(75°+12°)} = 1{,}0456\ \text{m};$$

$$K_a = \frac{\sin^2(75°+26°)}{\sin^2 75°\cdot\sin(75°-17°)\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin(26°+17°)\sin(26°-12°)}{\sin(75°-17°)\sin(75°+12°)}}\right]^2} = 0{,}586;$$

$$p_{aa} = \gamma H_e K_a\cdot\frac{\sin\theta}{\cos\delta} = 18{,}5\cdot 1{,}0456\frac{\sin 75°}{\cos 17°}\,0{,}586 = 11{,}45\ \text{kPa};$$

$$p_{ab} = \gamma(H+H_e)K_a\frac{\sin\theta}{\cos\delta} = 18{,}5\,(5+1{,}0456)\,0{,}586\frac{\sin 75°}{\cos 17°} =$$

$$= 66{,}199\ \text{kPa};$$

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a\left(1+\frac{2H_e}{H}\right) = \frac{1}{2}\ 18{,}5\cdot 5^2\cdot 0{,}586\left(1+\frac{2\cdot 1{,}0456}{5}\right) =$$

$$= 192{,}189\ \text{kN/m}.$$

$$z_1 = \frac{2\cdot 11{,}45 + 66{,}199}{11{,}45 + 66{,}199}\cdot\frac{5}{3} = 1{,}91\ \text{m}.$$

2) *Împingerea în regim seismic.*

$$\theta_s = \operatorname{arc\,tg}\frac{a_h}{1-a_v} = \operatorname{arc\,tg}\frac{0{,}16}{1-0{,}24} = \operatorname{arc\,tg}0{,}210 = 11{,}88°;$$

$$K_{as} = \frac{\sin^2(75°+26°-11{,}88°)\cdot(\sin^2 75°)^{-1}}{\cos 11{,}88°\cdot\sin(75°-17°-11{,}88°)\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin(26°+17°)\sin(26°-11{,}88°-12°)}{\sin(75°-17°-11{,}88°)\sin(75°+12°)}}\right]} =$$

$$= 1{,}0778.$$

Împingerea totală:

$$P^s_{a_t} = \frac{(1 - a_v)}{2} \cdot \gamma H^2 K_{as} + \frac{1 - a_v}{2} \frac{\sin 0}{\sin (0 + \beta)} \cdot q \cdot H \cdot K_{as};$$

$$P^s_a = \frac{1 - 0,24}{2} \cdot 18,5 \cdot 5^2 \cdot 1,0778 + \frac{1 - 0,24}{2} \frac{\sin 75°}{\sin (75° + 12°)} \cdot 20 \cdot 5 \cdot 1,0778 =$$

$$= 189,42 + 39,61 = 229,03 \text{ kN/m}.$$

Împingerea unitară:

$p^s_{a\gamma} = (1 - a_v)\gamma H \cdot K_{as} \cdot \frac{\sin 0}{\cos \delta}$ — din greutate proprie, iar din suprasarcină

$$p^s_{a_q} = (1 - a_v) \frac{\sin 0}{\sin(0 + \beta)} q K_{as} \frac{\sin 0}{\cos \delta} = (1 - a_v)\gamma H_e \frac{\sin 0}{\cos \delta} K_{as}.$$

$$p^s_{a\gamma a} = 0; \quad p^s_{a\gamma b} = (1 - 0,24)18,5 \cdot 5 \cdot 1,0778 \frac{\sin 75°}{\cos 17°} = 76,53 \text{ kPa};$$

$$p^s_{aqa} = p^s_{aqb} = (1 - 0,24) \cdot 20 \frac{\sin^2 75°}{\sin (75° + 12°)} \frac{1}{\cos 17°} \cdot 1,0778 = 16,005 \text{ kPa};$$

$$z_2 = \frac{2 \cdot 16,005 + (16,005 + 76,53)}{16,005 + (16,005 + 76,53)} \cdot \frac{5}{3} = 1,91 \text{ m}.$$

În figura IV.2.30 sînt date diagramele de variație ale împingerii active pentru cele două situații.

IV.2.24. Pentru zidul de sprijin de rezistență din figura IV.2.31, se cere evaluarea împingerii active și pasive, dată de un pămînt omogen avînd următoarele caracteristici: $\gamma = 17,8$ kN/m³ și $\Phi = 30°$. Evaluarea împingerii se va face în regim static și seismic presupunînd posibilitatea apariției unui cutremur orizontal, avînd coeficientul de intensitate seismică $K_s = 0,2$ (gradul 8 de protecție antiseismică).

Rezolvare.

Folosind relațiile de calcul din anexele IV.2.3 și IV.2.8, obținem:

a) *Împingerea în regim static.*

1) Paramentul *bdc* — împingerea activă după *Rankine*:

$$K_a = \text{tg}^2\left(45° - \frac{\Phi}{2}\right) = \text{tg}^2\left(45° - \frac{30°}{2}\right) = 0,333;$$

$$p_{ac} = 0; \quad p_{ad} = 4,5 \cdot 17,8 \cdot 0,333 = 26,67 \text{ kPa}; \quad p_{ab} = 5 \cdot 17,8 \cdot 0,333 =$$

$$= 29,64 \text{ kPa};$$

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a = \frac{1}{2} 17,8 \cdot 5^2 \cdot 0,333 = 74,09 \text{ kN/m}.$$

2) Paramentul *fg* — împingerea pasivă:

$$K_p = \text{tg}^2\left(45° + \frac{\Phi}{2}\right) = 3,0;$$

$$p_{pf} = 0; \quad p_{pg} = 1,2 \cdot 17,8 \cdot 3 = 64,08 \text{ kPa};$$

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma D_f^2 \cdot K_p = \frac{1}{2} \cdot 17,8 \cdot 1,2^2 \cdot 3 = 38,45 \text{ kN/m}.$$

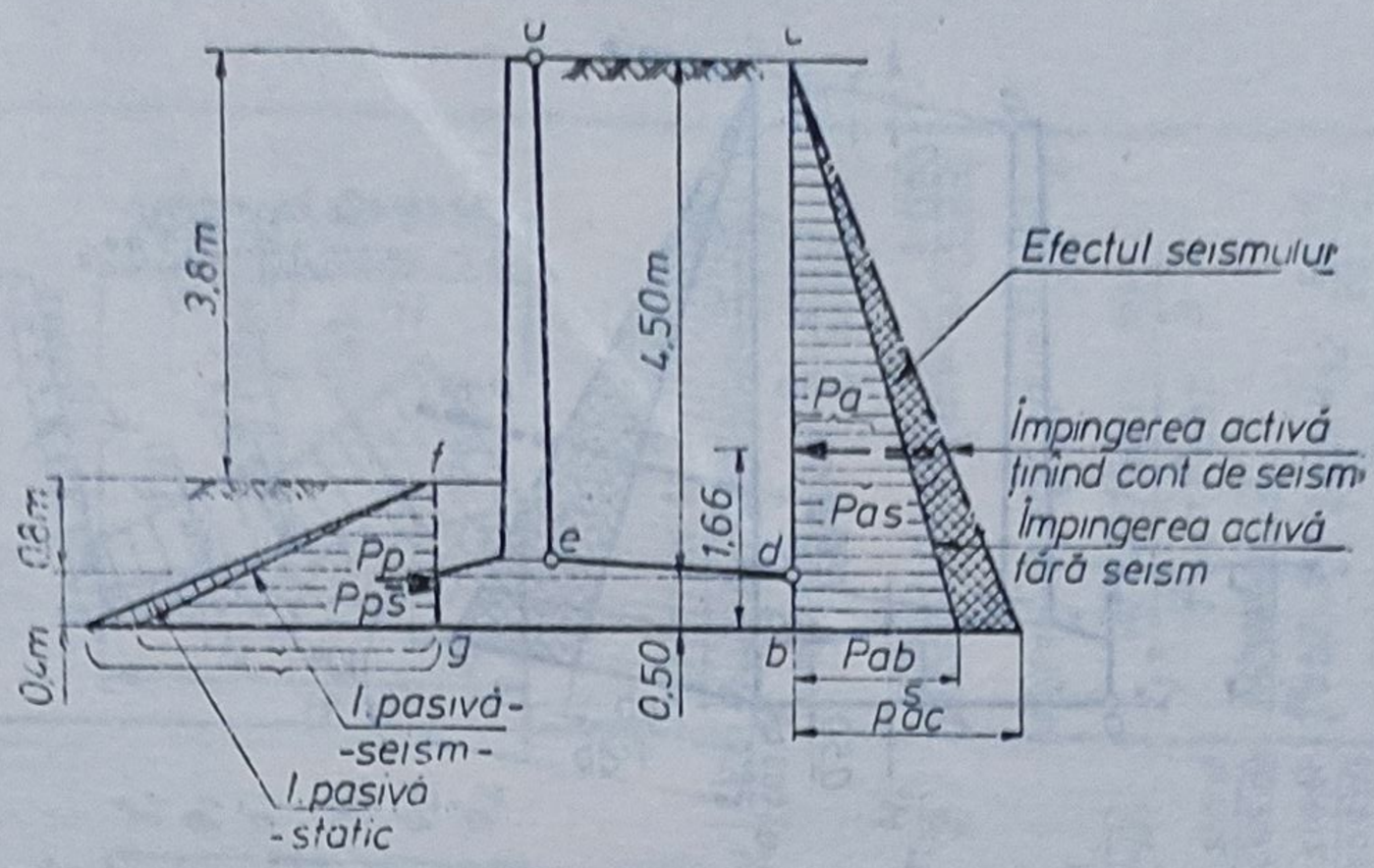


Fig. IV.2.31. Împingerea activă și pasivă.

b) *Împingerea ținînd cont de seism.*

1) Paramentul *bdc* — împingerea activă:

$$K_s = 0{,}2\,;\ \theta_s = \operatorname{arc\,tg} 0{,}2 = 11°20'\,;$$

$$K_{as} = \frac{\cos^2(30° - 11°20')}{\cos 11°20' \left[1 + \sqrt{\dfrac{\sin 30° \cdot \sin(30° - 11°20')}{\cos^2 11°20'}}\right]^2} = 0{,}4731\,;$$

$$p^s_{ac} = 0\,;\quad p^s_{ad} = 4{,}5 \cdot 0{,}4731 \cdot 17{,}8 = 37{,}89 \text{ kPa}\,;$$

$$p^s_{ab} = 5 \cdot 17{,}8 \cdot 0{,}4731 = 42{,}106 \text{ kPa}.$$

Rezultanta: $P_{as} = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_{as}$;

$$P_{as} = \frac{1}{2}\,17{,}8 \cdot 5^2 \cdot 0{,}4731 = 105{,}26 \text{ kN/m}.$$

2) Paramentul *fg* — împingerea pasivă:

$$K_{ps} = \frac{\cos^2(30° - 11°20')}{\cos^2 11°20' \left[1 - \sqrt{\dfrac{\sin 30° \cdot \sin(30° - 11°20')}{\cos 11°20'}}\right]^2} = 2{,}629 \text{ kPa}\,;$$

$$p^s_{pf} = 0\,;\quad p^s_{pg} = 1{,}2 \cdot 17{,}8 \cdot 2{,}629 = 56{,}15 \text{ kPa}.$$

Rezultanta: $P_{ps} = \frac{1}{2}\gamma D_f^2 \cdot K_{ps} = 33{,}69$ kN/m.

În figura IV.2.31 sînt reprezentate rezultatele calculului efectuat.

Concluzii: Se constată că, în exemplul luat în considerație, împingerea activă, în cazul unui seism, este 142% din cea în condiții statice și împingerea pasivă reprezintă doar 86% din cea în condiții statice.

IV.2.25. Pentru datele problemei anterioare să se calculeze împingerea activă în regim static și seismic, considerînd suprafața terenului înclinată la un unghi de $\beta = 10°$.

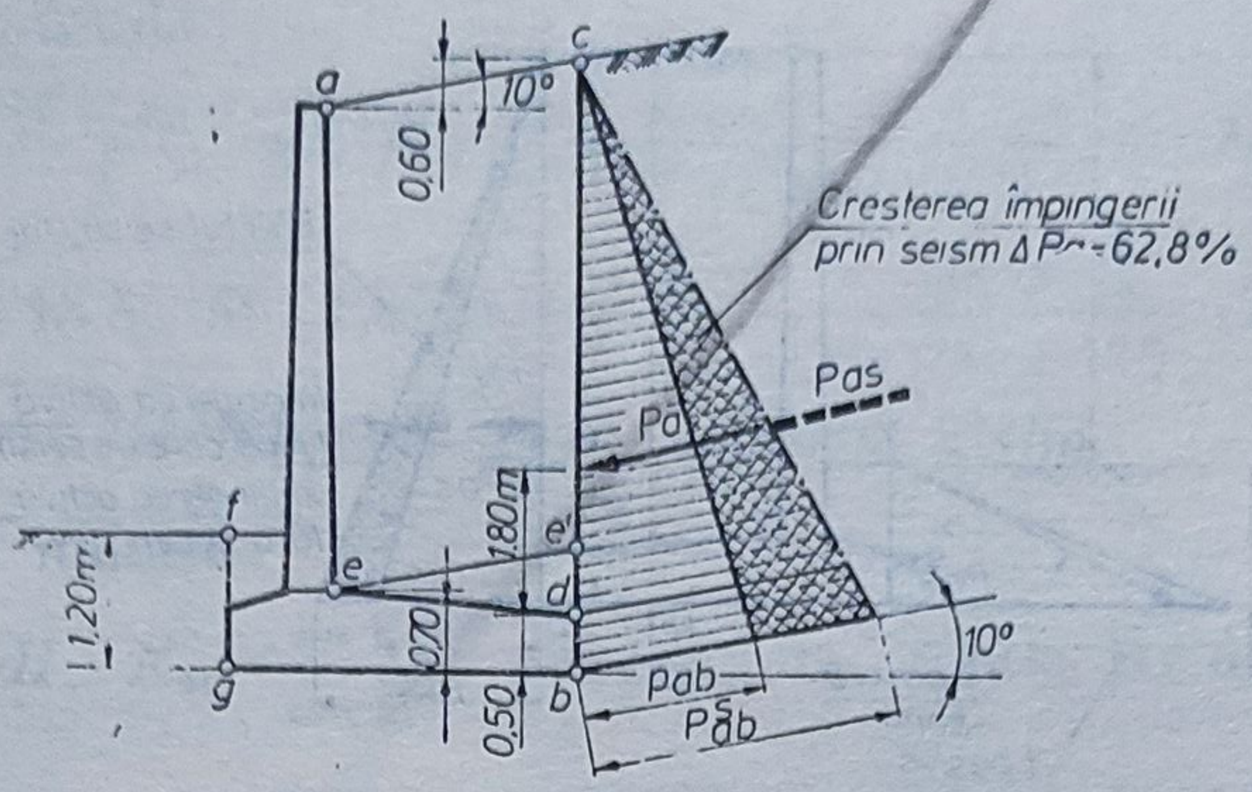


Fig. IV.2.32. Împingerea activă cu şi fără seism.

Rezolvare.

1) *Împingerea activă în regim static.*

$$p_a = \gamma H K_a ;$$

$$K_a = \cos\beta \frac{\cos\beta - (\cos^2\beta - \cos^2\Phi)^{1/2}}{\cos\beta + (\cos^2\beta - \cos^2\Phi)^{1/2}} ;$$

$$K_a = \cos 10° \frac{\cos 10° - (\cos^2 10° - \cos^2 30°)^{1/2}}{\cos 10° + (\cos^2 10° - \cos^2 30°)^{1/2}} = 0{,}3495 ;$$

$$p_{ac} = 0 ; \quad p_{ae'} = 4{,}3 \cdot 17{,}8 \cdot 0{,}3495 = 26{,}75 \text{ kPa} ;$$

$$p_{ad} = 4{,}9 \cdot 17{,}8 \cdot 0{,}3495 = 30{,}48 \text{ kPa} ; \quad p_{ab} = 5{,}4 \cdot 17{,}8 \cdot 0{,}3495 = 33{,}59 \text{ kPa}.$$

Rezultanta : $P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a = \frac{1}{2} 17{,}8 \cdot 5{,}4^2 \cdot 0{,}3495 = 90{,}70 \text{ kN/m}.$

2) *Împingerea activă în regim seismic.*

$$K_{as} = \frac{\cos^2(\Phi - \theta_s)}{\cos\theta_s \cos(\theta_s + \delta)\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\Phi + \delta)\sin(\Phi - \theta_s - \beta)}{\cos(\Phi + \theta_s)\cos\beta}}\right]^2} ; \quad \theta_s = 11°20'$$

$$K_{as} = \frac{\cos^2(30° - 11°20')}{\cos 11°20' \cos(11°20' + 0°)\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(30° + 0°)\sin(30° - 11°20' - 10°)}{\cos(0° + 11°20')\cos 10°}}\right]^2} = 0{,}569$$

$\frac{K_{as}}{\cos\beta} = 0{,}577$ — după o direcţie paralelă cu suprafaţa terenului.

$$p^s_{ac} = 0 ; \; p^s_{ae'} = 4{,}3 \cdot 17{,}8 \cdot 0{,}577 = 44{,}16 \text{ kPa} ;$$

$$p^s_{ad} = 4{,}9 \cdot 17{,}8 \cdot 0{,}577 = 50{,}32 \text{ kPa} ; \; p^s_{ab} = 5{,}4 \cdot 17{,}8 \cdot 0{,}577 = 55{,}49 \text{ kPa}$$

$$P^s_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_{as} = \frac{1}{2} 17{,}8 \cdot 5{,}4^2 \cdot 0{,}569 = 147{,}66 \text{ kN/m}.$$

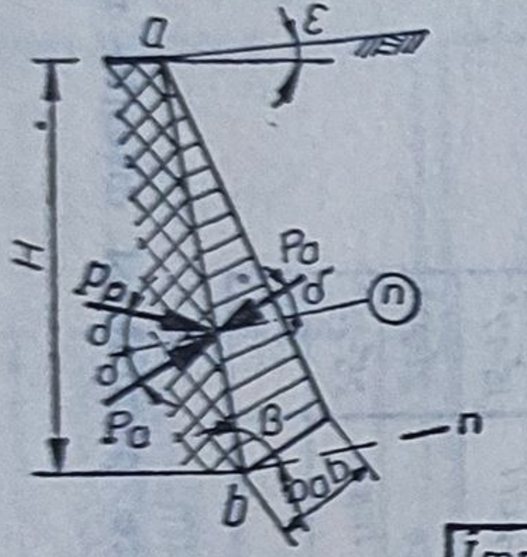
Figura IV.2.32 arată diagramele de variaţie ale împingerii pentru cele două situaţii, evidenţiind şi creşterea împingerii active cauzată de cutremur.

ÎMPINGEREA PAMÎNTULUI-IPOTEZA LUI COULOMB

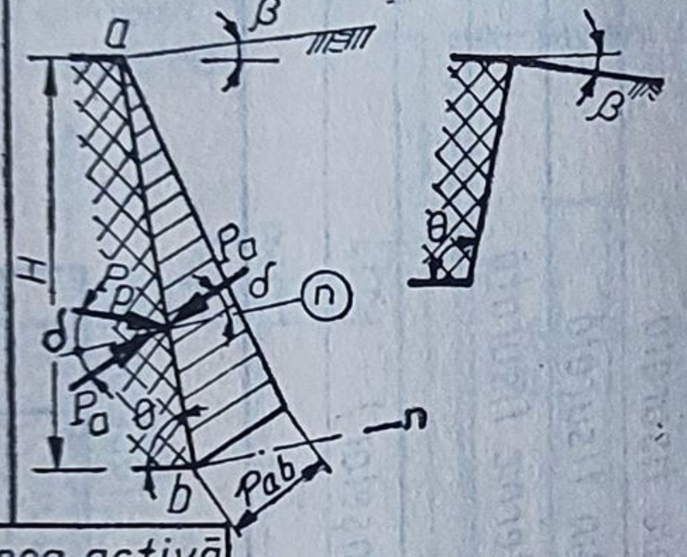
ELEMENTE CUNOSCUTE: $H, \theta, (\alpha), \beta, \gamma, \phi, \varepsilon, \sigma, (\sigma = \frac{1}{3}\phi - \frac{2}{3}\phi)$

Structura generală a relațiilor de calcul

Împingerea activă și pasivă



Împingerea activă și pasivă



Împingerea activă

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 k_a ; p_{ab} = \gamma \cdot H k_a$$

$$k_a = \left[\frac{\sin(\beta-\phi)}{\sqrt{\sin(\beta+\delta)} + \sqrt{\frac{\sin(\delta+\phi)\cdot\sin(\phi-\varepsilon)}{\sin(\beta-\varepsilon)}}}\right]^2$$

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma \cdot H^2 k_a ; p_{ab} = \gamma \cdot H k_a \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta}$$

$$K_a = \frac{\sin^2(\theta+\phi)}{\sin^2\theta \cdot \sin(\theta-\delta)\left[1+\sqrt{\frac{\sin(\phi+\delta)\cdot\sin(\phi-\beta)}{\sin(\theta-\delta)\cdot\sin(\theta+\beta)}}\right]^2}$$

Împingerea pasivă

$$P_p = \frac{1}{2}\gamma \cdot H^2 k_p$$

$$p_a = \gamma H \cdot k_p$$

$$K_p = \left[\frac{\sin(\beta+\phi)}{\sqrt{\sin(\beta+\delta)} - \sqrt{\frac{\sin(\delta+\phi)\sin(\phi+\varepsilon)}{\sin(\beta-\varepsilon)}}}\right]^2$$

$$P_p = \frac{1}{2}\gamma \cdot H^2 k_p$$

$$p_{pb} = \gamma H K_p \frac{\sin\theta}{\cos\delta}$$

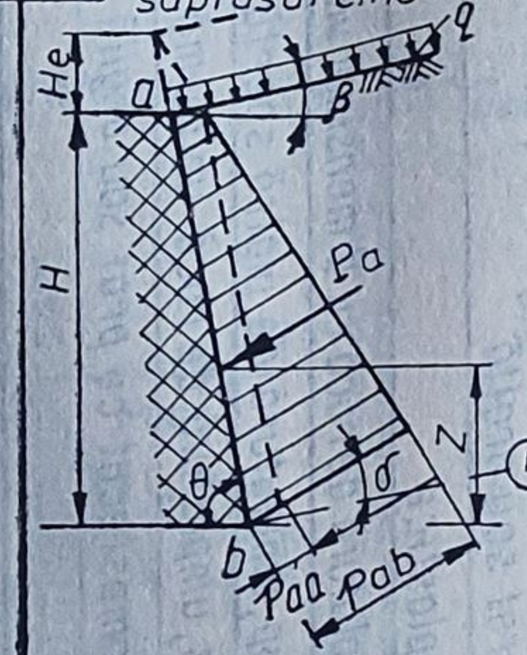
$$K_p = \frac{\sin^2(\theta-\phi)}{\sin^2\theta \sin(\theta+\delta)\left[1-\sqrt{\frac{\sin(\phi+\delta)\cdot\sin(\phi+\beta)}{\sin(\theta+\delta)\cdot\sin(\theta+\beta)}}\right]^2}$$

[18]. Foundation Engineering Handbook. (După ARPAD KEZDI)

[16] M. Păunescu, V. Pop, T. Silion Geotehnică și fundații

Diagrame de distribuție, rezultante, puncte de aplicație

Teren omogen cu suprasarcină



$$H_e = \frac{q}{\gamma}\frac{\sin\theta}{\sin(\theta+\beta)}$$

$$p_{aa} = \gamma \cdot H_e K_a \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta}$$

$$p_{ab} = \gamma(H+H_e)K_a \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta}$$

$$P_a = P_{aq} + P_{a\gamma}$$

$$P_{aq} = \gamma H_e K_a H ; P_{a\gamma} = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a$$

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma \cdot H^2 K_a \left(1 + \frac{2H_e}{H}\right)$$

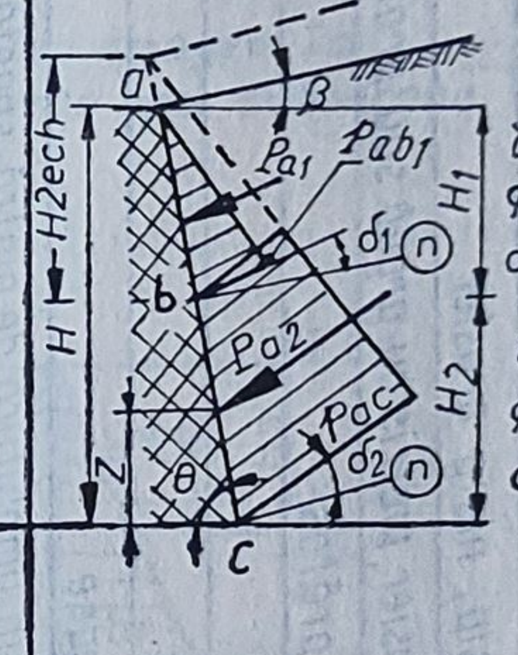
– sau –

$$P_a = \frac{1}{2}\gamma_{ech} H^2 K_a$$

unde: $\gamma_{ech} = \gamma\left(1 + \frac{2H_e}{H}\right)$

$$z = \frac{2p_{aa} + p_{ab}}{p_{aa} + p_{ab}} \cdot \frac{H}{3}$$

Teren stratificat



Stratul 1

$$p_{aa} = 0 ; p_{ab1} = \gamma_1 H_1 K_{a1} \frac{\sin\theta}{\cos\delta_1}$$

$$P_{a1} = \frac{1}{2}\gamma_1 \cdot H_1^2 \cdot K_{a1}$$

Punctul de aplicație: $\frac{H_1}{3}$ față de b

stratul 2

$$H_{2ech} = \frac{\gamma_1 \cdot H}{\gamma_2}\frac{\sin\theta}{\sin(\theta+\beta)}$$

$$p_{ab2} = \gamma_2 \cdot H_{2ech} \cdot K_{a2} \frac{\sin\theta}{\cos\delta_2}$$

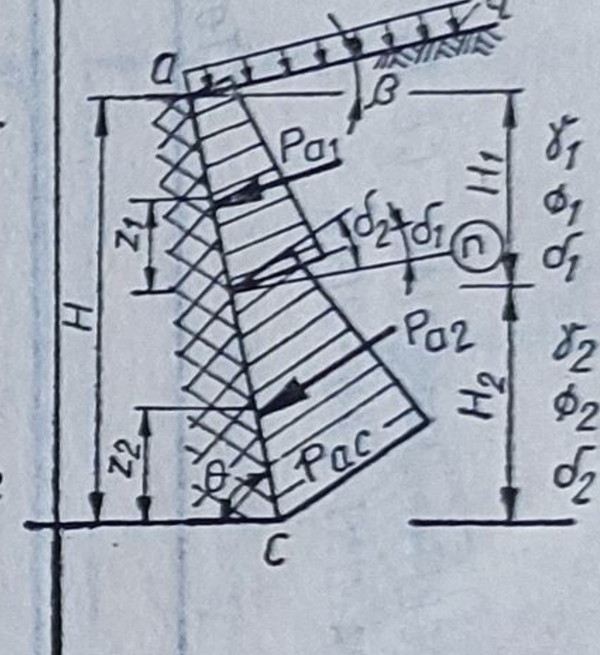
$$p_{ac} = \gamma_2(H_2 + H_{2ech}) K_{a2} \frac{\sin\theta}{\cos\delta_2}$$

$$P_{a2} = \frac{1}{2}\gamma_2 \cdot H_2^2 \cdot K_{a2}\left(1 + \frac{2H_{2ech}}{H_2}\right)$$

Punctul de aplicație la:

$$Z = \frac{2p_{ab2} + p_{ac}}{p_{ab_2} + p_{ac}} \cdot \frac{H_2}{3}$$; față de C.

Teren stratificat cu suprasarcină



Stratul 1

$$p_{aa} = \gamma_1 \cdot H_{1ech} \cdot K_{a1} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta_1}$$

unde: $H_{1ech} = \frac{q}{\gamma_1} \cdot \frac{\sin\theta}{\sin(\theta+\beta)}$

$$p_{ab1} = \gamma_1(H_1 + H_{1ech}) K_{a1} \frac{\sin\theta}{\cos\delta_1}$$

$$P_{a1} = \frac{1}{2}\gamma_1 \cdot H_1^2 K_{a1}\left(1 + \frac{2H_{1ech}}{H_1}\right)$$

$$Z_1 = \frac{2p_{aa} + p_{ab1}}{p_{aa} + p_{ab1}} \cdot \frac{H_1}{3}$$

Stratul 2

$$p_{ab2} = \gamma_2 H_{2ech} \cdot k_{a2} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta_2}$$

unde: $H_{2ech} = \frac{q + \gamma_1 \cdot H_1}{\gamma_2}\frac{\sin\theta}{\sin(\theta+\beta)}$

$$p_{ac} = \gamma_2(H_2 + H_{2ech}) \cdot K_{a2} \frac{\sin\theta}{\cos\delta}$$

$$P_{a2} = \frac{1}{2}\gamma_2 \cdot H_2^2 K_{a2}\left(1 + \frac{2H_{2ech}}{H_2}\right)$$

Anexa IV.2.1. Împingerea pământului după Coulomb.

UNGHIUL DE FRECARE δ DINTRE DIFERITE MATERIALE CE INTRĂ ÎN ALCĂTUIREA FUNDAȚIILOR DE PĂMÎNT SAU ROCĂ

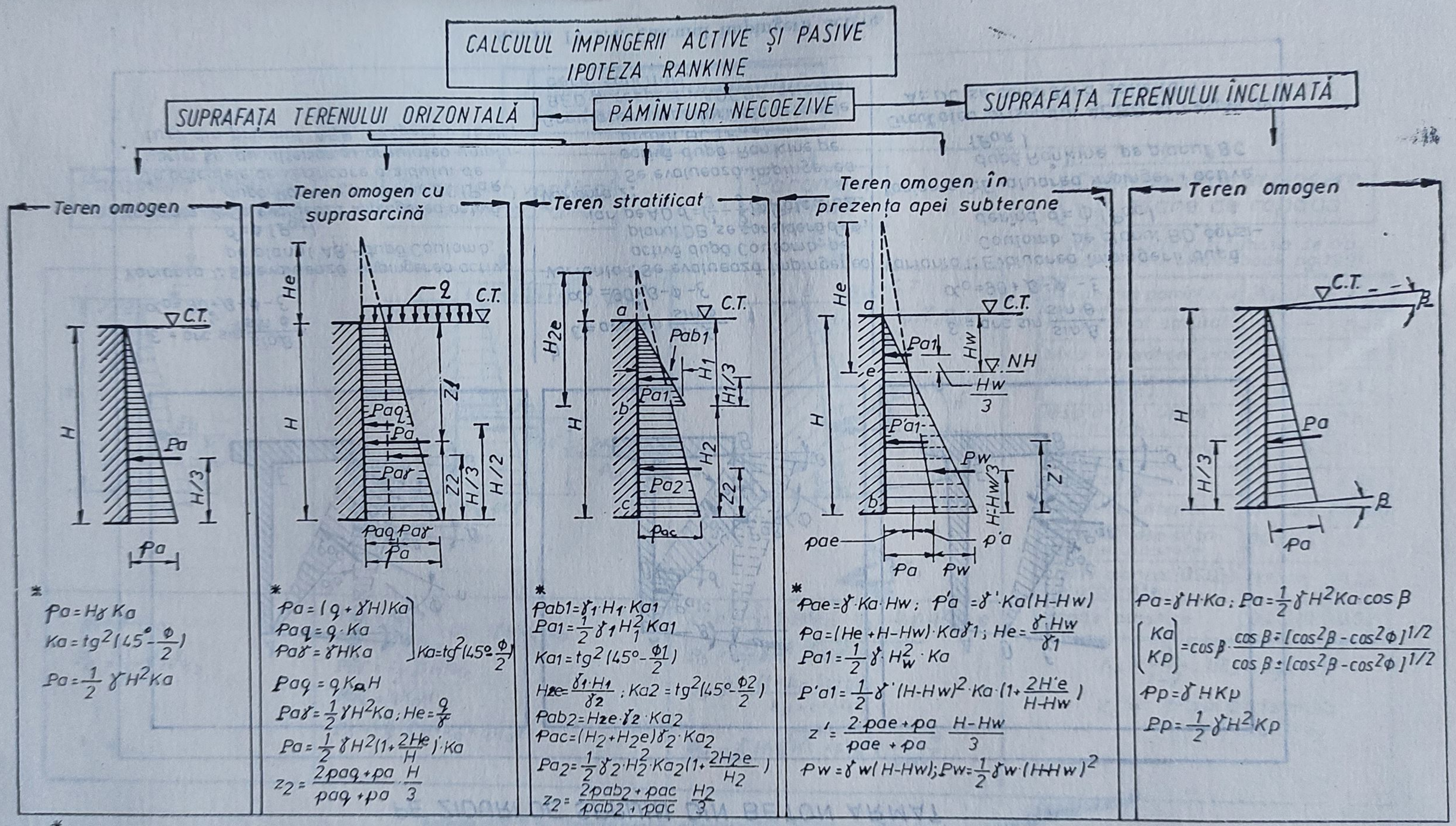
Tabelul 1

Materiale în contact		δ
Beton sau zidărie cu:	Rocă sănătoasă curată	35°
	Pietriș curat, amestecuri pietriș-nisip, nisip grosier	29°-31°
	Nisip fin curat, nisip prăfos, nisip grosier, pietriș cu argilă sau praf	24°-29°
	Nisip fin, nisip mediu, argilos sau prăfos	19°-24°
	Praf nisipos, praf neplastic	17°-19°
	Argile tari puternic preconsolidate	22°-26°
	Argile tari vîrtoase și argile prăfoase	17°-19°
Palplanșe metalice cu:	Pietriș curat, amestecuri pietriș, nisip, umplutură de piatră spartă	22°
	Nisip prăfos, pietriș sau nisip cu praf sau argilă	14°
	Prafuri nisipoase fine, prafuri neplastice	11°
	Nisip curat, amestec nisip-pietriș, umplutură de rocă cu dimensiuni uniforme.	17°
Beton cofrat sau palplanșe de beton armat	Pietriș curat, amestecuri pietriș-nisip, umplutură de piatră spartă	22°-26°
	Nisip curat, amestecuri nisip pietriș, umplutură de rocă uniformă	17°-22°
	Nisipuri prăfoase, pietriș sau nisip amestecat cu praf sau argilă	17°
	Praf nisipos fin, praf neplastic	14°
Diferite materiale ce intră în contact	Rocă puțin fisurată pe rocă puternic fisurată	35°
	Rocă puternic fisurată pe rocă puțin fisurată	33°
	Rocă puternic fisurată pe rocă puternic fisurată	29°
	Zidărie pe lemn	26°
	Metal pe metal (la atingerea palplanșelor)	17°
	Lemn - pămînt	14°-16°

Tabelul 2

Denumirea pămîntului	δ
Argile $I_C < 0,75$	14°
$I_C \geq 0,75$	16°-17°
Argile nisipoase și nisipuri argiloase	16°-17°
Nisipuri fine prăfoase	21°-22°
Pietrișuri, prundișuri, nisip mare	25°-26°
Terenuri stîncoase	31°

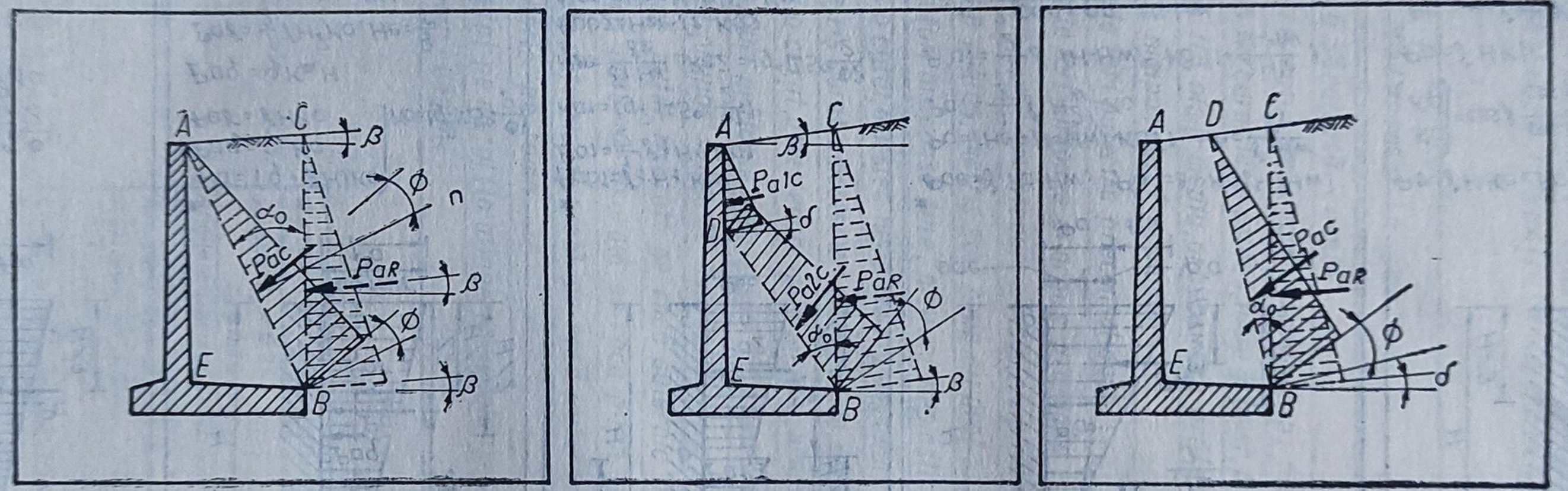
Anexa IV.2.2. Unghiul de frecare între pămînt și diferite materiale.



* Pentru împingerea pasivă relațiile păstrează aceeași formă: Pa → Pp ; pa → pp ; Ka → Kp = tg²(45° + Φ/2)

Anexa IV.2.3. Împingerea activă și pasivă după Rankine.

CALCULUL ÎMPINGERII ACTIVE
PE ZIDURI DE SPRIJIN DIN BETON ARMAT



a.

$$\varepsilon = \text{arc sin}\frac{\sin\beta}{\sin\phi}$$

$$\alpha_0 = 90^\circ + \beta - \phi - \varepsilon$$

Varianta 1: Se evaluează împingerea activă pe planul AB – după Coulomb; $\delta = \phi$ (P_{ac})

Varianta 2: Se evaluează împingerea activă după Rankine, pe planul BC (P_{aR})

In calculele de verificare a zidului de sprijin se iau ulterior și greutatea umpluturii din prismul AEB, respectiv AEBC.

b.

$$\varepsilon = \text{arc sin}\frac{\sin\beta}{\sin\phi}$$

$$\alpha_0 = 90^\circ + \beta - \phi - \varepsilon$$

Varianta 1: Se evaluează împingerea activă după Coulomb; pe planul DB se consideră $\delta = \phi$, iar pe AD $\delta = (\frac{1}{3} \div \frac{2}{3})\phi$ (P_{a1c}; P_{a2c})

Varianta 2: Se evaluează împingerea activă după Rankine pe planul BC (P_{aR})

Greutatea umpluturii din prismele BED și respectiv ADEBC se consideră solicitări.

c.

$$\varepsilon = \text{arc sin}\frac{\sin\beta}{\sin\theta}$$

$$\alpha_0 = 90^\circ + \beta - \phi - \varepsilon$$

Varianta 1: Evaluarea împingerii după Coulomb pe planul BD, considerînd $\delta = \phi$ (P_{ac})

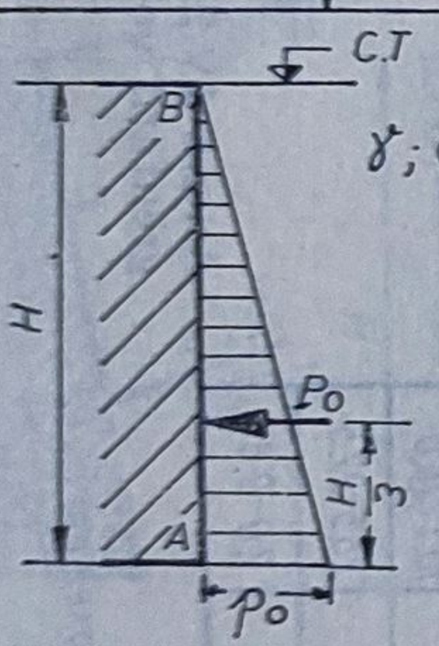
Varianta 2: Evaluarea împingerii active după Rankine pe planul BC (P_{aR})

Greutatea prismului AEBD și respectiv AEDC se consideră solicitări.

Anexa IV.2.4. Calculul împingerii active.

Împingerea pamîntului în stare de repaus

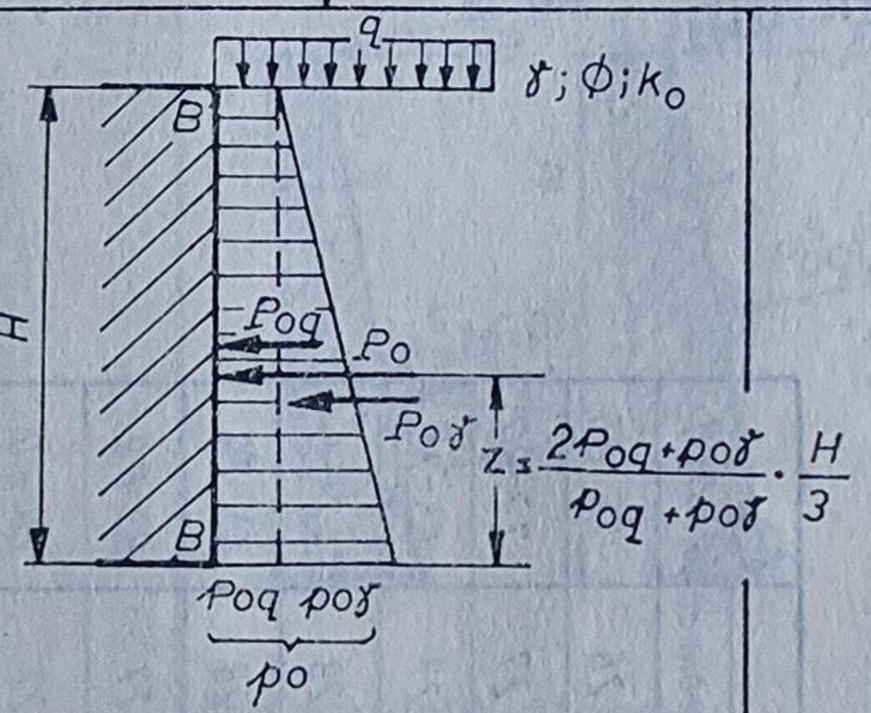
Parament vertical fără suprasarcină



$p_o = \gamma H k_o$

$P_o = \frac{1}{2}\gamma \cdot H^2 k_o$

Parament vertical cu suprasarcină



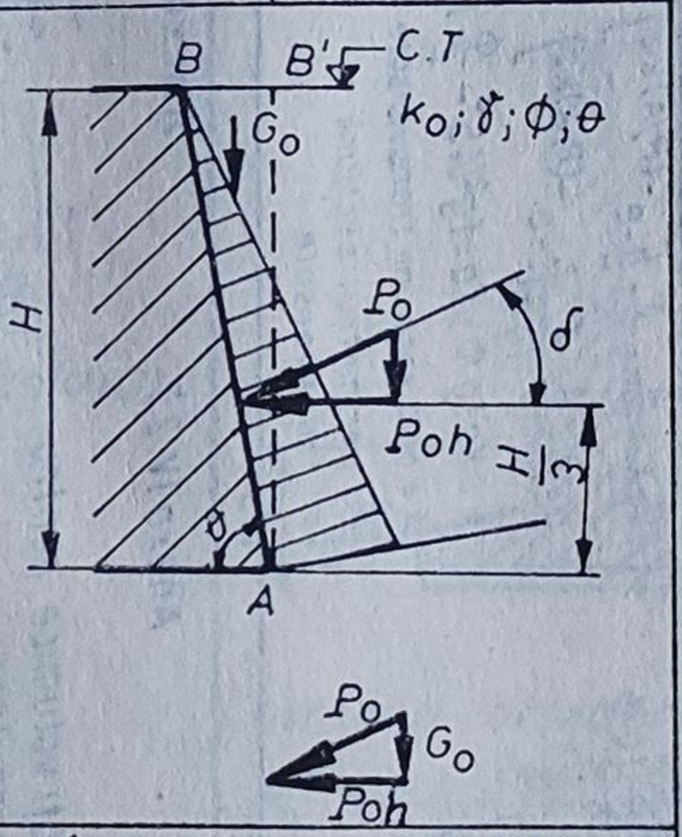
$p_{oq} = k_o q$
$p_{o\gamma} = \gamma H \cdot k_o$
$\Big\} p_o = (\gamma H + q) k_o$

$P_{o\gamma} = \frac{1}{2}\gamma \cdot H^2 k_o$

$P_{oq} = q k_o H$

$P_o = \frac{1}{2}\gamma H^2 k_o + q k_o H$

Parament înclinat



$P_{oh} = \frac{1}{2}\gamma \cdot H^2 k_o$; $G_o = \frac{1}{2}\gamma \cdot H^2 ctg\,\theta$

$P_o = \frac{1}{2}\gamma H^2 \cdot \sqrt{k_o^2 + ctg^2\theta}$

$tg\,\delta = \frac{(1-k_o)\,ctg\,\theta}{k_o + ctg^2\theta}$

$p_o = \gamma \cdot H \cdot \sqrt{k_o^2 + ctg^2\theta} \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\delta}$

Coeficient de împingere în stare de repaus

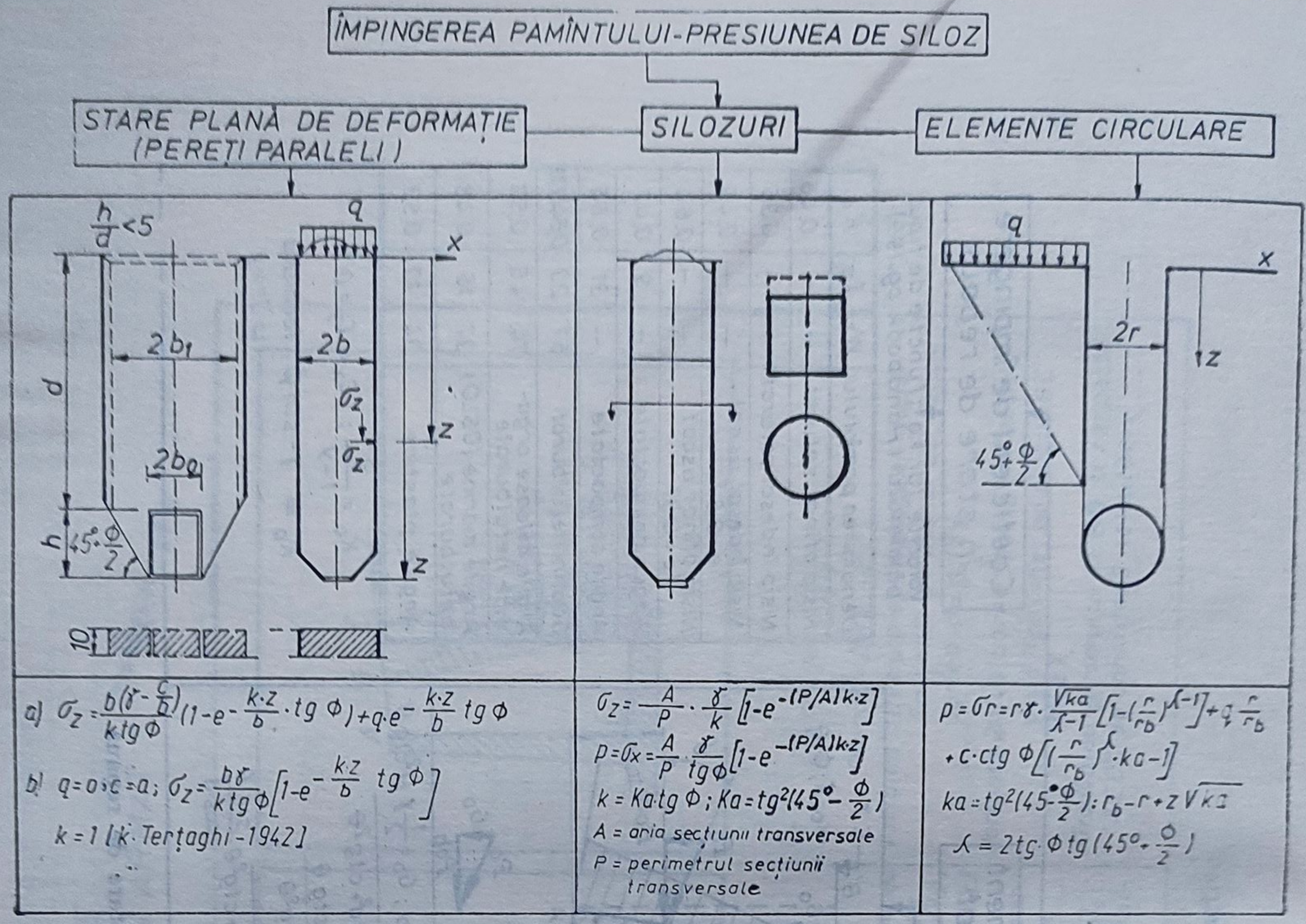
Valorile lui k_o; funcție de tipul pămîntului (Handbook pg. 199)

Denumirea pamîntului	W_1	I_p	K_o
Nisip afînat saturat	—	—	0,46
Nisip îndesat saturat	—	—	0,36
Nisip îndesat uscat (e = 0,6)	—	—	0,49
Nisip afînat uscat (e = 0,8)	—	—	0,64
Argile compactate	—	9	0,42
Argile compactate	—	31	0,66
Caolin netulburat	61	23	0,64÷0,70
Argile mîloase organice netulburate	74	45	0,57
Argile marine (OSLO) netulburate	37	16	0,48
Argile plastice	34	10	0,52

$K_o = \frac{\nu}{1-\nu}$; $(\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0)$

$K_o = 1 - \sin\phi$; formula lui Jaky

Anexa IV.2.5. Împingerea pămîntului în stare de repaus.



Anexa IV.2.6. Presiunea de siloz

Anexa IV.2.7

Unghiul frecării interioare și greutăți volumice pentru diferite cereale și alte materiale granulare

Denumirea	Φ°	Φ_r°	δ°			γ
			Beton	Lemn	Cărămidă	[kN/m³]
Grîu	28	25	28	25	26	7,5 -8,5
Secară	29	24	25	25	27	7,2-8,2
Orz	32	30	29	26	27	6,5-7,5
Ovăz	33	29	29	26	28	4,2-5,5
Porumb	35	32	28	25	28	6,5-7,9
Fasole	33	27	28	29	27	8,3-8,8 -
Mazăre	34	30	27	24	27	7,0-8,0
Făină	–	40	17	17		6,0-7,0
Zahăr	–	35	23	22		9,5-10,5
Cărbune	35	35	30	–	35	7,5-11,5
Ciment	38	42	22	–		10,1-16,0
Minereu de fier	–	40	26	26		25,5-27,5
Var	–	35	26	26		7,0-9,6

Φ° variază cu ±2° funcție de umiditate

Φ_r° unghiul de așezare în grămadă, variază de asemeni cu ±2 funcție de umiditate

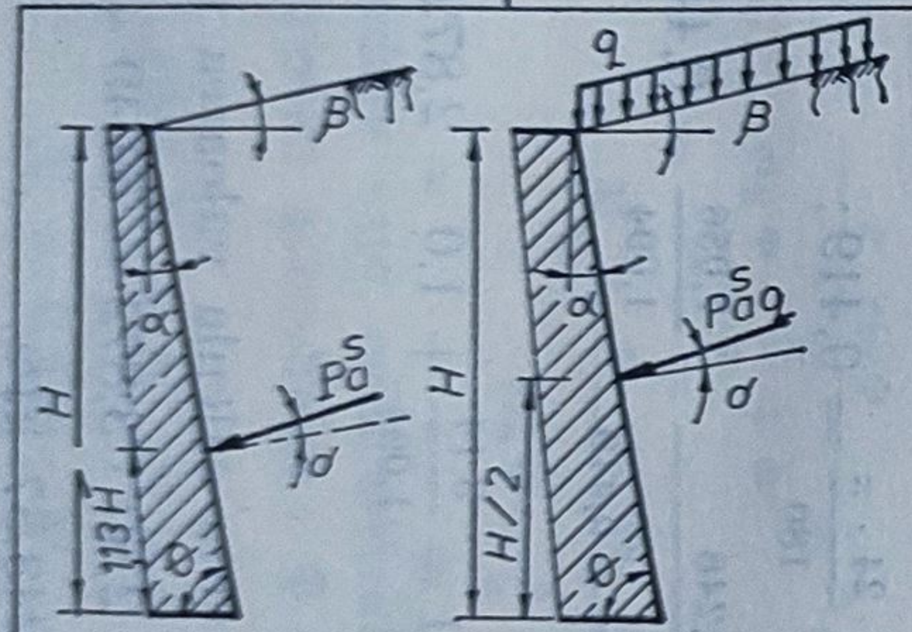
Pentru perete metalic $\delta = 16-18^\circ$ pentru cereale și 17-20° pentru cărbune

Anexa IV.2.7. Unghiul de frecare internă și greutății volumice ale diferitelor materiale.

ÎMPINGEREA PĂMÎNTULUI ȚINÎND CONT DE CUTREMURE

CUTREMUR OARECARE, SUPRAFAȚA TEREN ÎNCLINATĂ, PARAMENT ÎNCLINAT

Activă



Din greutate proprie:

$$P_a^s = \left(\frac{1-a_v}{2}\right)\gamma H^2 K_{as}$$

$$K_{as} = \frac{\cos^2(\Phi-\alpha-\theta_s)}{\cos\theta_s \cdot \cos^2\theta \cos(\sigma+\alpha+\theta_s)\left[1+\sqrt{\frac{\sin(\Phi+\sigma)\sin(\Phi-\theta_s-\beta)}{\cos(\sigma+\alpha+\theta_s)\cos(\beta-\alpha)}}\right]^2}$$

$$K_{as} = \frac{\sin^2(\theta+\Phi-\theta_s)}{\cos\theta_s \sin^2\theta \sin(\theta-\sigma-\theta_s)\left[1+\sqrt{\frac{\sin(\Phi+\sigma)\sin(\Phi-\theta_s-\beta)}{\sin(\theta-\sigma-\theta_s)\sin(\theta+\beta)}}\right]^2}$$

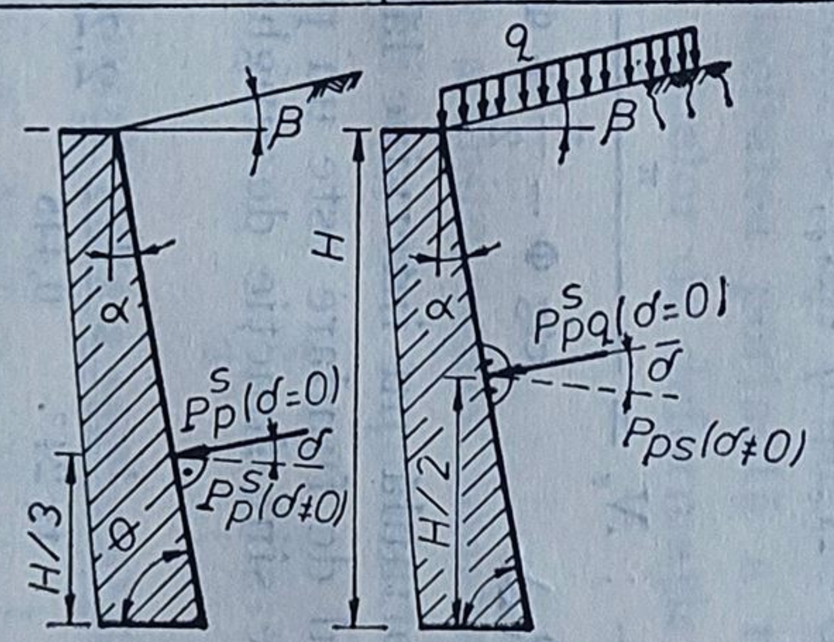
Din suprasarcină:

$$P_{aq}^s = \frac{(1-a_v)\cos\alpha}{\cos(\alpha-\beta)} \cdot qH \cdot K_{as}$$

$$P_{aq}^s = \frac{(1-a_v)\sin\theta}{\sin(\theta+\beta)} \cdot qH \cdot K_{as}$$

$\theta_s = \text{arc tg}\, a_h/(1-a_v)$.

Pasivă



Din greutate proprie:

$$P_p^s = \left(\frac{1-a_v}{2}\right)\gamma H^2 K_{ps}$$

$$K_{ps} = \frac{\cos^2(\Phi-\theta_s+\alpha)}{\cos\theta_s \cos^2\alpha \cos(\alpha-\sigma-\theta_s)\left[1+\sqrt{\frac{\sin(\Phi+\sigma)\sin(\Phi+\beta-\theta_s)}{\cos(\alpha-\sigma-\theta_s)\cos(\beta-\alpha)}}\right]^2}$$

$$K_{ps} = \frac{[\cos\theta_s \sin^2\theta \sin(\theta+\sigma+\theta_s)]^{-1}\sin^2(\theta+\theta_s-\Phi)}{\left[1-\sqrt{\frac{\sin(\Phi+\sigma/\sin(\Phi+\beta-\theta_s)}{\sin(\theta+\sigma+\theta_s)\sin(\theta+\beta)}}\right]^2}$$

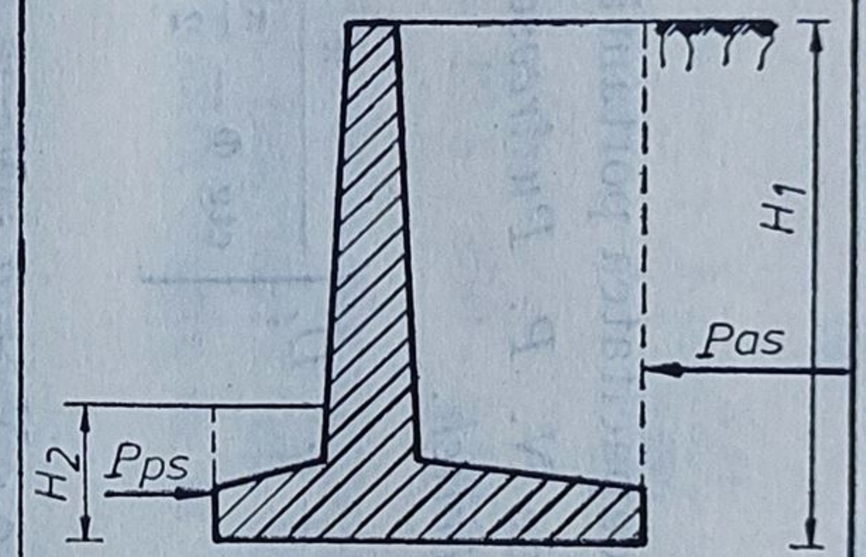
Din suprasarcină:

$$P_{pq}^s = \frac{(1-a_v)\cos\alpha}{\cos(\alpha-\beta)} \cdot q \cdot H \cdot K_{ps}$$

$$P_{pq}^s = \frac{(1-a_v)\sin\theta}{\sin(\theta+\beta)} \cdot qH \cdot K_{ps}$$

CUTREMUR ORIZONTAL, SUPRAFAȚA TEREN ORIZONTALĂ, PARAMENT VERTICAL

Activă + Pasivă



Cutremur orizontal:

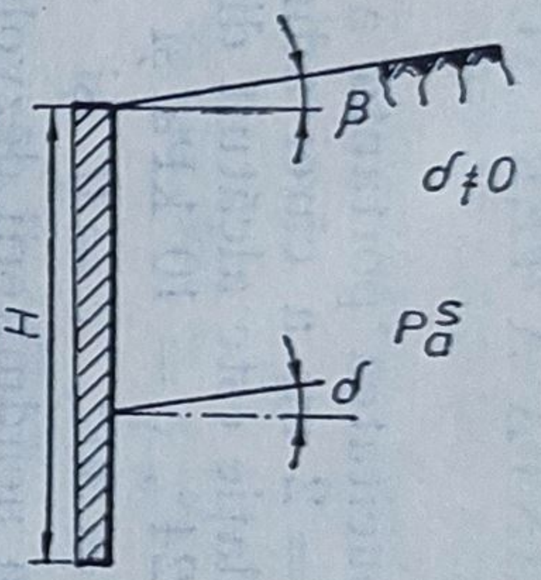
$$P_a^s = \frac{\cos^2(\Phi-\theta_s)}{\cos^2\theta_s\left[1+\sqrt{\frac{\sin\Phi\cdot\sin(\Phi-\theta_s)}{\cos\theta_s}}\right]^2} \cdot \frac{\gamma H_1^2}{2}$$

$$P_p^s = \frac{\cos^2(\Phi-\theta_s)}{\cos^2\theta_s\left[1-\sqrt{\frac{\sin\Phi\cdot\sin(\Phi-\theta_s)}{\cos\theta_s}}\right]^2} \cdot \frac{\gamma H_2^2}{2}$$

$\theta_s = \text{arc tg}\, a_h$

a_h - coeficient de intensitate seismică pe orizontală

CUTREMUR ORIZONTAL, SUPRAFAȚA TEREN ÎNCLINATĂ, PARAMENT VERTICAL



$$P_a^s = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_{as}$$

$$K_{as} = \frac{\cos^2(\Phi-\theta_s)}{\cos\theta_s \cdot \cos(\theta_s+\sigma)\left[1+\sqrt{\frac{\sin(\Phi+\sigma)\sin(\Phi-\theta_s-\beta)}{\cos(\sigma+\theta_s)\cos\beta}}\right]^2}$$

$$K_{ps} = \frac{\cos^2(\Phi-\theta_s)}{\cos\theta_s \cdot \cos(\sigma+\theta_s)\left[1-\sqrt{\frac{\sin(\Phi-\sigma)\cdot\sin(\Phi-\theta_s+\beta)}{\cos(\sigma+\theta_s)\cdot\cos\beta}}\right]^2}$$

$\theta_s = \text{arc tg}\, a_h$

Anexa IV.2.8. Împingerea pământului cu considerarea efectului seismic.

IV.3 — CAPACITATEA PORTANTĂ A TERENULUI DE FUNDARE

IV.3.1. Să se determine capacitatea portantă a terenului de fundare pentru o fundație de lățime $B = 2$ m, a cărei adîncime de fundare este $D_f = 2{,}5$ m. Terenul de sub fundație este alcătuit din:

a) praf nisipos, avînd $\Phi = 24°$, $c = 10$ kPa și $\gamma = 18{,}5$ kN/m³;

b) nisip prăfos, avînd $\Phi = 30°$, $c = 0$ și $\gamma = 18{,}5$ kN/m³.

Calculul se va face în ipoteza neadmiterii dezvoltării zonelor de deformații plastice în teren.

Rezolvare.

În ipoteza în care $z_{max} = 0$, capacitatea portantă a terenului de fundare se deduce cu formula propusă de *N. P. Puzîrevschi, D. K. Jürgenson, N. M. Ghersevanov* și *O. K. Fröhlich*.

$$p_l = \frac{\pi \cdot \operatorname{ctg} \Phi \cdot c}{\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi} + \gamma \cdot D_f \left[\frac{\pi}{\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi} + 1 \right]$$

sau

$$p_l = c \cdot N_c + q \cdot N_q,$$

în care:

$$N_c = \frac{\pi \cdot \operatorname{ctg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi_{rad}}; \quad N_q = \frac{\pi}{\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi} + 1.$$

Se observă că în această formulă nu intervine lățimea fundației.

a) Pentru primul caz terenul de fundare este un pămînt coeziv. Vom calcula coeficienții N_c și N_q care sînt funcție de unghiul de frecare interioară Φ.

$$\operatorname{ctg} \Phi = \operatorname{ctg} 24° = \frac{1}{\operatorname{tg} 24°} = \frac{1}{0{,}445} = 2{,}246.$$

Unghiul Φ îl vom transforma în radiani:

$$\Phi_{rad} = \frac{24 \cdot \pi}{180} = 0{,}419;$$

$$N_c = \frac{3{,}14 \cdot 2{,}246}{2{,}246 - \frac{3{,}14}{2} + 0{,}419} = \frac{7{,}056}{1{,}094} = 6{,}449;$$

$$N_q = \frac{3{,}14}{2{,}246 - \frac{3{,}14}{2} + 0{,}419} + 1 = \frac{3{,}14}{1{,}094} + 1{,}0 = 2{,}872 + 1 = 3{,}872.$$

Avînd valorile lui N_c și N_q vom calcula valoarea presiunii limită.

$$p_l = 10 \cdot 6{,}449 + 18{,}5 \cdot 2{,}50 \cdot 3{,}872 = 64{,}49 + 179{,}08 =$$

$$= 243{,}57 \text{ kPa}.$$

b) În al doilea caz terenul de sub fundație este alcătuit dintr-un pămînt lipsit de coeziune. În această situație, presiunea limită va avea expresia: $p_{lim} = q \cdot N_q$ — deoarece coeziunea fiind $c = 0$, primul termen devine egal cu zero.

$$\operatorname{ctg} \Phi = \operatorname{ctg} 30^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg} 30^\circ} = \frac{1}{0{,}577} = 1{,}73;$$

$$\Phi_{rad} = \frac{30 \cdot \pi}{180} = 0{,}524;$$

$$N_q = \frac{3{,}14}{1{,}73 - \frac{3{,}14}{2} + 0{,}524} + 1 = \frac{3{,}14}{0{,}683} + 1 = 4{,}60 + 1{,}0 = 5{,}60;$$

$$p_l = 18{,}5 \cdot 250 \cdot 5{,}60 = 259 \text{ kPa}.$$

Din compararea celor două rezultate se constată că la o creștere cu 6° a unghiului de frecare interioară, cu toate că coeziunea este egală cu zero, valoarea presiunii limită crește de la valoarea $p_l = 244$ kPa, la $p_l = 259$ kPa.

IV.3.2. Considerînd aceeași fundație ca în exemplul IV.3.1, *a*, se cere să se determine capacitatea portantă a terenului de fundare, în ipoteza că se admite unirea zonelor de deformație plastică în axul fundației.

Rezolvare.

În ipoteza că se admite unirea zonelor de deformație plastică în axul fundației, valoarea lui z_{max} are expresia:

$$z_{max} = \frac{b}{2} \cdot \operatorname{ctg}\left(45^\circ - \frac{\Phi}{2}\right).$$

Presiunea corespunzătoare a fost stabilită de *Iaropolski* și are expresia:

$$p_l = c \cdot N_c + q \cdot N_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma,$$

în care: $N_c = \dfrac{\pi \cdot \operatorname{ctg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi}$; $N_q = 1 + \dfrac{\pi}{\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi}$;

$$N_\gamma = \frac{\pi \cdot \operatorname{ctg}(45^\circ - \Phi/2)}{\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi}.$$

Terenul de fundare este caracterizat printr-un praf nisipos, avînd următoarele caracteristici geotehnice: $\Phi = 24^\circ$, $c = 10$ kPa și $\gamma = 18{,}5$ kN/m³.

Valorile coeficienților N_c și N_q au fost calculate la exemplul IV.3.1 a.

$$N_c = 6{,}449;\ N_q = 3{,}872.$$

Valoarea coeficientului N_γ va fi egală cu:

$$N_\gamma = \frac{3{,}14 \operatorname{ctg}\left(45° - \frac{24°}{2}\right)}{2{,}246 - \frac{3{,}14}{2} + 0{,}419} = \frac{3{,}14 \cdot \operatorname{ctg} 33°}{1{,}094} = \frac{3{,}14 \cdot 1{,}54}{1{,}094} = 4{,}420;$$

$$p_l = 10 \cdot 6{,}449 + 18{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 3{,}872 + \frac{1}{2} \cdot 18{,}5 \cdot 2{,}0 \cdot 4{,}42 = 64{,}49 +$$

$$+ 179{,}08 + 81{,}77 = 325{,}34 \text{ kPa}.$$

Se constată că influența lățimii fundației asupra mărimii capacității portante a terenului de fundare este destul de importantă, sporul de capacitate portantă fiind de circa 33% (de la $p_l = 244$ kPa, la $p_l = 325$ kPa).

IV.3.3. Un masiv de pământ, omogen și izotrop, alcătuit dintr-o argilă prăfoasă cu următoarele caracteristici: $\Phi = 18°$, $c = 40$ kPa și $\gamma = 17{,}8$ kN/m³, este solicitat de o sarcină verticală uniform repartizată, transmisă prin intermediul unei fundații izolate. Se cere să se determine sarcina limită a terenului de fundare din condiția ca zonele plastice să nu se poată forma decît în afara planelor verticale care trec prin marginea tălpii fundației, pentru diferite valori ale lățimii tălpii fundației egale cu $2b_1 = 2{,}0$ m, $2b_2 = 2{,}5$ m, $2b_3 = 3{,}0$ m, $2b_4 = 4{,}0$ m și pentru adîncimea de fundare $D_f = 2{,}50$ m.

Rezolvare.

Maslov pune condiția dezvoltării zonelor de deformație plastică, pe adîncimea $z_{max} = b \cdot \operatorname{tg} \Phi$. Din această condiție rezultă valoarea sarcinii limită:

$$p_l = c \cdot N_c + q \cdot N_q + \gamma \cdot B \cdot N_\gamma, \text{ în care:}$$

$$N_c = \frac{\pi \cdot \operatorname{ctg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi}; \quad N_q = \frac{\pi}{\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi} + 1;$$

$$N_\gamma = \frac{\pi \cdot \operatorname{tg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi}; \quad q = \gamma \cdot D_f;$$

$$\operatorname{ctg} \Phi = \operatorname{ctg} 18° = \frac{1}{\operatorname{tg} 18°} = \frac{1}{0{,}325} = 3{,}078;$$

$$\Phi_{rad} = \frac{\pi \cdot 18°}{180°} = 0{,}314;$$

$$N_c = \frac{3{,}14 \cdot 3{,}078}{3{,}078 - \frac{3{,}14}{2} + 0{,}314} = \frac{9{,}67}{1{,}822} = 5{,}307;$$

$$N_q = \frac{3{,}14}{3{,}078 - \frac{3{,}14}{2} + 0{,}314} + 1 = \frac{3{,}14}{1{,}822} + 1 = 1{,}724 + 1 = 2{,}724;$$

$$N_\gamma = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}325}{3{,}078 - \dfrac{3{,}14}{2} + 0{,}314} = \frac{1{,}021}{1{,}822} = 0{,}56.$$

Vom calcula valorile presiunii limită, corespunzător lățimii fundației:

a) $2b_1 = 2$ m;

$$p_{l_1} = 40 \cdot 5{,}307 + 17{,}8 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}724 + 17{,}8 \cdot 2{,}0 \cdot 0{,}56 =$$
$$= 212{,}28 + 121{,}22 + 19{,}936 = 353 \text{ kPa}.$$

b) $2b_2 = 2{,}5$ m;

$$p_{l_2} = 40 \cdot 5{,}307 + 17{,}8 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}724 + 17{,}8 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}56 =$$
$$= 212{,}28 + 121{,}22 + 24{,}92 = 358 \text{ kPa}.$$

c) $2b_3 = 3{,}0$ m;

$$p_{l_3} = 40 \cdot 5{,}307 + 17{,}8 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}724 + 17{,}8 \cdot 3{,}0 \cdot 0{,}56 =$$
$$= 212{,}28 + 121{,}22 + 29{,}90 = 363 \text{ kPa}.$$

d) $2b_4 = 4{,}0$ m;

$$p_{l_4} = 40 \cdot 5{,}307 + 17{,}8 \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}724 + 17{,}8 \cdot 4{,}0 \cdot 0{,}56 =$$
$$212{,}28 + 121{,}22 + 39{,}87 = 373 \text{ kPa}.$$

Folosind formula lui *Maslov* se ia în considerație și lățimea fundației, dar valoarea presiunii diferă puțin în funcție de această valoare. Astfel, pentru o creștere a lățimii fundației cu 100% (de la $2b_1 = 2{,}0$ m la $2b_4 = 4{,}0$ m) presiunile cresc doar cu 5,6% (de la $p_{l_1} = 353$ kPa, la $p_{l_4} = 373$ kPa).

Calculul presiunii limită după metoda *Maslov* se poate realiza mai rapid cu ajutorul unor abace date în figura IV.3.1. După *Maslov* valoarea presiunii limită este:

$$p_l = c \cdot \frac{\pi \cdot \operatorname{ctg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Phi - \dfrac{\pi}{2} + \Phi} + \gamma D_f \left(\frac{\pi}{\operatorname{ctg} \Phi - \dfrac{\pi}{2} + \Phi} + 1 \right) + \gamma \frac{2 \cdot \pi \operatorname{tg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Phi - \dfrac{\pi}{2} + \Phi} \cdot b;$$

$$p_l = \frac{\pi \cdot \operatorname{ctg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Phi - \dfrac{\pi}{2} + \Phi} \cdot c + \frac{\pi \cdot \gamma \cdot D_f}{\operatorname{ctg} \Phi - \dfrac{\pi}{2} + \Phi} + \gamma D_f + \gamma \frac{2 \cdot \pi \operatorname{tg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Phi - \dfrac{\pi}{2} + \Phi} \cdot b$$

sau

$$p_l - \gamma D_f = \gamma \left[\frac{\pi}{\operatorname{ctg} \Phi - \dfrac{\pi}{2} + \Phi} \cdot D_f + \frac{2 \cdot \pi \operatorname{tg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Phi - \dfrac{\pi}{2} + \Phi} \cdot b \right] + \frac{\pi \cdot \operatorname{ctg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Phi - \dfrac{\pi}{2} + \Phi} \cdot c$$

Dacă se notează:

$$H = \frac{\pi}{\operatorname{ctg} \Phi - \dfrac{\pi}{2} + \Phi} \cdot D_f; \quad B = \frac{2 \cdot \pi \cdot \operatorname{tg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Psi - \dfrac{\pi}{2} + \Phi} \cdot b;$$

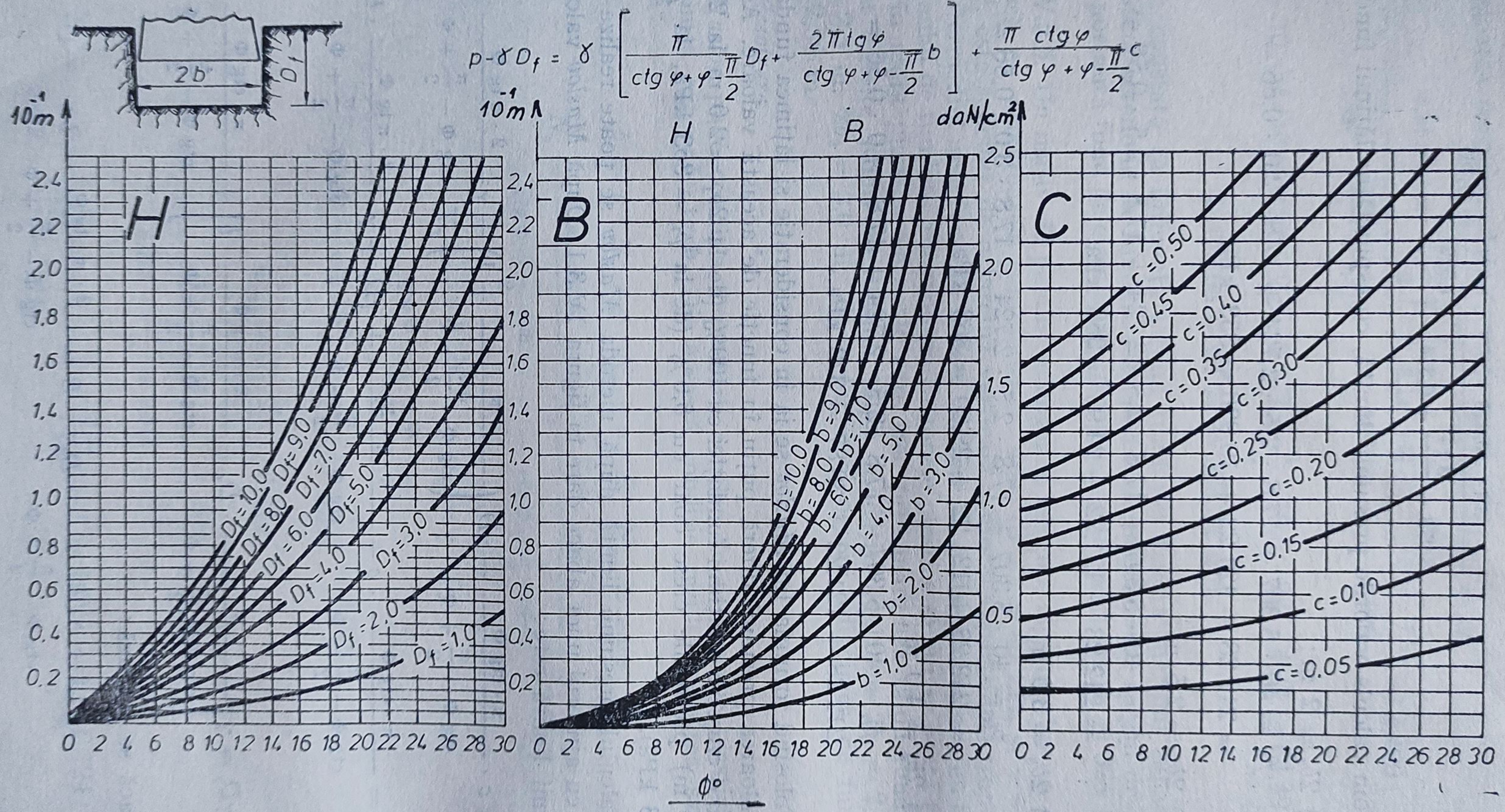


Fig. IV.3.1. Abacele metodei Maslov.

$$C = \frac{\pi \cdot \operatorname{ctg} \Phi}{\operatorname{ctg} \Phi - \frac{\pi}{2} + \Phi} \cdot c\,;$$ formula lui *Maslov* devine:

$$p_i - \gamma \cdot D_f = \gamma(H + B) + C.$$

Valorile coeficienților H, B și C se stabilesc cu ajutorul abacelor din figura IV.3.1 în funcție de unghiul de frecare interioară Φ și de adîncimea de fundare D_f, de jumătate din lățimea tălpii b și coeziunea c. Din prima abacă corespunzător valorii lui $\Phi = 18°$ se scoate valoarea lui H pentru $D_f = 2{,}0$ m și $D_f = 3{,}0$ m, obținîndu-se:

$$H = 0{,}34 \cdot 10^{-1} \text{ m pentru } D_f = 2{,}0 \text{ m};$$

$$H = 0{,}53 \cdot 10^{-1} \text{ m pentru } D_f = 3{,}0 \text{ m}.$$

Interpolînd liniar între cele două valori se obține $H = 0{,}435 \cdot 10^{-1}$ m pentru $D_f = 2{,}50$ m.

a) Pentru $b_1 = 1{,}0$ m din a doua abacă se scoate valoarea lui $B = 0{,}11 \cdot 10^{-1}$ m corespunzătoare lui $\Phi = 18°$.

În funcție de $c = 0{,}40$ daN/cm² și $\Phi = 18°$ din abaca pentru C se determină $C = 2{,}12$ daN/cm².

Avînd aceste valori putem determina presiunea limită corespunzătoare lățimii fundației $b = 2{,}0$ m.

$$p_i - \gamma \cdot D_f = 17{,}8(0{,}435 + 0{,}11) \cdot \frac{1}{10} + 2{,}12.$$

$$p_i = 1{,}78 \cdot 0{,}545 + 2{,}12 + 17{,}8 \cdot 2{,}5 \cdot \frac{1}{100} = 0{,}97 + 2{,}12 + 0{,}445 =$$

$$= 3{,}54 \text{ daN/cm}^2 = 354 \text{ kPa}$$

b) Pentru $b_2 = 1{,}25$ valorile lui H și C rămîn aceleași, se schimbă doar valorile lui B care se vor interpola între valorile corespunzătoare pentru $b = 1{,}0$ m și $b = 2{,}0$ m.

$$B = 0{,}11 \cdot 10^{-1} \text{ m pentru } b = 1{,}0 \text{ m};$$

$$B = 0{,}22 \cdot 10^{-1} \text{ m pentru } b = 2{,}0 \text{ m}.$$

Interpolînd obținem $B = 0{,}13 \cdot 10^{-1}$ m.

$$p_i - \gamma \cdot D_f = 17{,}8(0{,}435 + 0{,}13) \cdot \frac{1}{10} + 2{,}12$$

$$p_i = 1{,}78 \cdot 0{,}565 + 2{,}12 + 0{,}445 = 1{,}006 + 2{,}12 + 0{,}445 =$$
$$= 3{,}57 \text{ daN/cm}^2 = 357 \text{ kPa}$$

c) Pentru $b_3 = 1{,}50$ m, valorile lui B se vor obține făcîndu-se interpolarea liniară între valorile corespunzătoare lui $b = 1{,}0$ și $b = 2{,}0$ m.

$$B = 0{,}11 \cdot 10^{-1} \text{ m pentru } b = 1{,}0 \text{ m}$$

$$B = 0{,}22 \cdot 10^{-1} \text{ m pentru } b = 2{,}0 \text{ m}$$

Făcînd interpolarea, se obține $B = 0{,}165 \cdot 10^{-1}$ m.

$$p_i - \gamma \cdot D_f = 17{,}8(0{,}435 + 0{,}165) \cdot \frac{1}{10} + 2{,}12$$

$$p_i = 1{,}78 \cdot 0{,}6 + 2{,}12 + 0{,}445 = 1{,}068 + 2{,}12 + 0{,}445 =$$

$$= 3{,}63 \text{ daN/cm}^2 = 363 \text{ kPa}.$$

d) Pentru $b_4 = 2{,}0$ m corespunde :

$B = 0{,}22 \cdot 10^{-1}$ m.

$$p_i - \gamma D_f = 17{,}8(0{,}435 + 0{,}22)\frac{1}{10} + 2{,}12$$

$$p_i = 1{,}78 \cdot 0{,}655 + 2{,}12 + 0{,}445 = 1{,}166 + 2{,}12 + 0{,}445 =$$

$$= 3{,}73 \text{ daN/cm}^2 = 373 \text{ kPa}.$$

Se observă că valorile presiunii limită determinate cu abacele lui *Maslov* sînt aceleași cu valorile calculate aplicînd formulele lui *Maslov*.

IV.3.4. Să se găsească valoarea presiunii critice a terenului de fundare, în cazul în care pe teren reazemă o fundație izolată avînd o formă dreptunghiulară în plan $(2{,}0 \times 2{,}80)\text{m}^2$. Terenul de fundare este alcătuit dintr-un nisip argilos cu următoarele caracteristici :

— unghiul de frecare interioară $\Phi = 20°$; coeziunea $c = 10$ kPa ; greutatea volumică a pămîntului $\gamma = 18{,}2$ kN/m^3.

Adîncimea de fundare este $D_f = 2{,}50$ m.

Rezolvare.

Calculul presiunii critice se va face cu formula $p_{cr} = \gamma B N_\gamma + cN_c + qN_q$, în care coeficienții N_γ, N_c, N_q se vor determina în diferite ipoteze pentru dezvoltarea suprafețelor de alunecare.

a) *Teoria Rankine.*

În această ipoteză se consideră că cedarea terenului se face după suprafețe plane, admițîndu-se că sub talpa fundației se formează o prismă de pămînt în care avem o stare activă și care acționînd asupra pămîntului din jurul fundației dă naștere unei stări limite pasive.

$$q = \gamma \cdot D_f = 18{,}2 \cdot 2{,}5 = 45{,}5 \text{ kPa} ; \; B = 2{,}0 \text{ m}.$$

În funcție de unghiul $\Phi = 20°$ vom scoate din tabelul IV.3.1 valorile coeficienților adimensionali N_γ, N_c, N_q.

$$N_\gamma = 1{,}20 ; \quad N_c = 7{,}00 ; \quad N_q = 2{,}85.$$

Valoarea presiunii critice va fi egală cu :

$$p_{cr} = 18{,}2 \cdot 2{,}0 \cdot 1{,}2 + 10 \cdot 7{,}0 + 45{,}5 \cdot 2{,}85 =$$

$$= 43{,}68 + 70 + 129{,}68 = 243{,}36 \text{ kPa}.$$

b) *Teoria Prandtl — Caquot — Sokolovski.*

Se consideră că suprafețele de alunecare sînt curbe, valorile lui N_γ, N_c, N_q scoțîndu-le din tabelul IV.3.1.

$$N_\gamma = 1{,}26 ; \quad N_c = 11{,}0 ; \quad N_q = 4{,}00.$$

$$p_{cr} = 18{,}2 \cdot 2{,}0 \cdot 1{,}26 + 10 \cdot 11{,}0 + 45{,}5 \cdot 4{,}0 =$$

$$= 45{,}86 + 110 + 182 = 337{,}86 \text{ kPa}.$$

Tabelul IV.3.1

Valoarea coeficienților N_γ, N_c și N_q

Φ°	N_γ						N_c						N_q					
	I	II	III	IV	V	VI	I	II	III	IV	V	VI	I	II	III	IV	V	VI
10°	0,60	1,00	0,3	0,4	0,5	1,1	5,73	8,40	9,9	9,2	12	20	2,00	2,50	2,70	2,1	3,0	4,6
20°	1,20	1,26	0,8	1,0	2,0	4,1	7,00	11,00	13,0	12,0	17	33	2,85	4,00	4,50	3,7	5,3	9,4
25°	2,25	2,94	2,0	3,4	4,7	9,0	8,65	15,00	19,0	16,0	25	56	4,12	6,40	7,5	6,3	9,2	2,0
30°	3,96	6,67	5,0	5,1	11,0	25,0	10,90	21,00	25,0	22,0	37	100	6,01	11,00	13,00	12,0	18,0	49,0
35°	6,96	16,20	10,0	11,0	27,0	73,0	13,85	31,00	37,0	33,0	58	198	9,00	18,00	22,00	20,0	33,0	118,0
40°	12,00	36,70	21,0	25,0	73,0	238,0	17,80	46,00	58,0	48,0	100	430	13,50	33,00	42,00	35,0	68,0	320,0
45°	21,40	76,40	65,0	59,0	197,0	775,0	23,90	76,00	95,0	78,0	200	1 200	21,00	64,00	81,00	64,0	142,0	890,0

$$P_{cr} = \gamma B N_\gamma + c N_c + q N_q$$

I — Teoria Rankine

II — Teoria Prandtl-Caquot-Sokolovski

III — Teoria Terzaghi

IV — Teoria Mayerhoff $\beta = 0°$

V — Teoria Mayerhoff $\beta = 30°$

VI — Teoria Mayerhoff $\beta = 90°$

c) *Teoria Terzaghi.*

Terzaghi consideră că dezvoltarea suprafețelor de alunecare curbe se realizează pînă la nivelul tălpii fundației. De asemenea, presupune că pe talpa fundației se dezvoltă o forță de frecare provocată de frecarea dintre pămînt și materialul din care este alcătuită talpa fundației.

Din tabelul IV.3.1 scoatem valorile coeficienților N_γ, N_c, N_q pentru $\Phi = 20°$.

$$N_\gamma = 0{,}8\,;\ N_c = 13{,}0\,;\ N_q = 4{,}50.$$

Presiunea critică va avea valoarea:

$$p_{cr} = 18{,}2 \cdot 2{,}0 \cdot 0{,}8 + 10 \cdot 13 + 45{,}5 \cdot 4{,}5 =$$

$$= 29{,}12 + 130 + 204{,}75 = 363{,}87 \text{ kPa}.$$

d) *Teoria Meyerhoff.*

Se presupune că suprafețele de alunecare se extind pînă la suprafața terenului. *Meyerhoff* stabilește coeficienții N_γ, N_c, N_q prin aproximări succesive, în funcție de mărimea înclinării suprafețelor de alunecare față de talpa fundației dată de valoarea unghiul β, care crește cu adîncimea de fundare.

Valorile lui N_γ, N_c, N_q s-au determinat pentru diferite mărimi ale lui β.

Pentru $\beta = 0°$; $N_\gamma = 1{,}0$; $N_c = 12{,}0$; $N_q = 3{,}70$.

$$p_{cr} = 18{,}2 \cdot 2{,}0 \cdot 1{,}0 + 10 \cdot 12{,}0 + 45{,}5 \cdot 3{,}7 =$$

$$= 36{,}4 + 120 + 168{,}35 = 324{,}75 \text{ kPa}.$$

Pentru $\beta = 30°$, $N_\gamma = 2{,}0$; $N_c = 17{,}0$; $N_q = 5{,}30$.

$$p_{cr} = 18{,}2 \cdot 2{,}0 \cdot 2{,}0 + 10 \cdot 17{,}0 + 45{,}5 \cdot 5{,}3 =$$

$$= 72{,}8 + 170 + 241{,}15 = 483{,}95 \text{ kPa}.$$

Pentru $\beta = 90°$, $N_\gamma = 4{,}1$; $N_c = 33{,}0$; $N_q = 9{,}40$.
Valoarea presiunii critice va fi:

$$p_{cr} = 18{,}2 \cdot 2{,}0 \cdot 4{,}1 + 10 \cdot 33 + 45{,}5 \cdot 9{,}4 =$$

$$= 149{,}24 + 330 + 427{,}7 = 906{,}94 \text{ kPa}.$$

Se constată că valori apropiate ale presiunii critice le dau ipotezele lui *Prandtl — Caquot — Sokolovschi*, *Terzaghi* și *Meyerhoff* pentru $\beta = 0°$.

IV.3.5. Pe o argilă grasă urmează să se execute un zid prevăzut cu fundații continui. Sarcina transmisă de fundație este de 100 kN/m. Încercările de compresiune triaxială pe probe netulburate au condus la o valoare a coeziunii argilei de $c = 40$ kPa și a unghiului de frecare interioară $\Phi = 10°$. În laborator s-au determinat și alte caracteristici:

— indicele porilor $e = 1{,}30$; indicele de consistență $I_c = 0{,}4$; greutatea volumică $\gamma = 17{,}6$ kN/m³. Să se determine lățimea necesară a fundației. Adîncimea de fundare este $D_f = 1{,}50$ m.

Tabelul IV.3.2

Tipurile de teren nestîncoase la care calculul terenului de fundare se poate face pe baza presiunilor convenţionale de calcul

Nr. crt.	Tipuri de teren
1	Pămînturi macrogranulare, conţinînd mai puţin de 40% nisip şi mai puţin de 30% argilă, în condiţiile unei stratificaţii practic uniforme şi orizontale
2	Pămînturi nisipoase, inclusiv nisipuri prăfoase, îndesate sau de îndesare medie, în condiţiile unei stratificaţii practic uniforme şi orizontale
3	Nisipuri argiloase şi prafuri argiloase avînd $e \leqslant 0{,}7$ şi avînd $I_C \geqslant 0{,}5$ în condiţiile unei stratificaţii practic uniforme şi orizontale
4	Argile nisipoase şi argile prăfoase avînd $e \leqslant 1{,}0$ şi $I_C \geqslant 0{,}5$ în condiţiile unei stratificaţii practic uniforme şi orizontale
5	Argile avînd $e \leqslant 1{,}1$ şi $I_C \geqslant 0{,}5$ în condiţiile unei stratificaţii practic uniforme şi orizontale
6	Roci semistîncoase în condiţiile unei stratificaţii practic orizontale
7	Orice combinaţie între stratificaţiile de la punctele anterioare
8	Umpluturi de proveniență cunoscută, conţinînd materii organice sub 10%

Rezolvare.

Conform STAS 8316—77, calculul terenului de fundare se efectuează:

— la starea limită de deformaţii;

— la starea limită de capacitate portantă.

Calculul la starea limită de deformaţii se efectuează pentru construcţiile fundate pe terenuri nestîncoase cu excepţia celor prevăzute în tabelul IV.3.2.

Presiunea efectivă pe teren, provenită din încărcările de calcul din gruparea fundamentală pentru care se efectuează calculul la deformaţii trebuie să nu depăşească valoarea limită dată de expresia:

$p_{pl} = m_l (\bar{\gamma} \cdot B \cdot N_1 + qN_2 + cN_3)$ kPa — pentru construcţii fără subsol,

în care: m_l este coeficient al condiţiilor de lucru, luat conform tabelului IV.3.3.

$\bar{\gamma}$ — media ponderată a greutăţilor volumice de calcul ale straturilor de sub fundaţie cuprinse pe o adîncime $B/4$ măsurată de la talpa fundaţiei, în kN/m³;

B — latura mică a fundaţiei, în m;

q — supraîncărcarea de calcul la nivelul tălpii fundaţiei, lateral faţă de fundaţie, în kPa;

c — valoarea de calcul a coeziunii straturilor de pămînt de sub fundaţie, în kPa;

N_1, N_2, N_3 — coeficienţi adimensionali în funcţie de valoarea de calcul a unghiului de frecare interioară a terenului de sub talpa fundaţiei, conform tabelului IV.3.4.

Pentru $\Phi = 10°$, valorile coeficienţilor N_1, N_2, N_3 vor fi:

$$N_1 = 0{,}18;\ N_2 = 1{,}73;\ N_3 = 4{,}17.$$

Tabelul IV.3.3

Coeficientul condițiilor de lucru

Nr. crt.	Denumirea terenului de fundare	m_l pentru starea limită a structurii la care se face verificarea	
		starea limită ultimă	starea limită a exploatării normale
1	Bolovănișuri cu interspațiile umplute cu nisip, pietrișuri și nisipuri, cu excepția nisipurilor fine și prăfoase	2,00	1,60
2	Nisipuri fine: — uscate sau umede ($S_r \leqslant 0{,}8$) — foarte umede sau saturate ($S_r > 0{,}8$)	1,90 1,80	1,55 1,45
3	Nisipuri prăfoase: — uscate sau umede ($S_r \leqslant 0{,}8$) — foarte umede sau saturate ($S_r > 0{,}8$)	1,80 1,50	1,45 1,25
4	Bolovănișuri și pietrișuri umplute cu pământuri argiloase cu $I_C \geqslant 0{,}5$	1,60	1,35
5	Pământuri argiloase cu $I_C \geqslant 0{,}5$	1,60	1,35
6	Bolovănișuri și pietrișuri umplute cu pământuri argiloase cu $I_C < 0{,}5$	1,10	0,95
7	Pământuri argiloase cu $I_C < 0{,}5$	1,10	0,95

Tabelul IV.3.4

Coeficienții N_1, N_2, N_3, în funcție de unghiul de frecare interioară

$\Phi°$	N_1	N_2	N_3
0°	0,00	1,00	3,14
2°	0,03	1,12	3,32
4°	0,06	1,25	3,51
6°	0,10	1,39	3,71
8°	0,14	1,55	3,93
10°	0,18	1,73	4,17
12°	0,23	1,94	4,42
14°	0,29	2,17	4,69
16°	0,36	2,43	5,00
18°	0,43	2,72	5,31
20°	0,51	3,06	5,66
22°	0,61	3,44	6,04
24°	0,72	3,87	6,45
26°	0,84	4,37	6,90
28°	0,98	4,93	7,40
30°	1,15	5,59	7,95
32°	1,34	6,35	8,55
34°	1,55	7,21	9,21
36°	1,81	8,25	9,98
38°	2,11	9,44	10,80
40°	2,46	10,84	11,73
42°	2,87	12,50	12,77
44°	3,37	14,48	13,96
45°	3,66	15,64	14,64

Valoarea supraîncărcării de calcul q va fi egală cu:

$$q = \gamma \cdot D_f = 17{,}6 \cdot 1{,}50 = 26{,}4 \text{ kPa}.$$

Din tabelul IV.3.3, pentru pămînturi argiloase avînd $I_c < 0{,}5$, corespunzător stării limită a exploatării normale a structurii, se determină pentru coeficientul condițiilor de lucru valoarea $m_1 = 0{,}95$.

Să luăm lățimea fundației $B = 0{,}90$ m,

$$p_{pe} = 0{,}95(17{,}6 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}18 + 26{,}4 \cdot 1{,}73 + 40 \cdot 4{,}17) =$$

$$= 0{,}95(2{,}85 + 45{,}67 + 166{,}8) = 204{,}55 \text{ kPa}.$$

Presiunea disponibilă pe terenul de fundare va fi:

$$p_a = p_{pe} - \gamma \cdot D_f = 204{,}55 - 26{,}4 = 178{,}15 \text{ kPa}.$$

Pentru încărcarea $P = 100$ kN/m rezultă o lățime necesară a fundației de:

$$B_{nec} = \frac{100}{178{,}15} = 0{,}56 \text{ m}, \text{ deci prima aproximație } (B = 0{,}90 \text{ m})$$

este prea acoperitoare.

Vom alege $B = 0{,}60$ m,

$$p_{pe} = 0{,}95(17{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}18 + 45{,}67 + 166{,}8) = 0{,}95(1{,}90 +$$

$$+ 213{,}47) = 0{,}95 \cdot 215{,}37 = 204{,}60 \text{ kPa};$$

$$p_a = 204{,}60 - 26{,}4 = 178{,}20 \text{ kPa}.$$

Lățimea necesară a fundației va fi:

$B_{nec} = \frac{100}{178{,}20} = 0{,}56$ m. Deci vom lua $B = 0{,}60$ m, adică exact cît s-a anticipat.

Este de reținut că mai înainte s-a calculat presiunea netă, ceea ce înseamnă că greutatea zidului plus greutatea fundațiilor minus greutatea pămîntului scos din săpătura pentru fundații nu trebuie să depășească 178 kPa sau 100 kN/m.

IV.3.6. O construcție din cadre, avînd un număr de trei niveluri, este amplasată pe un strat de argilă nisipoasă avînd indicile porilor $e = 0{,}9$ și indicele de consistență $I_c = 0{,}7$. Cunoscînd lățimea fundației $B = 6{,}0$ m și adîncimea de fundare $D_f = 1{,}80$ m, să se determine capacitatea portantă a terenului de fundare după STAS 8316—77.

Rezolvare.

Conform STAS 8316—77 la construcțiile din clasele de importanță III, IV și V (tabelul IV.3.5, *b*) fundate pe unul din tipurile de teren indicate în tabelul IV.3.2, cînd studiul geotehnic nu cuprinde datele necesare pentru efectuarea calculului la starea limită de deformații, calculul terenului de fundare se poate face pe baza presiunilor convenționale de calcul.

Presiunea convențională de calcul se determină conform tabelului IV.3.5, *a*. Datele din tabel se referă la o adîncime de fundare cuprinsă între 1,0 și 2,0 m și pentru o lățime a fundației de 0,60 . . . 1,0 m.

Tabelul IV.3.5, a

Determinarea presiunilor convenționale de calcul pe teren

Denumirea terenului de fundare	$p_{conv.}$ kPa
Roci stîncoase	
1. Stînca în forma de masiv compact, fără crăpături sau goluri	$\frac{\sigma^{a)}_{rs}}{6}$
2. Stînca crăpată constînd din blocuri nelegate	900...2 000
Roci semistîncoase	
1. Marne, marne argiloase și argile marnoase compacte	350...1 100[b)]
2. Șisturi argiloase, argile șistuoase și nisipuri cimentate	600...850[b)]
Pămînturi necoezive	
1. Bolovănișuri cu interspațiile umplute cu nisip și pietriș	850
2. Blocuri cu interspații umplute cu pămînturi argiloase	350...600[c)]
3. Pietrișuri curate (din fragmente de roci cristaline)	750
4. Pietrișuri cu nisip	650
5. Pietrișuri din fragmente de roci sedimentare	360...500[c)]
6. Pietrișuri cu nisip argilos	350...500[c)]

	Îndesate	Îndesare medie[d)]
7. Nisip mare	750	600
8. Nisip mijlociu	600	500
9. Nisip fin: — umed	500	350
— foarte umed și saturat	350	250
10. Nisip fin prăfos: — uscat	400	300
— umed	300	250
— foarte umed și saturat	250	150

Pămînturi coezive[d), e)]

	Indicele porilor	Consistența	
		$I_c = 0,5$	$I_c = 1$
1. Nisip argilos, praf argilos	0,5	400	425
	0,7	300	350
2. Argilă nisipoasă sau prăfoasă	0,5	400	425
	0,7	300	350
	1,0	225	300
3. Argile	0,5	725	850
	0,6	575	725
	0,8	350	425
	1,0	250	350

Umpluturi	Pămînturi nisipoase și zguri cu excepția nisipurilir prăfoase		Nisipuri prăfoase prafuri argiloase pămînturi vegetale	
	$S_r = 0,5$	$S_r = 0,8$	$S_r = 0,5$	$S_r = 0,8$
1. Umpluturi și depozite din pămînturi omogene realizate și compactate organizat (perne, ramblee)	250	200	180	150
2. Depozite omogene rezultate în urma unor activități sistematice de depunere de pămînturi și reziduuri minerale, compactate controlat	250	200	180	150
3. Depozite omogene rezultate în urma unor activități sistematice de depunere de pămînturi și reziduuri minerale, necompactate	180	150	120	100

Observaţii: a) σ_{rcs} reprezintă rezistenţa la rupere la compresiune a rocii în stare saturată, determinată pe epruvete cubice conform STAS 6200/5—71.

b) În intervalul indicat, valorile se aleg ţinînd seama de compactitatea şi de starea de degradare a rocii semistîncoase. Ele nu variază cu adîncimea de fundare şi dimensiunile în plan ale fundaţiilor.

c) În intervalul indicat, valorile se aleg ţinînd seama de consistenţa pămîntului argilos aflat în interspaţii, interpolînd între valorile minime pentru $I_c = 0{,}5$ şi maxime, corespunzînd lui $I_c = 1$.

d) În cazul în care datorită naturii pămîntului nu este posibilă prelevarea pe probe netulburate, stabilirea gradului de îndesare sau de consistenţă se poate face pe baza rezultatelor penetrării dinamice.

e) La pămînturi coezive, avînd valori intermediare ale indicelui de consistenţă I_c şi ale indicelui porilor e, se admite interpolarea liniară a valorii presiunii convenţionale de calcul pe terenul de fundare de sub talpa fundaţiei, după I_c şi după e succesiv.

Pentru pămînturile sensibile la umezire sau contractile pentru stabilirea valorii presiunii convenţionale de calcul se vor folosi prescripţii speciale.

Pentru pămînturile argiloase avînd $I_c > 1$, valoarea $p_{conv.}$ se alege astfel:

— pentru nisipiuri argiloase, valorile $p_{conv.}$ corespunzătoare lui $I_c = 1$;

— pentru prafuri argiloase, argile prăfoase, argile, valorile din coloana $I_c = 1$ se majorează cu 20%.

La construcţiile cu subsol se adoptă pentru presiunile convenţionale de calcul valorile corespunzătoare celei mai mici dintre valorile D sau D', unde: D este adîncimea de fundare măsurată de la cota terenului sistematizat, la exteriorul zidului de subsol;

$D' = q/\gamma$, în care: q este supraîncărcarea permanentă aplicată la nivelul tălpii fundaţiei în partea interioară a zidului de subsol, în kPa; γ — greutatea volumică de calcul a straturilor situate deasupra tălpii fundaţiei, în interiorul zidului de subsol, în kN/m³.

Pentru fundaţiile avînd lăţimea tălpii $B \geqslant 5$ m, valorile din tabel se majorează astfel:

— la bolovănişuri, pietrişuri şi pămînturi nisipoase cu excepţia nisipurilor prăfoase cu 50%;

— la nisipuri prăfoase şi pămînturi argiloase cu 20%.

Pentru $1{,}0 < B < 5$ m se interpolează liniar valorile din tabel şi cele corespunzătoare la $B = 5$ m.

Pentru adîncimi de fundare $D_f > 2{,}0$ m valoarea p se calculează cu formula:

$$p_{conv.D_f>2} = p_{conv.} + K \cdot \gamma(D_f - 2),$$

în care: $p_{conv.}$ este presiunea convenţională de calcul (tab. IV.3.5);

K — un coeficient (tab. IV.3.6);

γ — greutatea volumică de calcul a straturilor situate deasupra nivelului tălpii fundaţiei (calculată ca medie ponderată cu grosimea straturilor), în kN/m³.

Pentru $D_f < 1$ m, $p_{conv.}$ se determină prin interpolare între valoarea $p_{conv.}$ stabilită pentru $D_f = 1$ m şi $0{,}5p_{conv.}$ pentru $D_f = 0$ m.

Tabelul IV.3.5, b

Caracterizarea construcţiilor funcţie de clasa de importanţă

Clasa de importanţă	Caracterizare
I	Construcţii de importanţă deosebită: construcţii monumentale, clădiri care adăpostesc bunuri cultural-artistice de mare valoare, construcţii de primă necesitate în caz de cutremur, construcţii a căror ieşire din funcţiune are o influenţă deosebită asupra economiei naţionale
II	Construcţii de importanţă curentă (toate construcţiile cu excepţia celor din clasele I, III, IV)
III	Construcţii a căror funcţiune nu duce la aglomerări de oameni sau care nu adăpostesc utilaje şi alte bunuri greu de înlocuit Construcţiile complexelor industriale agrozootehnice
IV	Construcţii puţin importante destinate a adăposti bunuri de mică valoare şi un personal restrîns de deservire cu acces nepermanent

Tabelul IV.3.6

Valorile coeficientului K pentru calculul presiunii convenţionale; adîncimi de fundare mai mari de 2 m

Denumirea pămîntului	K
Bolovănişuri, pietrişuri şi pămînturi nisipoase (cu excepţia nisipurilor prăfoase)	2,5
Nisipuri prăfoase cu excepţia argilelor	2,0
Argile	1,5

Se interpolează liniar valorile lui $p_{conv.}$ pentru $I_c = 0{,}5$ şi $e = 0{,}9$.

$I_c = 0{,}5$; $e = 0{,}7$ . . . . . $p_{conv.} = 300$ kPa;

$e = 1{,}0$ . . . . . $p_{conv.} = 225$ kPa;

$e = 0{,}9$ . . . . . $p_{conv.} = 300 - \frac{0{,}2 \cdot 75}{0{,}3} =$

$= 300 - 50 = 250$ kPa.

Pentru $I_c = 1{,}0$ şi $e = 0{,}9$ vom avea:

$e = 0{,}7$ . . . . . $p_{conv.} = 350$ kPa;

$e = 1{,}0$ . . . . . $p_{conv.} = 300$ kPa;

$e = 0{,}9$ . . . . . $p_{conv.} = 350 - \frac{0{,}2 \cdot 50}{0{,}3} =$

$= 350 - 33 = 317$ kPa

Vom determina valoarea lui $p_{conv.}$ pentru $I_c = 0{,}7$ şi $e = 0{,}9$, interpolînd liniar între $I_c = 0{,}5$ şi $I_c = 1{,}0$.

Pentru $e = 0{,}9$; $I_c = 0{,}5$ ..... $p_{conv.} = 250$ kPa;
$I_c = 1{,}0$ ... $p_{conv.} = 317$ kPa;
$I_c = 0{,}7$ ... $p_{conv.} = 250 + \frac{0{,}2 \cdot 67}{0{,}5} = 250 + 26{,}8 = 276{,}8$ kPa.

Valoarea lui $p_{conv.} = 277$ kPa este valabilă pentru fundații având lățimea tălpii $B = 0{,}6$ ... 1,0 m și adîncimea de fundare $D_f = 1{,}0$ ... ... 2,0 m.

Pentru fundațiile avînd lățimea tălpii $B \geqslant 5$ m, valorile din tabel se majorează cu 20% pentru nisipuri prăfoase și pămînturi argiloase.

Deci presiunea convențională pentru $B = 6$ m va fi:

$$p_{conv.} = 277 + 0{,}2 \cdot 277 = 277 + 55{,}4 = 332{,}4 \text{ kPa}.$$

A rezultat $p_{conv.} = 332$ kPa pentru cazul în care $e = 0{,}9$, $I_c = 0{,}7$ și lățimea fundației $B = 6$ m.

IV.3.7. O hală industrială cu un singur nivel avînd lățimea fundației $B = 3{,}0$ m, fundată pe un strat de nisip fin prăfos, transmite terenului de fundare o presiune $p_{net} = 200$ kPa. Să se determine dacă pămîntul poate prelua eforturile transmise de fundație, a cărei adîncime de fundare este $D_f = 2{,}5$ m. Nisipul are următoarele caracteristici: $S_r = 0{,}85$; $I_D = 0{,}5$; $\gamma = 17{,}4$ kN/m³.

Rezolvare.

În funcție de gradul de umiditate $S_r = 0{,}85 > 0{,}80$ și gradul de îndesare $I_D = 0{,}5 > 0{,}33$ nisipul este foarte umed și are îndesare medie.

Din tabelul IV.3.5, pentru nisip fin prăfos, foarte umed, de îndesare medie avem valoarea $p_{conv.} = 150$ kPa.

Pentru a afla presiunile convenționale corespunzătoare lățimii fundației $B = 3{,}0$ m se va interpola liniar între valorile $p_{conv.} = 150$ kPa corespunzătoare lui $B = 1{,}0$ m și $p_{conv.} = 150 + 0{,}2 \cdot 150 = 150 + 30 = 180$ kPa pentru $B = 5$ m, valoare care a fost sporită cu 20% față de valoarea din tabel corespunzătoare pentru $B = 0{,}6$ ... 1,0 m.

$B = 1{,}0$ m ... $p_{conv.} = 150$ kPa
$B = 3{,}0$ m ... x
$B = 5{,}0$ m ... $p_{conv.} = 180$ kPa.
$B = 4{,}0$ m ... $p_{conv.} = 30$ kPa
$B = 2{,}0$ m ... x, de unde $x = \frac{2 \cdot 30}{4} = 15$ kPa.

Pentru $B = 3{,}0$ m rezultă $p_{conv.} = 150 + 15 = 165$ kPa.

Pentru adîncimi de fundare $D_f > 2{,}0$ m, valorile $p_{conv.}$ se calculează cu relația:

$$p_{conv.\,D_f > 2.0} = p_{conv.} + K \cdot \bar{\gamma} \cdot (D_f - 2) \text{ conform STAS 8316/77,}$$

în care: K este coeficient ce depinde de natura pămîntului;
$K = 2{,}0$ pentru nisipuri prăfoase,

$$p_{conv.\,D_f = 2{,}5} = 165 + 2 \cdot 17{,}4(2{,}5 - 2{,}0) = 165 + 34{,}8 \cdot 0{,}5 =$$
$$= 165 + 17{,}4 = 182{,}4 \text{ kPa}.$$

Deci: $p_{net} = 200$ kPa $> p_{conv.} = 182$ kPa.

Pentru $e = 0{,}9$; $I_c = 0{,}5$ ..... $p_{conv.} = 250$ kPa;
$I_c = 1{,}0$ ... $p_{conv.} = 317$ kPa;
$I_c = 0{,}7$ ... $p_{conv.} = 250 + \frac{0{,}2 \cdot 67}{0{,}5} = 250 + 26{,}8 = 276{,}8$ kPa.

Valoarea lui $p_{conv.} = 277$ kPa este valabilă pentru fundații avînd lățimea tălpii $B = 0{,}6$ ... 1,0 m și adîncimea de fundare $D_f = 1{,}0$ ... ... 2,0 m.

Pentru fundațiile avînd lățimea tălpii $B \geqslant 5$ m, valorile din tabel se majorează cu 20% pentru nisipuri prăfoase și pămînturi argiloase.

Deci presiunea convențională pentru $B = 6$ m va fi:

$$p_{conv.} = 277 + 0{,}2 \cdot 277 = 277 + 55{,}4 = 332{,}4 \text{ kPa}.$$

A rezultat $p_{conv.} = 332$ kPa pentru cazul în care $e = 0{,}9$, $I_c = 0{,}7$ și lățimea fundației $B = 6$ m.

IV.3.7. O hală industrială cu un singur nivel avînd lățimea fundației $B = 3{,}0$ m, fundată pe un strat de nisip fin prăfos, transmite terenului de fundare o presiune $p_{net} = 200$ kPa. Să se determine dacă pămîntul poate prelua eforturile transmise de fundație, a cărei adîncime de fundare este $D_f = 2{,}5$ m. Nisipul are următoarele caracteristici: $S_r = 0{,}85$; $I_D = 0{,}5$; $\gamma = 17{,}4$ kN/m³.

Rezolvare.

În funcție de gradul de umiditate $S_r = 0{,}85 > 0{,}80$ și gradul de îndesare $I_D = 0{,}5 > 0{,}33$ nisipul este foarte umed și are îndesare medie.

Din tabelul IV.3.5, pentru nisip fin prăfos, foarte umed, de îndesare medie avem valoarea $p_{conv.} = 150$ kPa.

Pentru a afla presiunile convenționale corespunzătoare lățimii fundației $B = 3{,}0$ m se va interpola liniar între valorile $p_{conv.} = 150$ kPa corespunzătoare lui $B = 1{,}0$ m și $p_{conv.} = 150 + 0{,}2 \cdot 150 = 150 + 30 = 180$ kPa pentru $B = 5$ m, valoare care a fost sporită cu 20% față de valoarea din tabel corespunzătoare pentru $B = 0{,}6$ ... 1,0 m.

$B = 1{,}0$ m ... $p_{conv.} = 150$ kPa
$B = 3{,}0$ m ... x
$B = 5{,}0$ m ... $p_{conv.} = 180$ kPa.
$B = 4{,}0$ m ... $p_{conv.} = 30$ kPa
$B = 2{,}0$ m ... x, de unde $x = \frac{2 \cdot 30}{4} = 15$ kPa.

Pentru $B = 3{,}0$ m rezultă $p_{conv.} = 150 + 15 = 165$ kPa.

Pentru adîncimi de fundare $D_f > 2{,}0$ m, valorile $p_{conv.}$ se calculează cu relația:

$p_{conv.\,D_f>2.0} = p_{conv.} + K \cdot \bar{\gamma} \cdot (D_f - 2)$ conform STAS 8316/77,

în care: K este coeficient ce depinde de natura pămîntului;

$K = 2{,}0$ pentru nisipuri prăfoase.

$p_{conv.\,D_f=2{,}5} = 165 + 2 \cdot 17{,}4(2{,}5 - 2{,}0) = 165 + 34{,}8 \cdot 0{,}5 =$
$= 165 + 17{,}4 = 182{,}4$ kPa.

Deci: $p_{net} = 200$ kPa $> p_{conv.} = 182$ kPa.

Pentru ca terenul de fundare să suporte sarcina transmisă de fundație, fără a modifica amplasamentul, avem trei posibilități:

a) să mărim adîncimea de fundare (D_f) și să menținem lățimea constantă ($B = \text{const}$);

b) să mărim lățimea fundației și să menținem $D_f = \text{const.}$;

c) să mărim atît D_f cît și B.

a) Vom lua $D_f = 3{,}2$ m. În acest caz vom avea:

$$p_{conv.\ D_f = 3{,}2} = 165 + 2 \cdot 17{,}4(3{,}2 - 2{,}0) = 165 + 34{,}8 \cdot 1{,}2 =$$
$$= 165 + 41{,}76 = 206{,}76 \text{ kPa}.$$

Deci: $p_{net} = 200$ kPa $< p_{conv.} = 207$ kPa pentru cazul cînd $B = 3{,}0$ și $D_f = 3{,}2$ m.

b) Vom lua $B = 5$ m și $D_f = 2{,}5$ m. Presiunea corespunzătoare pentru $B \geqslant 5$ m va fi:

$$p_{conv.} = 180 \text{ kPa}.$$

Pentru $D_f = 2{,}5$; $p_{conv.\ D_f = 2{,}5} = 180 + 2 \cdot 17{,}4(2{,}5 - 2{,}0) = 197{,}4$ kPa;

$$p_{net} = 200 \text{ kPa} > p_{conv.} = 197 \text{ kPa}.$$

În această situație oricît am mări lățimea fundației, sporul de capacitate portantă dat de această componentă nu este suficient pentru ca terenul de fundare să reziste.

c) Impunem $B = 4{,}0$ m și $D_f = 3{,}5$ m.

Pentru $B = 4{,}0$ m vom avea:

$B = 1{,}0$ m ... $p_{conv.} = 150$ kPa

$B = 4{,}0$ m ... x

$B = 5{,}0$ m ... $p_{conv.} = 180$ kPa.

$B = 4{,}0$ m ... $p_{conv.} = 30$ kPa

$B = 3{,}0$ m ... x, de unde $x = \frac{3 \cdot 30}{4} = 22{,}5$ kPa.

$$p_{conv.} = 150 + 22{,}5 = 172{,}5 \text{ kPa}.$$

Pentru $D_f = 3{,}0$ m, valoarea presiunii va fi:

$$p_{conv.\ D_f = 3{,}0} = 172{,}5 + 2 \cdot 17{,}4(3 - 2) = 172{,}5 + 34{,}8 = 207{,}3 \text{ kPa}.$$

În acest caz pentru $B = 4{,}0$ m și $D_f = 3{,}0$ m

$$p_{net.} = 200 \text{ kPa} < p_{conv.} = 207 \text{ kPa}.$$

IV.3.8. Fundația unei clădiri avînd lățimea $B = 2{,}5$ m și $L = 3{,}0$ m, reazemă pe un strat de argilă prăfoasă, foarte compresibil, la cotă $-2{,}50$ m față de nivelul terenului amenajat. Cunoscînd craracteristicile terenului de fundare: $\gamma = 18{,}0$ kN/m³; $e = 1{,}2$; $\Phi = 15°$; $c = 20$ kPa, să se determine capacitatea portantă a terenului de fundare conform STAS 8316–77, folosind calculul la starea limită de capacitate portantă.

Încărcarea transmisă fundației se aplică cu o excentricitate $e = 0{,}15$ m după direcția lui B.

Rezolvare.

Prin calculul terenului la starea limită de capacitate portantă, după STAS 8316—77, trebuie să se asigure respectarea condiției

$$Q \leqslant mR,$$

în care: Q este încărcarea de calcul asupra terenului de fundare provenită din acțiunile din grupări speciale. Aceasta poate fi de natura unei presiuni efective, forță de alunecare, moment de răsturnare etc.;

R — capacitatea portantă de calcul a terenului de fundare. Aceasta poate fi de natura unei presiuni critice, rezistențe la forfecare, moment de stabilitate etc.;

m — coeficient al condițiilor de lucru.

În cazul în care rezultanta încărcării de calcul prezintă o înclinare față de verticală mai mică de 5° și în condițiile unei stratificații aproximativ orizontale, pentru capacitatea portantă de calcul a terenului de de fundare, cu excepția terenurilor stîncoase se recomandă utilizarea expresiei

$$p'_{cf} \leqslant m_c \cdot p_{cr} \qquad \text{(kPa)},$$

în care: p'_{cf} este presiunea medie verticală pe teren, rezultată prin împărțirea componentei verticale a rezultatei încărcării de calcul (provenită din gruparea specială cea mai defavorabilă) la suprafața redusă a fundației, în kPa;

m_c — coeficient al condițiilor de lucru, egal cu unitatea;

p_{cr} — presiunea critică, în kPa, calculată cu formula

$$p_{cr} = \gamma B' \cdot N_\gamma \cdot \lambda_\gamma + qN_q\lambda_q + cN_c\lambda_c \qquad \text{(kPa)},$$

în care: γ este greutatea volumică de calcul a straturilor de pământ de sub talpa fundației, în kN/m³;

B' — lățimea redusă a fundației, în m;

N_γ, N_q, N_c — coeficienți de capacitate portantă care depind de valoarea de calcul a unghiului de frecare interioară Φ al straturilor de pământ de sub talpa fundației, conform tabelului IV.3.7;

q — supraîncărcarea de calcul care acționează la nivelul tălpii fundației, lateral față de fundație, în kPa;

c — valoarea de calcul a coeziunii straturilor de pământ de sub talpa fundației, în kPa;

λ_γ, λ_q, λ_c — coeficienți de formă ai tălpii fundației, conform tabelului IV.3.8.

Dimensiunile reduse ale tălpii fundației L' și B' se determină cu formulele

$$L' = L - 2e_1 \qquad \text{(m)},$$

$$B' = B - 2e_2 \qquad \text{(m)},$$

în care: L, B sînt dimensiunile tălpii fundației, în m;

e_1,e_2 — excentricitățile rezultantei încărcării de calcul față de axa transversală respectiv față de axa longitudinală a tălpii fundației, în m.

Tabelul IV.3.7

Coeficienții de capacitate portantă în funcție de unghiul de frecare interioară

Φ	N_γ	N_q	N_c
0°	0,0	1,0	5,1
5°	0,1	1,6	6,5
10°	0,2	2,5	8,3
15°	0,7	3,9	11,0
20°	1,8	6,4	14,8
22°30	2,7	8,2	17,5
25°	4,1	10,7	20,7
27°30	6,1	13,9	24,9
30°	9,0	18,4	30,1
32°30	13,6	24,6	37,0
35°	20,4	33,3	46,1
37°30	31,0	45,8	58,4
40°	47,7	64,2	75,3
42°30	75,0	91,9	99,3
45°	120,5	134,9	133,9

Tabelul IV.3.8

Coeficienții de formă ai tălpii fundației

Forma fundației	λ_c, λ_q	λ_γ
Continuă	1,0	1,0
Dreptunghiulară $B/L \geqslant 0,2$	$1 + 0,3\,\frac{B'}{L'}$	$1 - 0,4\,\frac{B'}{L'}$
Pătrată, circulară	1,3	0,6

Suprafața redusă este $A' = L' \cdot B'$ (m²).

În cazul nostru $e_1 = 0$; $e_2 = 0,15$ m.

$B' = 2,5 - 2 \cdot 0,15 = 2,5 - 0,3 = 2,2$ m; $L' = L = 3,0$ m.

Pentru $\Phi = 15°$, valorile coeficienților de capacitate portantă se scot din tabelul IV.3.7: $N_\gamma = 0,7$; $N_q = 3,9$; $N_c = 11,0$.

Forma fundației fiind dreptunghiulară cu $\frac{B}{L} = \frac{2,5}{3} = 0,83 > 0,2$, coeficienții de formă ai tălpii fundației vor fi egali cu:

$$\lambda_c = \lambda_q = 1 + 0,3\,\frac{B'}{L'}; \quad \lambda_\gamma = 1 - 0,4 \cdot \frac{B'}{L'};$$

$$\lambda_c = \lambda_q = 1 + 0,3 \cdot \frac{2,2}{3,0} = 1 + 0,22 = 1,22;$$

$$\lambda_\gamma = 1 - 0,4 \cdot \frac{2,2}{3,0} = 1 - 0,29 = 0,71;$$

$$q = \gamma \cdot D_f = 18 \cdot 2,5 = 45 \text{ kPa}.$$

Valoarea presiunii critice va fi:

$$p_{cr} = 18 \cdot 2,2 \cdot 0,7 \cdot 0,71 + 45 \cdot 3,9 \cdot 1,22 + 20 \cdot 11,0 \cdot 1,22 =$$
$$= 19,68 + 214,11 + 268,4 = 502,19 \text{ kPa}.$$

CAPITOLUL V

FUNDAȚII DE SUPRAFAȚĂ

V.1. Un stîlp al unui cadru din beton armat cu dimensiunile (25 × × 50) cm², transmite fundației o încărcare axială $N = 1430$ kN și un moment încovoietor $M = 215$ kNm. Să se dimensioneze fundația stîlpului presupunînd că se realizează dintr-un bloc de beton simplu și cuzinet de beton armat. Capacitatea portantă a terenului de fundare la cota de fundare $D_f = 3$ m este de 3,7 daN/cm².

Rezolvare.

Se impun pentru suprafața bazei fundației dimensiunile: $B = 3{,}50$ m și $A = 1{,}75$ m.

Greutatea proprie a fundației se poate calcula folosind volumul comun de umplutură și beton cu o greutate volumică medie.

$$G_f = A \cdot B \cdot D_f \cdot \gamma_{med}\,; \quad \gamma_{med} = 20 \text{ kN/m}^3\,;$$

$$G_f = 1{,}75 \cdot 3{,}50 \cdot 3{,}0 \cdot 20 = 367{,}5 \text{ kN}.$$

Încărcarea totală care acționează pe talpa fundației va fi:

$$N_t = N + G_f = 1430 + 367{,}5 = 1797{,}5 \text{ kN}.$$

Excentricitatea forței N_t, la nivelul tălpii:

$$e_1 = \frac{M}{N_t} = \frac{215}{1798} = 0{,}12 \text{ m}.$$

Presiunile efective pe talpă vor fi egale cu:

$$p_{1,2} = \frac{N_t}{B \cdot A}\left(1 \pm \frac{6 \cdot e_1}{B}\right) = \frac{1\,798}{1{,}75 \cdot 3{,}50}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0{,}12}{3{,}5}\right);$$

$$p_1 = 353{,}9 \text{ kN/m}^2 = 3{,}54 \text{ daN/cm}^2 < 3{,}7 \text{ daN/cm}^2\,;$$

$$p_2 = 233{,}16 \text{ kN/m}^2 = 2{,}33 \text{ daN/cm}^2 > 0.$$

a) *Stabilirea dimensiunilor cuzinetului.*

Conform normativului P. 10—77, suprafața de contact a cuzinetului cu blocul de beton simplu se alege din [illegible]rente economice, respectîndu-se condițiile:

$\frac{l_c}{L} = \frac{b_c}{B} = 0{,}55 \ldots 0{,}65$, pentru [illegible] cu o singură treaptă;

$\frac{l_c}{L} = \frac{b_c}{B} = 0{,}40 \ldots 0{,}50$, pentru bloc cu două sau trei trepte.

În aceste relații l_c și b_c sînt dimensiunile în plan ale cuzinetului.

Considerînd că blocul fundației este realizat din beton simplu marca B75 și alcătuit din două trepte, dimensiunile cuzinetului vor fi egale cu:

$$b_c = (0{,}40 \ldots 0{,}50) \cdot B = (0{,}40 \ldots 0{,}50) \cdot 3{,}50 = (1{,}40 \ldots 1{,}75) \text{ m};$$

$$l_c = (0{,}40 \ldots 0{,}50) \cdot A = (0{,}40 \ldots 0{,}50) \cdot 1{,}75 = (0{,}7 \ldots 0{,}88) \text{ m}.$$

Cuzinetul îl vom alege din beton armat marca B150 cu dimensiunile: $b_c = 150$ cm, $l_c = 75$ cm.

Excentricitatea forței N la baza cuzinetului va fi:

$$e_2 = \frac{M}{N} = \frac{215}{1\,430} = 0{,}15 \text{ m}$$

Presiunile pe cuzinet la nivelul blocului de fundație sînt (fig. V.1):

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{b_c \cdot l_c}\left(1 \pm \frac{6 \cdot e_2}{b_c}\right) = \frac{1430}{0{,}75 \cdot 1{,}5}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0{,}15}{1{,}5}\right);$$

$$\sigma_1 = 2033{,}77 \text{ kN/m}^2 = 20{,}34 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\sigma_2 = 508{,}44 \text{ kN/m}^2 = 5{,}08 \text{ daN/cm}^2.$$

b) *Armarea cuzinetului.*

Înălțimea h_c a cuzinetului, care nu va fi mai mică de 30 cm, trebuie să satisfacă condițiile:

$$h_c \geqslant 30 \text{ cm}; \quad \frac{h_c}{l_x} > \frac{2}{3}; \quad \frac{h_c}{b_c} \geqslant 0{,}25;$$

$$l_x = \frac{b_c - b_s}{2} = \frac{1{,}50 - 0{,}50}{2} = 0{,}50 \text{ m}; \quad l_y = \frac{0{,}75 - 0{,}25}{2} = 0{,}25 \text{ m}.$$

Vom impune $h_c = 50$ cm;

$$\frac{h_c}{l_x} = \frac{50}{50} = 1 > \frac{2}{3}; \quad \frac{h_c}{b_c} = \frac{50}{150} = 0{,}33 > 0{,}25.$$

Pentru calculul momentelor încovoietoare necesare armării cuzinetului, pentru cuzineți de formă dreptunghiulară și stîlpi de secțiune dreptunghiulară, se duc din colțurile bazei stîlpului drepte înclinate la 45° față de axele fundației și se consideră pentru calcul că, cuzinetul este tăiat în patru console de aceste drepte. Pentru fundații dreptunghiulare cu încărcare excentrică și $l_x > l_y$, valoarea momentelor încovoietoare este

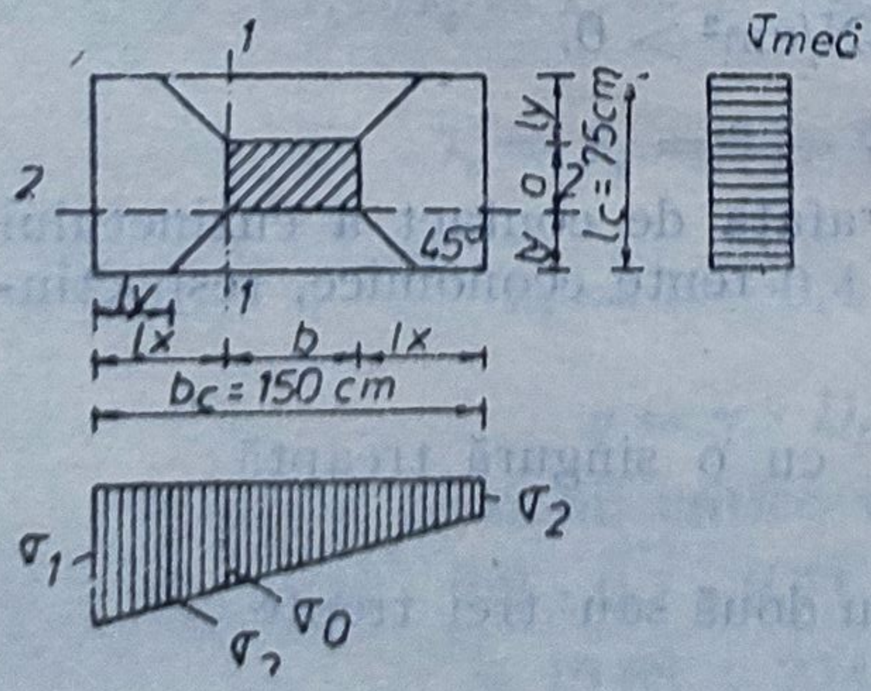


Fig. V.1. Calculul armăturii cuzinetului.

$$M_x = \frac{A \cdot l_x^2}{6}(2\sigma_1 + \sigma_0) - \frac{l_y^3}{6}(\sigma_3 + \sigma_0) \text{ daNcm};$$

$$M_y = \frac{p_{med} \cdot l_y^2}{6}(3 \cdot b + 4l_x) \text{ daNcm};$$

$$\sigma_{med} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \text{ daN/cm}^2,$$

în care: $A = l_c$ este latura mică a cuzinetului, în cm;
b — latura mare a secțiunii stîlpului, în cm;
a — latura mică a secțiunii stîlpului, în cm;
σ — presiunea la baza cuzinetului, în daN/cm².

Pentru determinarea lui M_x și M_y, va trebui să calculăm valorile presiunilor σ_0 și σ_3.

$$\sigma_0 = \sigma_2 + \frac{b_c - l_x}{b_c}(\sigma_1 - \sigma_2) = 5{,}08 + \frac{150 - 50}{150}(20{,}34 - 5{,}08) = 15{,}25 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\sigma_3 = \sigma_2 + \frac{b_c - l_y}{b_c}(\sigma_1 - \sigma_2) = 5{,}08 + \frac{150 - 25}{150}(20{,}34 - 5{,}08) = 17{,}80 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\sigma_{med} = \frac{20{,}34 + 5{,}08}{2} = 12{,}71 \text{ daN/cm}^2;$$

$$M_x = \frac{75 \cdot 50^2}{6}(2 \cdot 20{,}34 + 15{,}25) - \frac{25^3}{6}(17{,}8 + 15{,}25) = 1\,661\,745 \text{ daNcm};$$

$$M_y = \frac{12{,}71}{6} \cdot 25^2(3 \cdot 50 + 4 \cdot 25) = 330\,990 \text{ daNcm}.$$

Pentru stabilirea secțiunii de armătură prin metoda de calcul la starea limită de rezistență a betonului se poate aplica relația:

$$M \leqslant b \cdot h_0^2 \cdot R_c \cdot B,$$

de unde:

$$B_x = \frac{M_x}{l_c \cdot h_{0x}^2 \cdot R_c}; \quad B_y = \frac{M_y}{b_c \cdot h_{0y}^2 \cdot R_c},$$

în care: R_c este rezistența de calcul a betonului la compresiune.

Pentru elemente din beton armat solicitate la încovoiere, $R_c = 70$ daN/cm² pentru beton de marcă B150.

$$h_{0x} = h - a = 50 - 3{,}5 = 46{,}5 \text{ cm};$$

$$h_{0y} = h_{0x} - 1 = 46{,}5 - 1 = 45{,}5 \text{ cm}.$$

$$B_x = \frac{1\,661\,745}{75 \cdot 46{,}5^2 \cdot 70} = 0{,}146; \quad B_y = \frac{330\,990}{150 \cdot 45{,}5^2 \cdot 70} = 0{,}015.$$

Corespunzător lui $B_x = 0{,}147$ se găsește un procent de armare $p_x = 0{,}534\%$, pentru OB 37.

Corespunzător lui $B_y = 0{,}015$ se scoate $p_y = 0{,}05\%$, pentru OB 37. Armătura pe cele două direcții va fi:

$$A_{ax} = \frac{p_x}{100} \cdot l_c \cdot h_{0x}; \quad A_{ay} = \frac{p_y}{100} \cdot b_c \cdot h_{0y};$$

$A_{ax} = \frac{0{,}534}{100} \cdot 75 \cdot 46{,}5 = 18{,}62$ cm². Vom alege $6Ø20 = 18{,}84$ cm² la 13 cm.

$A_{ay} = \frac{0{,}05}{100} \cdot 150 \cdot 45{,}5 = 3{,}41$ cm². Vom alege $7Ø10 = 5{,}49$ cm² la 23 cm. Blocul de beton simplu îl vom alege din două trepte cu înălțimea egală cu 80 cm (fig. V.2).

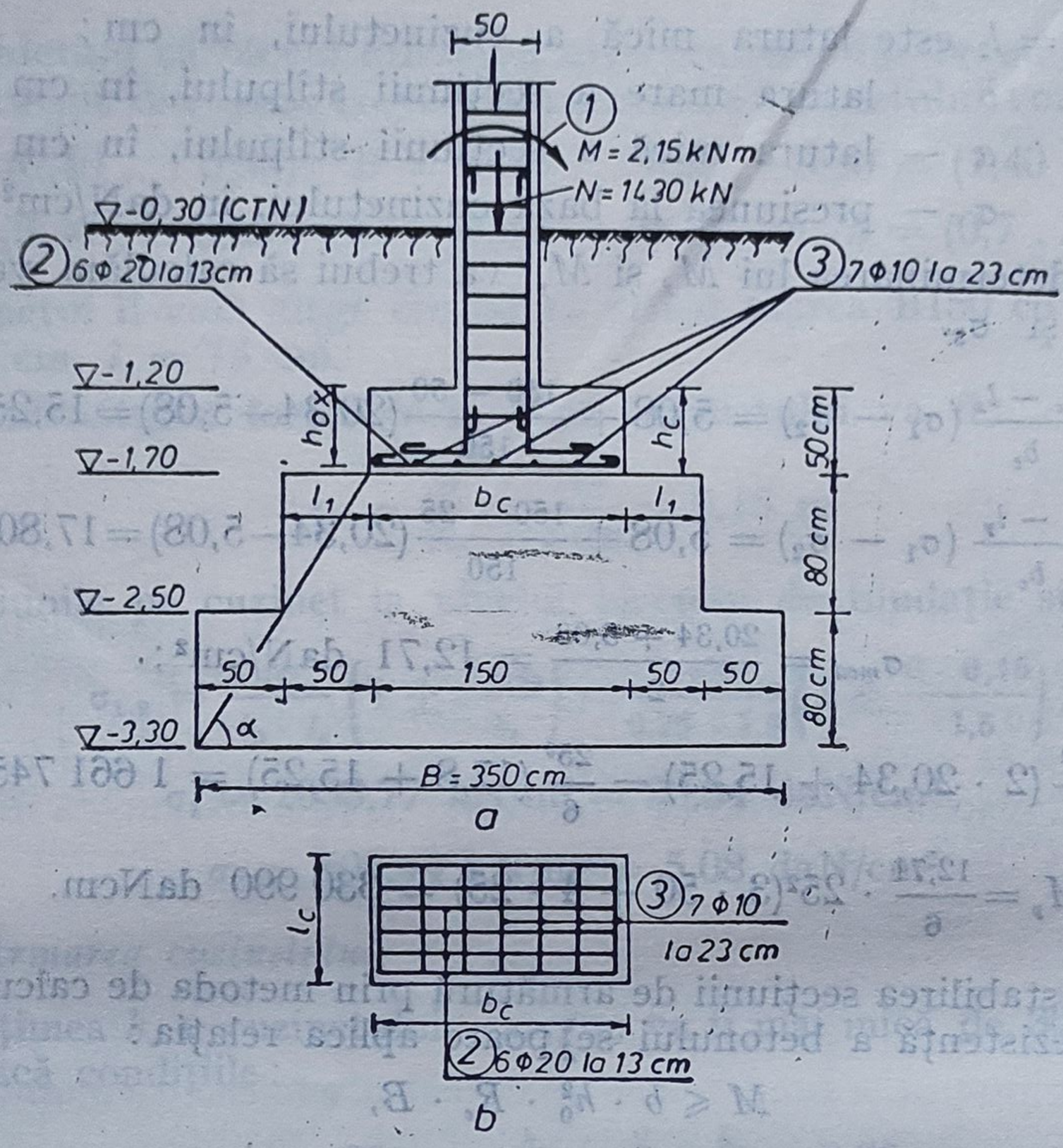


Fig. V.2. Fundație izolată bloc și cuzinet. Alcătuire și armare cuzinet:

a — secțiune; *b* — armare cuzinet în plan; 1 — armătura din stîlp; 2 — armătura de rezistență A_{ax}; 3 — armătura de rezistență A_{ay}.

c) *Stabilirea dimensiunilor blocului de beton.*

Conform normativului P.10—77 în cazul unei fundații rigide va trebui ca pentru unghiul de rigiditate să se respecte valorile admisibile date în tabelul V.1.

Deschiderea în consolă a blocului de fundație este:

$$l_1 = \frac{B - b_c}{2} = \frac{3{,}50 - 1{,}50}{2} = 1{,}00 \text{ m.}$$

Tabelul V.1

Valori ale tg α pentru proiectarea fundațiilor rigide

Presiunea maximă pe teren în daN/cm²	Valori minime ale tg α pentru:				
	Zidărie de piatră sau cărămidă	B50	B75	B100	B150
p ⩽ 2	2,0	1,3	1,2	1,1	1,0
2 < p ⩽ 3	2,0	1,6	1,4	1,3	1,1
3 < p ⩽ 4	—	1,8	1,6	1,5	1,3
4 < p ⩽ 6	—	—	—	1,8	1,6

Din tabelul V.1 pentru B75 și pentru presiuni pe teren cuprinse între 3 și 4 daN/cm², vom scoate tg $\alpha = 1{,}6$. Pentru fundația calculată va trebui să avem $\text{tg}\,\alpha_1 = \frac{H}{l_1} \geqslant 1{,}6$, de unde $H \geqslant 1{,}6$ m.

Vom impune două trepte egale cu 80 cm ,$H_1 = H_2 = 80$ cm. Pe direcția scurtă vom avea $\text{tg}\,\alpha_2 = \frac{80}{25} = 3{,}2 > \text{tg}\,\alpha_{adm} = 1{,}6$. Verificarea la compresiune locală (strivire) sub cuzinetul de beton armat se face conform STAS 10 107/0—76.

Calculul la compresiune locală al zonelor de rezemare se face cu relația:

$$N \leqslant K_l \cdot A_c \cdot R_c,$$

în care: K_l este coeficientul funcție de raportul $\frac{A_b}{A_c}$; $K_l = \sqrt[3]{\frac{A_b}{A_c}}$;

$A_b = (l_c + 2l_1)(b_c + 2b_1)$ și $A_c = l_c \cdot b_c$;

R_c — rezistența la compresiune a betonului.

$A_b = (75 + 2 \cdot 25)(150 + 2 \cdot 50) = 125 \cdot 250 = 31\,250$ cm²;

$A_c = l_c \cdot b_c = 75 \cdot 150 = 11\,250$ cm²;

$K_l = \sqrt[3]{\frac{31\,250}{11\,250}} = 1{,}406$;

$K_l \cdot A_c \cdot R_c = 1{,}406 \cdot 11\,250 \cdot 70 = 1\,107\,225$ daN $= 11\,072{,}5$ kN

$N = 1430$ kN $< 11\,072{,}5$ kN

Deci verificarea la strivire a cuzinetului pe blocul de beton simplu este satisfăcută.

V.2. Să se proiecteze fundația unui stîlp din beton armat cu dimensiunile de (25 × 40) cm², știind că din gruparea specială cea mai defavorabilă au rezultat o încărcare axială $N = 850$ kN și un moment încovoietor $M = 200$ kNm, care acționează după direcția laturii lungi a stîlpului. Terenul în care se va amplasa fundația izolată, ce va fi realizată din bloc de beton simplu și cuzinet de beton armat este alcătuit din:

— strat vegetal avînd grosimea de 1,50 m și greutatea volumică în stare naturală $\gamma = 17{,}5$ kN/m³;

— argilă prăfoasă avînd grosimea de 4,0 m și următoarele caracteristici geotehnice: $\gamma = 19{,}0$ kN/m³; $\Phi = 20°$; $c = 12$ kPa.

Rezolvare.

Vom impune pentru dimensiunile fundației valorile: $B = 1{,}75$ m; $L = 2{,}2$ m.

Adîncimea de fundare o vom determina din condiția ca talpa fundației să intre minim 20 cm în terenul bun de fundare. Vom impune $D_f = 1{,}80$ m.

Greutatea fundației va fi egală cu:

$$G_f = 1{,}75 \cdot 2{,}2 \cdot 1{,}8 \cdot 20 = 138{,}6 \text{ kN}.$$

Încărcarea totală ce acționează la baza fundației este:

$$N_t = N + G_f = 850 + 138{,}6 = 988{,}6 \text{ kN}.$$

Dimensiunile reduse ale tălpii fundației L' și B' se determină cu formulele :

$$L' = L - 2e_1;$$

$$B' = B - 2e_2;$$

$$l_1 = \frac{M}{N_t} = \frac{200}{988,6} = 0,20 \text{ m}; \quad e_2 = 0;$$

$$L' = 2,2 - 2 \cdot 0,20 = 2,2 - 0,40 = 1,80 \text{ m};$$

$$B' = B = 1,75 \text{ m}.$$

Conform STAS 8316—77, în cazul încărcărilor din gruparea specială, pe talpa fundației trebuie să fie îndeplinită următoarea condiție

$$p'_{ef} \leqslant m_c \cdot p_{cr},$$

în care :

$$p'_{ef} = \frac{N_t}{A' \cdot B'} = \frac{988,6}{1,80 \cdot 1,75} = 313,84 \text{ kPa};$$

$m_c = 1$ — coeficient al condițiilor de lucru ;

p_{cr} — presiunea critică pe teren :

$$p_{cr} = \gamma \cdot B' \cdot N_\gamma \cdot \lambda_\gamma + q \cdot N_q \cdot \lambda_q + c \cdot N_c \cdot \lambda_c;$$

$\gamma = 19,0 \text{ kN/m}^3$; $B' = B = 1,75$ m.

Pentru $\Phi = 20°$, din tabelul IV.3.7 (capitolul IV.3), se vor scoate valorile : $N_\gamma = 1,8$; $N_q = 6,4$; $N_c = 14,8$.

$$q = \gamma_u h_u + \gamma_1 \cdot h_1 = 1,5 \cdot 17,5 + 0,3 \cdot 19,0 = 26,25 + 5,7 = 31,95 \text{ kPa}.$$

Coeficienții λ_γ, λ_q, λ_c, îi vom determina folosind formulele din tabelul IV.3.8 (capitolul IV.3).

$$\lambda_c = \lambda_q = 1 + 0,3 \cdot \frac{B'}{L'} = 1 + 0,3 \cdot \frac{1,75}{1,80} = 1,29;$$

$$\lambda_\gamma = 1 - 0,4 \frac{B'}{L'} = 1 - 0,4 \cdot \frac{1,75}{1,80} = 0,61;$$

$$p_{cr} = 19 \cdot 1,5 \cdot 1,8 \cdot 0,61 + 31,95 \cdot 6,4 \cdot 1,29 + 12 \cdot 14,8 \cdot 1,29 = 524,18 \text{ kPa}.$$

Deci : $p'_{ef} = 313,84$ kPa $< p_{cr} = 524,18$ kPa.

Presiunile pe talpa fundației vor fi :

$$p_{1,2} = \frac{N_t}{A \cdot B}\left(1 \pm \frac{6e_1}{L}\right) = \frac{988,6}{1,75 \cdot 2,2}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0,20}{2,2}\right) = 256,78\ (1 \pm 0,55);$$

$p_1 = p_{max} = 396,84$ kPa $< p_{cr} = 524,18$ kPa ;

$p_2 = p_{min} = 115,55$ kPa > 0.

Alegînd blocul de beton simplu în două trepte (B 100) dimensiunile cuzinetului vor fi egale cu :

$$l_c = (0,40 \ldots 0,50) \cdot L = (0,40 \ldots 0,50) \cdot 2,2 = (0,88 \ldots 1,1);$$

$$b_c = (0,40 \ldots 0,50) \cdot B = (0,40 \ldots 0,50) \cdot 1,75 = (0,7 \ldots 0,88);$$

Alegem :

$b_c = 0,75$ m ; $l_c = 1,00$ m.

Momentul ce acţionează la baza cuzinetului va da o excentricitate egală cu :

$$e_2 = \frac{M}{N} = \frac{200}{850} = 0{,}24 \text{ m}.$$

Presiunile pe talpa cuzinetului vor avea valorile (fig. V.3) :

$$\sigma_{1,2} = \frac{850}{0{,}75 \cdot 1{,}0}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0{,}24}{1{,}0}\right) =$$

$$= 1133\,(1 \pm 1{,}44);$$

$$\sigma_1 = 2764{,}5 \text{ kN/m}^2 = 27{,}65 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\sigma_2 = -498{,}5 \text{ kN/m}^2 = -4{,}99 \text{ daN/cm}^2.$$

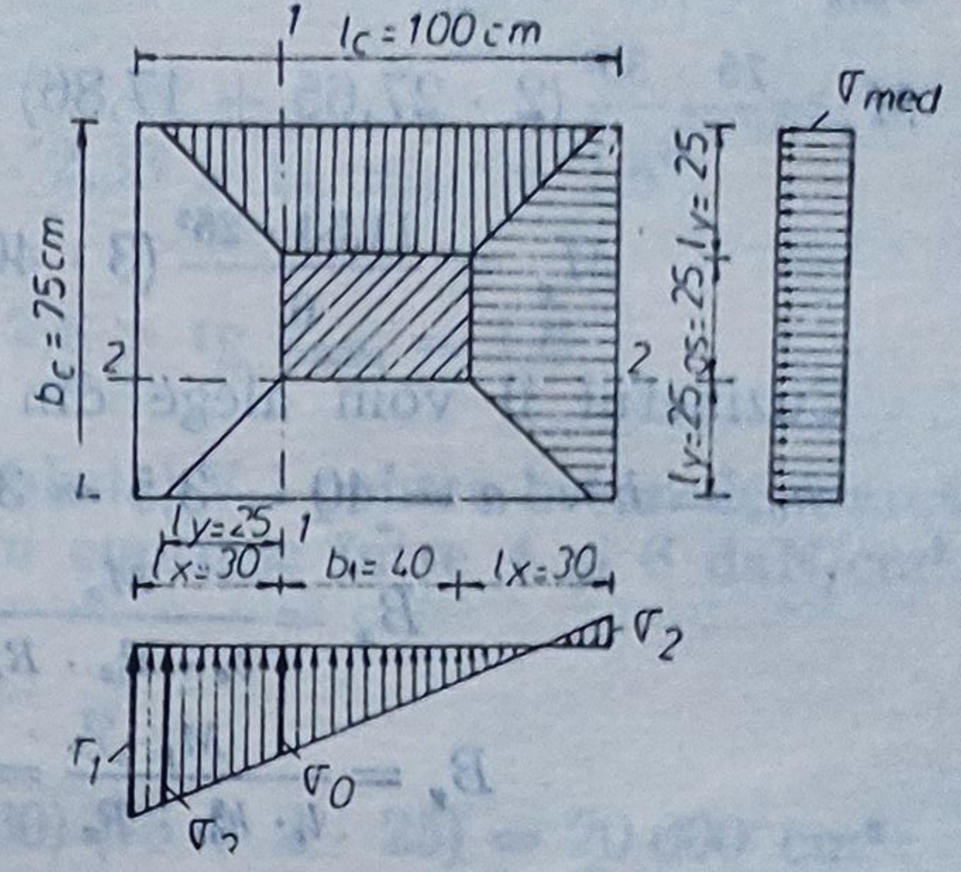


Fig. V.3. Calculul armăturii cuzinetului.

Armarea cuzinetului :

$$l_x = \frac{100 - 40}{2} = 30 \text{ cm}; \quad l_y = \frac{75 - 25}{2} = 25 \text{ cm}.$$

Vom alege $h_c = 40$ cm şi vom verifica condiţiile :

$$\frac{h_c}{l_x} = \frac{40}{30} = 1{,}33 > \frac{2}{3}; \quad \frac{h_c}{b_c} = \frac{40}{75} = 0{,}53 > 0{,}25.$$

Deoarece $l_x = 30$ cm $> l_y = 25$ cm pentru calculul momentelor M_x şi M_y vom aplica formulele de la exemplul V.1.

Din figura V.3 se vor determina valorile lui σ_0 şi σ_3 şi a distanţei d, pe care avem eforturi de întindere în cuzinet.

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{l_c - d}{d}; \text{ de unde } d = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \cdot l_c = \frac{4{,}99}{27{,}65 + 4{,}99} 100 = 15{,}29 \text{ cm};$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{l_c - d}{(l_c - d) - (l_x - l_y)}; \quad \sigma_3 = \frac{27{,}65 \cdot 79{,}71}{84{,}71} = 26{,}02 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{l_c - d}{[(c - d) - l_x]}; \quad \sigma_0 = \frac{27{,}65(84{,}71 - 30)}{84{,}71} = 17{,}86 \text{ daN/cm}^2;$$

$$\sigma_{med} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{27{,}65 - 4{,}99}{2} = 11{,}33 \text{ daN/cm}^2.$$

Aria necesară pentru armătura de ancoraj va rezulta din relaţia :

$$A_{nec} = \frac{c \cdot T}{R} = \frac{c}{2} \cdot \frac{d \cdot \sigma_2 \cdot b_c}{R},$$

în care : c = 1,5 (coeficient de siguranţă) ;

R = 2 100 daN/cm² (rezistenţa de calcul la întindere a oţelului OB 37).

$$A_{nec} = \frac{1{,}5 \cdot 15{,}29 \cdot 4{,}99 \cdot 75}{2 \cdot 2\,100} = 2{,}04 \text{ cm}^2$$

Se aleg $2\text{Ø}12 = 2{,}26$ cm², iar lungimea de ancoraj în blocul de beton simplu se va lua $l_a = 40\text{Ø}12 = 40 \cdot 1{,}2 = 50$ cm.

Făcînd notaţiile :

$A = b_c = 75$ cm ; $l_x = 30$ cm ; $\sigma_1 = 27{,}65$ daN/cm² ;

$\sigma_0 = 17{,}86$ daN/cm² ; $l_y = 25$ cm ; $\sigma_3 = 26{,}02$ daN/cm² ;

$\sigma_{med} = 11{,}33$ daN/cm²; $b = 40$ cm; vom determina valorile lui M_x și M_y.

$$M_x = \frac{75 \cdot 30^2}{6}(2 \cdot 27{,}65 + 17{,}86) - \frac{25^3}{6}(26{,}02 + 17{,}86) = 708\,779 \text{ daNcm};$$

$$M_y = \frac{11{,}33 \cdot 25^2}{6}(3 \cdot 40 + 4 \cdot 30) = 283\,250 \text{ daNcm}.$$

Cuzinetul îl vom alege din B150 avînd $R_c = 70$ daN/cm².

$$h_{0x} = h - a = 40 - 3{,}5 = 36{,}5 \text{ cm}; \quad h_{0y} = h_{0x} - 1 = 35{,}5 \text{ cm}.$$

$$B_x = \frac{M_x}{b_c \cdot h_{0x}^2 \cdot R_c} = \frac{708\,779}{75 \cdot 36{,}5^2 \cdot 70} = 0{,}1;$$

$$B_y = \frac{M_y}{l_c \cdot h_{0y}^2 \cdot R_c} = \frac{283\,250}{100 \cdot 35{,}5^2 \cdot 70} = 0{,}032;$$

Corespunzător lui B_x și B_y, din tabelele pentru calculul secțiunilor de beton armat la încovoiere găsim;

— pentru $B_x = 0{,}104$, corespunde $p_x = 0{,}366\%$;

— pentru $B_y = 0{,}039$, corespunde $p_y = 0{,}133\%$.

Cantitatea de armătură pe cele două direcții va fi:

$$A_{ax} = \frac{p_x}{100} b_c \cdot h_{0x} = \frac{0{,}366}{100} \cdot 75 \cdot 36{,}5 = 10{,}02 \text{ cm}^2;$$

$$A_{ay} = \frac{p_y}{100} \cdot l_c \cdot h_{0y} = \frac{0{,}133}{100} \cdot 100 \cdot 35{,}5 = 4{,}72 \text{ cm}^2.$$

Pe direcția $x-x$ vom alege $7Ø14 = 10{,}78$ cm² la 11 cm, iar pe direcția $y-y$ $7Ø10 = 5{,}49$ cm² la 15 cm.

Blocul de beton simplu îl vom alege din două trepte cu înălțimea de 70 cm, iar lățimea 30 cm după direcția $x-x$ și 25 cm după direcția $y-y$ (fig. V.4).

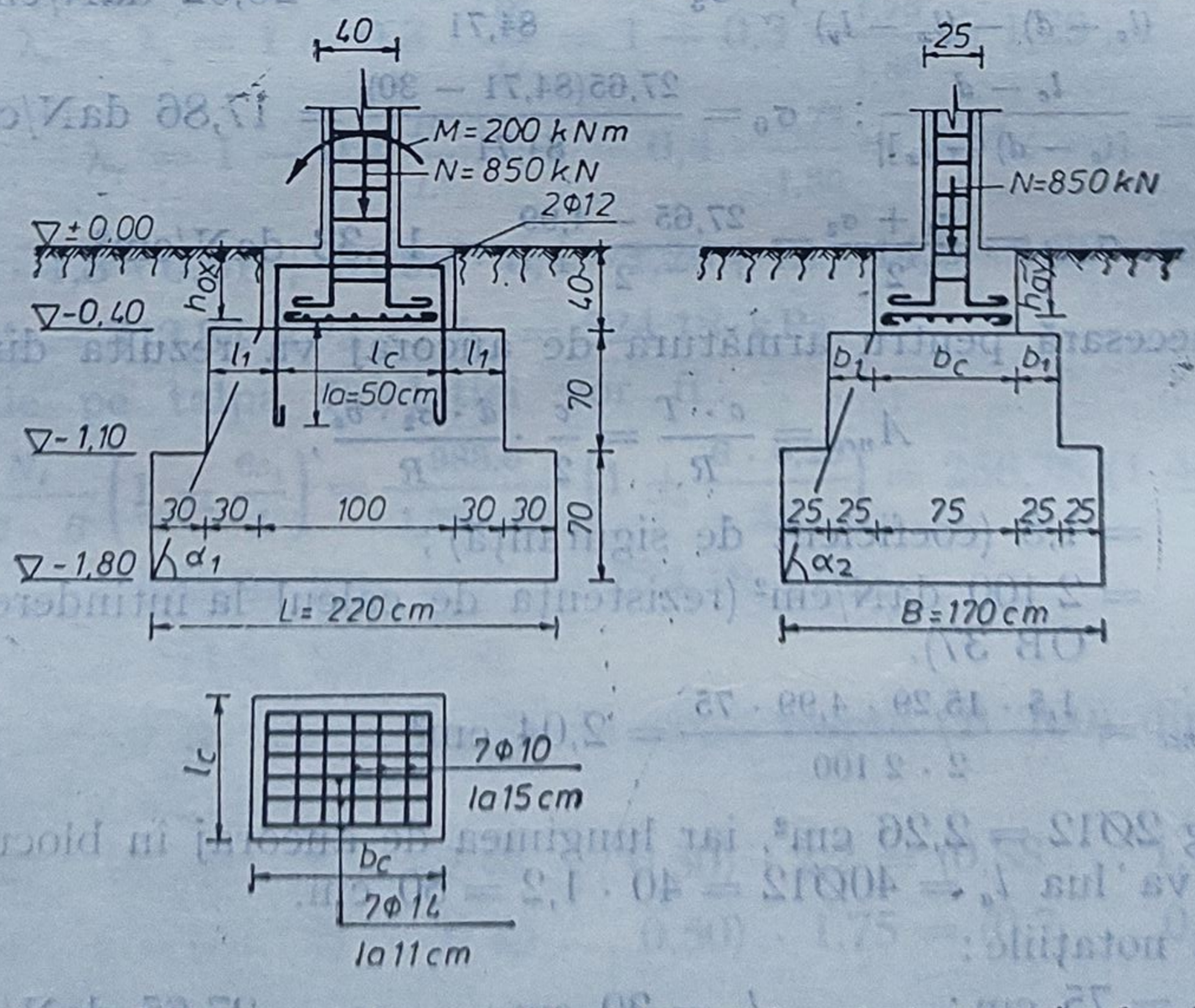


Fig. V.4. Fundație izolată alcătuită din bloc de beton simplu și cuzinet de beton armat.

Verificarea unghiului de rigiditate:

— pe direcția $x-x$: $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{70}{30} = 2{,}33 > \operatorname{tg}\alpha_{adm} = 1{,}8$;

— pe direcția $y-y$: $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{70}{25} = 2{,}8 > \operatorname{tg}\alpha_{adm} = 1{,}8$.

Valorile lui $\operatorname{tg}\alpha_{adm}$ au fost scoase din tabelul V.1 pentru beton de marcă B100 și pentru presiuni maxime pe teren cuprinse între 4 și 6 daN/cm².

Verificarea la compresiune locală:

$$N \leqslant K_l \cdot A_c \cdot R_c;$$

$$A_b = (l_c + 2l_1)(b_c + 2b_1) = (100 + 2 \cdot 30)(75 + 2 \cdot 25) = 20\,000 \text{ cm}^2;$$

$$A_c = 100 \cdot 75 = 7\,500 \text{ cm}^2;$$

$$K_l = \sqrt[3]{\frac{20\,000}{7\,500}} = 1{,}38;$$

$$K_l \cdot A_c \cdot R_c = 1{,}38 \cdot 7\,500 \cdot 70 = 724\,500 \text{ daN} = 7\,245 \text{ kN};$$

$$N = 850 \text{ kN} < 7\,245 \text{ kN}.$$

Deci verificarea la strivire a cuzinetului pe blocul de beton simplu este satisfăcută.

V.3. Să se dimensioneze fundația unui zid portant exterior din cărămidă, de grosime 50 cm. Zidul este solicitat de o încărcare distribuită liniar de 200 kN/m, rezultată din gruparea fundamentală. Terenul, în care se va amplasa fundația, are în componență următoarea stratificație:

— strat vegetal în grosime de 90 cm, având $\gamma_u = 17{,}2$ kN/m³;

— praf argilos, cu următoarele caracteristici geotehnice:

$\Phi = 24°$; $c = 4{,}5$ kPa; $\gamma_1 = 18{,}6$ kN/m³ și $I_c = 0{,}8$.

Rezolvare.

Pentru a dimensiona fundația zidului trebuie să determinăm valoarea lățimii B.

$$B = \frac{N}{p_t - p_0},$$

în care: p_t este capacitatea portantă a terenului de fundare, calculată conform STAS 8316—77;

$p_0 = D_f \cdot \gamma_{med}$ — presiunea consumată de greutatea proprie a fundației.

Adîncimea de fundare o vom alege $D_f = 1{,}20$ m. Deoarece sarcinile provin din gruparea fundamentală, presiunea efectivă pe teren o vom compara cu presiunea limită

$$p_{pl} = m_l(\overline{\gamma} \cdot B \cdot N_1 + qN_2 + cN_3).$$

Pentru predimensionare se poate neglija primul termen din formula lui p_{pl}, deoarece lățimea fundației nu este cunoscută.

Pentru $\Phi = 24°$ din tabelul IV.3.4 (v. cap. IV.3) se scot valorile: $N_1 = 0{,}72$; $N_2 = 3{,}87$; $N_3 = 6{,}45$.

Din tabelul IV.3.3 (v. cap. IV.3) pentru pămînturi argiloase cu $I_c \geqslant 0{,}5$ se scoate $m_1 = 1{,}35$.

$$q = \gamma_u h_u + \gamma_1 h_1' = 17{,}2 \cdot 0{,}9 + 0{,}3 \cdot 18{,}6 = 21{,}06 \text{ kPa};$$

$$\bar{\gamma} = \gamma_1' = 18{,}6 \text{ kN/m}^3;$$

$$p_{pl} = m_1(qN_2 + cN_3) = 1{,}35(21{,}06 \cdot 3{,}87 + 4{,}5 \cdot 6{,}45) = 149{,}21 \text{ kPa};$$

$$p_g = 1{,}2 \cdot 20 = 24 \text{ kPa}.$$

Presiunea disponibilă a terenului de fundare va fi:

$$p_a = p_t - p_g = 149{,}21 - 24 = 125{,}21 \text{ kPa}.$$

$$B_{nec} = \frac{N}{p_a} = \frac{20\,000}{125{,}21} = 159{,}7 \text{ cm}.$$

Vom adopta $B = 160$ cm.

Fundația o vom realiza din două trepte: o treaptă inferioară din beton simplu B50 și una superioară din B75. Înălțimea treptei inferioare se va determina în funcție de unghiul de rigiditate α.

Pentru B50 și pentru presiuni maxime pe teren mai mici de 2 daN/cm², $\operatorname{tg} \alpha_1 \geqslant 1{,}3$, iar pentru B75, $\operatorname{tg} \alpha_2 \geqslant 1{,}2$(v. tab. V.1).

$$h_1' \geqslant \frac{B - b}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{1{,}6 - 0{,}5}{2} \cdot 1{,}3 = 0{,}72 \text{ m}.$$

Vom considera $h_1 = 75$ cm și lățimea treptei $l_1 = 35$ cm. Pentru treapta superioară avem:

$$h_2 \geqslant l_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{0{,}90 - 0{,}50}{2} 2{,}1 \cdot = 0{,}24 \text{ m}.$$

Vom alege: $h_2 = 45$ cm și lățimea treptei $l_2 = 20$ cm.

Dimensiunile fundației sînt prezentate în figura V.5.

Verificarea presiunilor pe talpa fundației:

$$p_{ef} = \frac{N + G_f}{A_f} \leqslant p_{pl};$$

$$G_f = B_f \cdot D_f \cdot \gamma_{med} = 1{,}6 \cdot 1{,}2 \cdot 20 = 38{,}4 \text{ kN/m};$$

$$p_{ef} = \frac{200 + 38{,}4}{1{,}6 \cdot 1{,}0} = 149 \text{ kPa}.$$

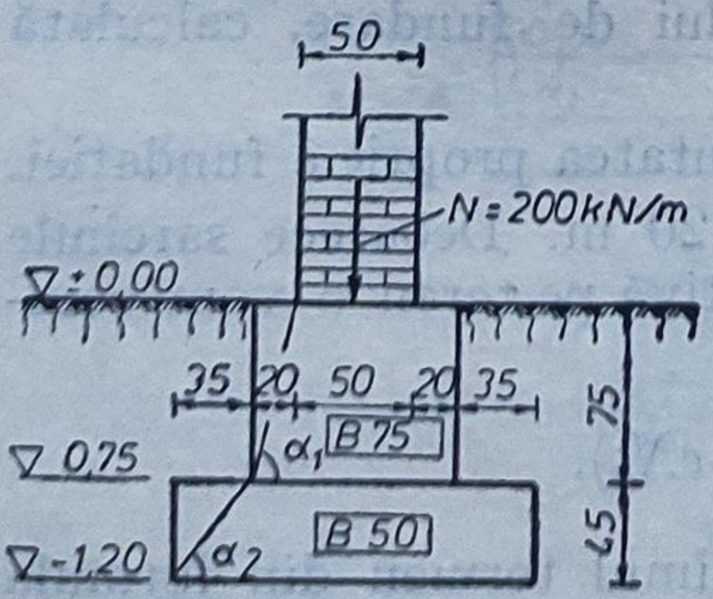


Fig. V.5. Fundație rigidă continuă sub ziduri.

Presiunea terenului va fi:

$$p_{pl} = 1{,}35(18{,}6 \cdot 1{,}6 \cdot 0{,}72 + 21{,}06 \cdot 3{,}87 + 4{,}5 \cdot 6{,}451) = 178 \text{ kPa}.$$

Deci $p_{ef} = 149$ kPa $< p_{pl} = 178$ kPa.

Terenul nu-și pierde capacitatea portantă datorită eforturilor transmise de fundația rigidă în trepte.

V.4. Un zid din beton simplu de 20 cm grosime transmite unei fundații continui de 50 cm lățime, o încărcare distribuită liniar

$N=30$ kN/m. Știind că încărcarea este excentrică și cunoscînd capacitatea portantă a terenului de fundare, $p_t = 3{,}2$ daN/cm², se cere să se verifice presiunile pe talpa fundației.

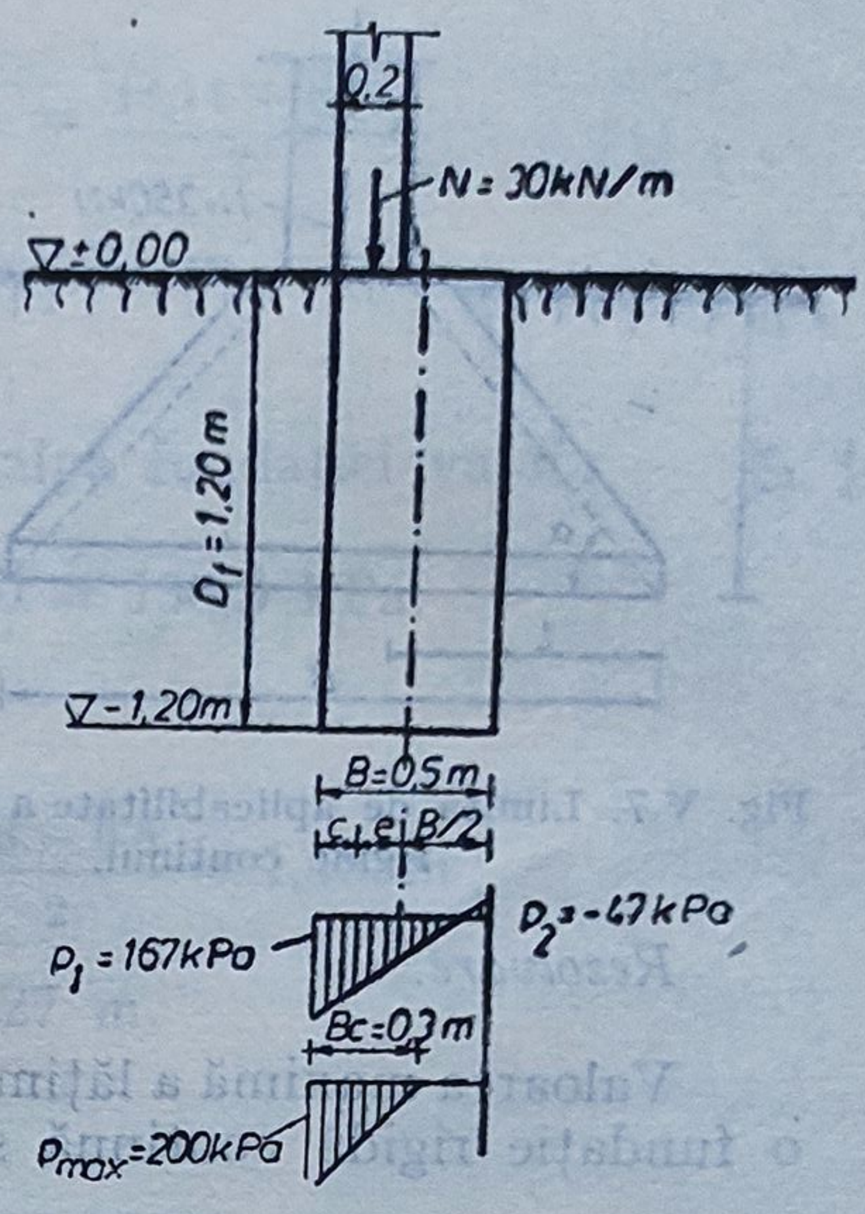


Fig. V.6. Fundație continuă rigidă încărcată excentric.

Rezolvare.

Din figura V.6, rezultă excentricitatea sarcinii N față de centrul de greutate al fundației.

$$e = \frac{B-b}{2} = \frac{0{,}5-0{,}2}{2} = 0{,}15 \text{ m}.$$

Momentul încovoietor M, produs de încărcare excentrică N, calculat față de centrul de greutate al fundației, va fi:

$$M = N \cdot e = 30 \cdot 0{,}15 = 4{,}5 \text{ kNm/m}.$$

Presiunile, transmise pe teren de către fundație, se vor calcula cu formula:

$$p_{1,2} = \frac{N+Gf}{A_f} \pm \frac{M}{W_f};$$

$$A_f = B \cdot 1 = 0{,}5 \cdot 1 = 0{,}5 \text{ m}^2;$$

$$W_f = \frac{B^2 \cdot l}{6} = \frac{0{,}5^2 \cdot 1}{6} = 0{,}042 \text{ m}^3;$$

$$G_f = D_f \cdot B \cdot \gamma_b = 1{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 22 = 13{,}2 \text{ kN/m};$$

$$p_{1,2} = \frac{30+13{,}2}{0{,}5} \pm \frac{4{,}5}{0{,}042} = 86{,}4 \pm 107{,}14;$$

$$p_1 = p_{max} = 193{,}54 \text{ kPa};$$

$$p_2 = -20{,}74 \text{ kPa} < 0.$$

Deoarece pe talpa fundației apar eforturi de întindere pe care pămîntul nu le poate prelua, se va face calculul cu secțiunea activă. Vom calcula o presiune p_{max} pe care o vom compara cu presiunea disponibilă a terenului de fundare.

$$p_{max} = \frac{2N_t}{3c \cdot 1};$$

$N = 43{,}2$ kN/m — încăcare axială;

$$c = \frac{B}{2} - e = \frac{0{,}5}{2} - 0{,}15 = 0{,}10 \text{ m}; \qquad l = 1{,}0 \text{ m};$$

$$p_{max} = \frac{2 \cdot 43{,}2}{3 \cdot 0{,}1 \cdot 1} = 288 \text{ kPa};$$

$$p_a = p_t - p_0;$$

$$p_0 = D_f \cdot \gamma_b = 1{,}2 \cdot 22 = 26{,}4 \text{ kPa} = 0{,}264 \text{ daN/cm}^2.$$

Presiunea disponibilă a terenului de fundare;

$$p_a = 3{,}2 - 0{,}264 = 2{,}936 \text{ daN/cm}^2 = 294 \text{ kPa};$$

$$p_{max} = 288 \text{ kPa} < p_a = 294 \text{ kPa}.$$

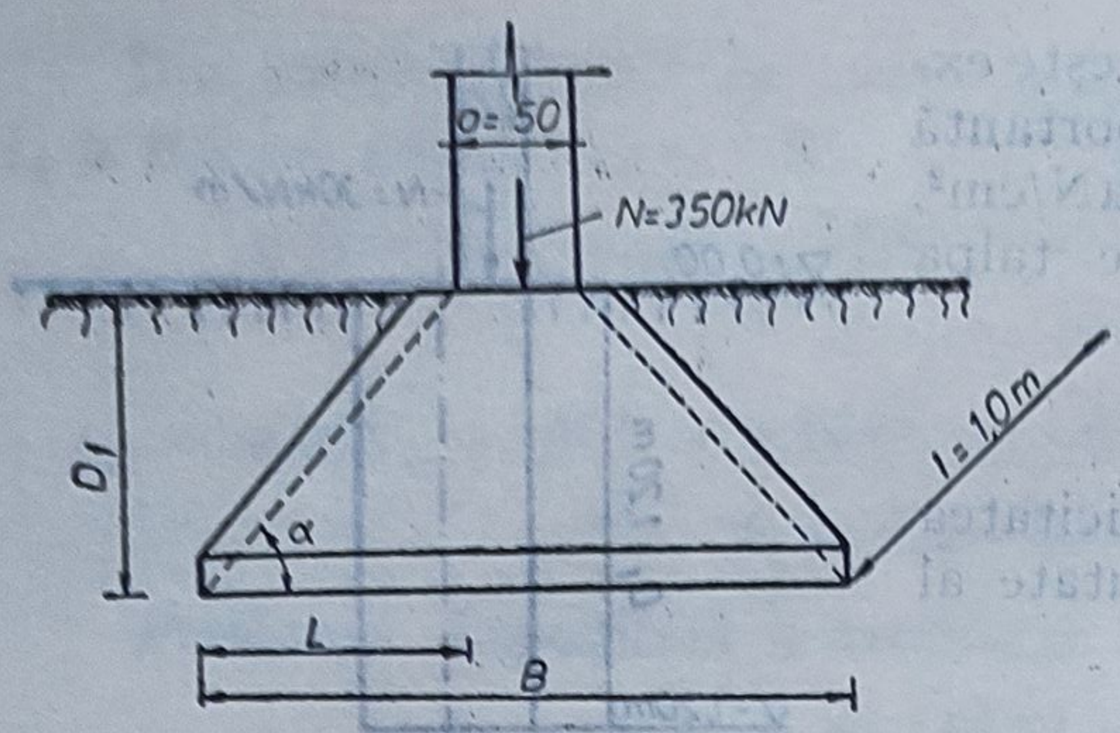


Fig. V.7. Limita de aplicabilitate a fundațiilor rigide continui.

Pe lățimea fundației egală cu $B' = 3c = 0{,}3$ m vom avea o repartiție triunghiulară a eforturilor de compresiune, cu valoarea maximă $p_{max} = 288$ kPa.

V.5. O diafragmă de beton armat de grosime $a = 50$ cm, transmite unei fundații continui o încărcare $N = 350$ kN/m (fig. V.7). Presupunînd $\operatorname{tg}\alpha = 1{,}1$ se cere să se determine pînă la ce presiune pe teren se poate executa o fundație rigidă?

Rezolvare.

Valoarea maximă a lățimii fundației, peste care nu se mai poate executa o fundație rigidă continuă se calculează cu formula:

$$B_{max} = \sqrt{\frac{2N}{\gamma_m \cdot \operatorname{tg}\alpha}}.$$

$N = 350$ kN; $\operatorname{tg}\alpha = 1{,}1$; $\gamma_m = 20$ kN/m³; $l = 1{,}0$ m;

$$B_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 350}{20 \cdot 1{,}1}} = 5{,}65 \text{ m}.$$

Presiunea minimă pînă la care se poate executa o fundație rigidă va fi egală cu:

$$p_{min} = \frac{N}{B_{max} \cdot 1} + \frac{B_{max} - a}{2} \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \gamma_{med};$$

$$p_{min} = \frac{350}{5{,}65 \cdot 1} + \frac{(5{,}65 - 0{,}5)}{2} \cdot 1{,}1 \cdot 20 = 62{,}06 + 56{,}64 = 118{,}6 \text{ kPa}.$$

Pentru presiuni pe teren de pînă la 119 kPa se poate executa o fundație rigidă, a cărei lățime este $B_{max} = 5{,}65$ m. Înălțimea fundației rigide va fi:

$$H = L \cdot \operatorname{tg}\alpha; \quad L = \frac{B - a}{2} = \frac{5{,}65 - 0{,}5}{2} = 2{,}58 \text{ cm};$$

$$H = 2{,}58 \cdot 1{,}1 = 2{,}84 \approx 2{,}85 \text{ m}.$$

Dacă capacitatea portantă a terenului de fundare este mai mare decît p_{min}, dimensiunile fundației se reduc considerabil. Admițînd $p_t = 1{,}5$ daN/cm² (capacitatea portantă a terenului de fundare) se poate calcula lățimea fundației corespunzătoare acestei presiuni cu formula

$$p = \frac{P}{B \cdot 1} + \frac{B - a}{2} \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \gamma_m \leqslant p_t, \text{ la limită } p = p_t;$$

$$2P + B(B - a) \cdot \operatorname{tg}\alpha \cdot \gamma_m = 2p_t \cdot B; \; p_t = 150 \text{ kPa}; \; P = 350 \text{ kN/m};$$

$$2 \cdot 350 + B(B - 0{,}5) \cdot 1{,}1 \cdot 20 = 2 \cdot 150 \cdot B;$$

$$700 + 22\,B^2 - 11B - 300\,B = 0;$$

$$22\,B^2 - 311\,B + 700 = 0 \text{ sau } B^2 - 14{,}14\,B + 31{,}8 = 0;$$

$$B_{1,2} = \frac{14{,}14 \pm \sqrt{14{,}14^2 - 4 \cdot 31{,}8}}{2} = \frac{14{,}14 \pm 8{,}53}{2};$$

$$B_1 = 11{,}34 \text{ m}; \qquad B_2 = 2{,}81 \text{ m}.$$

Se va alege $B = 2{,}80$ m.

În acest caz, presiunea care apare pe talpa fundației va fi:

$$p = \frac{350}{2{,}8 \cdot 1} + \frac{2{,}8 - 0{,}5}{2} \cdot 1{,}1 \cdot 20 = 150{,}3 \text{ kPa}.$$

Înălțimea fundației în acest caz este:

$$H = L \cdot \operatorname{tg} \alpha; \quad L = \frac{B - a}{2} = \frac{2{,}8 - 0{,}5}{2} = 1{,}15 \text{ m};$$

$$H = 1{,}15 \cdot 1{,}1 = 1{,}27 \text{ m}.$$

Greutatea proprie a fundației va fi:

$$G_2 = 2{,}8 \cdot 1{,}3 \cdot 22 = 80{,}08 \text{ kN/m}.$$

În forma inițială: $G_1 = 5{,}65 \cdot 2{,}85 \cdot 20 = 322{,}05$ kN/m.

Se observă că la o sporire relativ mică a presiunii terenului (de 25%, de la 119 kPa la 150 kPa) greutatea fundației se reduce la mai mult de un sfert din greutatea inițială (de la 322 kN/m la 80 kN/m).

V.6. Un stîlp al unei hale industriale transmite unei fundații izolate rigide o încărcare concentrată $N = 1\,500$ kN (fig. V.8). Să se calculeze care este presiunea minimă ce o poate prelua terenul de fundare, pînă la care se mai poate executa o fundație izolată rigidă.

Rezolvare.

Valoarea maximă a lățimii unei fundații izolate, peste care nu se mai poate executa o fundație rigidă, se calculează cu formula:

$$B_{max} = \sqrt[3]{\frac{4N}{\gamma_m \cdot \operatorname{tg} \alpha}};$$

$$N = 1\,500 \text{ kN}; \quad \gamma_m = 20 \text{ kN/m}^3.$$

Vom alege: $\operatorname{tg} \alpha = 1{,}2$;

$$B_{max} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 1\,500}{20 \cdot 1{,}2}} =$$

$= 6{,}18 \text{ m} \approx 6{,}20 \text{ m}.$

Înălțimea maximă a fundației este: $H = L \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

$$L = \frac{B_{max} - a}{2} = \frac{6{,}20 - 0{,}3}{2} =$$

$= 2{,}95 \text{ m} \approx 3{,}0 \text{ m}; \; H =$

$= 3 \cdot 1{,}2 = 3{,}6 \text{ m}.$

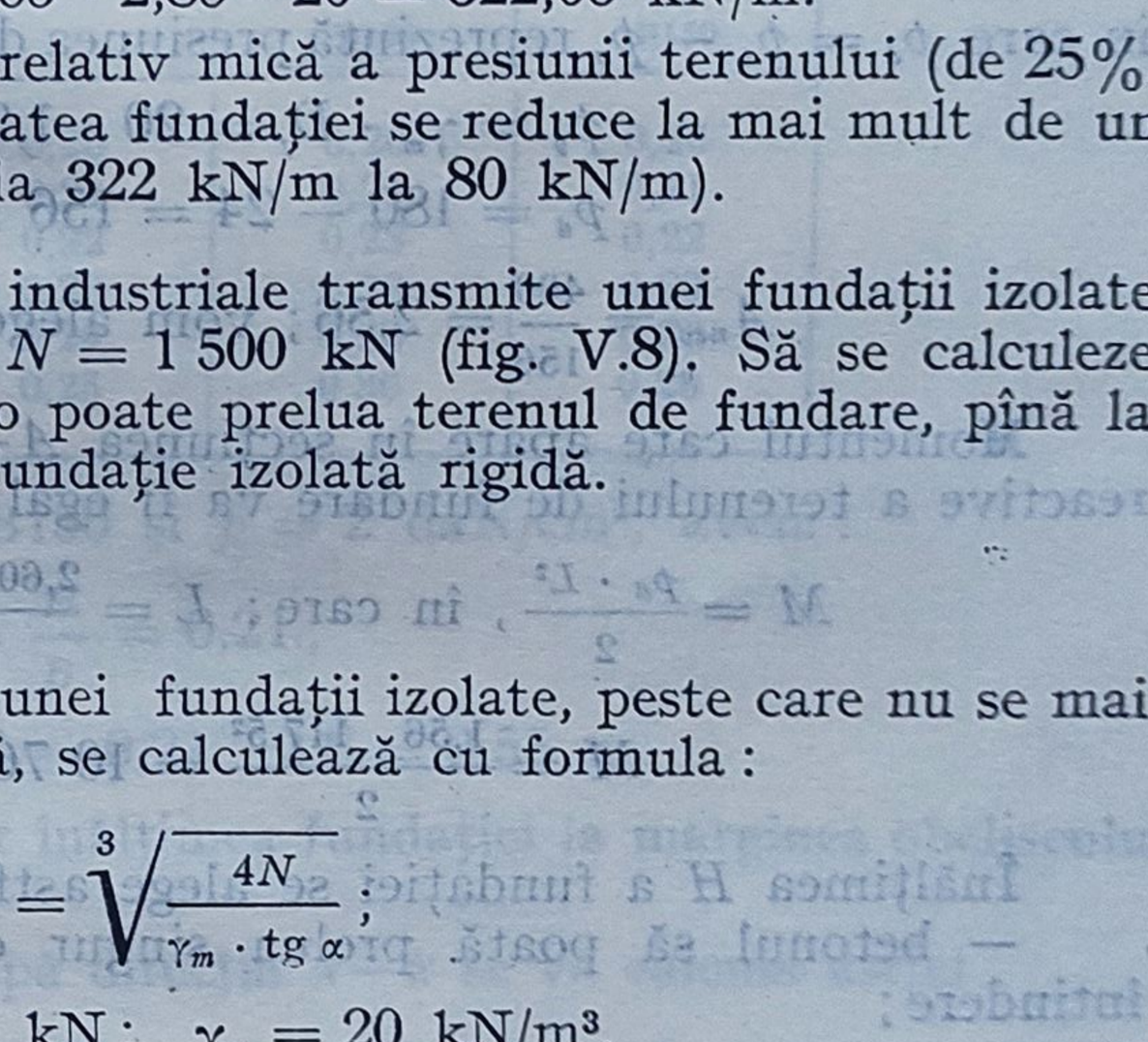


Fig. V.8. Limita de aplicabilitate a fundațiilor izolate rigide.

Presiunea minimă pînă la care se poate executa o fundație izolată rigidă va fi egală cu:

$$p_{min} = \frac{N}{B_{max}^2} + \frac{B_{max} - a}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \gamma_m;$$

$$p_{min} = \frac{1\,500}{6{,}2^2} + \frac{6{,}2 - 0{,}3}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 20 = 109{,}82 \text{ kPa}.$$

Fundația izolată rigidă se poate executa pînă la o presiune a terenului de fundare $p_{min} = 110$ kPa. În acest caz fundația va avea suprafață $A_f = (6{,}2 \times 6{,}2)$ m² și o înălțime $H = 3{,}6$ m.

V.7. Să se dimensioneze fundația unei diafragme de beton armat în grosime de 25 cm, solicitată cu o încărcare centrică, distribuită liniar $N = 400$ kN/m. Capacitatea portantă a terenului de fundare este $p_t = 1{,}8$ daN/cm², iar adîncimea de fundare $D_f = 1{,}2$ m.

Rezolvare.

Aria necesară a fundației continui elastice va fi egală cu

$$A_{nec} = \frac{N}{p_a},$$

în care $p_a = p_t - p_g$ reprezintă presiunea disponibilă a terenului de fundare;

$$p_g = \gamma_m \cdot D_f = 20 \cdot 1{,}2 = 24 \text{ kPa};$$

$$p_a = 180 - 24 = 156 \text{ kPa};$$

$$A_{nec} = \frac{400}{156} = 2{,}56; \text{ vom alege } A_{nec} = 2{,}60 \text{ m}^2.$$

Momentul care apare în secțiunea $A-A$ (fig. V.9) datorită presiunii reactive a terenului de fundare va fi egal cu:

$$M = \frac{p_a \cdot L^2}{2}, \text{ în care: } L = \frac{2{,}60 - 0{,}25}{2} = 1{,}175 \text{ m};$$

$$M = \frac{1{,}56 \cdot 117{,}5^2}{2} = 10\,769 \text{ daNcm/m}.$$

Înălțimea H a fundației se alege astfel ca:

— betonul să poată prelua singur eforturile unitare principale de întindere;

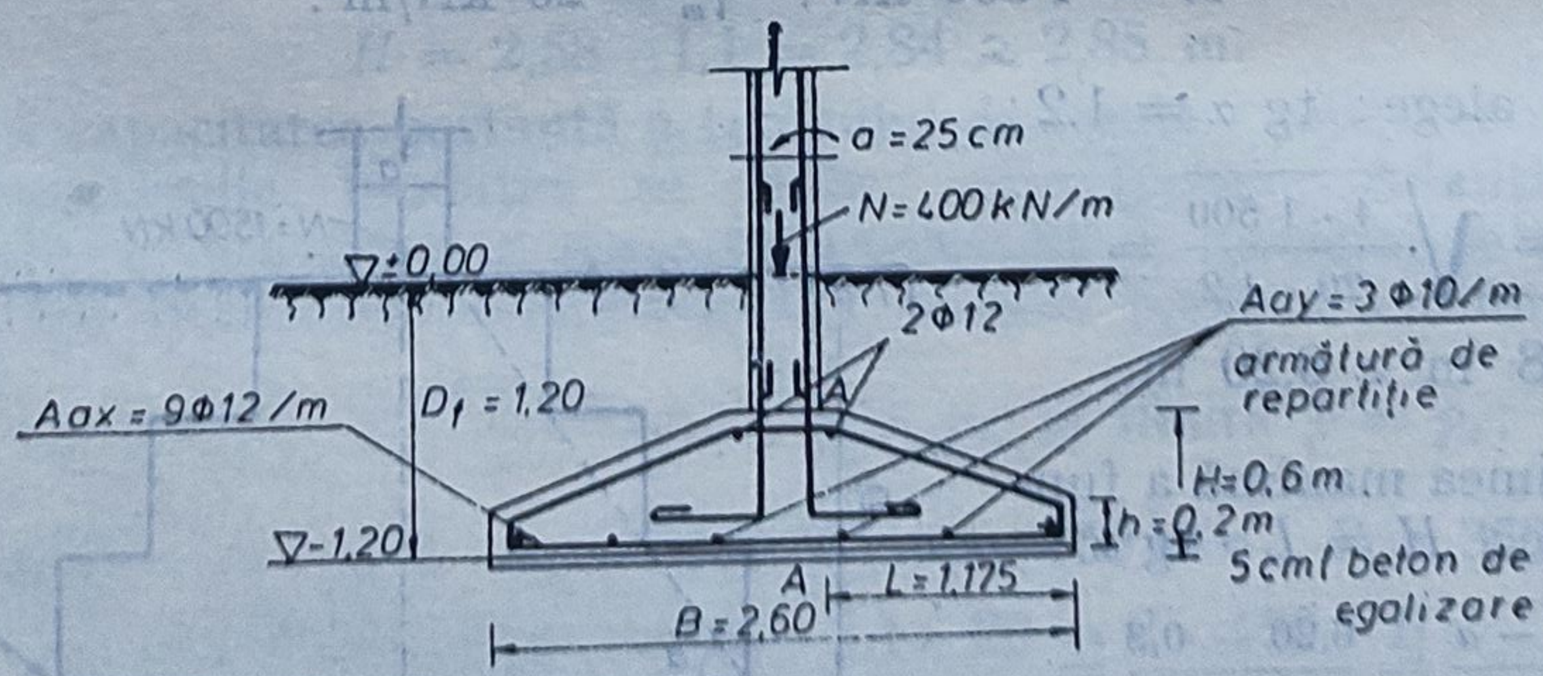


Fig. V.9. Fundație elastică continuă sub ziduri.

— să se asigure rigiditatea la încovoiere a fundației.
Din prima condiție vom calcula:

$$h_0 = r\sqrt{\frac{M}{b \cdot R_c}}.$$

Considerînd că fundația o realizăm din beton armat de marcă B150, rezultă $R_c = 70$ daN/cm².
Corespunzător procentului minim de armare $\mu_{min} = 0{,}05\%$, rezultă $r = 8{,}13$.

$$h_0 = 8{,}13 \cdot \sqrt{\frac{10\,769}{100 \cdot 70}} = 10{,}08 \text{ cm}.$$

Rezultă: $H = h_0 + 3 = 10{,}08 + 3 = 13$ cm.

Pentru a respecta condiția a doua vom alege valorile minime ale lui H/B din tabelul V.2, funcție de presiunea maximă pe teren.

Tabelul V.2

Valorile raportului H/B pentru proiectarea fundațiilor elastice

Presiunea maximă pe teren daN/cm²	H/Bmin	Valorile raportului H/B peste care nu mai este necesară verificarea la forță tăietoare	
		B100	B150
1	0,20	0,20	0,20
2	0,21	0,21	0,21
3	0,22	0,23	0,22
4	0,23	0,26	0,23
5	0,24	0,28	0,26
6	0,25	0,30	0,28

Din tabelul V.2, pentru B150 și $p = 2$ daN/cm², avem:

$$\frac{H}{B} = 0{,}21;$$

$$H = 0{,}21 \cdot B = 0{,}21 \cdot 2{,}6 = 0{,}55 \text{ m}.$$

Vom alege $H = 60$ cm; iar înălțimea fundației la marginea obeliscului se ia $h = 20$ cm.

Cantitatea de armătură după direcția $x-x$ se va calcula astfel:

$$B_x = \frac{M_x}{h_{0x}^2 \cdot R_c}, \text{ unde } h_{0x} = 60 - 3{,}5 = 56{,}5 \text{ cm};$$

$$B_x = \frac{10\,769}{56{,}5^2 \cdot 70} = 0{,}048.$$

Corespunzător lui $B_x = 0{,}049$ se găsește un procent de armare $p_x = 0{,}167\%$.

$$A_{ax} = \frac{p_x}{100} \cdot b \cdot h_{0x} = \frac{0{,}167}{100} \cdot 100 \cdot 56{,}5 = 9{,}44 \text{ cm}^2.$$

Armarea o vom face cu OB 37, alegînd $A_{ax\ nec} = 9\varnothing 12 = 10{,}17$ cm²/m.

Armătura longitudinală (de repartiție) se impune minim 10% din armătura de rezistență.

$$A_{ay} = 0{,}1 \cdot 10{,}17 = 1{,}02 \text{ cm}^2.$$

Vom alege $A_{ay} = 3Ø10 = 2{,}36$ cm²/m.
Armarea este indicată în figura V.9.

V.8. Să se dimensioneze fundația unui stîlp cu secțiunea de (40×60) cm² asupra căruia acționează o forță axială $N = 1\,800$ kN și un moment $M = 300$ kNm care provin din calculul static la acțiuni seismice. Cota de fundare este de $-2{,}00$ m față de $\pm 0{,}00$, care este cota pardoselii. Capacitatea portantă a terenului de fundare pentru sarcini speciale este $p_{cr} = 500$ kPa.

Rezolvare.

Se impun dimensiunile tălpii fundației $A = 1{,}80$ m și $B = 3{,}0$ m, latura mare fiind paralelă cu direcția de acțiune a momentului (fig. V.10).

1) Conform tabelului V.2 pentru presiunea maximă $p = 5$ daN/cm² și beton B150 se alege $H/B = 0{,}26$, de unde rezultă înălțimea tălpii fundației:

$$H = 0{,}26 \cdot 3{,}00 = 0{,}78 \approx 0{,}80 \text{ m},$$

iar

$$h = \frac{H}{3} = \frac{80}{3} = 25 \text{ cm}.$$

Încărcarea suplimentară din greutatea proprie a fundației și a pământului de umplutură are valoarea:

$$G_f = 2{,}0 \cdot 3{,}0 \cdot 1{,}8 \cdot 20 = 216 \text{ kN}.$$

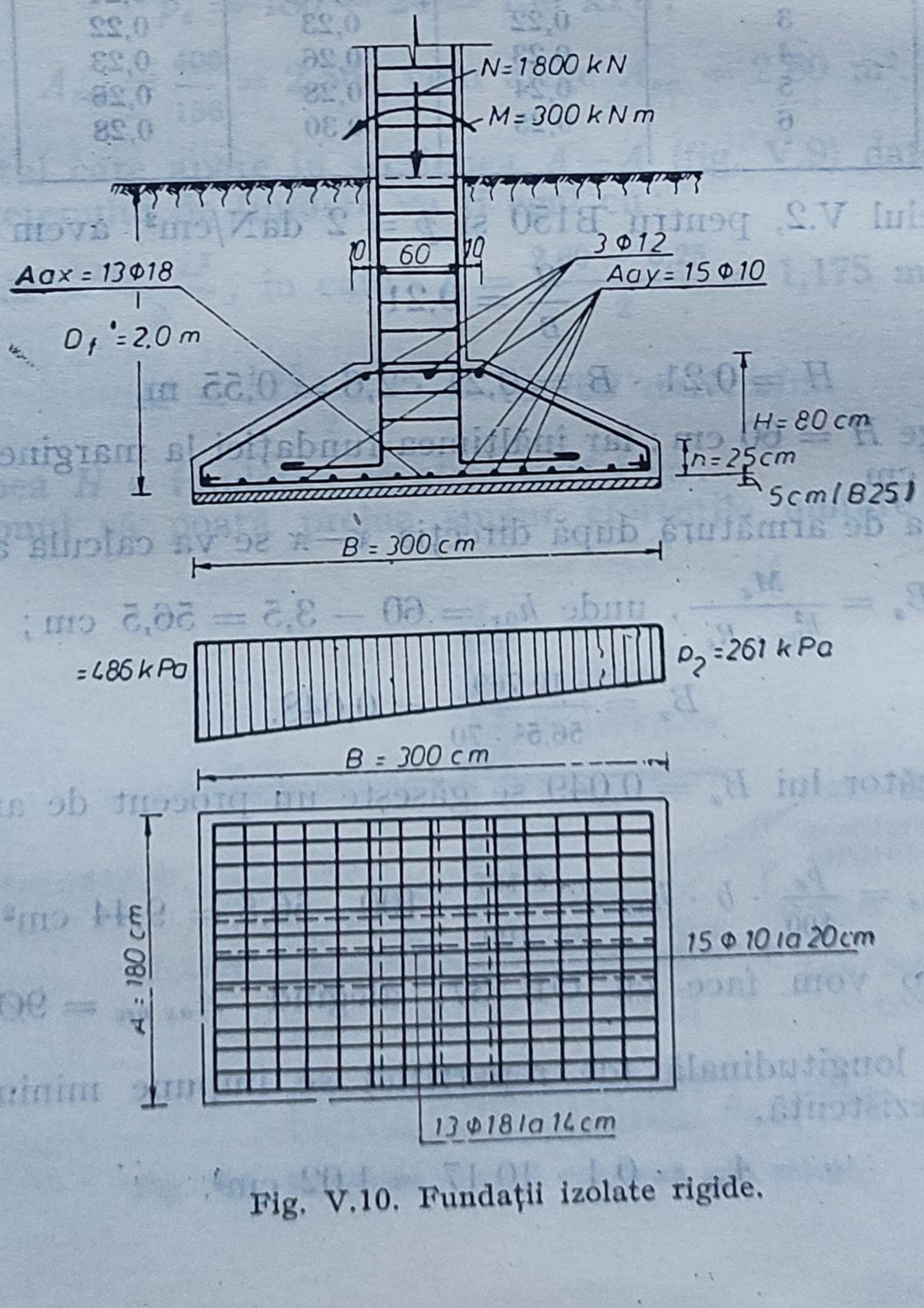


Fig. V.10. Fundații izolate rigide.

Solicitările totale la nivelul cotei de fundare sînt:

$$N_t = N + G_f = 1800 + 216 = 2\,016 \text{ kN};$$

$$M = 300 \text{ kNm}.$$

Presiunile pe talpa fundației se vor calcula cu formula:

$$p_{1,2} = \frac{N_t}{A \cdot B}\left(1 \pm \frac{6 \cdot e_1}{B}\right), \text{ în care: } e_1 = \frac{M}{N_t} = \frac{300}{2\,016} = 0{,}15 \text{ m}.$$

$$p_{1,2} = \frac{2\,016}{1{,}8 \cdot 3{,}0}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0{,}15}{3{,}0}\right) = 373{,}33\,(1 \pm 0{,}3);$$

$$p_1 = p_{max} = 486 \text{ kPa} < p_{cr} = 500 \text{ kPa};$$

$$p_2 = p_{min} = 261 \text{ kPa} > 0.$$

Din compararea presiunilor efective cu capacitatea portantă a terenului de fundare rezultă că dimensiunile impuse pentru baza fundației au fost bine alese.

2) Armarea tălpii fundației.

Pentru determinarea presiunii cu care se încarcă talpa fundației în vederea calculului armăturii se vor lua în considerare încărcările exterioare, fără încărcările provenite din greutatea fundației.

În această situație vom scădea din presiunile pe talpă eforturile corespunzătoare greutății fundației.

$p_g = \frac{216}{1{,}8 \cdot 3{,}0} = 40$ kPa — presiunea datorită greutății proprii a fundației;

$$p_1' = p_1 - p_g = 486 - 40 = 446 \text{ kPa};$$

$$p_2' = p_2 - p_g = 261 - 40 = 221 \text{ kPa}.$$

Cu valorile p_1' și p_2', vom calcula valorile lui M_x și M_y, cu ajutorul coeficienților λ, μ și η.

Cînd presiunea pe teren variază liniar între:

$p_{max} = p_1'$ și $p_{min} = p_2'$ expresiile momentelor vor fi:

$$M_x = \frac{p_2' \cdot B^3}{\lambda} + \frac{(p_1' - p_2')B^3}{\mu} \text{ (daNcm)};$$

$$M_y = \frac{p'_{med}}{\eta} \cdot A^3; \quad p'_{med} = \frac{p_1' + p_2'}{2} \text{ (daN/cm}^2\text{)}.$$

Valorile coeficienților λ, μ și η se determină din tabelele V.3 și V.4 în funcție de rapoartele A/B, a/A, b/B,

$$\frac{A}{B} = \frac{1{,}8}{3{,}0} = 0{,}6; \quad \frac{b}{B} = \frac{0{,}6}{3{,}0} = 0{,}2; \quad \frac{a}{A} = \frac{0{,}45}{1{,}8} = 0{,}25.$$

Tabelul V.3

Valorile coeficienților η

A/B	a/A \ b/B	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30
0,5	0,10	12	13	14	15	16	17	18	19	21	23	24
	0,15	11	11	12	13	14	15	16	17	18	20	21
	0,20	10	10	11	12	12	13	14	15	16	17	19
	0,25	9	9	10	11	11	12	13	14	15	16	17
	0,30	8	9	9	10	10	11	12	12	13	14	15
0,6	0,10	13	14	14	15	17	18	19	20	22	24	26
	0,15	11	12	13	14	15	16	17	18	20	21	23
	0,20	10	11	12	13	13	14	15	16	18	19	20
	0,25	10	10	11	11	12	13	14	15	16	17	18
	0,30	9	9	10	11	11	12	13	14	15	16	17
0,7	0,10	13	14	15	16	17	18	20	21	23	25	27
	0,15	12	13	14	15	16	17	18	19	21	22	24
	0,20	11	12	12	13	14	15	16	17	19	20	22
	0,25	10	11	11	12	13	14	15	16	17	18	20
	0,30	10	10	11	11	12	13	14	15	16	17	18
0,8	0,10	13	14	15	16	18	19	20	22	23	25	27
	0,15	12	13	14	15	16	17	18	20	21	23	25
	0,20	11	12	13	14	15	16	17	18	20	21	23
	0,25	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19	21
	0,30	10	11	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0,9	0,10	14	15	16	17	18	19	21	22	24	26	28
	0,15	13	14	14	15	17	18	19	20	22	24	26
	0,20	12	13	13	14	15	16	18	19	20	22	24
	0,25	11	12	13	13	14	15	16	17	19	20	22
	0,30	11	11	12	13	13	14	15	16	18	19	20
1,0	0,10	14	15	16	17	18	20	21	23	25	26	28
	0,15	13	14	15	16	17	18	20	21	23	24	26
	0,20	12	13	14	15	16	17	18	19	21	23	24
	0,25	12	12	13	14	15	16	17	18	20	21	23
	0,30	11	12	13	13	14	15	16	17	18	20	21

Tabelul V.4

Valoarea coeficienţilor λ şi μ

A/B	b/B	0,10		0,12		0,14		0,16		0,18		0,20		0,22		0,24		0,26		0,28		0,30	
	a/A	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ	λ	μ
0,5	0,10	21	25	22	26	23	27	25	28	26	30	28	31	29	33	31	34	33	36	35	38	37	41
	0,15	21	24	22	25	23	27	24	28	26	29	27	31	29	32	30	34	32	36	34	38	36	40
	0,20	21	24	22	25	23	26	24	27	25	29	27	30	28	32	30	33	31	35	33	37	36	40
	0,25	20	24	21	25	23	26	24	27	25	29	26	30	28	32	29	33	31	35	33	37	35	39
	0,30	20	24	21	25	22	26	23	27	25	28	26	30	27	31	29	33	31	35	33	36	35	38
0,6	0,10	18	21	19	22	20	23	21	24	23	25	24	27	25	28	27	30	29	32	31	34	35	36
	0,15	18	21	19	22	20	22	21	24	22	25	23	26	25	28	26	29	28	31	30	33	32	35
	0,20	18	20	19	21	19	22	20	23	22	25	23	26	24	27	26	29	27	30	29	32	31	34
	0,25	17	20	18	21	19	22	20	23	21	24	22	26	24	27	25	28	27	30	28	32	30	33
	0,30	17	20	18	21	19	21	20	23	21	24	22	25	23	27	25	28	26	29	28	31	30	33
0,7	0,10	16	19	17	20	18	20	19	22	20	23	22	24	23	26	25	27	27	29	28	31	31	33
	0,15	16	18	17	19	18	20	19	21	20	22	21	23	22	25	24	26	25	28	27	30	29	33
	0,20	16	18	16	19	17	19	18	21	19	22	20	23	22	24	23	26	24	27	26	29	28	31
	0,25	15	18	16	19	17	19	18	20	19	21	20	23	21	24	22	25	24	26	25	28	27	30
	0,30	15	17	16	18	17	19	17	20	18	21	20	22	20	23	22	25	23	26	25	27	26	29
0,8	0,10	15	17	16	18	17	18	18	20	19	21	20	23	22	24	24	26	25	28	27	30	30	33
	0,15	15	17	15	18	16	18	17	19	18	21	20	22	21	23	22	25	24	26	26	28	28	30
	0,20	14	16	15	17	16	17	17	19	18	20	19	21	20	22	21	24	23	25	24	27	26	29
	0,25	14	16	14	17	15	17	16	18	17	19	18	20	19	22	20	23	22	24	23	26	25	27
	0,30	13	16	14	16	15	17	16	18	17	19	17	20	19	21	20	22	21	23	22	25	24	26
0,9	0,10	14	16	15	17	16	18	17	19	19	21	20	22	21	24	23	26	25	27	27	29	29	32
	0,15	14	16	14	16	15	17	16	18	17	20	19	21	20	22	21	24	23	25	25	27	27	29
	0,20	13	15	14	16	15	16	16	18	16	19	18	20	19	21	20	22	22	24	23	25	25	27
	0,25	13	15	13	15	14	16	15	17	16	18	17	19	18	20	19	21	20	23	22	24	23	26
	0,30	12	14	13	15	14	16	14	16	15	17	16	18	17	19	18	20	19	22	21	23	22	25
1,0	0,10	14	16	15	17	16	18	17	19	18	20	20	22	21	23	23	25	25	27	26	29	28	32
	0,15	13	15	14	16	15	17	16	18	17	19	18	20	20	21	21	23	23	25	24	27	26	29
	0,20	12	14	13	15	14	16	15	17	16	18	17	19	19	20	19	22	21	23	23	25	24	27
	0,25	12	14	12	14	13	15	14	16	15	17	16	18	18	19	18	20	20	22	21	23	23	25
	0,30	11	13	12	14	13	15	13	15	14	16	15	17	17	18	17	19	18	21	20	22	21	24
Fundaţie pătrată $A=B$ $a=b$		14	16	14	16	15	17	16	18	16	18	17	19	18	20	18	21	19	21	20	22	21	24

Pentru valorile rapoartelor de mai sus vom scoate din tabelele V.3 şi V.4 coeficienţii :

$$\eta = 17\,; \qquad \lambda = 22\,; \qquad \mu = 26\,;$$

$$p'_{med} = \frac{446 + 221}{2} = 333{,}5 \text{ kPa}\,;$$

$$M_x = \frac{2{,}21 \cdot 300^3}{22} + \frac{(4{,}46 - 2{,}21) \cdot 300^3}{26} = 5\,048\,811 \text{ daNcm}\,;$$

$$M_y = \frac{3{,}34}{17} \cdot 180^3 = 1\,145\,816 \text{ daNcm}\,;$$

$$B_x = \frac{M_x}{A \cdot h_{0x}^2 \cdot R_c}\,; \quad B_y = \frac{M_y}{B \cdot h_{0y}^2 \cdot R_c}\,;$$

$h_{0x} = H - 3{,}5 = 80 - 3{,}5 = 76{,}5$ cm ; $h_{0y} = h_{0x} - 1 = 75{,}5$ cm ;

$B_x = \dfrac{5\,048\,811}{180 \cdot 76{,}5^2 \cdot 70} = 0{,}068$, pentru $B = 0{,}068$ corespunde $p_x = 0{,}234\%$;

$$B_y = \frac{1\,145\,816}{300 \cdot 75{,}5^2 \cdot 70} = 0{,}0096.$$

Deoarece $B_{min} = 0{,}01$, vom lua procentul minim de armare $p_y = 0{,}05\%$

$A_{ax} = \dfrac{p_x}{100} \cdot A \cdot h_{0x} = \dfrac{0{,}234}{100} \cdot 180 \cdot 76{,}5 = 32{,}22$ cm² ; vom alege $13\text{Ø}18 = 33{,}02$ cm² la 14 cm.

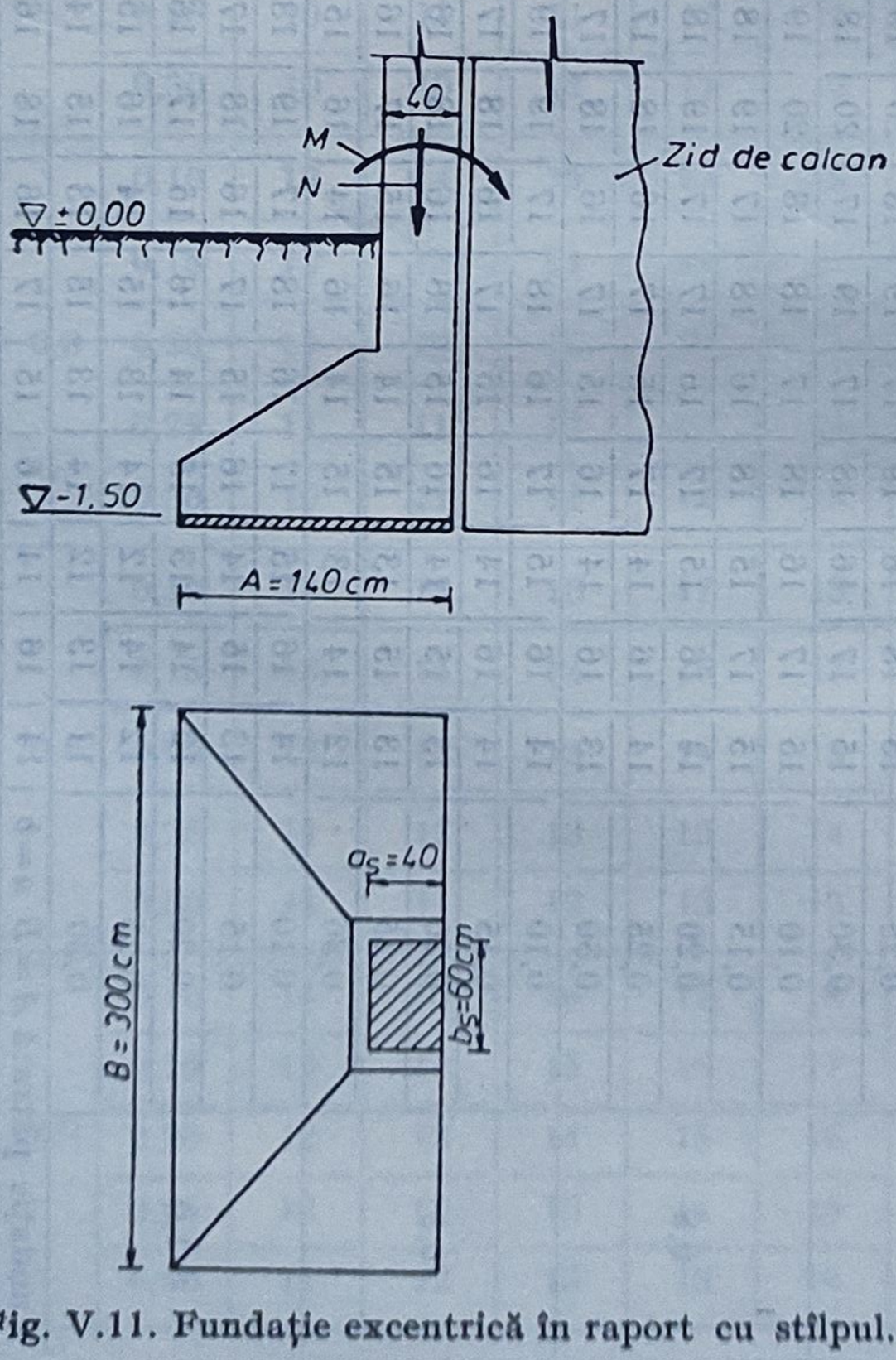


Fig. V.11. Fundaţie excentrică în raport cu stîlpul.

$A_{ay} = \dfrac{p_y}{100} \cdot B \cdot h_{0y} = \dfrac{0{,}05}{100} \cdot 300 \cdot 75{,}5 = 11{,}33$ cm² ; vom alege $15\text{Ø}10 = 11{,}77$ cm² la 20 cm. Armarea se face cu bare OB 37 şi se prezintă în figura V.10.

V.9. Să se dimensioneze fundaţia unui stîlp de beton armat (B 200) cu secţiunea (40×60) cm² şi înălţimea $h = 3{,}60$ m, solicitat la o încărcare axială $N = 1\,000$ kN. Stîlpul fiind lîngă un zid de calcan, fundaţia nu se poate dezvolta simetric (fig. V.11). Cota de fundare se găseşte la $-1{,}50$ m faţă de nivelul terenului, iar stratul de fundare este alcătuit dintr-o argilă nisipoasă în stare plastică caracterizată printr-un coeficient de tasare $k = 3$ daN/cm³. Capacitatea portantă a terenului la cota de fundare este $p_t = 3{,}5$ daN/cm².

Rezolvare.

Momentul ce apare pe talpa fundației datorită excentricității forței axiale N față de mijlocul tălpii fundației va fi:

$M = N \cdot e_0$. Se impun dimensiunile fundației $B = 3{,}0$ m, $A = 1{,}4$ m.

$$e_0 = \frac{1{,}4 - 0{,}4}{2} = 0{,}50 \text{ m}; \quad M = 1\,000 \cdot 0{,}5 = 500 \text{ kNm};$$

$$G_f = 1{,}5 \cdot 1{,}4 \cdot 3{,}0 \cdot 20 = 126 \text{ kN};$$

$$N_t = 1000 + 126 = 1126 \text{ kN}.$$

a) Determinarea presiunilor efective pe teren.

$$p_{1,2} = \frac{N_t}{A \cdot B}\left(1 \pm \frac{6 \cdot e_1}{B}\right);$$

$$e_1 = \frac{M}{N_t} = \frac{500}{1\,126} = 0{,}44 \text{ m};$$

$$p_{1,2} = \frac{1\,126}{1{,}4 \cdot 3{,}0}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0{,}44}{3}\right) = 268{,}09\ (1 \pm 0{,}88);$$

$$p_1 = 504 \text{ kPa} > p_t = 350 \text{ kPa};$$

$$p_2 = 32 \text{ kPa} > 0.$$

Presiunea efectivă pe teren, obținută fără a ține seama de reducerea excentricității datorită continuității dintre stîlp și fundație este mare, depășind cu mult capacitatea portantă a terenului de fundare.

Momentul $M = 500$ kNm îl vom repartiza stîlpului și fundației proporțional cu rigiditățile la rotire ale acestora.

$$M_s = M \cdot \frac{K_s}{K_s + K_f} \text{ (daNcm)}; \quad M_f = M \frac{K_f}{K_s + K_f},$$

unde: K_s și K_f reprezintă rigiditatea la rotire a stîlpului, respectiv a fundației;

$K_s = \frac{4 \cdot K_b}{h}$ (daNcm) — pentru cazul în care stîlpul este încastrat la nivelul planșeului;

$K_b = 0{,}6 \cdot E_b \cdot I_b$ (daNcm²) — rigiditatea secțiunii de beton;

$E_b = 240\,000$ daN/cm² — modulul de elasticitate al betonului pentru B 200;

$I_b = \frac{40^3 \cdot 60}{12} = 320\,000$ cm⁴ — momentul de inerție al stîlpului;

$K_b = 0{,}6 \cdot 240\,000 \cdot 320\,000 = 4{,}61 \cdot 10^{10}$ daNcm²;

$K_s = \frac{4 \cdot K_b}{h} = \frac{4 \cdot 4{,}61 \cdot 10^{10}}{360} = 5{,}12 \cdot 10^8$ daNcm;

$K_f = k \cdot I_f$ (daNcm);

$I_f = \frac{B \cdot A^3}{12} = \frac{300 \cdot 140^3}{12} = 6{,}86 \cdot 10^7$ cm^4 — momentul de inerție al fundației;

$K_f = 3 \cdot 6{,}86 \cdot 10^7 = 2{,}06 \cdot 10^8$ daNcm;

$$M_s = 500 \cdot \frac{5{,}12 \cdot 10^8}{5{,}12 \cdot 10^8 + 2{,}06 \cdot 10^8} = 356{,}55 \text{ kNm};$$

$$M_f = 500 \cdot \frac{2{,}06 \cdot 10^8}{5{,}12 \cdot 10^8 + 2{,}06 \cdot 10^8} = 500 \cdot \frac{2{,}06}{7{,}18} = 143{,}45 \text{ kNm}.$$

Presiunile pe talpa fundației vor fi:

$$p_{1,2} = \frac{N_t}{A \cdot B}\left(1 \pm \frac{6 \cdot e_2}{B}\right);$$

$$e_2 = \frac{M_f}{N_t} = \frac{143{,}45}{1\,126} = 0{,}13 \text{ m};$$

$$p_{1,2} = \frac{1\,126}{1{,}4 \cdot 3{,}0}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0{,}13}{3}\right) = 268{,}09(1 \pm 0{,}26);$$

$$p_1 = 337{,}8 \text{ kPa} < p_t = 350 \text{ kPa};$$

$$p_2 = 198{,}4 \text{ kPa} > 0.$$

b) *Armarea fundației.*

Pentru armarea tălpii fundației vom scădea din presiunile p_1 și p_2, efortul dat de greutatea proprie a fundației p_g.

$$p_g = \frac{G_f}{A \cdot B} = \frac{126}{1{,}4 \cdot 3{,}0} = 30 \text{ kPa};$$

$$p'_1 = p_1 - p_g = 337{,}8 - 30 = 307{,}8 \text{ kPa};$$

$$p'_2 = p_2 - p_g = 198{,}4 - 30 = 168{,}4 \text{ kPa};$$

$$p'_{med} = \frac{p'_1 + p'_2}{2} = \frac{307{,}8 + 168{,}4}{2} = 238 \text{ kPa}.$$

Momentul față de secțiunea 1—1 (M_x):

$$M_x = \frac{a \cdot l_x^2}{6}(2p'_2 + p'_0) + \frac{l_x^3}{6}(3p'_2 + p'_0).$$

Din figura V.12 deducem:

$$l_x = 100 \text{ cm}; \qquad l_y = 120 \text{ cm}.$$

$$p'_0 = p'_2 + \frac{p'_1 - p'_2}{A} \cdot l_x = 168 + \frac{308 - 168}{140} \cdot 100 = 268 \text{ kPa};$$

$$M_x = \frac{40 \cdot 100^2}{6}(2 \cdot 1{,}68 + 2{,}68) + \frac{100^3}{6}(3 \cdot 1{,}68 + 2{,}68) = 1\,689\,333 \text{ daNcm};$$

Momentul față de secțiunea 2—2 (M_y):

$$M_y = \frac{p_{med}}{6}(3 \cdot A \cdot l_y^2 - 2l_x^3) = \frac{2{,}38}{6}(3 \cdot 140 \cdot 120^2 - 2 \cdot 100^3) = 1\,605\,707 \text{ daNcm}.$$

Pentru reducerea consumului de oțel se recomandă ca H/B să fie cuprins între 0,25 și 0,35.

Vom alege $\frac{H}{B} = 0{,}30$, de unde $H = 0{,}3 \cdot B = 0{,}3 \cdot 3 =$ $= 0{,}9$ m, $h = \frac{H}{3} = 0{,}3$ m.

$h_{0x} = H - 3{,}5 = 90 - 3{,}5 =$ $= 86{,}5$ cm;

$R_c = 95$ daN/cm² pentru B 200;

$$B_x = \frac{M_x}{h_{0x}^2 \cdot B \cdot R_c} =$$

$$= \frac{1\,689\,333}{86{,}5^2 \cdot 300 \cdot 95} = 0{,}0079.$$

Deoarece $B_{min} = 0{,}01$ vom lua procentul minim de armare $p_x = 0{,}05\%$.

Armătura pe direcţia x:

$$A_{ax} = \frac{p_x}{100} \cdot B \cdot h_{0x} =$$

$$= \frac{0{,}05}{100} \cdot 300 \cdot 86{,}5 = 12{,}98 \text{ cm}^2.$$

Se alege $17\text{Ø}10 = 13{,}34$ cm², adică Ø10 la 18 cm.

Armătura pe direcţia y:

$h_{0y} = h_{0x} - \text{Ø} = 86{,}5 - 1 =$ $= 85{,}5$ cm;

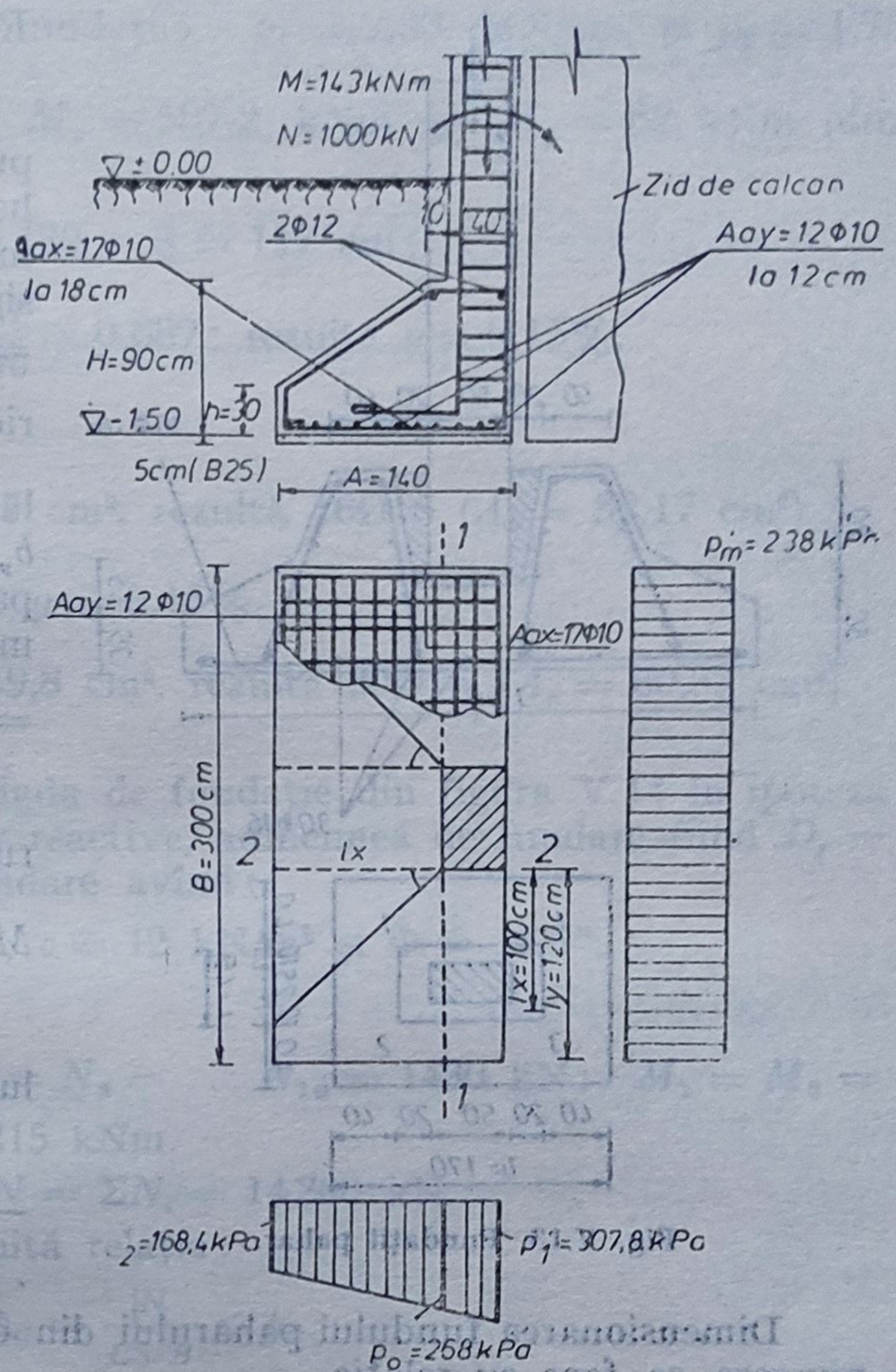


Fig. V.12. Fundaţie excentrică în raport cu stîlpul. Detalii armare.

$$B_y = \frac{M_y}{h_{0y}^2 \cdot A \cdot R_c} = \frac{1\,605\,707}{85{,}5^2 \cdot 140 \cdot 95} = 0{,}0165.$$

Pentru $B = 0{,}017$, corespunde $p_y = 0{,}077\%$.

$$A_{ay} = \frac{p_y}{100} A \cdot h_{0y} = \frac{0{,}077}{100} 140 \cdot 85{,}5 = 9{,}22 \text{ cm}^2.$$

Se alege $12\text{Ø}10 = 9{,}42$ cm², adică Ø10 la 12 cm.

Armăturile constructive de la partea superioară:

— pe direcţia x ($a = 40$ cm) 2Ø12;

— pe direcţia y ($b = 60$ cm) 3Ø12.

Armarea fundaţiei se face cu bare OB 37 şi este prezentată în figura V.12.

Pentru ca stîlpul să poată prelua momentul M_s în secţiunea de încastrare în fundaţie, acesta se va arma suplimentar.

V.10. Să se proiecteze fundaţia pahar a unui stîlp cu secţiunea (25×50) cm² care transmite o încărcare axială, $N = 1\,430$ kN şi un moment încovoietor $M = 215$ kNm capacitatea portantă a terenului fiind 3 daN/cm² Încărcarea pe stîlp înainte de întărirea mortarului de solidarizare este 300 kN

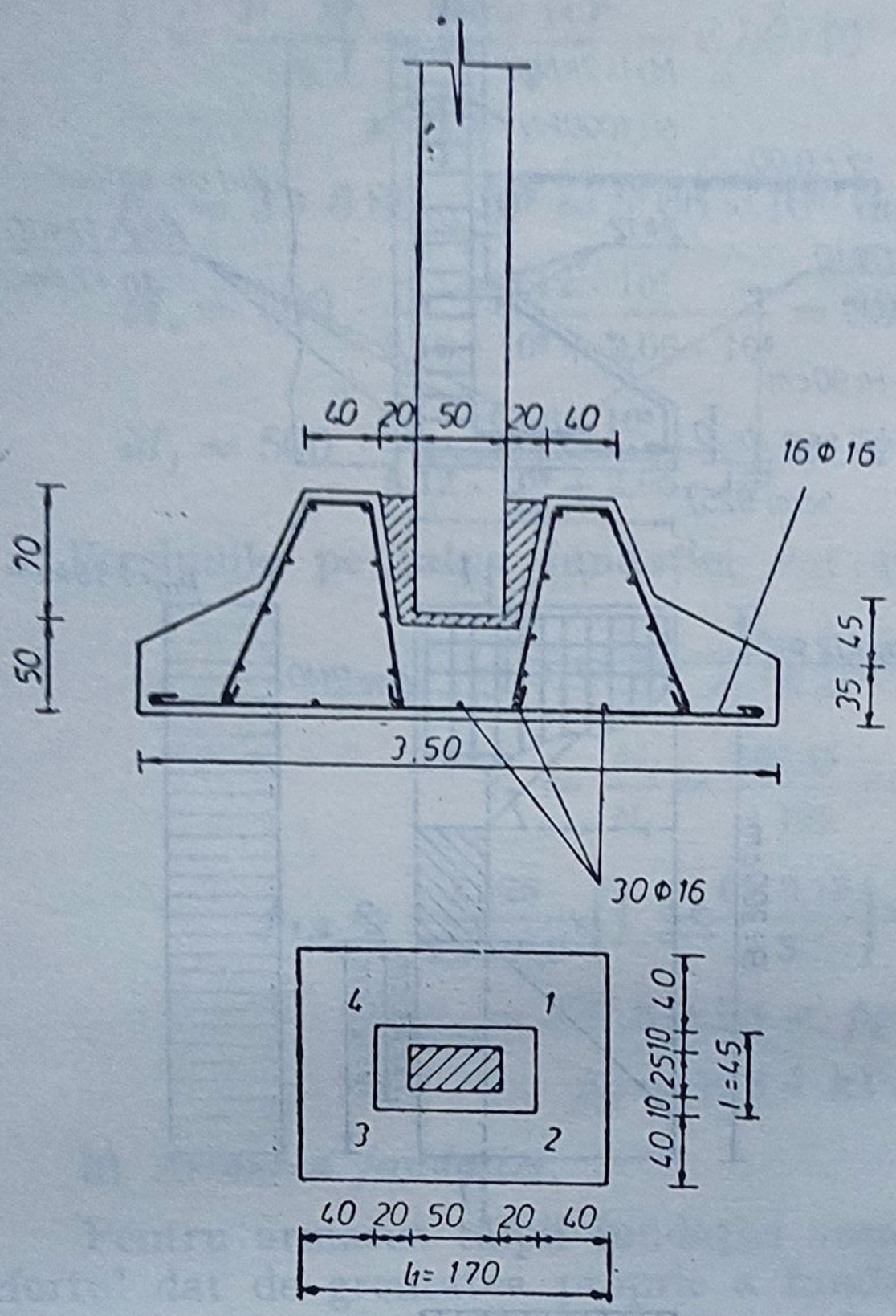


Fig. V.13. Fundații pahar.

Rezolvare.

La predimensionare se impun (fig. V.13) : adîncimea paharului $H_p = 0{,}70$ m ; grosimea maximă a plăcii $H = 0{,}80$ m; grosimea fundului paharului $H_f = 50$ cm ; grosimea plăcii la exterior $h' = \frac{H}{2} \ldots \frac{H}{3} = 35$ cm ; lățimea peretelui paharului sus $b_p = 40$ cm ; lățimea peretelui paharului jos $b'_p = 75$ cm ; lățimea medie a paharului $b_{med} = \frac{40 + 75}{2} = 55{,}75$ cm.

Verificarea pereților paharului se face cu relația :

$$M - N \frac{b_{st}}{3} \leqslant 1{,}4\, b_{med} \cdot H_p^2 \cdot R_t^n,$$

unde : b_{st} = lățimea stîlpului.

Înlocuind : $2\,150\,000 - 143\,000 \frac{50}{3} \leqslant 1{,}4 \cdot 55{,}75 \cdot 70^2 \cdot 5.$

Dimensionarea fundului paharului din condiția de verificare la străpungere se face cu relația

$$H_f \geqslant \frac{N_0}{R_t^n \cdot U},$$

unde : $N_0 = 300$ kN — este sarcina stîlpului înainte de întărirea mortarului de monolitizare ;

$R_t^n = 5$ daN/cm² — rezistența normată la întindere a tălpii fundației ;

$U = 2(a+b) = 150$ cm — perimetrul stîlpului.

$$\frac{N_0}{R_t^n \cdot U} = \frac{30\,000}{5 \cdot 150} = 40 \text{ cm} ; \qquad H_f = 50 \text{ cm}.$$

Trebuie să fie respectată și condiția $H_f + H_p \geqslant \frac{N}{U \cdot R_t^n}$ sau $50 + 70 > \frac{1\,430}{150 \cdot 5}$;

$$120 > \frac{143}{75}.$$

Armarea tălpii fundației se face folosind pentru calcul metoda trapezului.

Dimensiunile tălpii $A = 1{,}75$ m și $B = 3{,}50$ m.

$$H_p + H_f = 1{,}20 \text{ m}$$

Rezultă presiunile pe talpa fundației: $p_1 = 2{,}93$ daN/cm² și $p_2 = 1{,}73$ daN/cm².

Momentele încovoietoare: $M_x = 507{,}2$ kNm și $M_y = 82$ kNm (din metoda trapezului).

$$h_{0x} = 120 - 3 = 117 \text{ cm};$$

$$r = \frac{h_{0x}}{\sqrt{\frac{M_x}{A \cdot R_c}}} = \frac{117}{170} = 0{,}687; \text{ rezultă } \mu = 0{,}15\%.$$

$$A_{ax} = \frac{0{,}15 \cdot 175 \cdot 117}{100} = 30{,}7 \text{ cm}^2, \text{ rezultă } 16\text{Ø}16 \ (A_a = 32{,}17 \text{ cm}^2).$$

Pe direcția y se impune $\mu = 0{,}15\%$.

$$A_{ay} = \frac{0{,}15 \cdot 350 \cdot 116}{100} = 59{,}8 \text{ cm}^2, \text{ rezultă } 30\text{Ø}16 \ (A_a = 60{,}33 \text{ cm}^2).$$

V.11. Să se proiecteze grinda de fundație din figura V.14 în ipoteza distribuției plane a presiunilor reactive, adîncimea de fundare fiind $D_f = 1{,}20$ m, iar terenul de fundare avînd:

$$\gamma = 19{,}34 \text{ kN/m}^3, \ c = 12 \text{ kN/m}^2 \text{ și } \Phi = 11{,}5°.$$

Rezolvare.

$N_1 = N_{11} = 715$ kN; $N_2 = N_3 = \ldots N_{10} = 1430$ kN; $M_1 = M_2 = \ldots = -M_{10} = -M_{11} = 215$ kNm.

Încărcarea axială totală $N = \Sigma N_i = 14\,300$ kN.

Trebuie să avem îndeplinită relația:

$$p_{ef} = \frac{N}{L \cdot B} \leqslant p_{cr}.$$

Se ia înălțimea grinzii $H_{gr} = \left(\frac{1}{3} \ldots \frac{1}{6}\right) \cdot L = 1$ m. Impunînd $D_f = 1{,}20$ m și neglijînd influența primului termen rezultă:

$$p_{cr} = \frac{1}{100} \cdot \gamma \cdot B' \cdot \lambda_\gamma \cdot N_\gamma + c \cdot N_c \cdot \lambda_c + q \cdot N_q \cdot \lambda_q;$$

$q = \gamma \cdot D_f = 19{,}34 \cdot 1{,}20 = 23{,}25$ kN/m² $= 0{,}2325$ daN/cm². Din tabelul IV.3.1 (v. cap. IV.3) se scot coeficienții de capacitate portantă funcție de unghiul de frecare interioară:

$$p_{cr} = 0{,}12 \cdot 9 \cdot 1{,}01 + 0{,}2325 \cdot 2{,}9 \cdot 1{,}01 \simeq 1{,}76 \text{ daN/cm}^2.$$

Rezultă lățimea grinzii: $B \geqslant \frac{N}{L \cdot P_{cr}} = \frac{1\,430\,000}{4\,500 \cdot 1{,}76} = 1{,}80$ m;

$$B = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}.$$

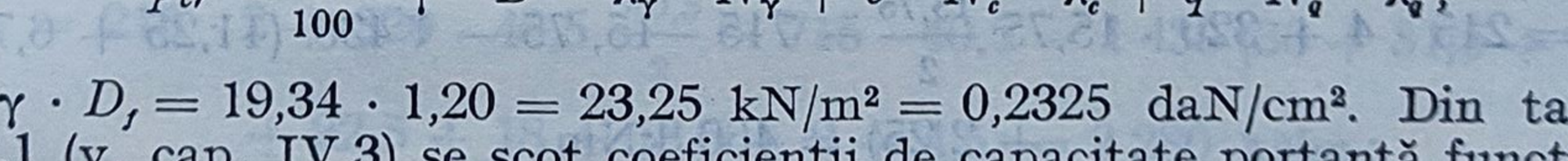


Fig. V.14. Încărcările grinzi de fundație.

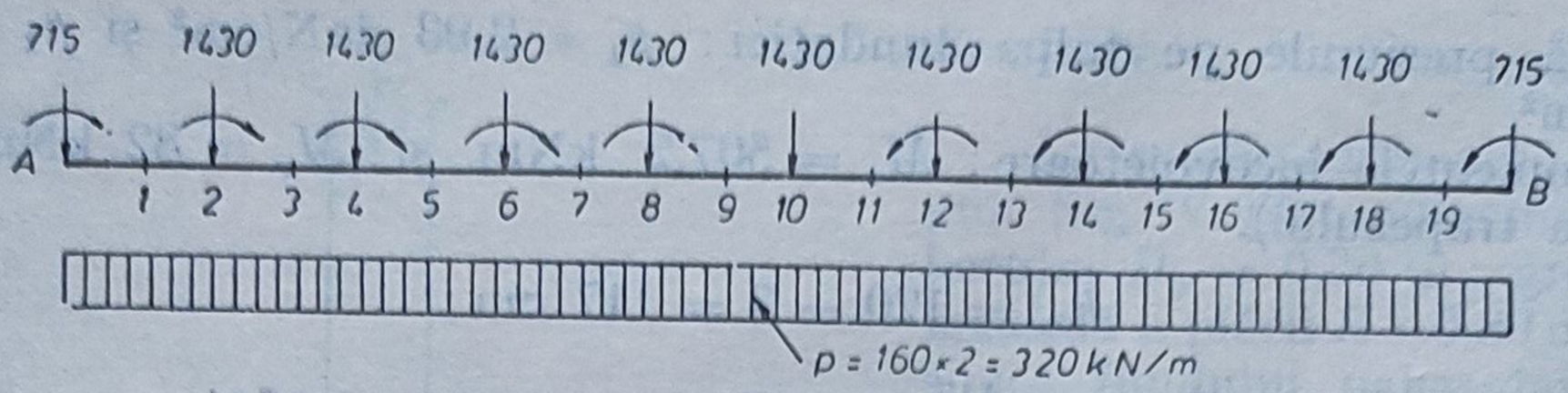


Fig. V.15. Presiune efectivă sub grindă.

Presiunea efectivă este: $p_{ef} = \frac{N}{L \cdot B} = \frac{14\,300}{45 \cdot 2} = 160$ kN/m².

Se consideră grinda static determinată încărcată cu forțele și momentele transmise de stîlp și cu presiunile reactive, pentru care se trasează diagramele M, T, urmînd a fi apoi corectate.

$$M_{Ast} = 0;\ M_{Adr} = 215;\ M_1 = 215 + 320\frac{2{,}25 \cdot 2{,}25}{2} - 715 \cdot 2{,}25 = 583 \text{ kNm};$$

$$M_{2st} = 215 + 320 \cdot 4{,}4\ \frac{4{,}5}{2} - 715 \cdot 4{,}5 = 227 \text{ kNm};$$

$$M_{2dr} = 227 + 215 = 442 \text{ kNm};$$

$$M_3 = 2 \cdot 215 + 320 \cdot 6{,}75\ \frac{6{,}75}{2} - 715 \cdot 6{,}75 - 1\,430 \cdot 2{,}25 = -310 \text{ kNm};$$

$$M_{4st} = 2 \cdot 215 + 320 \cdot 9 \cdot \frac{9}{2} \cdot 715 \cdot 9 - 1\,430 \cdot 4{,}5 = 520 \text{ kNm};$$

$$M_{4dr} = 520 + 215 = 735 \text{ kNm};$$

$$M_5 = 215 \cdot 3 + 320 \cdot 11{,}25 \cdot \frac{11{,}25}{2} - 715 \cdot 11{,}25 - 1\,430\ (6{,}75 + 2{,}25) =$$

$$= 75 \text{ kNm};$$

$$M_{6st} = 215 \cdot 3 + 320 \cdot 13{,}5 \cdot \frac{13{,}5}{2} - 715 \cdot 13{,}5 - 1\,430(9 + 4{,}5) = 895 \text{kNm};$$

$$M_{6dr} = 895 + 215 = 1\,110 \text{ kNm};$$

$$M_7 = 215 \cdot 4 + 320 \cdot 15{,}75\ \frac{15{,}75}{2} - 715 \cdot 15{,}75 - 1\,430\ (11{,}25 + 6{,}75 +$$

$$+ 2{,}25) = 460 \text{ kNm};$$

$$M_{8st} = 215 \cdot 4 + 320 \cdot 18 \cdot \frac{18}{2} - 715 \cdot 18 - 1\,430\ (13{,}5 + 9 + 4{,}5) =$$

$$= 1\,160 \text{ kNm};$$

$$M_{8dr} = 1\,160 + 215 = 1\,375 \text{ kNm};$$

$$M_9 = 215 \cdot 5 + 320 \cdot 20{,}25 \cdot \frac{20{,}25}{2} - 715 \cdot 20{,}25 - 1\,430\ (15{,}75 + 11{,}25 +$$

$$+ 6{,}25 + 2{,}25) = 775 \text{ kNm};$$

$$M_{10} = 215 \cdot 5 + 320 \cdot 22{,}5 \cdot \frac{22{,}5}{2} - 715 \cdot 22{,}5 - 1\,430\ (18 + 13{,}5 + 9 +$$

$$+ 4{,}5) = 1\,875 \text{ kNm};$$

$$M_{11} = 215 \cdot 5 + 320 \cdot 24{,}75\,\frac{24{,}75}{2} - 715 \cdot 24{,}75 - 1\,430\,(20{,}25 + 15{,}75 + $$

$$+ 11{,}25 + 6{,}25 + 2{,}25) = 975 \text{ kNm};$$

$$M_{12st} = 215 \cdot 5 + 320 \cdot 27\,\frac{27}{2} - 715 \cdot 27 - 1\,430\,(22{,}50 + 18 + 13{,}5 + 9$$

$$+ 4{,}5) = 2\,075 \text{ kNm};$$

$$M_{12dr} = 2\,075 - 215 = 1\,860 \text{ kNm};$$

$$M_{13} = 215 \cdot 4 + 320 \cdot 29{,}25\,\frac{29{,}25}{2} - 715 \cdot 29{,}25 - 1\,430\,(24{,}75 + 20{,}25 +$$

$$+ 15{,}75 + 11{,}25 + 6{,}25 + 2{,}25) = 1\,160 \text{ kNm};$$

$$M_{14st} = 215 \cdot 4 + 320 \cdot 31{,}5\,\frac{31{,}5}{2} - 715 \cdot 31{,}5 - 1\,430\,(27 + 22{,}5 + 18 +$$

$$+ 13{,}5 + 9 + 4{,}5) = 1\,970 \text{ kNm};$$

$$M_{14\,sdr} = 1\,970 - 215 = 1\,755 \text{ kNm};$$

$$M_{15} = 215 \cdot 3 + 320 \cdot 33{,}75\,\frac{33{,}75}{2} - 715 \cdot 33{,}75 - 1\,430\,(29{,}25 + 24{,}25 +$$

$$+ 20{,}25 + 15{,}75 + 11{,}25 + 6{,}75 + 2{,}25) = 1\,125 \text{ kNm};$$

$$M_{16st} = 215 \cdot 3 + 320 \cdot 36\,\frac{36}{2} - 715 \cdot 36 - 1\,430\,(31{,}5 + 27 + 22{,}5 + 18 +$$

$$+ 13{,}5 + 9 + 4{,}5) = 2\,085 \text{ kNm};$$

$$M_{16dr} = 2\,085 - 215 = 1\,870 \text{ kNm};$$

$$M_{17} = 215 \cdot 2 + 320 \cdot 38{,}25\,\frac{38{,}25}{2} - 715 \cdot 38{,}25 - 1\,430\,(33{,}75 + 29{,}25 +$$

$$+ 24{,}75 + 20{,}25 + 15{,}75 + 11{,}25 + 6{,}75 + 2{,}25) = 1\,130 \text{ kNm};$$

$$M_{18st} = 215 \cdot 2 + 320 \cdot 40{,}5\,\frac{40{,}5}{2} - 715 \cdot 40{,}5 - 1\,430\,(36 + 31{,}5 + 27 +$$

$$+ 22{,}5 + 18 + 13{,}5 + 9 + 4{,}5) = 2\,280 \text{ kNm};$$

$$M_{18dr} = 2\,280 - 215 = 2\,065 \text{ kNm};$$

$$M_{19} = 215 \cdot 1 + 320 \cdot 42{,}75\,\frac{42{,}75}{2} - 715 \cdot 42{,}75 - 1\,430\,(38{,}24 + 33{,}75 +$$

$$+ 29{,}25 + 24{,}75 + 20{,}25 + 15{,}75 + 11{,}25 + 6{,}75 + 2{,}25) = 1\,415 \text{ kNm};$$

$$M_{Bst} = 215 \cdot 1 + 320 \cdot 45\,\frac{45}{2} - 715 \cdot 45 - 1\,430\,(40{,}5 + 36 + 31{,}5 + 27 +$$

$$+ 22{,}5 + 18 + 13{,}5 + 9 + 4{,}5) = 2\,465 \text{ kNm};$$

$$M_{Bdr} = 2\,465 - 215 = 2\,250 \text{ kNm};$$

$$\Delta M = 2\,250 \text{ kNm}.$$

Corectarea diagramei de momente (kNm):

$M_{Ast} = 0$; $M_{Adr} = 215$; $M_1 = -583 - \frac{2,25}{45} \cdot 2\,250 = -695,5$;

$M_{2st} = 227 - \frac{4,5}{45} 2\,250 = 2$; $M_{2dr} = 442 - \frac{4,5}{45} 2\,250 = 217$:

$M_3 = -310 - \frac{6,75}{45} 2\,250 = -647,5$; $M_{4st} = 520 - \frac{9}{45} 2\,250 = 70$;

$M_{4dr} = 734 - \frac{9}{45} 2\,250 = 285$; $M_5 = 75 - \frac{11,25}{45} 2\,250 = -487,5$;

$M_{6st} = 895 - \frac{13,5}{45} 2\,250 = 220$; $M_{6dr} = 1\,110 - \frac{13,7}{45} 2\,250 = 435$;

$M_7 = 460 - \frac{15,75}{45} 2\,250 = -327,5$; $M_{8st} = 1\,160 - \frac{18}{45} 2\,250 = 260$;

$M_{8dr} = 1.375 - \frac{18}{45} 2\,250 = 475$; $M_9 = 775 - \frac{20,25}{45} 2\,250 = -237,5$;

$M_{10st} = 1\,875 - \frac{24,75}{45} 2\,250 = 750$; $M_{11} = 975 - \frac{24,75}{45} 2\,250 = -262,5$;

$M_{12st} = 2\,075 - \frac{27}{45} 2\,250 = 725$; $M_{12dr} = 1\,860 - \frac{27}{45} 2\,250 = 510$;

$M_{13} = 1\,160 - \frac{29,25}{45} 2\,250 = -302,5$; $M_{14st} = 1\,970 - \frac{31,5}{45} 2\,250 = 395$;

$M_{14dr} = 1\,755 - \frac{31,5}{45} 2\,250 = 180$; $M_{15} = 1\,125 - \frac{33,75}{45} 2\,250 = -562,5$;

$M_{16st} = 2\,085 - \frac{36}{45} 2\,250 = 285$; $M_{16dr} = 1\,870 - \frac{36}{45} 2\,250 = 70$;

$M_{17} = 1\,130 - \frac{38,25}{45} 2\,250 = -782,5$; $M_{18st} = 2\,280 - \frac{40,5}{45} 2\,250 = 255$;

$M_{18dr} = 2\,065 - \frac{40,5}{45} 2\,250 = 40$; $M_{19} = 1\,415 - \frac{42,75}{45} 2\,250 = -722,5$;

$M_{Bst} = 2\,465 - \frac{45}{45} 2\,250 = 215$; $M_{Bdr} = 2\,250 - \frac{45}{45} 2\,250 = 0$.

Diagrama de forţă tăietoare, T (în kN):

$T_{Ast} = 0$; $T_{Adr} = -715$; $T_1 = -715 + 320 \cdot 2,25 = 5$;

$T_{2st} = -715 + 320 \cdot 4,5 = 725$; $T_{2dr} = 725 - 1\,430 = -705$;

$T_3 = -2145 + 320 \cdot 6,75 = 15$; $T_{4st} = -2\,145 + 320 \cdot 9 = 735$;

$T_{4dr} = 735 - 1\,430 = -695$; $T_5 = -715 - 2 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 11,25 = 25$;

$T_{6st} = -715 - 2 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 13,5 = 745$;

$T_{6dr} = 745 - 1\,430 = -685$; $T_7 = -715 - 3 \quad 1\,430 + 320 \cdot 15,75 = 35$;

$$T_{8st} = -715 - 3 \,.\, 1\,430 + 320 \cdot 18 = 755\,; \quad T_{8dr} = 755 - 1\,430 = -675\,;$$

$$T_9 = -715 - 4 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 20{,}25 = 45\,;$$

$$T_{10st} = -715 - 4 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 22{,}5 = 765\,;$$

$$T_{10dr} = 765 - 1\,430 = -665\,;$$

$$T_{11} = -715 - 5 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 24{,}75 = 55\,;$$

$$T_{12st} = -715 - 5 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 27 = 775\,;$$

$$T_{12dr} = 775 - 1\,430 = -665\,;$$

$$T_{13} = -715 - 6 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 29{,}25 = 65\,;$$

$$T_{14st} = -715 - 7 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 31{,}5 = 785\,; \quad T_{14dr} = 785 - 1\,430 = -645\,;$$

$$T_{15} = -715 - 7 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 33{,}75 = 75\,;$$

$$T_{16st} = -715 - 7 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 36 = 795\,;$$

$$T_{16dr} = 795 - 1\,430 = -635\,; \quad T_{17} = -715 - 8 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 38{,}25 = 85\,;$$

$$T_{18st} = -715 - 8 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 40{,}5 = 805\,;$$

$$T_{18dr} = 805 - 1\,430 = -1\,430 = -625\,;$$

$$T_{19} = -715 - 9 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 42{,}75 = 95\,;$$

$$T_{Bst} = -715 - 9 \cdot 1\,430 + 320 \cdot 45 = 815$$

$$T_{Bdr} = 815 - 715 = 10.$$

Corectarea diagramei de forțe tăietoare (T în kN):

$$T_{Adr} = \frac{-715 - 815}{2} = -765\,; \quad T_1 = \frac{5 + 95}{2} = 50\,;$$

$$T_{2st} = \frac{725 + 625}{2} = 675\,; \quad T_{2dr} = \frac{-705 - 805}{2} = -755\,;$$

$$T_3 = \frac{15 + 85}{2} = 50\,; \quad T_{4st} = \frac{735 + 635}{2} = 685\,; \quad T_{4dr} = \frac{-695 - 795}{2} = -745\,;$$

$$T_5 = \frac{25 + 75}{2} = 50\,; \quad T_{6st} = \frac{745 + 645}{2} = 695\,;$$

$$T_{6dr} = \frac{-685 - 785}{2} = -735\,; \quad T_7 = \frac{35 + 65}{2} = 50\,;$$

$$T_{8st} = \frac{755 + 655}{2} = 705\,; \quad T_{8dr} = \frac{-675 - 775}{2} = -725\,;$$

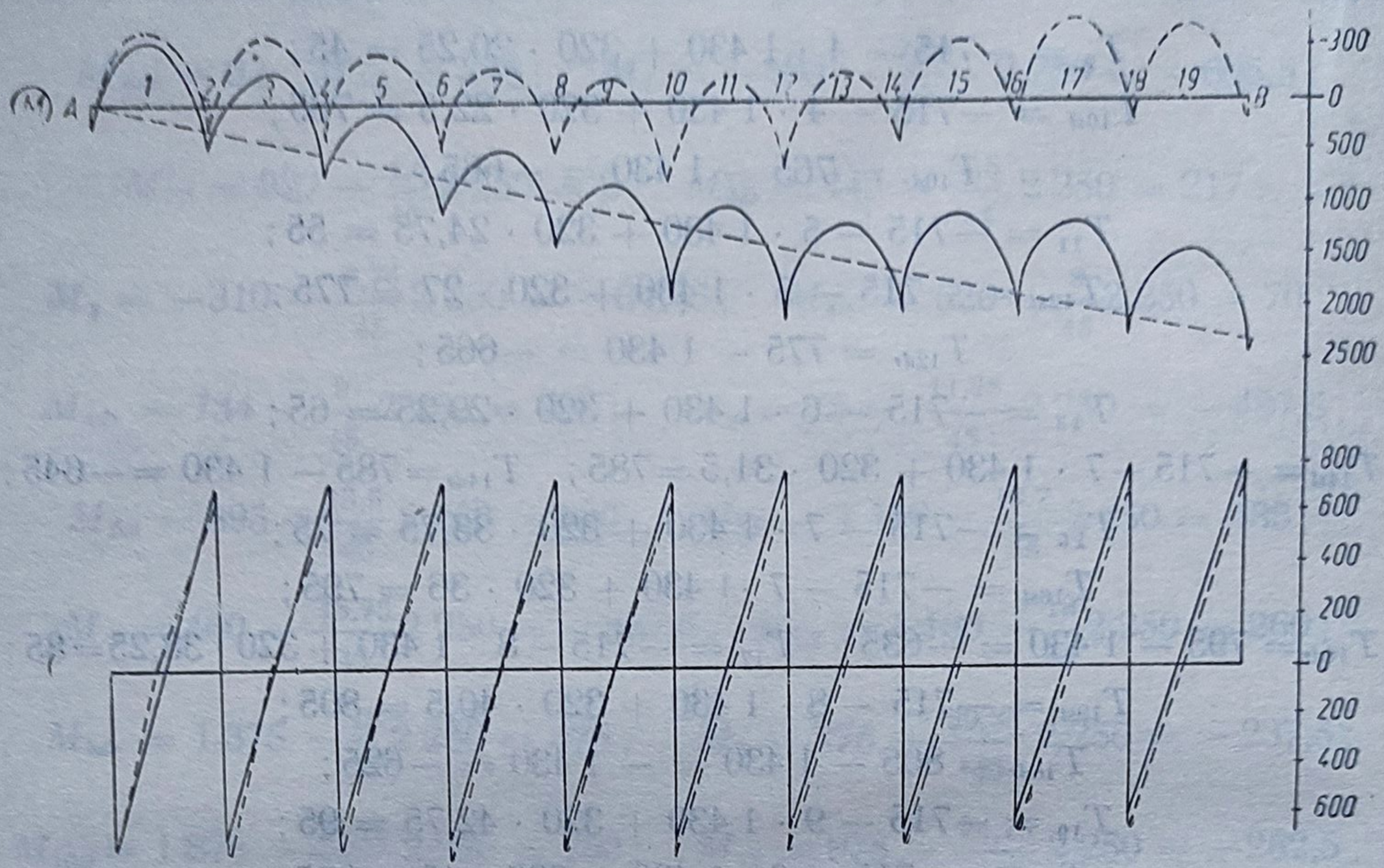
$$T_9 = \frac{45 + 55}{2} = 50\,; \quad T_{10st} = \frac{765 + 665}{2} = 715\,; \quad T_{10dr} = -715\,;$$

$T_{11} = 50\,;$ $T_{12st} = 725\,;$ $T_{12dr} = -705\,;$ $T_{13} = 50\,;$ $T_{14st} = 735\,;$

$T_{14dr} = -695\,;$ $T_{15} = 50\,;$ $T_{16st} = 745\,;$ $T_{16dr} = -685\,;$ $T_{17} = 50\,;$

$T_{18st} = 755\,;$ $T_{18dr} = -675\,;$ $T_{19} = 50\,;$ $T_{Bst} = 765\,;$ $T_{Bdr} = 0.$

Cu M și T astfel determinați urmează a se calcula armătura longitudinală și transversală a grinzilor de fundație.



----- Curba corectată

Fig. V.16. Diagrama de momente și forțe tăietoare.

V.12. Să se traseze diagramele de presiuni, săgeți, forță tăietoare și momente încovoietoare pentru grinda de fundație din figura V.17 în ipoteza *Winkler*.

Se folosește beton cu marca B 250 și oțel OB 37.

Se cere rezolvarea pentru $K = 1{,}5$ daN/cm³ și $K = 3{,}0$ daN/cm³.

Rezolvare.

Se împarte grinda în 13 porțiuni introducîndu-se forțele fictive $V_1 \ldots$ $\ldots, V_4$ la distanțele prezentate în figura V.18.

Pentru calculul momentului de inerție se admite o înălțime medie constantă $H = 0{,}50$ m;

$$\frac{B}{b} = \frac{0{,}60}{0{,}25} = 2{,}4\,; \quad \frac{h}{H} = \frac{0{,}20}{0{,}50} = 0{,}4.$$

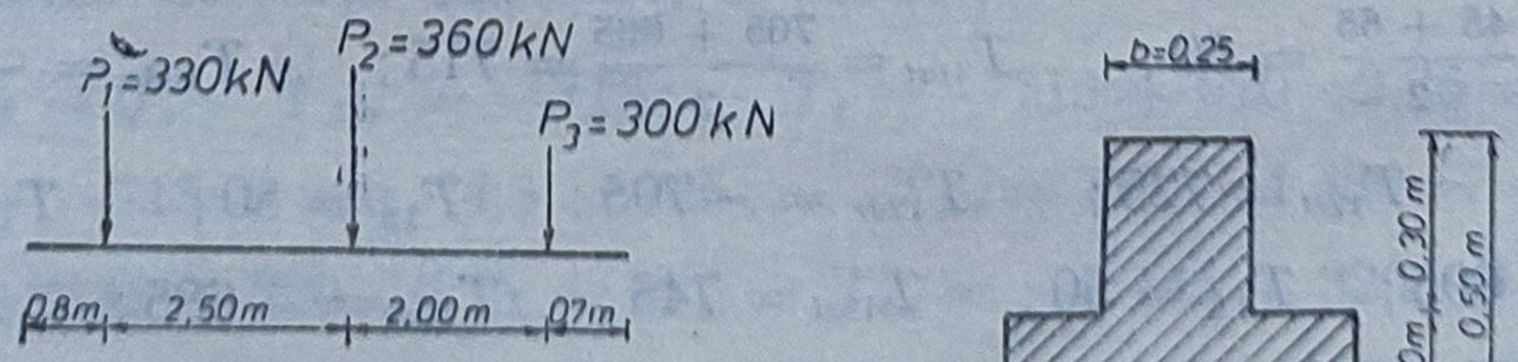


Fig. V.17. Schema de încărcare și secțiune a grinzii..

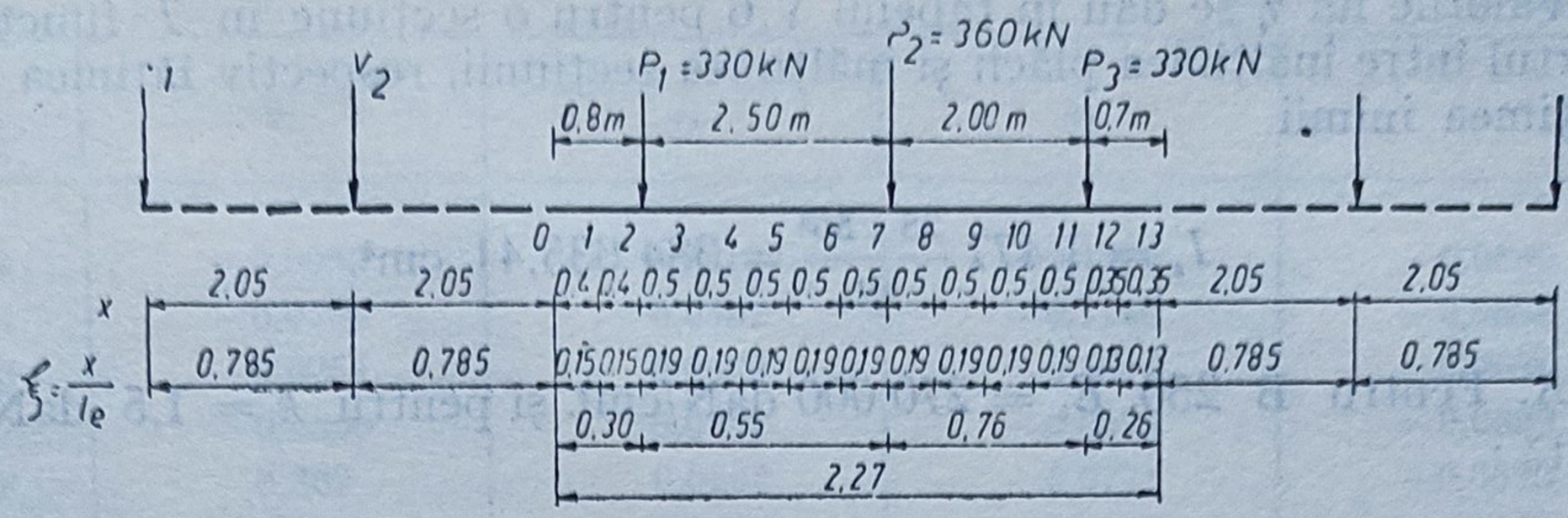


Fig. V.18. Schema de calcul a grinzii.

Fundaţia se execută din beton B 250 şi oţel OB 37.
Momentul de inerţie pentru o secţiune în T se poate calcula cu relaţia

$$I_x = \eta \frac{b \cdot H^3}{12}; \quad \eta = 1{,}477 \quad \text{(tab. V.6)}.$$

Tabelul V.6

Valorile coeficientului $\eta \cdot 10^3$

$\frac{B}{b}$ \ $\frac{h}{H}$	0,04	0,05	0,06	0,08	0,10	0,12	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2,0	1 106	1 129	1 150	1 189	1 222	1 251	1 286	1 328	1 353	1 366	1 371
2,2	1 127	1 153	1 178	1 223	1 262	1 295	1 335	1 381	1 408	1 422	1 426
2,4	1 147	1 177	1 206	1 256	1 300	1 337	1 381	1 431	1 459	1 473	1 477
2,6	1 166	1 201	1 233	1 289	1 337	1 377	1 425	1 478	1 507	1 520	1 524
2,8	1 186	1 224	1 259	1 321	1 372	1 416	1 467	1 523	1 552	1 564	1 567
3,0	1 205	1 246	1 284	1 351	1 407	1 453	1 507	1 565	1 594	1 605	1 608
3,2	1 224	1 268	1 310	1 381	1 440	1 489	1 545	1 604	1 633	1 644	1 646
3,4	1 242	1 290	1 334	1 410	1 473	1 524	1 582	1 642	1 670	1 680	1 682
3,6	1 261	1 312	1 358	1 439	1 504	1 557	1 617	1 678	1 705	1 714	1 715
3,8	1 279	1 333	1 382	1 466	1 534	1 590	1 651	1 812	1 739	1 747	1 747
4,0	1 296	1 354	1 405	1 493	1 564	1 620	1 683	1 744	1 770	1 777	1 778
4,2	1 314	1 374	1 428	1 519	1 592	1 650	1 714	1 775	1 800	1 806	1 807
4,4	1 331	1 394	1 450	1 545	1 620	1 620	1 679	1 744	1 804	1 828	1 834
4,6	1 384	1 413	1 472	1 570	1 647	1 707	1 772	1 833	1 856	1 860	1 861
4,8	1 365	1 433	1 493	1 594	1 673	1 734	1 800	1 859	1 881	1 886	1 886
5,0	1 382	1 452	1 514	1 610	1 698	1 760	1 826	1 885	1 906	1 910	1 910
5,2	1 398	1 470	1 534	1 641	1 723	1 786	1 852	1 910	1 930	1 933	1 934
5,4	1 414	1 489	1 555	1 663	1 747	1 810	1 877	1 934	1 953	1 955	1 957
5,6	1 430	1 501	1 574	1 685	1 770	1 834	1 900	1 957	1 974	1 977	1 979
5,8	1 446	1 525	1 594	1 707	1 793	1 857	1 924	1 979	1 995	1 997	2 000
6,0	1 461	1 542	1 613	1 728	1 815	1 880	1 946	2 000	2 016	2 017	2 021
6,5	1 499	1 585	1 659	1 779	1 868	1 933	1 998	2 050	2 063	2 064	2 070
7,0	1 536	1 626	1 703	1 827	1 917	1 983	2 047	2 095	2 106	2 107	2 116
7,5	1 571	1 665	1 745	1 872	1 964	2 029	2 092	2 137	2 146	2 147	2 159
8,0	1 605	1 703	1 786	1 915	2 008	2 073	2 134	2 176	2 183	2 185	2 200
8,5	1 639	1 739	1 824	1 956	2 049	2 113	2 173	2 212	2 218	2 220	2 239
9,0	1 671	1 775	1 861	1 995	2 088	2 152	2 209	2 246	2 250	2 254	2 277
9,5	1 702	1 809	1 897	2 032	2 125	2 188	2 243	2 277	2 280	2 285	2 313
10,0	1 732	1 841	1 931	2 068	2 160	2 222	2 276	2 306	2 309	2 316	2 348
10,5	1 762	1 873	1 974	2 101	2 193	2 254	2 306	2 334	2 336	2 345	2 382
11,0	1 791	1 904	1 996	2 134	2 225	2 456	2 334	2 360	2 362	2 373	2 415
11,5	1 818	1 933	2 027	2 165	2 255	2 313	2 361	2 385	2 386	2 399	2 447
12,0	1 859	1 962	2 056	2 194	2 284	2 341	2 387	2 408	2 409	2 425	2 478

Valorile lui η se dau în tabelul V.6 pentru o secţiune în T funcţie de raportul între înălţimea plăcii şi înălţimea secţiunii, respectiv lăţimea tălpii şi lăţimea inimii.

$$I_z = 1{,}477\,\frac{25 \cdot 50^3}{12} = 384\,635{,}41 \text{ cm}^4.$$

A. Pentru B 250, $E_b = 270\,000$ daN/cm². şi pentru $k = 1{,}5$ daN/cm³ rezultă :

$$l_e = \sqrt[4]{\frac{4EI}{b \cdot K}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 270\,000 \cdot 384\,635{,}41}{60 \cdot 1{,}5}} = 260{,}65 \approx 261 \text{ cm}.$$

a) *Determinarea forţelor fictive* V_1, V_2, V_3, V_4.

Funcţiile φ_1, φ_2, φ_3, φ_4 sînt prezentate în tabelul V.7.

Tabelul V.7

Valorile funcţiilor pentru calculul după metoda Winkler a grinzilor aşezarte pe un mediu elastic

ξ	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4
0,0	1,0000	0,0000	1,0000	1,0000
0,1	0,9907	0,0903	0,8100	0,9003
0,2	0,9651	0,1627	0,6398	0,8024
0,3	0,9267	0,2189	0,4888	0,7077
0,4	0,8784	0,2610	0,3564	0,6174
0,5	0,8231	0,2908	0,2415	0,5323
0,6	0,7628	0,3099	0,1431	0,4530
0,7	0,6997	0,3199	0,0599	0,3798
$\pi/4$	0,6448	0,3224	0,0000	0,3224
0,8	0,6354	0,3223	−0,0093	0,3131
0,9	0,5712	0,3185	−0,0657	0,2527
1,0	0,5083	0,3096	−0,1108	0,1988
1,1	0,4476	0,2967	−0,1457	0,1510
1,2	0,3899	0,2807	−0,1716	0,1091
1,3	0,3355	0,2626	−0,1897	0,0129
1,4	0,2849	0,2430	−0,2011	0,0419
1,5	0,2384	0,2226	−0,2068	0,0158
$\pi/2$	0,2079	0,2079	−0,2079	0,0000
1,6	0,1959	0,2018	−0,2077	−0,0059
1,7	0,1576	0,1812	−0,2047	−0,0235
1,8	0,1234	0,1610	−0,1985	−0,0376
1,9	0,0932	0,1415	−0,1899	−0,0484
2,0	0,0667	0,1230	−0,1794	−0,0563
2,1	0,0439	0,1057	−0,1675	−0,0618
2,2	0,0244	0,0895	−0,1548	−0,0652
2,3	0,0080	0,0748	−0,1416	−0,0668
$3\pi/4$	0,0000	0,0670	−0,1340	−0,0670

Tabelul V.7 (continuare)

ξ	φ_1	φ_3	φ_2	φ_4
2,4	−0,0056	0,0613	−0,1282	−0,0669
2,5	−0,0166	0,0492	−0,1149	−0,0658
2,6	−0,0254	0,0383	−0,1019	−0,0636
2,7	−0,0320	0,0287	−0,0895	−0,0608
2,8	−0,369	0,0204	−0,0771	−0,0573
2,9	−0,0403	0,0132	−0,0666	−0,0534
3,0	−0,0423	0,0070	−0,0563	−0,0493
3,1	−0,0431	0,0019	−0,0469	−0,0450
π	−0,0432	0,0000	−0,0432	−0,0432
3,2	−0,0431	−0,0024	−0,0383	−0,0407
3,3	−0,0422	−0,0058	−0,0306	−0,0364
3,4	−0,0408	−0,0085	−0,0237	−0,0323
3,5	−0,0389	−0,0106	−0,0177	−0,0283
3,6	−0,0366	−0,0121	−0,0124	−0,0245
3,7	−0,0341	−0,0131	−0,0079	−0,0210
3,8	−0,0314	−0,0137	−0,0040	−0,0177
3,9	−0,0286	−0,0140	−0,0008	−0,0147
$5\pi/4$	−0,0279	−0,0139	0,0000	−0,0139
4,0	−0,0258	−0,0139	0,0139	−0,0120
4,1	−0,0231	−0,0136	0,0040	−0,0095
4,2	−0,0204	−0,0131	0,0057	−0,0074
4,3	−0,0179	−0,0125	0,0070	−0,0054
4,4	−0,0155	−0,0117	0,0079	−0,0038
4,5	−0,0132	−0,0108	0,0085	−0,0023
4,6	−0,0111	−0,0100	0,0089	−0,0011
4,7	−0,0092	−0,0091	0,0090	−0,0001
$6\pi/4$	−0,0090	−0,0090	0,0090	0,0000
4,8	−0,0085	−0,0082	0,0089	0,0007
4,9	−0,0059	−0,0073	0,0087	0,0014
5,0	−0,0046	−0,0065	0,0084	0,0019
5,1	−0,0033	−0,0057	0,0080	0,0023
5,2	−0,0023	−0,0049	0,0075	0,0026
5,3	−0,0014	−0,0042	0,0069	0,0028
5,4	−0,0006	−0,0035	0,0064	0,0029
$7\pi/4$	0,0000	−0,0058	0,0058	0,0029
5,5	0,0000	0,0000	0,0058	0,0029
5,6	0,0005	0,0005	0,0052	0,0029
5,7	0,0010	0,0010	0,0046	0,0028
5,8	0,0073	0,0013	0,0041	0,0027
5,9	0,0015	0,0015	0,0036	0,0026
6,0	0,0017	0,0017	0,0031	0,0024
6,1	0,0018	0,0018	0,0026	0,0022
6,2	0,0019	0,0019	0,0022	0,0020
$8\pi/4$	0,0019	0,0019	0,0019	0,0019
6,3	0,0019	0,0019	0,0018	0,0018
6,4	0,0018	0,0018	0,0015	0,0017

Tabelul V.7 (continuare)

ξ	φ_1	φ_{II}	φ_3	φ_4
6,5	0,0018	0,0018	0,0021	0,0015
6,6	0,0017	0,0017	0,0009	0,0013
6,7	0,0016	0,0016	0,0006	0,0011
6,8	0,0015	0,0015	0,0004	0,0010
6,9	0,0014	0,0014	0,0002	0,0008
7,0	0,0013	0,0013	0,0001	0,0007
$9\pi/4$	0,0012	0,0012	0,0000	0,0006

Secțiunea 0 — neglijînd influența forțelor V_3 și V_4.

Forța	$\xi = \frac{x}{l_e}$	$\varphi_3(\xi)$	$\varphi_4(\xi)$	$Q = \frac{P}{2} \cdot \varphi_4(\xi)$	$M = \frac{P \cdot l_e}{4} \varphi_3(\xi)$
V_1	1,57	−0,2079	0	0	−0,1357 V_1
V_2	0,785	0	0,3224	0,1612	0
$P_1 = 33$ t	0,30	0,4888	0,7077	−11,68	10,5251
$P_2 = 36$ t	1,25	−0,18065	0,091	−1,64	−4,2435
$P_3 = 30$ t	2,01	−0,17721	−0,05685	0,85	−3,4689
	—	—	—	−12,47 t	2,8127 tm

$$0{,}1612\ V_2 - 12{,}47 = 0\,; \qquad V_2 = \frac{12{,}47}{0{,}1612} = 77{,}36\ \text{t}\,;$$

$$-0{,}1357\ V_1 + 2{,}8127 = 0\,; \qquad V_1 = \frac{-2{,}8127}{-0{,}1357} = 20{,}73\ \text{t}.$$

Secțiunea 13 — neglijînd influența forțelor V_1 și V_2.

Forța	$\xi = \frac{x}{l_e}$	$\varphi_3(\xi)$	$\varphi_4(\xi)$	$Q = \frac{P}{2} \varphi_4(\xi)$	$M = \frac{P \cdot l_e}{4} \varphi_3(\xi)$
$P_1 = 33$ t	1,97	−0,18225	−0,05393	−0,89	−3,9243
$P_2 = 36$ t	1,02	−0,11778	0,18924	3,41	−2,7690
$P_3 = 30$ t	0,26	0,5492	0,74558	11,18	10,7506
V_4	0,785	0	0,3224	−0,16 V_4	0
V_3	1,57	−0,2079	0	0	−0,1357 V_3
	—	—	—	13,7 t	4,0573 tm

$$-0{,}16\ V_4 + 13{,}7 = 0\,; \qquad V_4 = \frac{-13{,}7}{-0{,}16} = 85{,}63\ \text{t}\,;$$

$$-0{,}1357\ V_3 + 4{,}0573 = 0\,; \qquad V_3 = \frac{-4{,}0573}{-0{,}1357} = 29{,}90\ \text{t}.$$

● *Calculul presiunii pe teren, al forței tăietoare și al momentului încovoietor în secțiunile* 0 ... 13.

Secțiunea 0

Se determină numai $p_0 (M_0 = 0;\ \ Q_0 = 0)$;

$$p = K \cdot y = \frac{P}{2 \cdot b \cdot l_e} \varphi_1(\xi) = \frac{1}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 2{,}61} \cdot P \cdot \varphi_1(\xi) \left| \frac{\text{t}}{\text{m}^2} \right|.$$

Forța	$\xi = \frac{x}{l_e}$	$\varphi_1(\xi)$	$p = \frac{P}{2 \cdot \text{b} \cdot l_e} \cdot \frac{1}{10} \cdot \varphi_1(\xi)$
$V_1 = 20{,}73$ t	1,57	0,2079	0,1376
$V_2 = 77{,}36$ t	0,785	0,6448	1,5926
$P_1 = 33$ t	0,30	0,9267	0,9764
$P_2 = 36$ t	1,25	0,3627	0,4168
$P_3 = 30$ t	2,01	0,06442	0,0617
$V_4 = 85{,}63$ t	3,06	−0,04278	−0,1169
$V_5 = 29{,}90$ t	3,84	−0,03028	−0,0289

$$p_0 = 3{,}036 \text{ daN/cm}^2; \quad y_0 = \frac{3{,}036}{1{,}5} = 2{,}02 \text{ cm}.$$

Secțiunea 1

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	$p = \frac{P}{2 \cdot b \cdot l_e} \cdot \frac{1}{10} \cdot \varphi_1(\xi)$	$\varphi_3(\xi)$	$M = \frac{P \cdot l_e}{4} \varphi_3(\xi)$	$\varphi_4(\xi)$	$Q = -\frac{P}{2} \varphi_4(\xi)$
$V_1 = 20{,}73$ t	1,72	0,15076	+0,0997	−0,20346	− 2,7521	−0,02632	− 0,272
$V_2 = 77{,}36$ t	0,935	0,546	+1,3486	−0,0837	− 4,2250	0,2311	+ 8,939
$P_1 = 33$ t	0,15	0,9779	+1,0303	0,7249	+15,6089	0,85135	−14,047
$P_2 = 36$ t	1,10	0,4476	+0,5144	−0,1457	− 3,4225	0,1510	− 2,718
$P_3 = 30$ t	1,86	0,10528	+0,1008	−0,19334	− 3,7846	−0,4408	+ 0,661
$V_4 = 85{,}63$ t	2,91	−0,0405	−0,1107	−0,06557	− 3,6636	−0,05299	+ 2,269
$V_3 = 29{,}90$	3,69	−0,03435	−0,0327	−0,1629	− 0,00835	−0,02139	+ 0,319
			2,95 daN/cm²		−2,4018 tm		− 4,85 t

$p_1 = 2{,}95$ daN/cm²; $M_1 = -2{,}40$ tm;
$Q_1 = -4{,}85$ t;

$$y_1 = \frac{2{,}95}{1{,}5} = 1{,}97 \text{ cm}.$$

Secțiunea 2

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	$p = \frac{P}{2 \cdot b \cdot l_e} \varphi_1(\xi)$	$\varphi_3(\xi)$	$M = \frac{P \cdot l_e}{4} \varphi_3(\xi)$	$\varphi_4(\xi)$	$Q = -\frac{P}{2} \varphi_4(\xi)$
$V_1 = 20{,}73$ t	1,87	0,10528	+ 0,70	−0,19334	− 2,62	−0,04408	− 0,46
$V_2 = 77{,}36$ t	1,09	0,4536	+11,20	−0,14221	− 7,18	0,15578	+ 6,03
$P_1 = 33$ t	0	1,0000	+10,54	1,0000	+ 21,53	1,0000	±16,5
$P_2 = 36$ t	0,95	0,5398	+ 9,20	−0,0883	− 2,07	0,2258	− 4,06
$P_3 = 30$ t	1,71	0,1542	+ 1,48	−0,2041	− 3,99	−0,0249	+ 0,37
$V_4 = 85{,}63$ t	2,76	−0,0348	− 0,95	−0,08206	− 4,585	−0,0587	+ 2,51
$V_3 = 29{,}90$ t	3,54	−0,03793	− 0,36	−0,01558	− 0,30	−0,0268	+ 0,40
			28,81 t/m²		0,77 tm		−11,71t +21,29t

$p_2 = 2{,}88$ daN/cm²;
$M_2 = 0{,}77$ tm;
$Q_2^{st} = -11{,}71$ t;
$Q_2^{dr} = 21{,}29$ t.

$$y_2 = \frac{2{,}88}{1{,}5} = 1{,}92 \text{ cm.}$$

Secțiunea 3

Forța	$\xi = \frac{x}{le}$	$\varphi_1(\xi)$	$p = \frac{P}{2 \cdot b \cdot le} \varphi_1(\xi)$	$\varphi_3(\xi)$	$M = \frac{P \cdot le}{4} \varphi_3(\xi)$	$\varphi_4(\xi)$	$Q = -\frac{P}{2} \varphi_4(\xi)$
$V_1 = 20{,}73$ t	2,06	0,053	+ 0,35	−0,1723	− 2,33	−0,0596	− 0,62
$V_2 = 77{,}36$ t	1,28	0,3464	+ 8,56	−0,1861	− 9,39	0,0800	+ 3,09
$P_1 = 33$ t	0,19	0,9677	+10,20	0,6568	+14,14	0,8122	+13,40
$P_2 = 36$ t	0,76	0,6611	+ 7,60	0,0184	+ 0,43	0,3398	− 6,12
$P_3 = 30$ t	1,52	0,2299	+ 2,20	−0,2070	− 4,05	0,01146	− 0,17
$V_4 = 85{,}63$ t	2,57	−0,02276	− 0,62	−0,1058	− 5,91	−0,0643	+ 2,75
$V_3 = 29{,}90$ t	3,35	−0,0415	− 0,40	−0,02715	− 0,53	−0,0344	+ 0,52
			27,89 t/m²		−7,64 tm		12,85 t

$p_3 = 2{,}79$ daN/cm²;
$M_3 = -7{,}64$ tm;
$Q_3 = 12{,}85$ t;

$$y_3 = \frac{2{,}79}{1{,}5} = 1{,}86 \text{ cm.}$$

Secțiunea 4

Forța	$\xi = \frac{x}{le}$	$\varphi_1(\xi)$	$p = \frac{P}{2 \cdot b \cdot le} \varphi_1(\xi)$	$\varphi_3(\xi)$	$M = \frac{P \cdot le}{4} \varphi_3(\xi)$	$\varphi_4(\xi)$	$Q = -\frac{P}{2} \varphi_4(\xi)$
$V_1 = 20{,}73$t	2,25	0,0162	+ 0,11	−0,1482	− 2,00	−0,066	− 0,68
$V_2 = 77{,}36$t	1,47	0,2523	+ 6,23	−0,2051	−10,35	0,0236	+ 0,91
$P_1 = 33$t	0,38	0,8881	+ 9,36	0,3829	+ 8,24	0,6355	+10,49
$P_2 = 36$t	0,57	0,7809	+ 8,98	0,1726	+ 4,05	0,4768	− 8,58
$P_3 = 30$t	1,33	0,3203	+ 3,07	−0,1931	− 5,79	0,0636	− 0,95
$V_4 = 85{,}63$t	2,38	−0,00288	− 0,08	−0,1294	− 7,23	−0,06692	+ 2,87
$V_3 = 29{,}9$ t	3,16	−0,0432	− 0,41	−0,0432	− 0,84	−0,0432	+ 0,65
			27,26 t/m²		−13,92 tm		4,71 t

$p_4 = 2{,}72$ daN/cm²;
$M_4 = -13{,}92$ tm;
$Q_4 = 4{,}71$ t;

$$y_4 = \frac{2{,}72}{1{,}5} = 1{,}82 \text{ cm.}$$

Secțiunea 5

Forța	$\xi = \frac{x}{l_e}$	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 20{,}73$ t	2,44	−0,010	− 0,070	−0,12288	− 1,66	−0,06646	− 0,69
$V_2 = 77{,}36$ t	1,66	0,17292	+ 4,27	−0,2059	−10,39	−0,01646	− 0,64
$P_1 = 33$ t	0,57	0,7809	+ 8,23	0,1726	+ 3,72	0,4768	+ 7,87
$P_2 = 36$ t	0,38	0,8810	+10,13	0,3829	+ 8,99	0,6355	−11,44
$P_3 = 30$ t	1,14	0,4245	+ 4,07	−0,15606	− 3,05	0,1342	− 2,01
$V_4 = 85{,}63$ t	2,19	0,02635	+ 0,72	−0,15607	− 8,72	−0,0649	+ 2,78
$V_3 = 29{,}9$ t	2,97	−0,0417	− 0,40	−0,0594	− 1,16	−0,0505	+ 0,75
			26,95 t/m²		−12,27 tm		− 4,88 t

$p_5 = 2{,}69$ daN/cm²;
$M_5 = -12{,}27$ tm;
$Q_5 = -4{,}88$ t.

$$y_5 = \frac{2{,}69}{1{,}5} = 1{,}80 \text{ cm.}$$

Secțiunea 6

Forța	$\xi = \frac{x}{l_e}$	$\varphi_1(\xi)$	$p = \frac{P}{2 \cdot b \cdot l_e}\varphi_1(\xi)$	$\varphi_3(\xi)$	$M = \frac{P \cdot le}{4}\varphi_3(\xi)$	$\varphi_4(\xi)$	$Q = -\frac{P}{2}\varphi_4(\xi)$
$V_1 = 20{,}73$ t	2,63	−0,0287	− 0,19	−0,0957	− 1,29	−0,0622	− 0,64
$V_2 = 77{,}36$ t	1,85	0,1083	+ 2,67	−0,1942	− 9,80	−0,043	− 1,66
$P_1 = 33$ t	0,76	0,6611	+ 6,97	0,0184	+ 0,40	0,3398	+ 5,61
$P_2 = 36$ t	0,19	0,9677	+11,12	0,6568	+15,42	0,8122	−14,62
$P_3 = 30$ t	0,95	0,5398	+ 5,17	−0,0883	− 1,73	0,2258	− 3,39
$V_4 = 85{,}63$ t	2,00	0,0667	+ 1,82	−0,1794	−10,02	−0,0563	+ 2,41
$V_3 = 29{,}9$ t	2,78	−0,0359	− 0,34	−0,08006	+ 1,56	−0,058	+ 0,87
			27,22 t/m²		− 5,46 tm		−11,42 t

$p_6 = 2{,}72$ daN/cm²;
$M_6 = -5{,}46$ tm;
$Q_6 = -11{,}42$ t;

$$y_6 = \frac{2{,}72}{1{,}5} = 1{,}81 \text{ cm.}$$

Secțiunea 7

Forța	$\xi = \frac{x}{l_e}$	$\varphi_1(\xi)$	$p = \frac{P}{2 \cdot b \cdot le}\varphi_1(\xi)$	$\varphi_3(\xi)$	$M = \frac{P \cdot le}{4}\varphi_3(\xi)$	$\varphi_4(\xi)$	$Q = -\frac{P}{2}\varphi_4(\xi)$
$V_1 = 20{,}73$ t	2,82	−0,0376	− 0,25	−0,0755	− 1,02	−0,0565	− 0,59
$V_2 = 77{,}36$ t	2,04	0,0576	+ 1,42	−0,1746	− 8,81	−0,0585	− 2,26
$P_1 = 33$ t	0,95	0,5398	+ 5,69	−0,0883	− 1,90	0,2258	+ 3,73
$P_2 = 36$ t	0	1,0000	+11,49	1,0000	+23,49	1,0000	±18,0
$P_3 = 30$ t	0,76	0,6611	+ 6,33	0,0184	+ 0,36	0,3398	− 5,10
$V_4 = 85{,}63$ t	1,81	0,1204	+ 3,29	−0,1976	−11,04	−0,0387	+ 1,66
$V_3 = 29{,}9$ t	2,59	−0,0245	− 0,23	−0,1032	− 2,01	−0,0638	+ 0,95
			27,74 t/m²		− 0,93 tm		−19,61 t +16,39 t

$p_7 = 2{,}77$ daN/cm²; $Q^7_{st} = -19{,}61$ t;
$M_7 = -0{,}93$ tm; $Q^7_{dr} = 16{,}39$ t;

$$y_7 = \frac{2{,}77}{1{,}5} = 1{,}85 \text{ cm.}$$

Secțiunea 8

Forța	$\xi = \frac{x}{l_e}$	$\varphi_1(\xi)$	$p = \frac{P}{2 \cdot b \cdot l_e}\varphi_1(\xi)$	$\varphi_3(\xi)$	$M = \frac{P \cdot l_e}{4}\varphi_3(\xi)$	$\varphi_4(\xi)$	$Q = -\frac{P}{2}\varphi_4(\xi)$
$V_1 = 20{,}73$ t	3,01	−0,0424	− 0,28	−0,0554	− 0,75	−0,0489	− 0,51
$V_2 = 77{,}36$ t	2,23	0,0195	+ 0,48	−0,1508	− 7,61	−0,0657	− 2,54
$P_1 = 33$ t	1,14	0,4245	+ 4,47	−0,15606	− 3,36	0,1342	+ 2,21
$P_2 = 36$ t	0,19	0,9677	+11,12	0,6568	+15,43	0,8122	+14,62
$P_3 = 30$ t	0,57	0,7809	+ 7,48	0,1726	+ 3,38	0,4768	− 7,15
$V_4 = 85{,}63$ t	1,62	0,1882	+ 5,15	−0,2071	−11,57	−0,00942	+ 0,40
$V_3 = 29{,}9$ t	2,40	−0,0056	− 0,05	−0,1282	− 2,50	−0,0669	+ 1,00
			28,35 t/m²		− 6,98 tm		8,03 t

$p_8 = 2{,}84$ daN/cm²;
$M_8 = -6{,}98$ tm;
$Q_8 = 8{,}03$ t;

$$y_8 = \frac{2{,}84}{1{,}5} = 1{,}89 \text{ cm.}$$

Secțiunea 9

Forța	$\xi = \frac{x}{l_e}$	$\varphi_1(\xi)$	$p = \frac{P}{2 \cdot b \cdot l_e}\varphi_1(\xi)$	$\varphi_3(\xi)$	$M = \frac{P \cdot l_e}{4}\varphi_3(\xi)$	$\varphi_4(\xi)$	$Q = -\frac{P}{2}\varphi_4(\xi)$
$V_1 = 20{,}73$ t	3,20	−0,0431	− 0,29	−0,0383	− 0,52	−0,0407	− 0,42
$V_2 = 77{,}36$ t	2,42	−0,0078	− 0,19	−0,1255	− 6,33	−0,0668	− 2,58
$P_1 = 33$ t	1,33	0,3203	+ 3,37	−0,1931	− 4,16	0,0636	+ 1,05
$P_2 = 36$ t	0,38	0,8810	+10,13	0,3829	+ 8,99	0,6355	+11,44
$P_3 = 30$ t	0,38	0,8810	+ 8,44	0,3829	+ 7,50	0,6355	− 9,53
$V_4 = 85{,}63$ t	1,43	0,2710	+ 7,41	−0,2028	−11,33	0,0341	− 1,46
$V_3 = 29{,}9$ t	2,21	0,0228	+ 0,22	−0,1535	− 2,99	−0,0654	+ 0,98
			29,09 t/m²		− 8,84 tm		− 0,52 t

$p_9 = 2{,}91$ daN/cm²;
$M_9 = -8{,}84$ tm;
$Q_9 = -0{,}52$ t.

$$y_9 = \frac{2{,}91}{1{,}5} = 1{,}94 \text{ cm;}$$

Secțiunea 10

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 20{,}73$ t	3,39	−0,0409	− 0,27	−0,0244	− 0,33	−0,0327	− 0,34
$V_2 = 77{,}36$ t	2,61	−0,0261	− 0,64	−0,1007	− 5,08	−0,0633	− 2,45
$P_1 = 33$ t	1,14	0,4245	+ 4,47	−0,15606	− 3,36	0,1342	+ 2,21
$P_2 = 36$ t	0,57	0,7809	+ 8,98	0,1726	+ 4,05	0,4768	+ 8,58
$P_3 = 30$ t	0,19	0,9677	+ 9,27	0,6568	+12,86	0,8122	−12,18
$V_4 = 85{,}63$ t	1,24	0,3681	+10,06	−0,1788	− 9,99	0,0950	− 4,07
$V_3 = 29{,}9$ t	2,02	0,0620	+ 0,59	−0,1770	− 3,45	−0,0574	+ 0,86
			32,46 t/m²		− 5,30 tm		− 7,39 t

$p_{10} = 3{,}25$ daN/cm²; $M_{10} = -5{,}30$ tm;
$Q_{10} = -7{,}39$ t;

$$y_{10} = \frac{3{,}25}{1{,}5} = 2{,}16 \text{ cm.}$$

Secțiunea 11

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 20{,}73$ t	3,58	−0,0371	− 0,25	−0,0135	− 0,18	−0,0253	− 0,26
$V_2 = 77{,}36$ t	2,80	−0,0369	− 0,91	−0,0777	− 3,92	−0,0573	− 2,22
$P_1 = 33$ t	1,33	0,3203	+ 3,37	−0,1931	− 4,16	0,0636	+ 1,05
$P_2 = 36$ t	0,76	0,6611	+ 7,60	0,0184	+ 0,43	0,33398	+ 6,12
$P_3 = 30$ t	0	1,0000	+ 9,58	1,0000	+19,58	1,0000	±15,0
$V_4 = 85{,}63$ t	1,05	0,4780	+13,07	−0,1283	− 7,17	0,1749	− 7,49
$V_3 = 29{,}9$ t	1,83	0,1143	+ 1,09	−0,1959	− 3,82	−0,0408	+ 0,61
			33,55 t/m²		0,76 tm		−17,19 t +12,81 t

$p_{11} = 3{,}36$ daN/cm²;
$Q_{11}^{st} = -17{,}19$ t;
$M_{11} = 0{,}76$ tm;
$Q_{11}^{dr} = 12{,}81$ t;

$$y_{11} = \frac{3{,}36}{1{,}5} = 2{,}24 \text{ cm.}$$

Secțiunea 12

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 20{,}73$ t	3,71	−0,0338	− 0,22	−0,0075	− 0,10	−0,0207	− 0,21
$V_2 = 77{,}36$ t	2,93	−0,0409	− 1,01	−0,0635	− 3,21	−0,0520	− 2,01
$P_1 = 33$ t	1,46	0,2523	+ 2,66	−0,2051	− 4,42	0,0236	+ 0,39
$P_2 = 36$ t	0,89	0,5776	+ 6,64	−0,0601	− 1,41	0,2587	+ 4,66
$P_3 = 30$ t	0,13	0,9830	+ 9,42	0,7589	+14,86	0,8709	+13,06
$V_4 = 85{,}63$ t	0,92	0,5586	+15,27	−0,075	− 4,19	0,2419	−10,36
$V_3 = 29{,}9$ t	1,70	0,1576	+ 1,50	−0,2047	− 3,99	−0,0235	− 0,35
			34,26 t/m²		− 2,46 tm		5,88 t

$p_{12} = 3{,}43$ daN/cm²;
$M_{12} = -2{,}46$ tm;
$Q_{12} = 5{,}88$ t;

$$y_{12} = \frac{3{,}43}{1{,}5} = 2{,}28 \text{ cm.}$$

Secțiunea 13

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 20{,}73$ t	3,84	−0,3028	− 2,00	−0,0027	− 0,04	−0,0165	− 0,17
$V_2 = 77{,}36$ t	3,06	−0,0428	− 1,06	−0,0507	− 2,56	−0,0467	− 1,81
$P_1 = 33$ t	1,59	0,200	+ 2,11	−0,2076	− 4,47	−0,0037	− 0,06
$P_2 = 36$ t	1,02	0,496	+ 5,70	−0,1178	− 2,77	0,1892	+ 3,41
$P_3 = 30$ t	0,26	0,942	+ 9,02	0,5492	+10,75	0,7456	+11,18
$V_4 = 85{,}63$ t	0,79	0,6448	+17,63	0,0000	0	0,3234	−13,80
$V_3 = 29{,}9$ t	1,57	0,2079	+ 1,98	−0,2079	− 4,06	0,0000	0
			33,38 t/m²		− 3,15 tm		− 1,25 t

$p_{13} = 3{,}34$ daN/cm²;
$M_{13} = -3{,}15$ tm;
$Q_{13} = -1{,}25$ t;

$$y_{13} = \frac{3{,}34}{1{,}5} = 2{,}22 \text{ cm.}$$

b) *Determinarea forțelor fictive*: V_1, V_2, V_3, V_4. Se consideră influența tuturo[illegible]țelor în secțiunile de capăt 0 și 13.

$T_0 = ,1612\ V_2 - 0{,}5\ V_4\varphi_4(V_4) - 0{,}5 \cdot V_3 \cdot \varphi_4(V_3) = 12{,}47$;

$\varphi_4(V_3) = -0{,}0165$;
$\varphi_4(V_4) = -0{,}04672$

$M_0 = 0$; $-0{,}1357\ V_1 + 0{,}6525\ V_4\varphi_3(V_4) + 0{,}6525\ V_3\varphi_3(V_3) = -2{,}8127$;

$\varphi_3(V_3) = -0{,}0027$;
$\varphi_3(V_4) = -0{,}05066$;

$T_{13} = 0$; $-0,1612\ V_4 + 0,5\ V_1\varphi_4(V_1) + 0,5\ V_2\varphi_4(V_2) = -13,7$;

$\varphi_4(V_1) = -0,0165$;
$\varphi_4(V_2) = -0,0467$;

$M_{13} = 0$; $-0,1357\ V_3 + 0,6525\ V_1\varphi_3(V_1) + 0,6525\ V_2\varphi_3(V_2) = -4,0573$;

$\varphi_3(V_1) = -0,0027$;
$\varphi_3(V_2) = -0,0507$;

Prin înlocuire se obține sistemul:

$$\begin{cases} 0,1612 \cdot V_2 + 0,5 \cdot 0,04672 \cdot V_4 \cdot + 0,5 \cdot 0,0165 \cdot V_3 = 12,47; \\ -0,1357 \cdot V_1 - 0,6525 \cdot 0,05066 \cdot V_4 - 0,6525 \cdot 0,0027 \cdot V_3 = -2,8127; \\ -0,1612 \cdot V_4 - 0,5 \cdot 0,0165 \cdot V_1 - 0,5 \cdot 0,0467 \cdot V_2 = -13,7; \\ -0,1357 \cdot V_3 - 0,6525 \cdot 0,0027 \cdot V_1 - 0,6525 \cdot 0,0507 \cdot V_2 = -4,0573; \end{cases}$$

Rezolvînd sistemul, se obțin;

$V_1 = 2,59$ t; $V_3 = 14,16$ t;
$V_2 = 62,72$ t; $V_4 = 75,32$ t.

- *Verificarea forțelor fictive.*

Secțiunea 0

Forța	ξ	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2,59$ t	1,57	−0,2079	− 0,35	0	0
$V_2 = 62,72$ t	0,785	0	0	0,3224	−10,11
$P_1 = 33$ t	0,30	0,4888	+10,53	0,7077	+11,67
$P_2 = 36$ t	1,25	−0,18065	−4,24	0,091	+ 1,64
$P_2 = 30$ t	2,01	−0,17721	−3,47	−0,05685	− 0,85
$V_4 = 75,32$ t	3,06	−0,0507	−2,49	−0,0467	− 1,76
$V_3 = 14,16$ t	3,84	−0,0027	−0,02	−0,0165	− 0,12
			−0,04 tm		0,47 t

Secțiunea 13

Forța	ξ	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2,59$ t	3,84	−0,0027	−0,005	−0,0165	+ 0,02
$V_2 = 62,72$ t	3,06	−0,0507	− 2,07	−0,0467	+ 1,46
$P_1 = 33$ t	1,59	−0,2076	− 4,47	−0,0037	+ 0,06
$P_2 = 36$ t	1,02	−0,1178	− 2,78	0,1892	− 3,41
$P_3 = 30$ t	0,26	0,5492	+10,75	0,7456	−11,18
$V_4 = 75,32$ t	0,79	0	0	0,3224	+12,14
$V_3 = 14,16$ t	1,57	−0,2079	− 1,92	0	0
			− 0,5 tm		− 0,91 t

- *Calculul presiunii pe teren, al forței tăietoare și al momentului încovoietor în secțiunile 0 . . . 13.*

Secțiunea 0

Se determină numai p_0 ($M_0 = 0$; $Q_0 = 0$).

$$p = k \cdot y = \frac{P}{2 \cdot b \cdot l_e} \varphi_1(\xi) = \frac{1}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 2{,}61} P \cdot \varphi_1(\xi) = 0{,}3192848 \cdot P. \ \varphi_1(\xi).$$

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p
$V_1 = 2{,}59$ t	1,57	0,2079	+ 0,1719
$V_2 = 62{,}72$ t	0,785	0,6448	+12,9124
$P_1 = 33$ t	0,30	0,9267	+ 9,764
$P_2 = 36$ t	1,25	0,3627	+ 4,169
$P_3 = 30$ t	2,01	0,06442	+ 0,617
$V_4 = 75{,}32$ t	3,06	−0,04278	− 1,0288
$V_3 = 14{,}16$ t	3,84	−0,03028	− 0,1369
			26,468 t/m²

$p_0 = 2{,}65$ daN/cm²;

$y_0 = \frac{2{,}65}{1{,}5} = 1{,}77$ cm.

Secțiunea 1

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	1,72	0,15776	+ 0,1246	−0,20346	− 0,3438	−0,02632	+ 0,0341
$V_2 = 62{,}72$ t	0,935	0,546	+10,9339	−0,0837	− 3,4254	0,2311	− 7,2472
$P_1 = 33$ t	0,15	0,9779	+10,303	0,7249	+15,6089	0,85135	+14,047
$P_2 = 36$ t	1,10	0,4476	+ 5,144	−0,1457	− 3,4225	0,151	+ 2,718
$P_3 = 30$ t	1,86	0,10528	+ 1,008	−0,19334	− 3,7846	−0,04408	− 0,661
$V_4 = 75{,}32$ t	2,91	−0,0405	− 0,9739	−0,06557	− 3,2225	−0,05299	− 1,9956
$V_3 = 14{,}16$ t	3,69	−0,03435	− 0,1552	−0,00835	− 0,0771	−0,02135	− 0,1511
			26,384 t/m²		1,33 tm		6,74 t

$p_1 = 2{,}64$ daN/cm²; $\quad y_1 = \frac{2{,}64}{1{,}5} = 1{,}76$ cm.

$M_1 = 1{,}33$ tm; $\quad Q_1 = 6{,}74$ t;

Secțiunea 2

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	1,87	0,10528	+ 0,0871	−0,19344	−0,3269	−0,04488	+0,0571
$V_2 = 62{,}72$ t	1,09	0,4536	+ 9,0836	−0,14221	−5,8199	0,15578	−4,8852
$P_1 = 33$ t	0	1,0000	+10,540	1,0000	+21,530	1,0000	±16,90
$P_2 = 36$ t	0,95	0,5398	+ 6,200	−0,0883	− 2,070	0,2258	+ 4,06
$P_3 = 30$ t	1,71	0,1542	+ 1,480	−0,2041	− 3,990	−0,0249	− 0,37
$V_4 = 75{,}32$ t	2,76	−0,0349	− 0,8392	−0,0824	− 4,0497	−0,0587	− 2,2106
$V_5 = 14{,}16$ t	3,54	−0,03798	− 0,1719	−0,01558	− 0,1439	−0,0268	− 0,1897
			26,379 t/m²		5,13 tm		+12,96 t −20,04 t

$p_2 = 2{,}64$ daN/cm²;
$M_2 = 5{,}13$ tm;
$Q_2^{st} = 12{,}96$ t;
$Q_2^{dr} = 20{,}04$ t;

$$y_2 = \frac{2{,}64}{1{,}5} = 1{,}76 \text{ cm};$$

Secțiunea 3

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	2,06	0,053	+ 0,0438	−0,1723	− 0,2912	−0,0596	+ 0,0771
$V_2 = 62{,}72$ t	1,28	0,3464	+ 6,9368	−0,1861	− 7,6161	0,08	− 2,5088
$P_1 = 33$ t	0,19	0,3677	+10,20	0,6558	+14,14	0,8122	−13,40
$P_2 = 36$ t	0,76	0,6611	+ 7,60	0,0184	+ 0,43	0,3398	+ 6,12
$P_3 = 30$ t	1,52	0,2299	+ 2,20	−0,2070	− 4,05	0,01146	+ 0,17
$V_4 = 75{,}32$ t	2,57	−0,02276	− 0,5473	−0,1058	− 5,1996	−0,0643	− 0,0826
$V_3 = 14{,}16$ t	3,35	−0,0415	− 0,1876	−0,02715	− 0,2508	−0,0344	− 0,2436
			26,24 t/m²		− 2,84 tm		− 9,87 t

$p_3 = 2{,}62$ daN/cm²;
$M_3 = -2{,}84$ tm;
$Q_3 = -9{,}87$ tm;

$$y_3 = \frac{2{,}62}{1{,}5} = 1{,}75 \text{ cm}.$$

Secțiunea 4

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	2,25	0,0162	+0,0134	−0,1482	−0,2505	− 0,066	+ 0,0855
$V_2 = 62{,}72$ t	1,47	0,2523	+5,0524	−0,2051	−8,3937	0,0236	− 0,74
$P_1 = 33$ t	0,38	0,8881	+9,36	0,3829	+8,24	0,6355	−10,49
$P_2 = 36$ t	0,57	0,7809	+8,98	0,1726	+4,05	0,4768	+ 8,58
$P_3 = 30$ t	1,33	0,3203	+3,07	−0,1931	−5,79	0,0636	+ 0,95
$V_4 = 75{,}32$ t	2,38	−0,00288	−0,0693	−0,1294	−6,3595	− 0,06692	− 2,5202
$V_3 = 14{,}16$ t	3,16	−0,0432	−0,1953	−0,0432	−0,3991	− 0,0432	− 0,3059
			26,21 t/m²		−8,90 tm		− 4,44 t

$p_4 = 2{,}62$ daN/cm²;
$M_4 = -8{,}90$ tm;
$Q_4 = -4{,}44$ t;

$$y_4 = \frac{2{,}62}{1{,}5} = 1{,}75 \text{ cm}.$$

Secțiunea 5

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	2,44	−0,01	− 0,00826	−0,12288	−0,2077	− 0,06646	+ 0,08605
$V_2 = 62{,}72$ t	1,66	0,17292	+ 3,4628	−0,2059	−8,4264	− 0,01646	+ 0,5162
$P_1 = 33$ t	0,57	0,7809	+ 8,23	0,1726	+3,72	0,4768	− 7,87
$P_2 = 36$ t	0,38	0,881	+10,13	0,3829	+8,99	0,6355	+11,44
$P_3 = 30$ t	1,14	0,4245	+ 4,07	−0,15606	−3,05	0,1342	+ 2,01
$V_4 = 75{,}32$ t	2,19	0,02635	+ 0,6336	−0,15607	−7,6702	− 0,0649	− 2,444
$V_3 = 14{,}16$ t	2,97	−0,0417	− 0,1885	−0,0594	−0,5488	− 0,0505	− 0,3575
			26,32 t/m²		− 7,19 tm		3,38 t

$p_5 = 2{,}62$ daN/cm²;
$M_5 = -7{,}19$ tm;
$Q_5 = 3{,}38$ t;

$$y_6 = \frac{2{,}63}{1{,}5} = 1{,}76 \text{ cm.}$$

Secțiunea 6

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	2,63	−0,0287	− 0,0237	−0,0957	− 0,1617	−0,0622	+ 0,0805
$V_2 = 62{,}72$ t	1,85	0,1083	+ 2,1688	−0,1942	− 7,9476	−0,043	+ 1,3484
$P_1 = 33$ t	0,76	0,6611	+ 6,97	0,0184	+ 0,40	−0,3398	− 5,61
$P_2 = 36$ t	0,19	0,9677	+11,12	0,6568	+15,42	0,8122	+14,62
$P_3 = 30$ t	0,95	0,5398	+ 5,17	−0,0883	− 1,73	0,2258	+ 3,39
$V_4 = 75{,}32$ t	2,00	0,0667	+ 1,604	−0,1794	− 8,8168	−0,0563	− 2,1203
$V_3 = 14{,}16$ t	2,78	−0,0359	− 0,1623	−0,08006	− 0,7397	−0,058	− 0,4106
			26,85 t/m²		− 3,58 tm		11,2979 t

$p_6 = 2{,}69$ daN/cm²;
$M_6 = -3{,}58$ tm;
$Q_6 = 11{,}2979$ t;

$$y_5 = \frac{2{,}69}{1{,}5} = 1{,}79 \text{ cm.}$$

Secțiunea 7

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	2,82	−0,0376	− 0,0311	−0,0755	− 0,1276	−0,0565	+ 0,0732
$V_2 = 62{,}72$ t	2,04	0,0576	+ 1,1535	−0,1746	− 7,1454	−0,0585	+ 1,8346
$P_1 = 33$ t	0,95	0,5398	+ 5,690	−0,0883	− 1,900	0,2258	− 3,73
$P_2 = 36$ t	0	1,0000	+11,490	1,0000	+23,49	1,0000	±18,00
$P_3 = 30$ t	0,76	0,6611	+ 6,330	0,0184	+ 0,36	0,3398	+ 5,10
$V_4 = 75{,}32$ t	1,81	0,1204	+ 2,8954	−0,1976	− 9,7113	−0,0387	− 1,4574
$V_3 = 14{,}16$ t	2,59	−0,0245	− 0,11077	−0,1032	− 0,9535	−0,0638	− 0,4517
			27,42 t/m²		4,01 tm		+19,37 t −16,63 t

$p_7 = 2{,}74$ daN/cm²;
$M_7 = 4{,}01$ tm;
$Q_7^{dr} = 19{,}37$ t;
$Q_7^{st} = -16{,}63$ t;

$$y_7 = \frac{2{,}74}{1{,}5} = 1{,}83 \text{ cm.}$$

Secțiunea 8

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	3,01	−0,0424	− 0,0351	−0,0554	− 0,0936	−0,0489	+ 0,0633
$V_2 = 62{,}72$ t	2,23	0,0195	+ 0,3904	−0,1508	− 6,1715	−0,0657	+ 2,0604
$P_1 = 33$ t	1,14	0,4245	+ 4,47	−0,15606	− 3,36	0,1342	− 2,21
$P_2 = 36$ t	0,19	0,9677	+11,12	−0,6568	+15,43	0,8122	−14,62
$P_3 = 30$ t	0,57	0,7809	+ 7,48	0,1726	+ 3,38	0,4768	+ 7,15
$V_4 = 75{,}32$ t	1,62	0,1882	+ 4,5259	−0,2071	−10,1782	− 0,00942	− 0,3548
$V_3 = 14{,}16$ t	2,40	−0,0056	− 0,0253	−0,1282	− 1,1845	−0,0669	− 0,4736
			27,92 t/m²		− 2,18 tm		−12,51 t

$p_8 = 2{,}79$ daN/cm²;
$M_8 = -2{,}18$ tm;
$Q_8 = -12{,}51$ t;

$$y_7 = \frac{2{,}79}{1{,}5} = 1{,}86 \text{ cm.}$$

Secțiunea 9

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	3,20	−0,0431	− 0,03564	−0,0383	−0,0647	−0,0407	− 0,0527
$V_2 = 62{,}72$ t	2,42	−0,0078	− 0,1562	−0,1255	−5,136	−0,0668	+ 2,0948
$P_1 = 33$ t	1,33	0,3203	+ 3,37	−0,1931	−4,16	0,0636	− 1,050
$P_2 = 36$ t	0,38	0,881	+10,13	0,3829	+8,99	0,6355	−11,44
$P_3 = 30$ t	0,38	0,881	+ 8,44	0,3829	+7,50	0,6355	+ 9,53
$V_4 = 75{,}32$ t	1,43	0,271	+ 6,5172	−0,2028	−9,9668	0,0341	+ 1,2842
$V_3 = 14{,}16$ t	2,21	0,0228	+ 0,1031	−0,1535	−1,4182	−0,0654	− 0,463
			28,44 t/m²		− 4,26 tm		0,0087 t

$p_9 = 2{,}84$ daN/cm²;
$M_9 = -4{,}26$ tm;
$Q_9 = 0{,}0087$ t;

$$y_9 = \frac{2{,}84}{1{,}5} = 1{,}90 \text{ cm.}$$

Secțiunea 10

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	3,39	−0,0409	−0,0338	−0,0244	− 0,0412	− 0,0327	+ 0,0423
$V_2 = 62{,}72$ t	2,61	−0,0261	−0,5227	−0,1007	− 4,1211	− 0,0633	+ 1,9851
$P_1 = 33$ t	1,52	0,2299	+2,4223	−0,2070	− 4,4572	0,001146	− 0,0241
$P_2 = 36$ t	0,57	0,7809	+8,980	0,1726	+ 4,050	0,4768	− 8,580
$P_3 = 30$ t	0,19	0,9677	+9,270	0,6568	+12,860	0,8122	+12,18
$V_4 = 75{,}32$ t	1,24	0,3681	+8,8523	−0,1788	− 8,79	0,095	+ 3,58
$V_3 = 14{,}16$ t	2,02	0,062	+0,2803	−0,1770	− 0,1154	− 0,0574	− 0,4063
			29,25 t/m²		− 0,62 tm		8,78 t

$p_{10} = 2{,}93$ daN/cm²;
$M_{10} = -0{,}62$ tm;
$Q_{10} = 8{,}78$ t;

$$y_{10} = \frac{2{,}93}{1{,}5} = 1{,}95 \text{ cm.}$$

Secțiunea 11

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	3,58	−0,0371	− 0,0307	−0,0135	− 0,0228	−0,0253	+ 0,0328
$V_2 = 62{,}72$ t	2,80	−0,0369	− 0,7389	−0,0777	− 3,1799	−0,0573	+ 1,7969
$P_1 = 33$ t	1,71	0,1542	+ 1,6247	−0,2041	− 4,3948	−0,0249	+ 0,4109
$P_2 = 36$ t	0,76	0,6611	+ 7,600	0,0184	+ 0,430	0,3398	− 6,120
$P_3 = 30$ t	0	1,0000	+ 9,58	1,0000	+19,58	1,0000	±15,00
$V_4 = 75{,}32$ t	1,05	0,478	+11,4952	−0,1283	− 6,3054	0,1749	+ 6,5867
$V_3 = 14{,}16$ t	1,83	0,1143	+ 0,5168	−0,1959	− 1,8099	−0,0408	− 0,2886
			30,04 t/m²		4,30 tm		+17,42 t −12,58 t

$p_{11} = 3{,}005$ daN/cm²;
$M_{11} = 4{,}30$ tm;
$Q_{11}^{st} = 17{,}42$ t;
$Q_{11}^{dr} = -12{,}58$ t;

$$y_{11} = \frac{3{,}005}{1{,}5} = 2{,}003 \text{ cm.}$$

Secțiunea 12

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	3,71	−0,0338	− 0,0279	−0,0075	− 0,0127	−0,0207	+ 0,0268
$V_2 = 62{,}72$ t	2,93	−0,0409	− 0,819	−0,0635	− 2,5987	−0,052	+ 1,6307
$P_1 = 33$ t	1,84	0,11132	+ 1,1729	−0,19506	− 4,2001	−0,04192	+ 0,6917
$P_2 = 36$ t	0,89	0,5776	+ 6,64	− 0,0601	− 1,41	0,2587	− 4,66
$P_3 = 30$ t	0,13	0,9830	+ 9,42	0,7589	+14,86	0,2709	−13,06
$V_4 = 75{,}32$ t	0,92	0,5586	+13,4335	−0,075	− 3,6859	0,2419	+ 9,1099
$V_3 = 14{,}16$ t	1,70	0,1576	+ 0,7125	−0,2047	− 1,8913	−0,0235	− 0,1664
			30,53 t/m²		2,95 tm		− 6,43 t

$p_{12} = 3{,}05$ daN/cm²;
$M_{12} = 2{,}95$ tm;
$Q_{12} = -6{,}43$ tm;

$$y_{12} = \frac{3{,}05}{1{,}5} = 2{,}03 \text{ cm.}$$

Secțiunea 13

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 2{,}59$ t	3,84	−0,3028	− 0,2504	−0,0027	− 0,00456	− 0,0165	+ 0,0237
$V_2 = 62{,}72$ t	3,06	−0,0428	− 0,8571	−0,0507	− 2,0749	− 0,0467	+ 1,4645
$P_1 = 33$ t	1,97	0,07465	+ 0,7865	−0,18255	− 3,9308	− 0,06015	+ 0,9925
$P_2 = 36$ t	1,02	0,496	+ 5,70	−0,1178	− 2,770	+0,1892	− 3,4056
$P_3 = 30$ t	0,26	0,942	+ 9,02	0,5492	+10,75	0,7456	−11,184
$V_4 = 75{,}32$ t	0,79	0,6442	+15,5064	0,0000	0,0000	0,3224	+12,1416
$V_3 = 14{,}16$ t	1,57	0,2079	+ 0,9399	−0,2079	− 1,9209	0,0000	0,000
			30,845 t/m²		0,0489 tm		0,033 t

$p_{13} = 3{,}08$ daN/cm²;
$M_{13} = 0{,}05$ tm;
$Q_{13} = 0{,}033$ t;

$$y_{13} = \frac{3{,}08}{1{,}5} = 2{,}07 \text{ cm.}$$

Diagramele pentru p, T și M sînt prezentate în figura V.19.

B. Pentru $k = 3$ daN/cm³ rezultă:

$$l_0 = \sqrt[4]{\frac{4EI}{b \cdot k}} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 270\,000 \cdot 384\,635{,}41}{60 \cdot 3{,}0}} = 219 \text{ cm.}$$

Schema grinzii se prezintă în figura V.20.

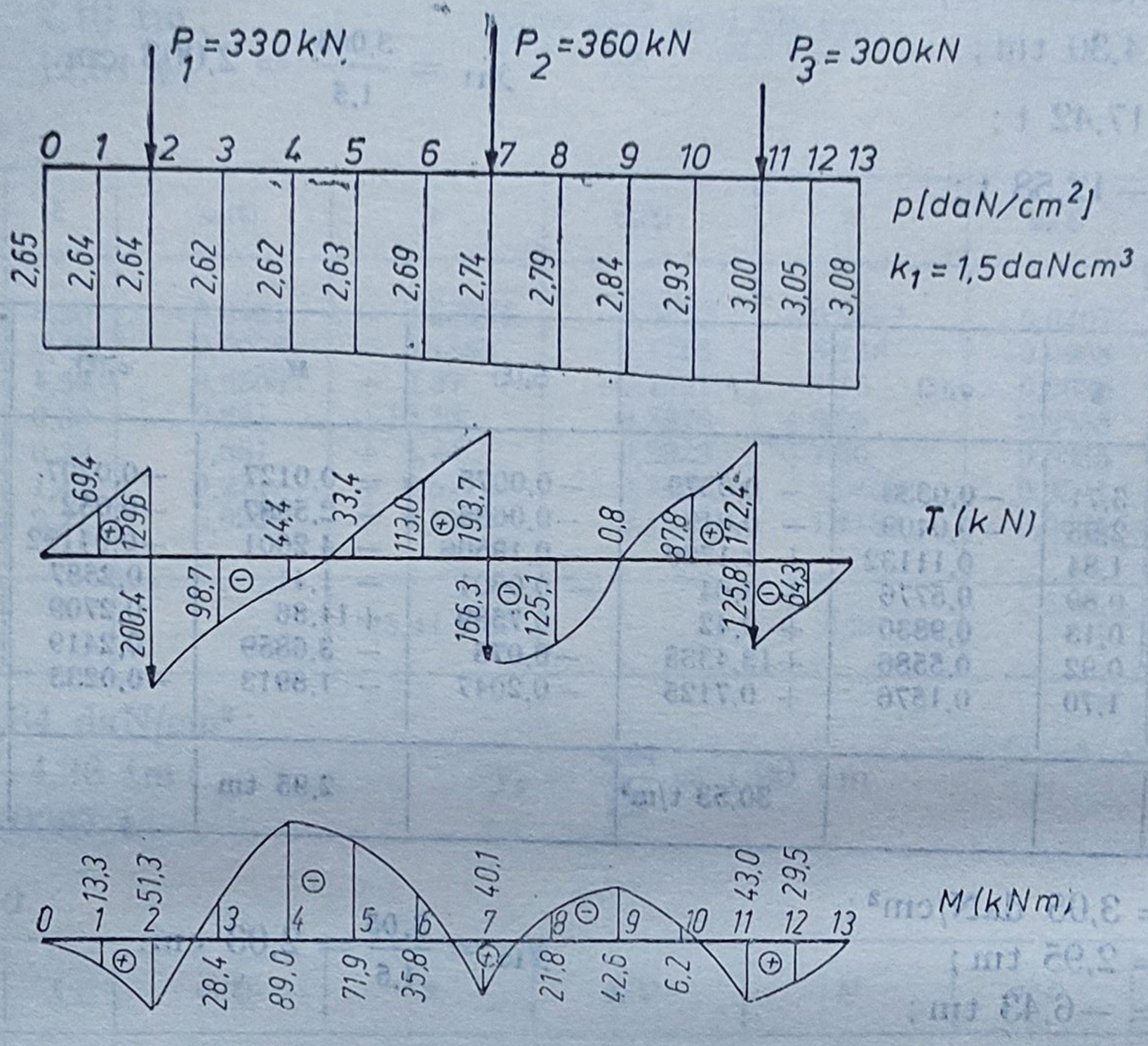


Fig. V.19. Diagramele p, M, T pentru $K = 1{,}5$ daN/cm³.

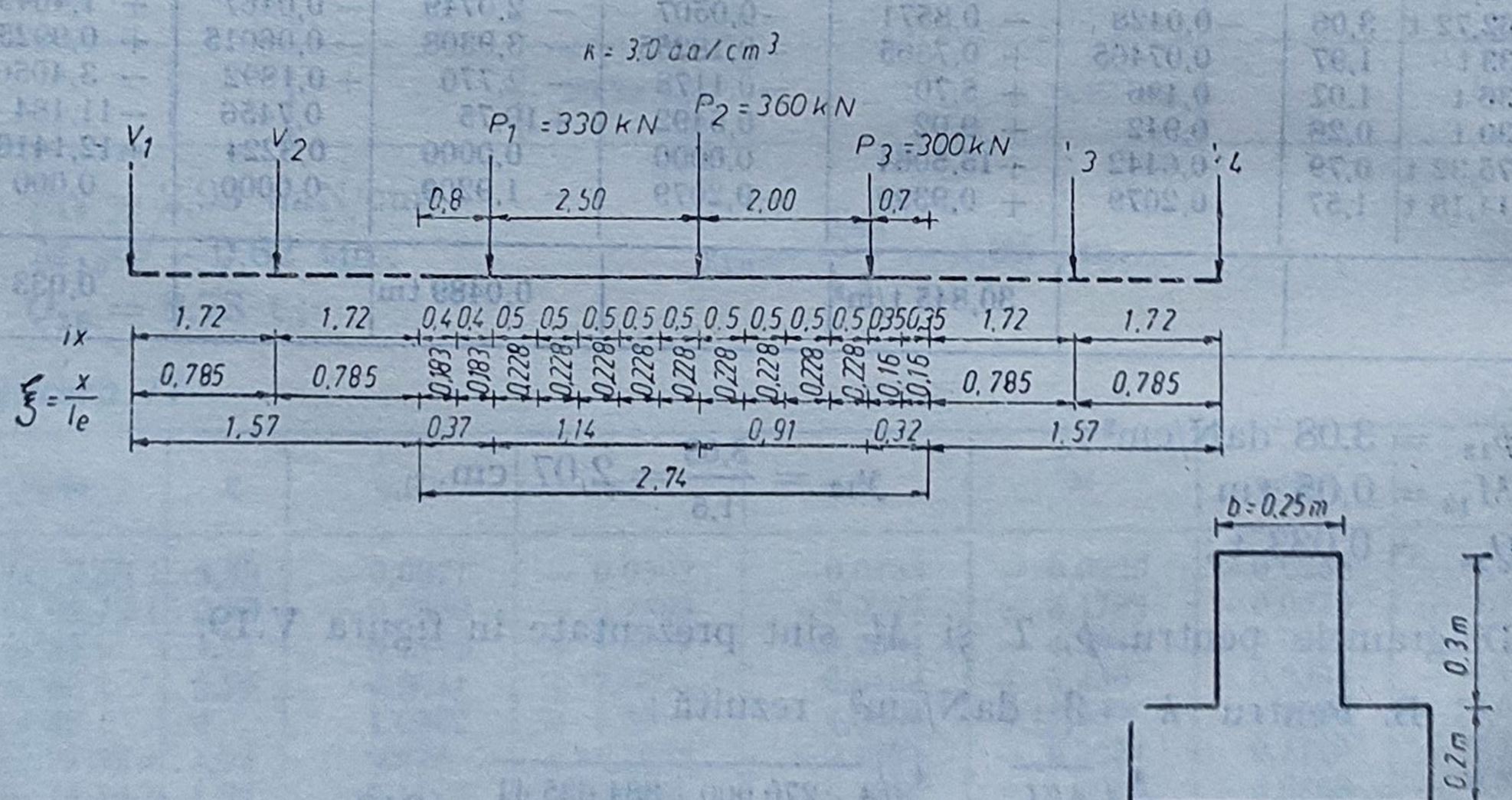


Fig. V.20. Schema de calcul a grinzii.

• *Determinarea. forțelor fictive.*

Secțiunea 0

Forța	ξ	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
V_1	1,57	−0,2079	$-0{,}1138V_1$	0	0
V_2	0,785	0	0	0,3224	$-0{,}1612\ V_2$
$P_1 = 33$ t	0,37	0,3961	+7,1565	0,6445	+10,634
$P_2 = 36$ t	1,51	−0,2069	−4,0779	0,0136	+ 0,2448
$P_2 = 30$ t	2,42	−0,12554	−2,0619	−0,0668	− 1,002
V_4	3,53	−0,01611	$-0{,}00882V_4$	0,02716	$-\ 0{,}01358\ V_4$
V_3	4,31	0,00709	$0{,}003882V_3$	−0,00524	$-\ 0{,}00262\ V_3$

$$M_0 = 0;\quad -0{,}1138\ V_1 - 0{,}00882\ V_4 + 0{,}003882\ V_3 + 1{,}0167 = 0;$$

$$Q_0 = 0;\quad -0{,}1612\ V_2 - 0{,}01358\ V_4 - 0{,}00262\ V_3 + 9{,}8768 = 0.$$

Secțiunea 13

Forța	ξ	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
V_1	4,31	−0,00709	$+0{,}004325\ V_1$	−0,00524	$+\ 0{,}00262\ V_1$
V_2	3,53	−0,01611	$-0{,}00882\ V_2$	−0,02716	$+\ 0{,}01358\ V_2$
$P_1 = 33$ t	2,37	−0,13758	−2,4857	−0,06687	+ 1,1034
$P_2 = 36$ t	1,23	−0,18427	−3,6319	0,08376	− 1,1034
$P_3 = 30$ t	0,32	0,46232	+7,5937	0,68964	−10,3446
V_4	0,785	0	0	0,3224	$+\ 0{,}1612\ V_4$
V_3	1,57	−0,2079	$-0{,}1138\ V_3$	0	0

Rezultă sistemul:

$$\begin{cases} 0{,}004325\ V_1 - 0{,}00882\ V_2 - 0{,}1138\ V_3 + 1{,}4761 = 0 \\ 0{,}00262\ V_1 + 0{,}01358\ V_2 + 0{,}1612\ V_4 - 10{,}7489 = 0 \\ -0{,}1138\ V_1 - 0{,}00882\ V_4 + 0{,}003882\ V_3 + 1{,}0167 = 0 \\ -0{,}1612\ V_1 - 0{,}01358\ V_4 - 0{,}00262\ V_3 + 9{,}8768 = 0 \end{cases}$$

Prin rezolvarea sistemului se obține:

$V_1 = 4{,}31$ t; $V_2 = 55{,}94$ t; $V_3 = 8{,}80$ t; $V_4 = 61{,}90$ t.

• *Verificarea forțelor fictive.*

Secțiunea 0

Forța	ξ	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	1,57	−0,2079	−0,4906	0	0
$V_2 = 55{,}94$ t	0,785	0	0	0,3224	−9,0175
$P_1 = 33$ t	0,37	0,3961	+7,1565	0,6445	+10,634
$P_2 = 36$ t	1,51	−0,2069	−4,0779	0,0136	+ 0,2448
$P_3 = 30$ t	2,42	−0,12554	−2,0619	−0,0668	− 1,002
$V_4 = 61{,}9$ t	3,53	−0,01611	−0,5459	−0,02716	− 0,8406
$V_3 = 8{,}8$ t	4,31	0,00709	+0,0034	−0,00524	− 0,0231
			−0,0164 tm		− 0,00443 t

Secțiunea 13

Forța	ξ	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	4,31	0,00709	+0,0167	−0,00524	+ 0,01129
$V_2 = 55{,}94$ t	3,53	−0,01611	−0,4934	−0,02416	+ 0,1597
$P_1 = 33$ t	2,37	−0,13758	−2,4857	−0,06687	+ 1,1034
$P_2 = 36$ t	1,23	−0,18427	−3,6319	0,08376	− 1,5077
$P_3 = 30$ t	0,32	0,46232	+7,5937	0,68964	−10,3446
$V_4 = 61{,}9$ t	0,785	0	0	0,3224	9,9783
$V_5 = 8{,}8$ t	1,57	−0,2079	−1,0017	0	0
			−0,0023 tm		0,00039 t

• *Calculul presiunii pe teren, al forței tăietoare și al momentului încovoietor în secțiunile 0 ... 13.*

Secțiunea 0 — se determină numai p_0 ($M_0 = 0$; $Q_0 = 0$).

$$p = k \cdot y = \frac{P}{2bl_e}\varphi_1(\xi) = \frac{1}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 2{,}19} P \cdot \varphi_1(\xi) = 0{,}3805175 \cdot P \cdot \varphi_1(\xi).$$

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p
$V_1 = 4{,}31$ t	1,57	0,2079	+ 0,3267
$V_2 = 55{,}94$ t	0,785	0,6448	+13,7253
$P_1 = 33$ t	0,37	0,89289	+11,2121
$P_2 = 36$ t	1,51	0,23415	+ 3,2075
$P_3 = 30$ t	2,42	−0,0078	− 0,089
$V_4 = 61{,}9$ t	3,53	−0,0382	− 0,8999
$V_3 = 8{,}8$ t	4,31	−0,01766	− 0,05914
			27,42 t/m²

$$p_0 = 2{,}74 \text{ daN/cm}^2; \quad y_0 = \frac{2{,}74}{3} = 0{,}91 \text{ cm}.$$

Secțiunea 1

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	1,75	0,1405	+ 0,2304	−0,2016	− 0,4757	− 0,03055	+ 0,0658
$V_2 = 55{,}94$ t	0,97	0,5269	+11,2157	−0,0973	− 2,9800	0,2149	− 6,0107
$P_1 = 33$ t	0,18	0,9728	+12,2155	0,6738	+12,1739	0,8219	+13,5614
$P_2 = 36$ t	1,32	0,3254	+ 4,4575	−0,1919	− 3,7823	0,0667	+ 1,2006
$P_3 = 30$ t	2,23	0,01948	+ 0,2223	−0,1508	− 2,4769	− 0,06568	− 0,9852
$V_4 = 61{,}9$ t	3,34	−0,04164	− 0,9808	− 0,02784	− 0,9435	− 0,03476	− 1,0758
$V_3 = 8{,}8$ t	4,12	−0,02256	− 0,0755	0,00434	+ 0,0209	− 0,00908	− 0,0399
			27,29 t/m²		1,536 tm		6,72 t

$p_1 = 2{,}73$ daN/cm²;
$M_1 = 1{,}54$ tm;
$Q_1 = 6{,}72$ t;

$$y_1 = \frac{2{,}73}{3} = 0{,}91 \text{ cm}.$$

Secțiunea 2

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	1,94	0,0826	+ 0,4961	−0,1057	− 0,4382	− 0,05156	+ 0,1111
$V_2 = 55{,}94$ t	1,16	0,4110	+ 6,2781	−0,16124	− 4,9383	0,12586	− 3,5203
$P_1 = 33$ t	0	1,0000	+11,9742	1,0000	+18,0675	1,0000	±16,5
$P_2 = 36$ t	1,14	0,42452	+ 7,7385	−0,15606	− 3,0759	1,13424	+ 2,4163
$P_3 = 30$ t	2,05	0,0553	+ 1,3397	−0,17345	− 2,8489	− 0,05905	− 0,8858
$V_4 = 61{,}9$ t	3,16	−0,0431	− 0,9634	−0,04174	− 1,4146	− 0,04242	− 1,3129
$V_3 = 8{,}8$ t	3,94	−0,02748	− 0,1176	0,00038	+ 0,001349	− 0,01362	− 0,0599
			26,75 t/m²		5,35 tm		+13,25 t −19,75 t

$p_2 = 2{,}67$ daN/cm²; $Q_2^{st} = 13{,}25$ t;
$M_2 = 5{,}35$ tm; $Q_2^{dr} = -19{,}75$ t;
$y_2 = \frac{2{,}67}{3{,}0} = 0{,}89$ cm.

Secțiunea 3

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	2,17	0,03025	+ 0,4961	−0,15861	− 0,3743	− 0,06418	+ 0,1383
$V_2 = 55{,}94$ t	1,38	0,29492	+ 6,2781	−0,19882	− 6,0893	0,0481	− 1,3454
$P_1 = 33$ t	0,23	0,95358	+11,9742	0,5945	+10,7411	0,77399	−12,7709
$P_2 = 36$ t	0,91	0,56491	+ 7,7385	−0,07021	− 1,38838	0,24731	+ 4,4516
$P_3 = 30$ t	1,82	0,11736	+ 1,3397	−0,19678	− 3,2321	− 0,03976	− 0,5964
$V_4 = 61{,}9$ t	2,93	−0,0409	− 0,9634	−0,06351	− 2,1524	− 0,05217	− 1,6147
$V_3 = 8{,}8$ t	3,71	−0,03383	− 0,1133	−0,00751	− 0,0362	− 0,02067	− 0,0909
			26,75 t/m²		− 2,53 tm		−11,83 t

$p_3 = 2{,}68$ daN/cm²;
$M_3 = -2{,}53$ tm;
$Q_3 = -11{,}83$ t;
$y_3 = \frac{2{,}68}{3{,}0} = 0{,}89$ cm.

Secțiunea 4

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	2,40	−0,0056	− 0,009184	−0,1282	− 0,3025	− 0,0669	+ 0,1442
$V_2 = 55{,}94$ t	1,61	0,19207	+ 4,0884	−0,2074	− 6,3521	− 0,00766	+ 0,2143
$P_1 = 33$ t	0,46	0,84522	+10,6135	0,28746	+ 5,1937	0,56634	− 9,3446
$P_2 = 36$ t	0,68	0,71232	+ 9,7578	+0,04792	+ 0,9400	0,3944	+ 7,0992
$P_3 = 30$ t	1,59	0,20015	+ 2,2848	−0,20761	− 3,4099	− 0,00373	− 0,0559
$V_4 = 61{,}9$ t	2,70	−0,032	− 0,7537	−0,0895	− 3,0331	− 0,0608	− 1,8818
$V_3 = 8{,}8$ t	3,48	−0,03928	− 0,1315	−0,0189	− 0,09106	− 0,0291	− 0,128
			25,85 t/m²		− 6,49 tm		− 3,95 t

$p_4 = 2{,}59$ daN/cm²,
$M = -6{,}49$; tm
$Q_4 = -3{,}95$ t;
$y_4 = \frac{2{,}59}{3{,}00} = 0{,}86$ cm.

Secţiunea 5

Forţa	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	2,62	−0,02672	− 0,0438	−0,09942	− 0,2346	− 0,06304	+ 0,1359
$V_2 = 55{,}94$ t	1,84	0,11132	+ 2,3594	−0,19506	− 5,9741	− 0,04192	+ 1,1725
$P_1 = 33$ t	0,68	0,71232	+ 8,9447	0,07654	+ 1,3829	0,39444	− 6,5083
$P_2 = 36$ t	0,46	0,84522	+11,5784	0,28746	+ 5,6658	0,56634	+10,194
$P_3 = 30$ t	1,37	0,30008	+ 3,4256	−0,19768	− 3,2469	0,0512	+ 0,768
$V_4 = 61{,}9$ t	2,48	−0,0144	− 0,3392	−0,11756	− 3,9841	− 0,06602	− 2,0433
$V_3 = 8{,}8$ t	3,26	−0,04256	− 0,1425	−0,03368	− 0,1623	− 0,03812	− 0,1677
			25,79 t/m²		− 6,55 tm		3,55 t

$p_5 = 2{,}58$ daN/cm²; $M_5 = -6{,}55$ tm; $y_5 = \frac{2{,}58}{3{,}0} = 0{,}86$ cm.
$Q_5 = 3{,}55$ t;

Secţiunea 6

Forţa	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	2,85	−0,0386	− 0,0633	−0,07215	− 0,1703	− 0,05535	+ 0,1193
$V_2 = 55{,}94$ t	2,07	0,05074	+ 1,080	−0,17107	− 5,2394	− 0,06015	+ 1,6824
$P_1 = 33$ t	0,91	0,56491	+ 7,09361	−0,07021	− 1,2685	0,24731	− 4,0806
$P_2 = 36$ t	0,23	0,95358	+13,0627	0,5945	+11,7176	0,77399	+13,9318
$P_3 = 30$ t	1,14	0,42452	+ 4,8461	−0,15606	− 2,5633	0,13424	+ 2,0136
$V_4 = 61{,}9$ t	2,25	0,0162	+ 0,3816	−0,1482	− 5,0225	− 0,0660	− 2,0427
$V_3 = 8{,}8$ t	3,03	−0,04254	− 0,1424	−0,05348	− 0,2577	− 0,04801	− 0,2112
			26,26 t/m²		− 2,80 tm		11,41 t

$p_6 = 2{,}63$ daN/cm²;
$M_6 = -2{,}80$ tm; $y_6 = \frac{2{,}63}{3{,}0} = 0{,}88$ cm.
$Q_6 = 11{,}41$ t;

Secţiunea 7

Forţa	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	3,08	−0,04294	− 0,0704	−0,04878	− 0,1151	− 0,04586	+ 0,0988
$V_2 = 55{,}94$ t	2,30	0,0080	+ 0,1703	−0,1416	− 4,3368	− 0,0668	+ 1,8684
$P_1 = 33$ t	1,14	0,42452	+ 5,3307	−0,15606	− 2,8196	0,13424	− 2,215
$P_2 = 36$ t	0	1,0000	+13,6986	1,0000	+ 19,71	1,0000	±18,00
$P_3 = 30$ t	0,91	0,56491	+ 6,4487	−0,07021	− 1,1532	0,24731	+ 3,7096
$V_4 = 61{,}9$ t	2,02	0,06214	+ 1,4636	−0,17702	− 5,9992	− 0,0574	− 1,7765
$V_3 = 8{,}8$ t	2,80	−0,0369	− 0,1236	−0,0777	− 0,1191	− 0,0573	− 0,2521
			26,92 t/m²		5,17 tm		+19,43 t −16,57 t

$p_7 = 2{,}69$ daN/cm²; $Q_7^{st} = 19{,}43$ t; $y_7 = \frac{2{,}69}{3{,}0} = 0{,}89$cm.
$M_7 = 5{,}17$ tm; $Q_7^{dr} = -16{,}57$ t;

Secțiunea 8

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	3,31	−0,04206	− 0,0689	−0,02991	− 0,07058	− 0,03599	+ 0,07756
$V_2 = 55{,}94$ t	2,53	−0,01748	− 0,4889	−0,1136	− 3,4792	− 0,06558	+ 1,8343
$P_1 = 33$ t	1,37	0,30008	+ 3,7681	−0,19768	− 3,5716	0,0512	− 0,8448
$P_2 = 36$ t	0,23	0,95358	+13,0627	0,5945	+11,7176	0,77399	−13,9318
$P_3 = 30$ t	0,68	0,71232	+ 8,1315	0,07654	+ 1,2572	0,39444	+ 5,9166
$V_4 = 61{,}9$ t	1,79	0,12682	+ 2,9871	−0,19912	− 6,7482	− 0,03901	− 1,2074
$V_3 = 8{,}8$ t	2,57	−0,02276	− 0,0762	−0,1058	− 0,5097	− 0,06486	− 0,2827
			27,32 t/m²		− 1,40 tm		− 8,44 t

$p_8 = 2{,}73$ daN/cm²;
$Q_8 = -8{,}44$ t;
$M_8 = -1{,}40$ tm;

$$y_8 = \frac{2{,}73}{3{,}0} = 0{,}91 \text{ cm.}$$

Secțiunea 9

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	3,54	−0,03798	− 0,0623	−0,01558	− 0,03676	− 0,02678	+ 0,0577
$V_2 = 55{,}94$ t	2,76	−0,03494	− 0,7437	−0,08242	− 2,5242	− 0,0587	+ 1,6418
$P_1 = 33$ t	1,60	0,1959	+ 2,3499	−0,2077	− 3,7526	− 0,0059	+ 0,0974
$P_2 = 36$ t	0,46	0,84522	+11,5783	0,28746	+ 5,6658	0,56634	−10,1941
$P_3 = 30$ t	0,45	0,85075	+ 9,7118	0,29895	+ 4,9103	0,57485	+ 8,6228
$V_4 = 61{,}9$ t	1,56	0,2129	+ 5,0147	−0,20734	− 7,0268	0,00278	+ 0,086
$V_3 = 8{,}8$ t	2,34	0,002667	+ 0,00893	−0,13624	− 0,6564	− 0,06684	− 0,294
			27,95 t/m²		− 3,35 tm		0,018 t

$p_9 = 2{,}79$ daN/cm²;
$M_9 = -3{,}35$ tm;
$Q_9 = 0{,}018$ t;

$$y_9 = \frac{2{,}79}{3{,}0} = 0{,}93 \text{ cm.}$$

Secțiunea 10

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$t	3,76	−0,03248	− 0,05327	−0,00556	− 0,0131	−0,01902	+ 0,041
$V_2 = 55{,}94$t	2,98	−0,0419	− 0,8919	−0,05836	− 1,7874	−0,05012	+ 1,4019
$P_1 = 33$ t	1,82	0,11736	+ 1,4737	−0,19678	− 3,5553	−0,03976	+ 0,656
$P_2 = 36$ t	0,68	0,71232	+ 9,7578	0,07654	+ 1,5086	0,39444	− 7,0999
$P_3 = 30$ t	0,23	0,95358	+10,8856	0,5945	+ 9,7646	0,77399	+11,6096
$V_4 = 61{,}9$ t	1,34	0,31526	+ 7,4256	−0,19426	− 6,5836	0,0605	+ 1,8725
$V_3 = 8{,}8$ t	2,12	0,040	+ 0,1339	−0,16496	− 0,7948	−0,06248	− 0,2749
			28,73 t/m²		− 1,461 tm		8,21 t

$p_{10} = 2{,}87$ daN/cm²; $Q_{10} = 8{,}21$ t;
$M_{10} = 1{,}461$ tm;

$$y_{10} = \frac{2{,}87}{3{,}0} = 0{,}96 \text{ cm.}$$

Secțiunea 11

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	3,99	−0,02688	− 0,04326	0,00163	+ 0,003846	−0,01219	+ 0,02627
$V_2 = 55{,}94$ t	3,21	−0,04301	− 0,9155	−0,03753	− 1,1494	−0,04027	+ 1,1264
$P_1 = 33$ t	2,05	0,0553	+ 0,6944	−0,17345	− 3,1338	−0,05905	+ 0,9743
$P_2 = 36$ t	0,91	0,56491	+ 7,7384	−0,07021	− 1,3838	0,24731	− 4,4316
$P_3 = 30$ t	0	1,0000	+11,4155	1,0000	+16,425	1,0000	±15,00
$V_4 = 61{,}9$ t	1,11	0,44183	+10,4069	−0,14829	− 5,0256	0,14681	+ 4,5438
$V_3 = 8{,}8$ t	1,89	0,09622	+ 0,3222	−0,19076	− 0,9191	−0,04732	− 0,2082
			29,62 t/m²		4,82 tm		+17,01 t −12,99 t

$p_{11} = 2{,}96$ daN/cm²; $\quad Q_{11}^{st} = 17{,}01$ t;

$M_{11} = 4{,}82$ tm; $\quad Q_{11}^{dr} = -12{,}99$ t; $\quad y_{11} = \frac{2{,}96}{3{,}0} = 0{,}99$ cm.

Secțiunea 12

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	4,15	−0,02175	− 0,03567	0,00485	+ 0,01144	−0,00845	+ 0,01821
$V_2 = 55{,}94$ t	3,37	−0,04122	− 0,8774	−0,02577	− 0,7893	−0,03353	+ 0,9378
$P_1 = 33$ t	2,21	0,02276	+ 0,2858	−0,15348	− 2,7729	−0,06536	+ 1,0784
$P_2 = 36$ t	1,07	0,46581	+ 6,3809	−0,13523	− 2,6654	0,16534	− 2,9761
$P_3 = 30$ t	0,16	0,97534	+11,134	0,70788	+11,6269	0,84156	−12,6774
$V_4 = 61{,}9$ t	0,95	0,53975	+12,7133	−0,08825	− 2,9908	0,22575	+ 6,9869
$V_3 = 8{,}8$ t	1,73	0,14734	+ 0,4934	−0,20284	− 0,9773	−0,02773	− 0,122
			30,09 t/m²		1,44 tm		− 6,75 t

$p_{12} = 3{,}01$ daN/cm²;

$M_{12} = 1{,}44$ tm; $\quad y_{12} = \frac{3{,}01}{3{,}0} = 1{,}0$ cm.

$Q_{12} = -6{,}75$ t;

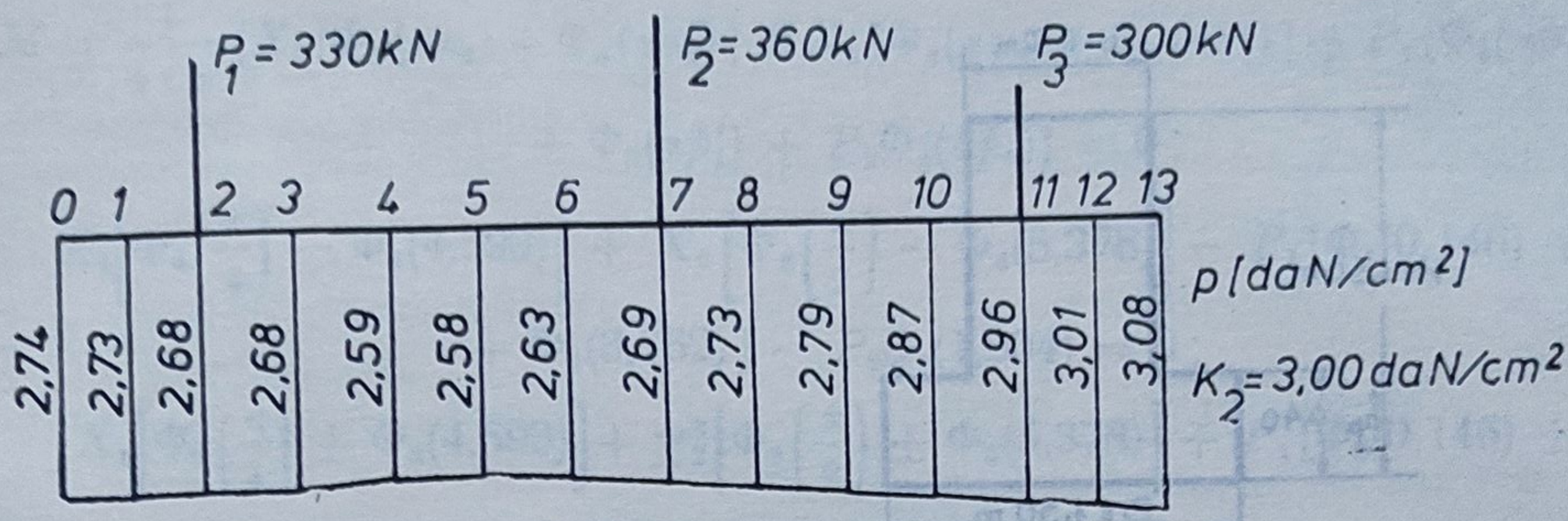
Secțiunea 13

Forța	ξ	$\varphi_1(\xi)$	p	$\varphi_3(\xi)$	M	$\varphi_4(\xi)$	Q
$V_1 = 4{,}31$ t	4,32	−0,01742	− 0,02857	0,00718	+ 0,0169	−0,00508	+ 0,0109
$V_2 = 55{,}94$ t	3,54	−0,03798	− 0,8084	−0,01558	− 0,4772	−0,02678	+ 0,749
$P_1 = 33$ t	2,38	−0,0028	− 0,0362	−0,1311	− 2,3686	−0,06695	+ 1,1047
$P_2 = 36$ t	1,23	0,37385	+ 5,1212	−0,17703	− 3,4893	0,09824	− 1,7683
$P_3 = 30$ t	0,32	0,91704	+10,4684	0,46232	+ 7,5936	0,68964	−10,3446
$V_4 = 61{,}9$ t	0,785	0,6448	+15,1876	0	0	0,3224	+ 9,9783
$V_3 = 8{,}8$ t	1,57	0,2079	+ 0,6962	−0,2079	− 1,0017	0	0
			30,60 t/m²		0,27 tm		− 0,24 t

$p_{13} = 3{,}06$ daN/cm²;

$M_{13} = 2{,}7$ tm; $\quad y_{13} = \frac{3{,}06}{3{,}0} = 1{,}02$ cm.

$Q_{13} = -0{,}27$ t;



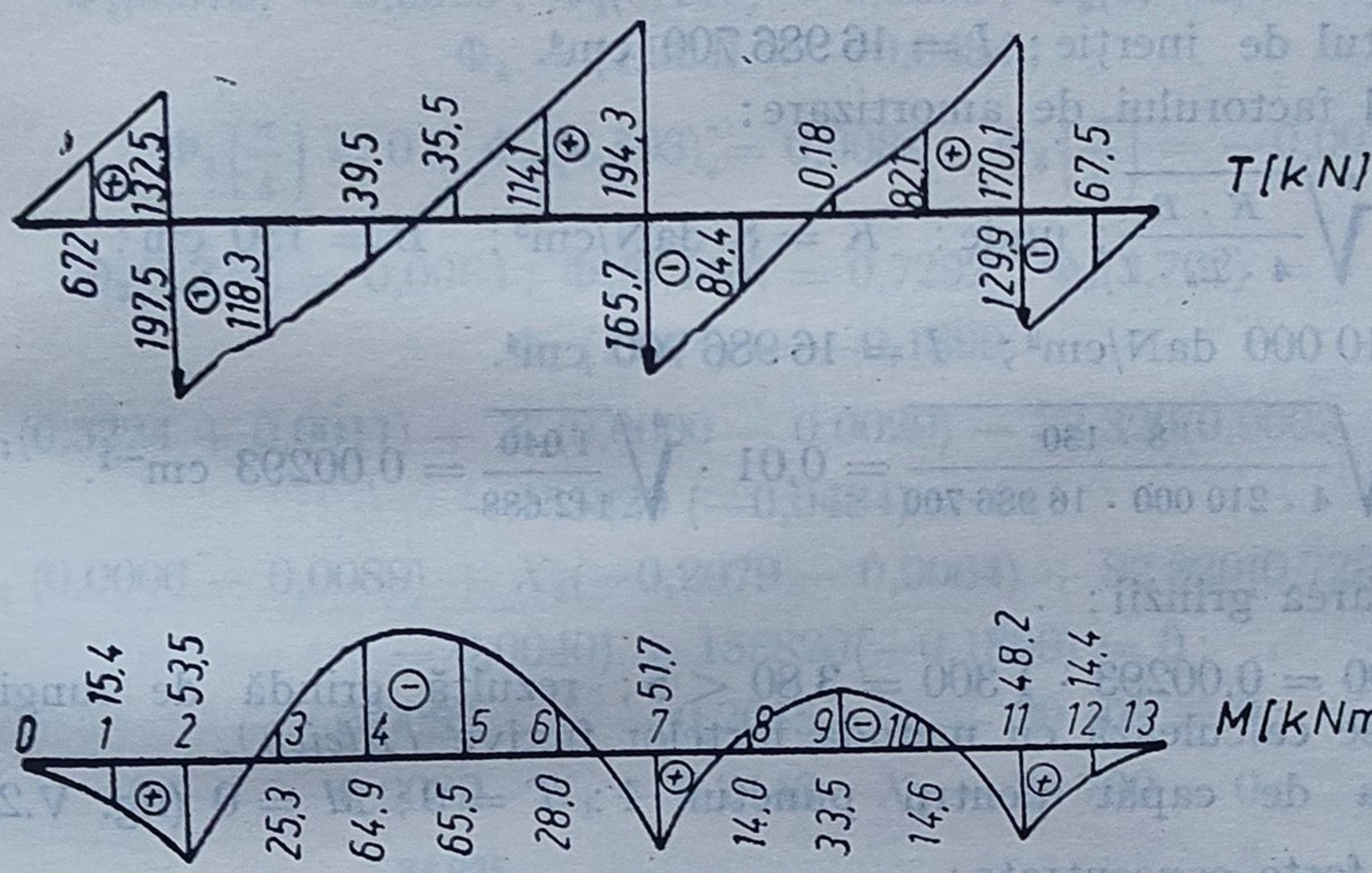


Fig. V.21. Diagramele p, T, M pentru $K = 3$ daN/cm³.

Diagramele p, T și M sînt prezentate în figura V.21.

V.13. Să se calculeze grinda transversală de fundație sub un șir de stîlpi în ipoteza distribuției presiunii reactive după ipoteza *Winkler*. Se vor determina valorile presiunilor reactive și ale săgeților. Schema de calcul este prezentată în figura V.22. Grinda are secțiunea transversală prezentată în figura V. 23.

$P_1 = P_3 = 823{,}2$ kN ; $P_2 = 1558{,}2$ kN.
$K = 8$ daN/cm³
$p_t = 2{,}90$ daN/cm²
$E_b = 210\,000$ daN/cm² (B 150)

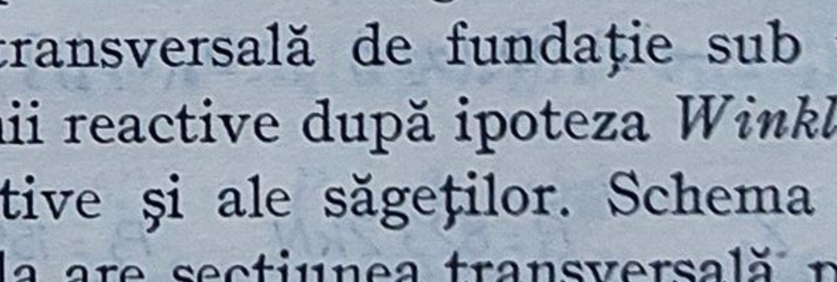


Fig. V.22. Schema de calcul.

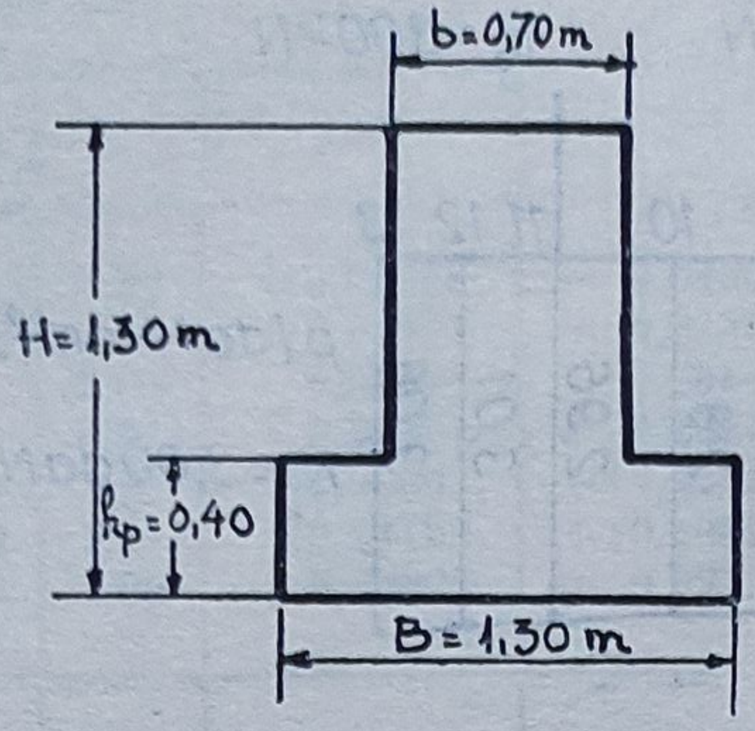


Fig. V.23. Secțiune transversală.

Rezolvare.

Se consideră: $B = 130$ cm.

Momentul de inerție: $I = 16\,986\,700$ cm^4.

Calculul factorului de amortizare:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{K \cdot B}{4 \cdot E_b \cdot I}}; \text{ unde: } K = 8 \text{ daN/cm}^3; \quad B = 130 \text{ cm};$$

$$E_b = 210\,000 \text{ daN/cm}^2; \quad I = 16\,986\,700 \text{ cm}^4.$$

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{8 \cdot 130}{4 \cdot 210\,000 \cdot 16\,986\,700}} = 0{,}01 \cdot \sqrt[4]{\frac{1\,040}{142\,688}} = 0{,}00293 \text{ cm}^{-1}.$$

Delimitarea grinzii:

$\alpha \cdot 1\,300 = 0{,}00293 \cdot 1\,300 = 3{,}80 < 5$; rezultă grindă de lungime finită care se calculează cu metoda forțelor fictive *(Bleich)*.

Condiția de capăt pentru punctul 1: $T = 0$; $M = 0$ (fig. V.24).

Pentru forțe concentrate:

$$T = -\frac{1}{2}\{X_1[\Phi_4(\alpha x_1) - \Phi_4(\alpha x_1')] + X_2[\Phi_4(\alpha x_2) - \Phi_4(\alpha x_2')] -$$

$$- P_1[\Phi_4(\alpha p_1) + \Phi_4(\alpha p_1')] - P_2\Phi_4(\alpha p_2)]\} = 0;$$

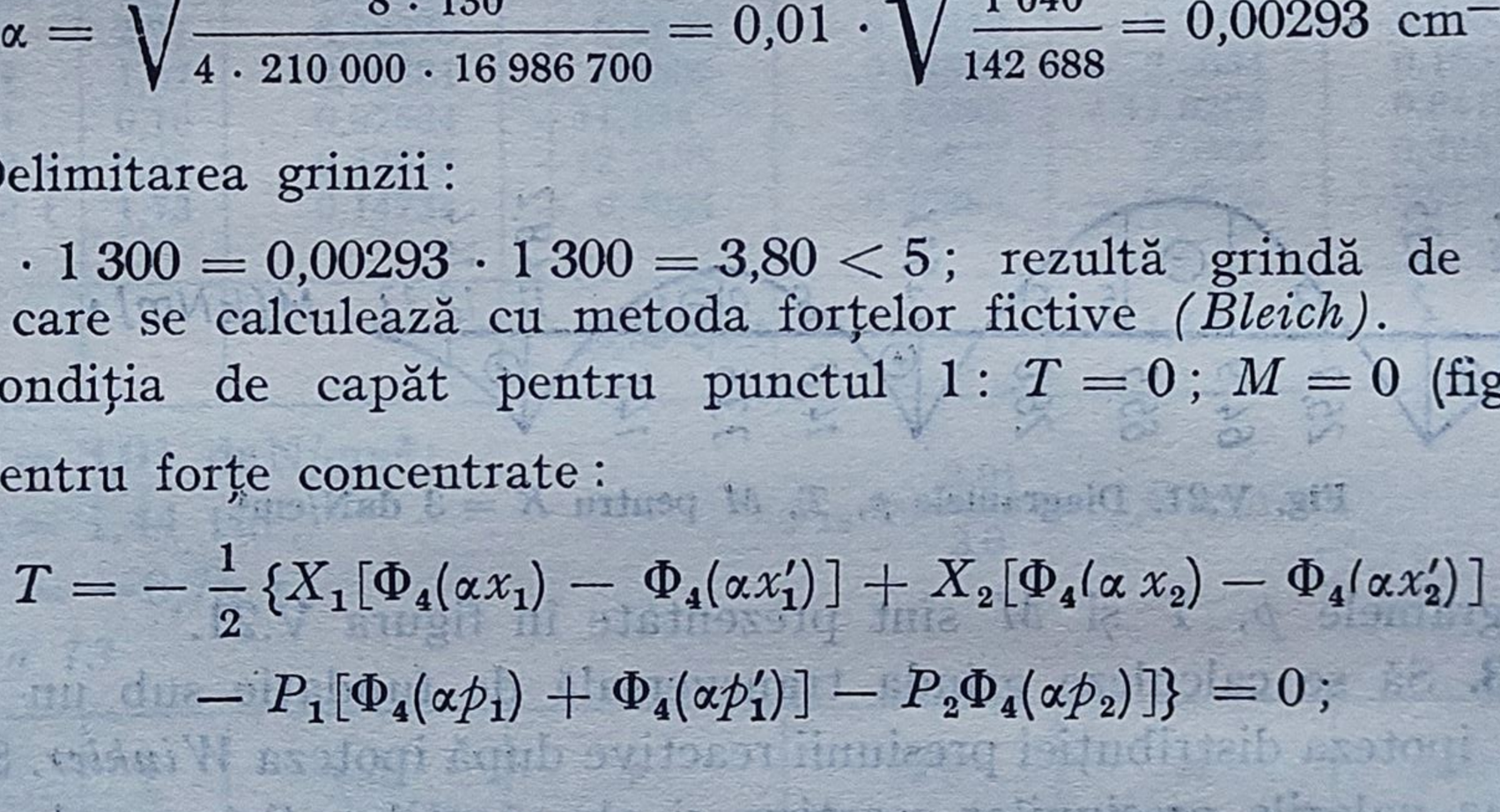


Fig. V.24. Secțiunea 1.

$$M = \frac{1}{4 \cdot \alpha}\{X_1[\Phi_3(\alpha x_1) + \Phi_3(\alpha x_1')] + X_2[\Phi_3(\alpha x_{2/} + \Phi_3(\alpha x_2')] + P_1[\Phi_3(\alpha p_1) +$$

$$+ \Phi_3(\alpha p_1') + P_2\Phi_3(\alpha p_2)\} = 0;$$

$$X_1\left[\Phi_4\left(\frac{\pi}{4}\right) - \Phi_4(4{,}593)\right] + X_2\left[\Phi_4\left(\frac{\pi}{2}\right) - \Phi_4(5{,}378)\right] - P_1[\Phi_4(0{,}146) +$$

$$+ \Phi_4(3{,}762)] - P_2Q_4(1{,}904) = 0;$$

$$X_1\left[\Phi_3\left(\frac{\pi}{4}\right) \pm \Phi_3(4{,}593)\right] + X_2^3\left[\Phi_3\left(\frac{\pi}{2}\right) \pm \Phi_3(5{,}378)\right] + P_1[\Phi_3(0{,}146) +$$

$$+ \Phi_3(3{,}762)] + P_2Q_3(1{,}904) = 0;$$

$$\Phi_4\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0{,}3224;\ \Phi_4(4{,}593) = -0{,}0011;\ \Phi_4\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0;$$

$$\Phi_4(5{,}378) = 0{,}0029;\ \Phi_4(0{,}146) = 0{,}9003;\ \Phi_4(3{,}762) = -0{,}0177;$$

$$\Phi_4 = (1{,}904) = -0{,}0484;$$

$$\Phi_3\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0;\ \Phi_3(4{,}593) = 0{,}0089;\ \Phi_3\left(\frac{\pi}{2}\right) = -0{,}0079;$$

$$\Phi_3(5{,}378) = 0{,}0064;\ \Phi_3(0{,}146) = 0{,}7292;\ \Phi_3(3{,}762) = -0{,}0040;$$

$$\Phi_3(1{,}904) = -0{,}1899.$$

$$X_1(0{,}3224 + 0{,}0011) + X_2(0{,}0000 - 0{,}0029) - 82\,320(0{,}9003 - 0{,}0177) -$$

$$- 155820\,(-0{,}0484) = 0;$$

$$X_1\,(0{,}0000 - 0{,}0089) + X_2(-0{,}2079 - 0{,}0064) + 82\,320(0{,}7292 -$$

$$- 0{,}0040) + 155820(-0{,}1899) = 0;$$

$$0{,}0089 \cdot X_1 - 0{,}2015 \cdot X_2 + 30\,108 = 0;$$

$$0{,}0089 \cdot X_1 + 0{,}2143 \cdot X_2 - 36\,760 = 0;$$

$$X_2 = \frac{34\,935}{0{,}2144} = 162\,000\ \text{daN};\quad X_1 = 202\,000\ \text{daN}.$$

- Calculul săgeții în punctul 1:

$$y_1 = \frac{\alpha}{2 \cdot K_1}\{X_1[\Phi_1(\alpha x_1) + \Phi_1(\alpha x_1')] + X_2[\Phi_1(\alpha x_2) + \Phi_1(\alpha x_2')] +$$

$$+ P_1[\Phi_1(\alpha p_1) + \Phi_1(\alpha p_1')] + P_2 \cdot \Phi_1(\alpha p_2);$$

$$\Phi_1(\alpha x_1) = \Phi_1(0{,}785) = 0{,}6354;\quad \Phi_1(\alpha x_1') = \Phi_1(4{,}593) = -0{,}0111;$$

$$\Phi_1(\alpha x_2) = \Phi_1(1{,}570) = 0{,}2079;\quad \Phi_1(\alpha x_2') = \Phi_1(5{,}378) = -0{,}0006;$$

$$\Phi_1(\alpha p_1) = \Phi_1(0{,}146) = 0{,}9907;\quad \Phi_1(\alpha p_1') = \Phi_1(3{,}762) = -0{,}0314;$$

$$\Phi_1(\alpha p_2) = \Phi_1(1{,}904) = 0{,}0932;$$

$$K_1 = K \cdot B = 8 \cdot 130 = 1\,040\ \text{daN/cm}^2;$$

$$y_1 = \frac{0{,}00293}{2 \cdot 1\,040}[202\,000(0{,}6354 - 0{,}0111) + 162\,000(0{,}2079 - 0{,}006) +$$

$$+ 82\,320(0{,}9907 - 0{,}0314) + 155\,820 \cdot 0{,}0932] = 0{,}357\ \text{cm}.$$

- Calculul presiunii în punctul 1:

$$p_1 = K \cdot y_1 = 8 \cdot 0{,}357 = 2{,}85\ \text{daN/cm}^2 < p_i = 2{,}90\ \text{daN/cm}^2.$$

● Calculul săgeții în punctul 2 (fig. V.25).

Aplicînd același procedeu ca și pentru punctul 1, se calculează funcțiile Φ_1, Φ_3 și Φ_4 pe baza tabelelor existente în literatura de specialitate. Cu valorile funcțiilor astfel determinate se calculează săgeata și presiunea în punctul 2. Săgeata are următoarea valoare:

$$y_2 = \frac{0{,}00293}{2 \cdot 1\,040}[202\,000(0{,}5712 - 0{,}0155) + 162\,000\,(0{,}1576 - 0{,}0023) + 82\,320(1{,}0000 - 0{,}0389) + 155\,820 \cdot 0{,}1234] = 0{,}332 \text{ cm}.$$

● Calculul presiunii în punctul 2.

$$p_2 = K \cdot y_2 = 8 \cdot 0{,}332 = 2{,}66 \text{ daN/cm}^2 < p_t = 2{,}90 \text{ daN/cm}^2.$$

● Calculul săgeții în secțiunea 3 (fig. V.26).

$$y_3 = \frac{0{,}00293}{2 \cdot 1\,040}[202\,000(0{,}1234 - 0{,}0389) + 162\,000(-0{,}0254 - 0{,}0179) + 82\,320(0{,}5712 - 0{,}0254) + 155\,820 \cdot 0{,}5712] = 0{,}203 \text{ cm}.$$

● Calculul presiunii reactive în secțiunea 3.

$$p_3 = K \cdot y_3 = 8 \cdot 0{,}203 = 1{,}62 \text{ daN/cm}^2 < p_t = 2{,}90 \text{ daN/cm}^2.$$

● Calculul săgeții în punctul 4 (fig. V.27).

$$y_4 = \frac{0{,}00293}{2 \cdot 1040}[202\,000(-0{,}0320 - 0{,}0320) + 162\,000(-0{,}0408 - 0{,}0408) + 82\,320(0{,}1576 + 0{,}1576) + 155\,820 \cdot 1{,}0000)] = 0{,}219 \text{ cm}.$$

● Calculul presiunii reactive în secțiunea 4.

$$p_4 = K \cdot y_4 = 8 \cdot 0{,}219 = 1{,}75 \text{ daN/cm}^2 < p_t = 2{,}90 \text{ daN/cm}^2.$$

● Calculul presiunii în ipoteza că grinda de fundație este perfect rigidă.

$$p = \frac{P}{B \cdot L} = \frac{320\,460}{130 \cdot 1\,300} = 1{,}90 \text{ daN/cm}^2.$$

V.14. Să se calculeze grinda transversală de fundație sub un șir de stîlpi în ipoteza lui *Winkler*. Schema de calcul este prezentată în figura V.28.

$P_1 = P_1' = 82\,320$ daN; $H = 135$ cm; $h_p = 40$ cm
$P_2 = 155\,820$ daN; $B = 135$ cm; $b = 80$ cm
$M_1 = M_1' = 1646400$ daNcm; $K = 10$ daN/cm³;
$M_2 = 1\,558\,200$ daNcm; $E_b = 210\,000$ daN/cm².

Rezolvare.

Se aplică principiul suprapunerii efectelor (fig. V.29).

Calculul momentului de inerție al tălpii fundației:

$$I = 20\,819\,564 \text{ cm}^4.$$

Calculul factorului de amortizare:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{K \cdot B}{4 \cdot E_b \cdot I}} = \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 135}{4 \cdot 210\,000 \cdot 20\,819\,564}} = 0{,}00298 \text{ cm}^{-1}.$$

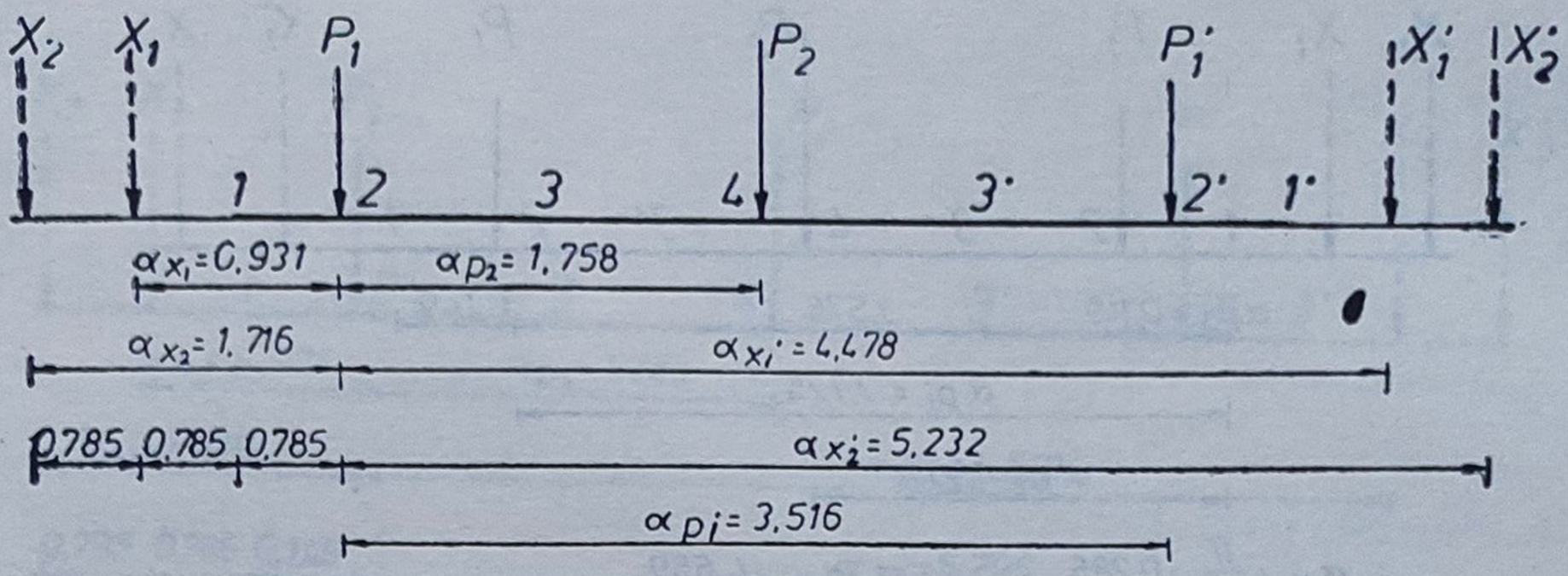


Fig. V.25. Secțiunea 2.

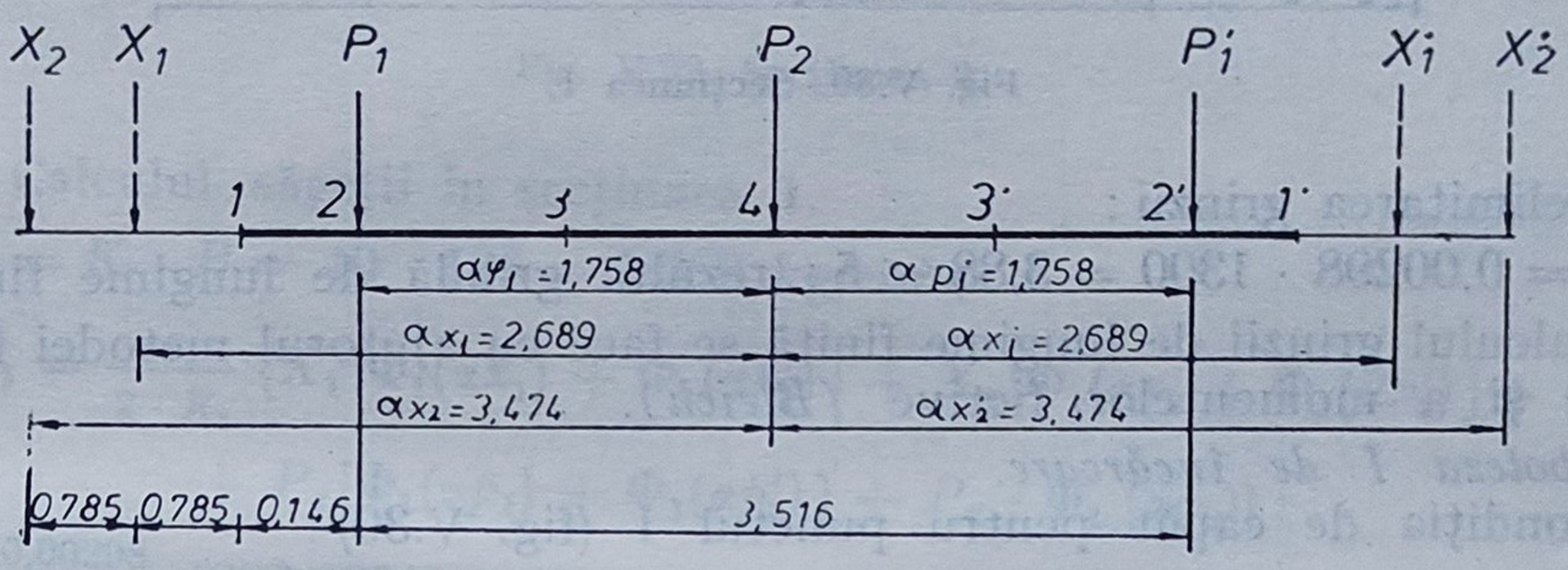


Fig. V.26. Secțiunea 4.

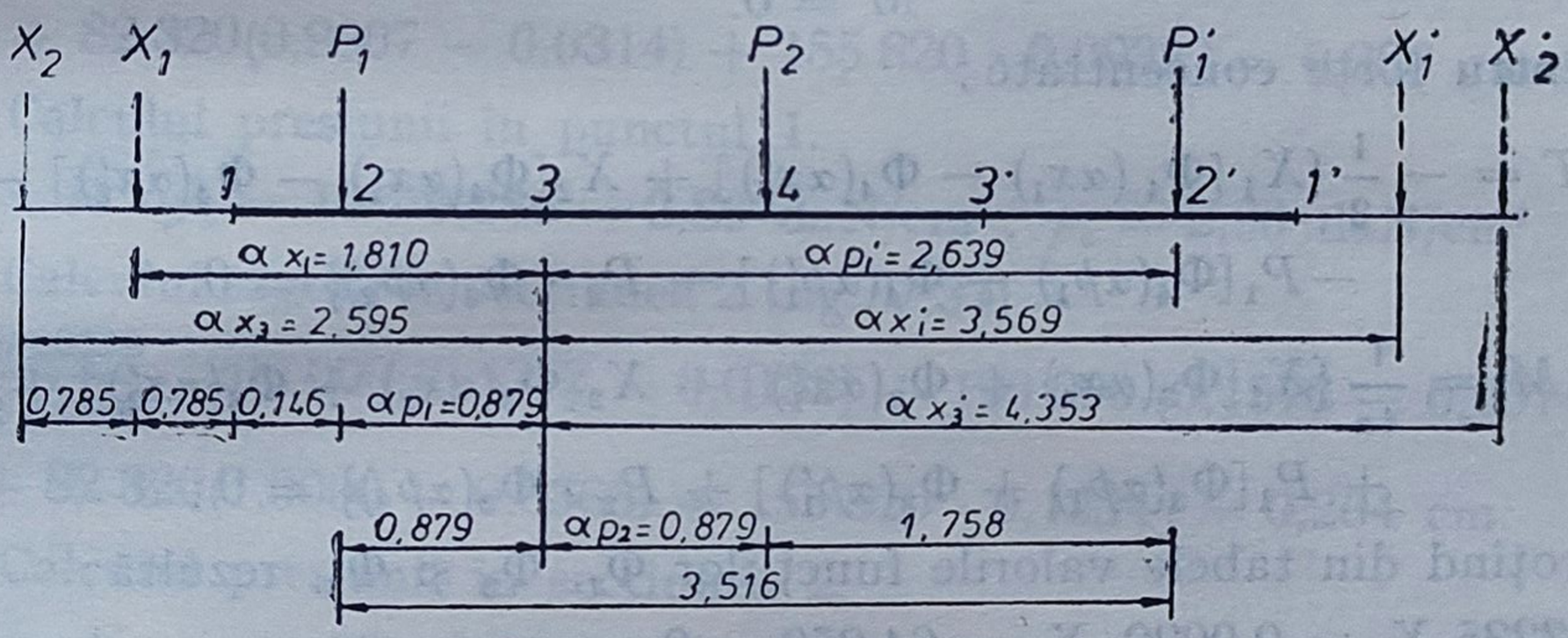


Fig. V.27. Secțiunea 3.

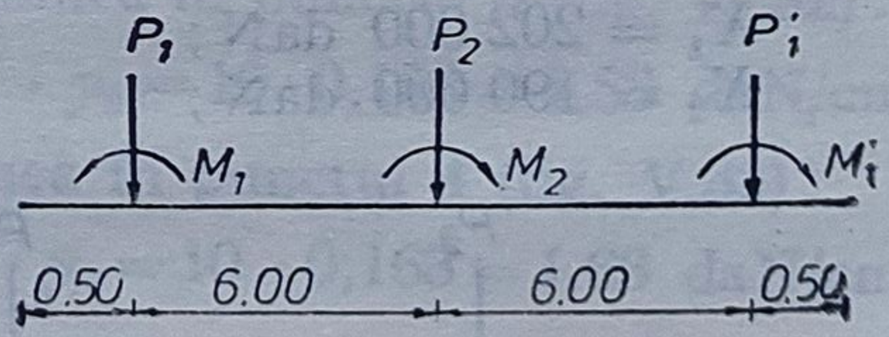


Fig. V.28. Schema de calcul.

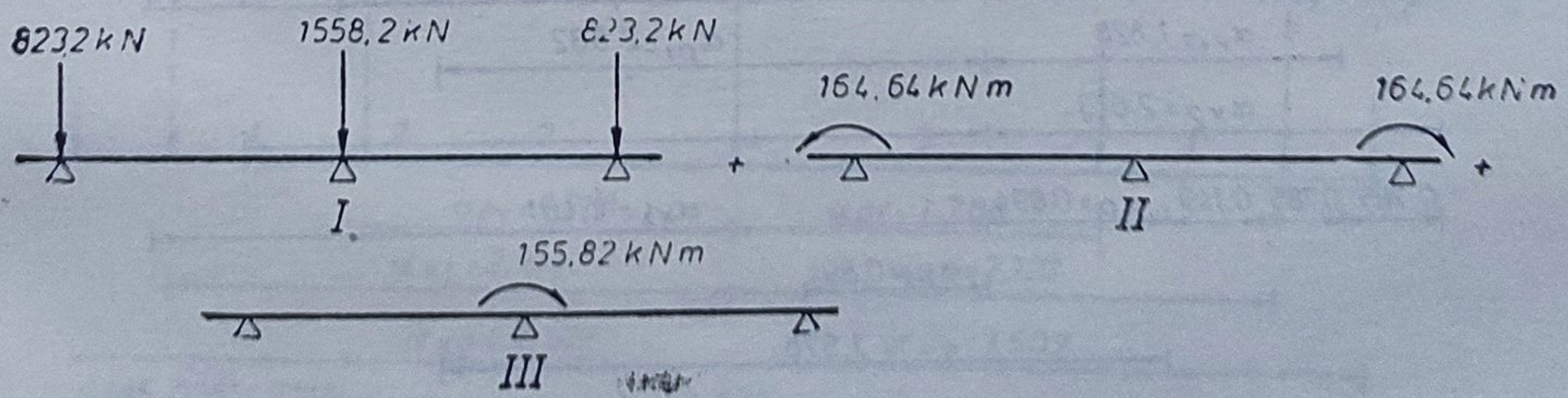


Fig. V.29. Suprapunerea efectelor.

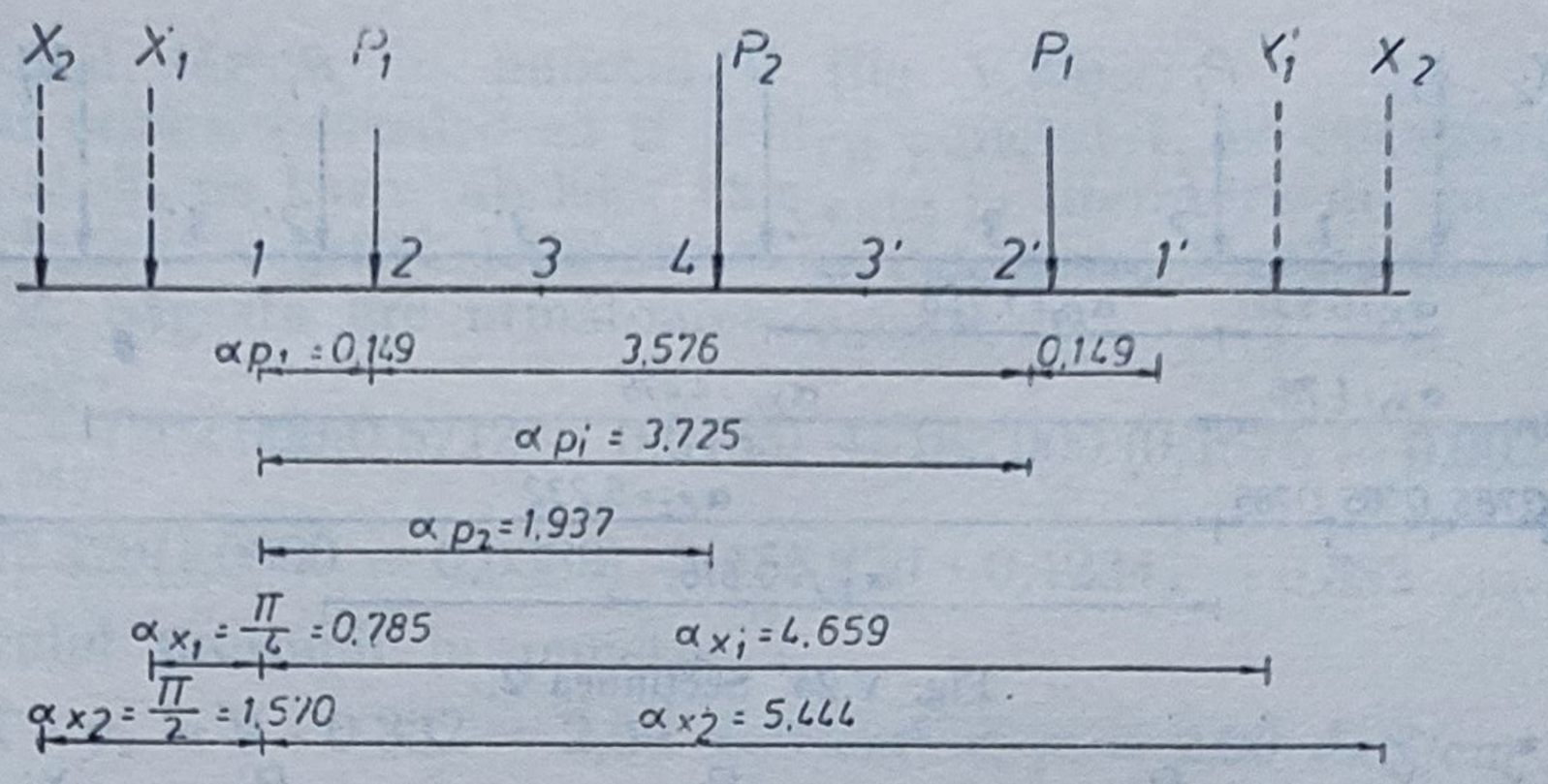


Fig. V.30. Secțiunea 1.

Delimitarea grinzii :

$\alpha \cdot L = 0{,}00298 \cdot 1300 = 3{,}88 < 5$; rezultă grindă de lungime finită.

Calculul grinzii de lungime finită se face cu ajutorul metodei forțelor fictive și a momentelor fictive *(Bleich)*.

Ipoteza I de încărcare.

Condiția de capăt pentru punctul 1 (fig. V.30) :

$$T = 0;$$
$$M = 0.$$

Pentru forțe concentrate ;

$$T = -\frac{1}{2}\{X_1[\Phi_4(\alpha x_1) - \Phi_4(\alpha x_1')] + X_2[\Phi_4(\alpha x_2) - \Phi_4(\alpha x_2')] - P_1[\Phi_4(\alpha p_1) + \Phi_4(\alpha p_1')] - P_2 \cdot \Phi_4(\alpha p_2)\} = 0.$$

$$M = \frac{1}{4\alpha}\{X_1[\Phi_3(\alpha x_1) + \Phi_3(\alpha x_1')] + X_2[\Phi_3(\alpha x_2) + \Phi_3(\alpha x_2')] + P_1[\Phi_3(\alpha p_1) + \Phi_3(\alpha p_1')] + P_2 \cdot \Phi_3(\alpha p_2)\} = 0;$$

Scoțînd din tabele valorile funcțiilor Φ_1, Φ_3 și Φ_4, rezultă :

$0{,}3235\ X_1 - 0{,}0029\ X_2 - 64\,950 = 0;$
$0{,}0089\ X_1 - 0{,}2015\ X_2 + 36\,400 = 0,$ de unde:

$$X_1 = 202\,000 \text{ daN};$$
$$X_2 = 190\,000 \text{ daN};$$

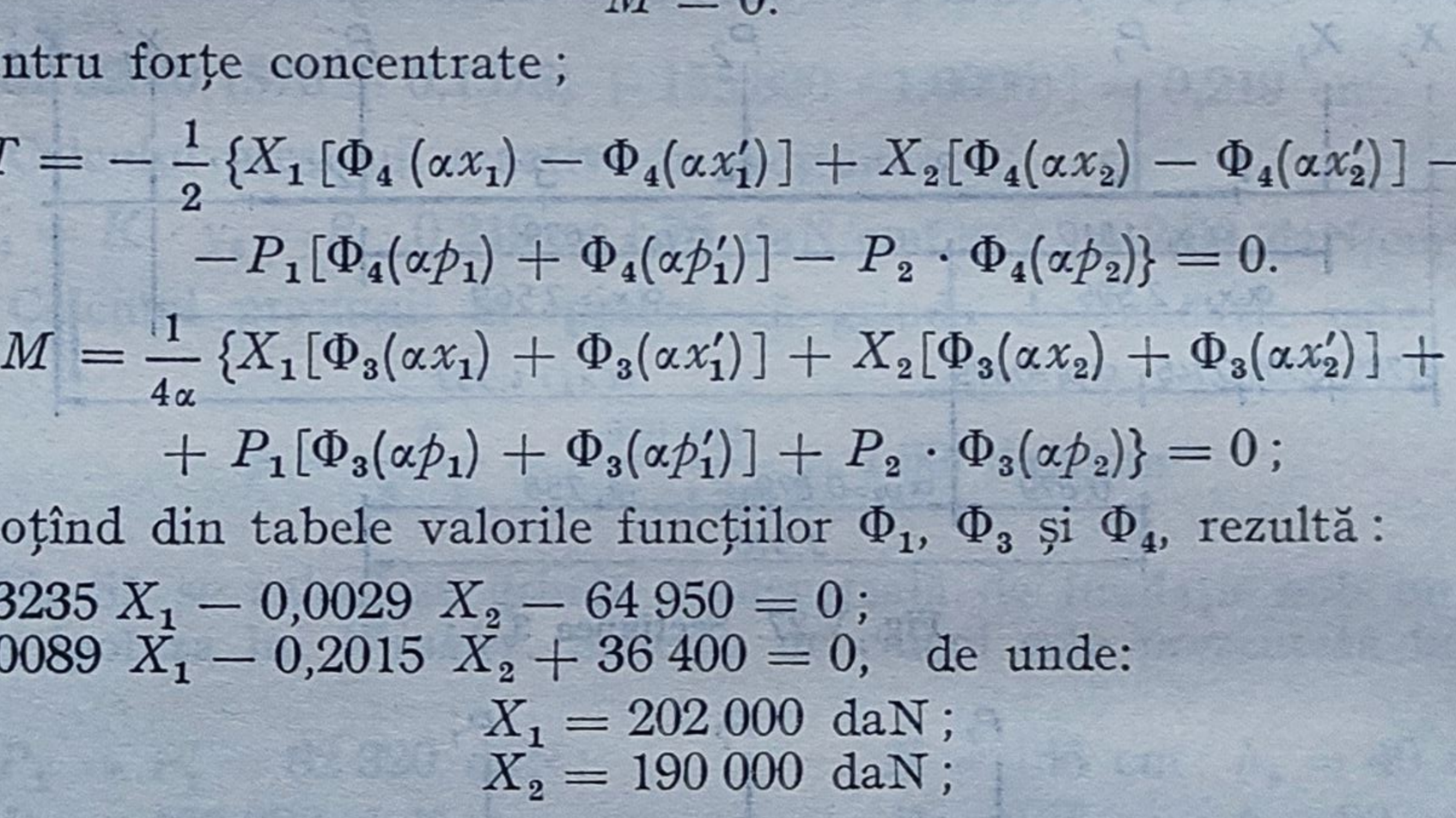


Fig. V.31. Secțiunea 2.

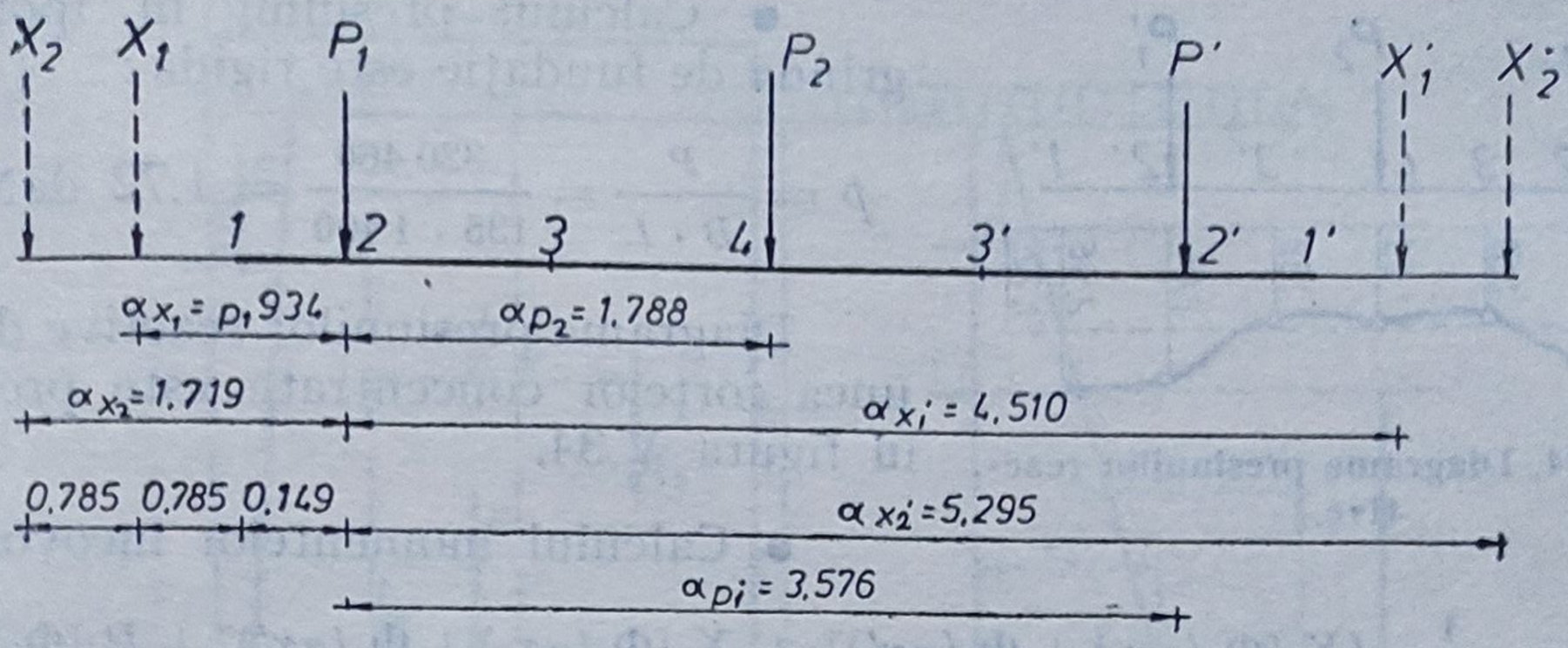


Fig. V.32. Secțiunea 3.

- Calculul săgeții în secțiunea 1.

$$K_1 = K \cdot B = 10 \cdot 135 = 1\,350 \text{ kg/cm}^3;$$

$$y_1 = \frac{\alpha}{2 \cdot K_1} \{X_1[\Phi_1(\alpha x_1) + \Phi_1(\alpha x_1')] + X_2[\Phi_1(\alpha x_2 + \Phi_1(\alpha x_2')] + P_1[\Phi_1(\alpha p_1) + \Phi_1(\alpha p_1')] + P_2 \cdot \Phi_1(\alpha p_2)\};$$

$$y_1 = \frac{0{,}00298}{2 \cdot 1\,350}[202\,000(0{,}6468 - 0{,}0111) + 190\,000(0{,}2079 - 0{,}0006) + 82\,320(0{,}9907 - 0{,}0314) + 155\,820 \cdot 0{,}0932] = 0{,}286 \text{ cm}.$$

- Calculul presiunii în punctul 1.

$p_1 = K \cdot y_1 = 10 \cdot 0{,}286 = 2{,}86$ daN/cm²; $p_a = 2{,}90$ daN/cm².

- Calculul săgeții în secțiunea 2 (fig. V.31).

$$y_2 = \frac{0{,}00298}{2 \cdot 1\,350}[202\,000(0{,}5712 - 0{,}0132) + 190\,000(0{,}1576 - 0{,}0014) + 82\,320(1{,}0000 - 0{,}0366) + 155\,820 \cdot 0{,}1234] = 0{,}264 \text{ cm}.$$

- Calculul presiunii în secțiunea 2.

$p_2 = K \cdot y_2 = 10 \cdot 0{,}264 = 2{,}64$ daN/cm²; $p_a = 2{,}90$ daN/cm².

- Săgeata și presiunea în punctul 3 (fig. V. 32):

$y_3 = 0{,}158$ cm; $p_3 = K \cdot y_3 = 10 \cdot 0{,}158 = 1{,}58$ daN/cm²; $p_a = 2{,}90$ daN/cm².

- Săgeata presiunea în punctul 4 (fig. V.33):

$y_4 = 0{,}163$ cm; $p_4 = K \cdot y_4 = 10 \cdot 0{,}163 = 1{,}63$ daN/cm²; $p_a = 2{,}90$ daN/cm².

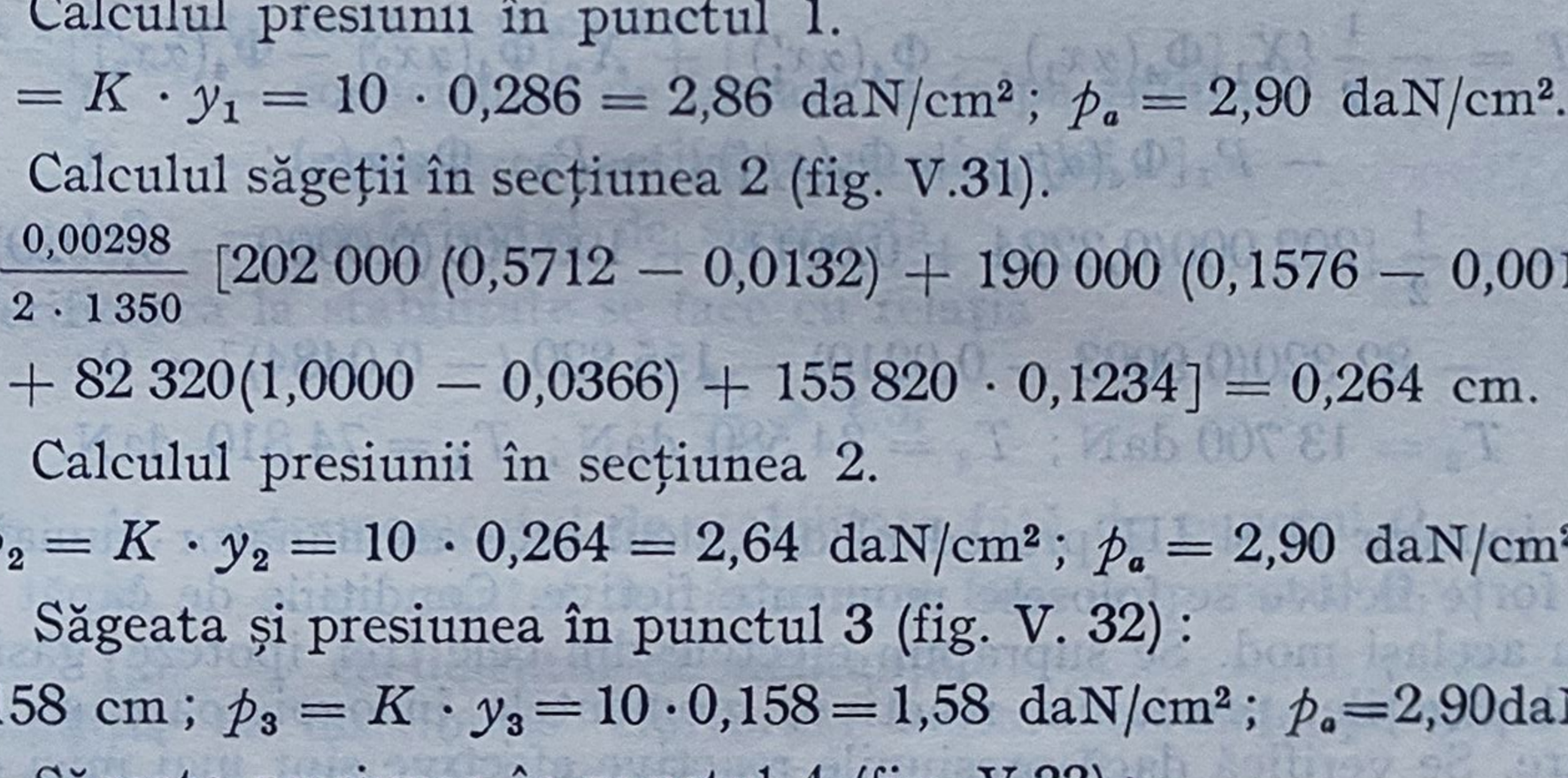


Fig. V.33. Secțiunea 4.

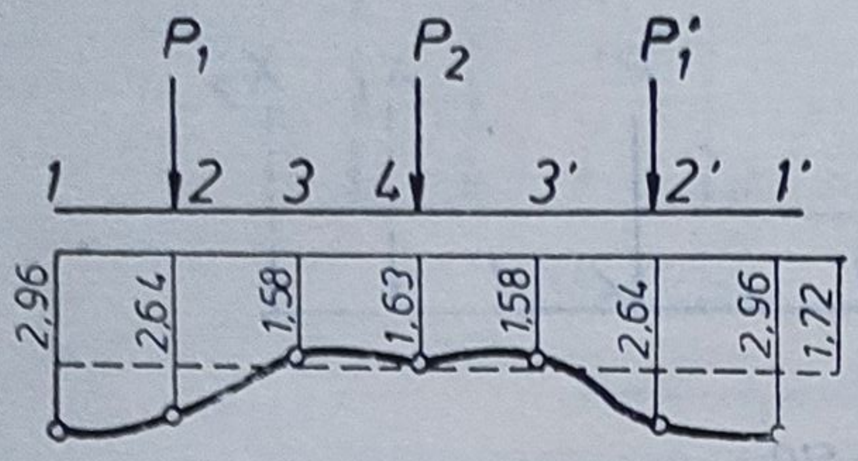


Fig. V.34. Diagrama presiunilor reactive.

• Calculul presiunii în ipoteza că grinda de fundaţie este rigidă :

$$p = \frac{P}{B \cdot L} = \frac{320\,460}{135 \cdot 1\,400} = 1{,}72 \text{ daN/cm}^2.$$

Diagrama presiunilor reactive din acţiunea forţelor concentrate este prezentată în figura V.34.

• Calculul momentelor încovoietoare.

$$M = \frac{1}{4 \cdot \alpha}\{X_1[\Phi_3(\alpha x_1) + \Phi_3(\alpha x_1')] + X_2[\Phi_3(\alpha x_2) + \Phi_3(\alpha x_2')] + P_1[\Phi_3(\alpha p_1) + \Phi_3(\alpha p_1')] + P_2 \cdot \Phi_3(\alpha p_2).$$

Pentru punctul 1 :

$$M_1 = \frac{1}{4 \cdot 0{,}00298}[202\,000(0{,}0000 + 0{,}0089) + 190\,000(-0{,}2079 + 0{,}0064) + 82\,320(0{,}08100 - 0{,}0079) + 155\,820(-0{,}1899)] = 0.$$

Procedînd în mod analog şi pentru punctele 2, 3 şi 4 ca pentru punctul 1, se obţine :

$M_2 = -91\,850$ daNcm ; $M_3 = -6\,850\,000$ daNcm ; $M_4 = 6\,700\,000$ daNcm.

• Calculul forţelor tăietoare.

$$T = -\frac{1}{2}\{X_1[\Phi_4(\alpha x_1) - \Phi_4(\alpha x_1')] + X_2[\Phi_4(\alpha x_2) - \Phi_4(\alpha x_2')]' - P_1[\Phi_4(\alpha p_1) + \Phi_4(\alpha p_1')] - P_2 \cdot \Phi_4(\alpha p_2);$$

$$T_1 = -\frac{1}{2}[202\,000(0{,}3224 + 0{,}0011) + 190\,000(0{,}0000 - 0{,}0029) - 82\,320(0{,}9003 - 0{,}0210) - 155\,820(-0{,}0484)] = 0;$$

$T_2 = 13\,700$ daN ; $T_3 = 34\,580$ daN ; $T_4 = 74\,810$ daN.

În ipoteza II şi III procedeul de calcul este asemănător numai că în loc de forţe fictive se folosesc momente fictive. Condiţiile de capăt se vor scrie în acelaşi mod. Se suprapun efectele din cele trei ipoteze găsindu-se în final săgeţile, presiunile reactive, momentele încovoietoare şi forţele tăietoare. Se verifică dacă presiunile reactive efective sînt mai mici ca presiunea terenului şi se dimensionează grinda de fundaţie la moment încovoietor şi forţă tăietoare.

V.15. Să se găsească forma raţională a unui zid de sprijin care să satisfacă următoarele condiţii :

a) să se verifice la alunecare ;
b) să se verifice la stabilitate ;
c) distribuţia eforturilor unitare normale pe talpă să fie uniformă.

Rezolvare.

Se consideră zidul de sprijin din figura V.35.
Verificarea la alunecare se face cu relaţia :

$$\frac{N \cdot f}{E} \geqslant 1{,}3,$$

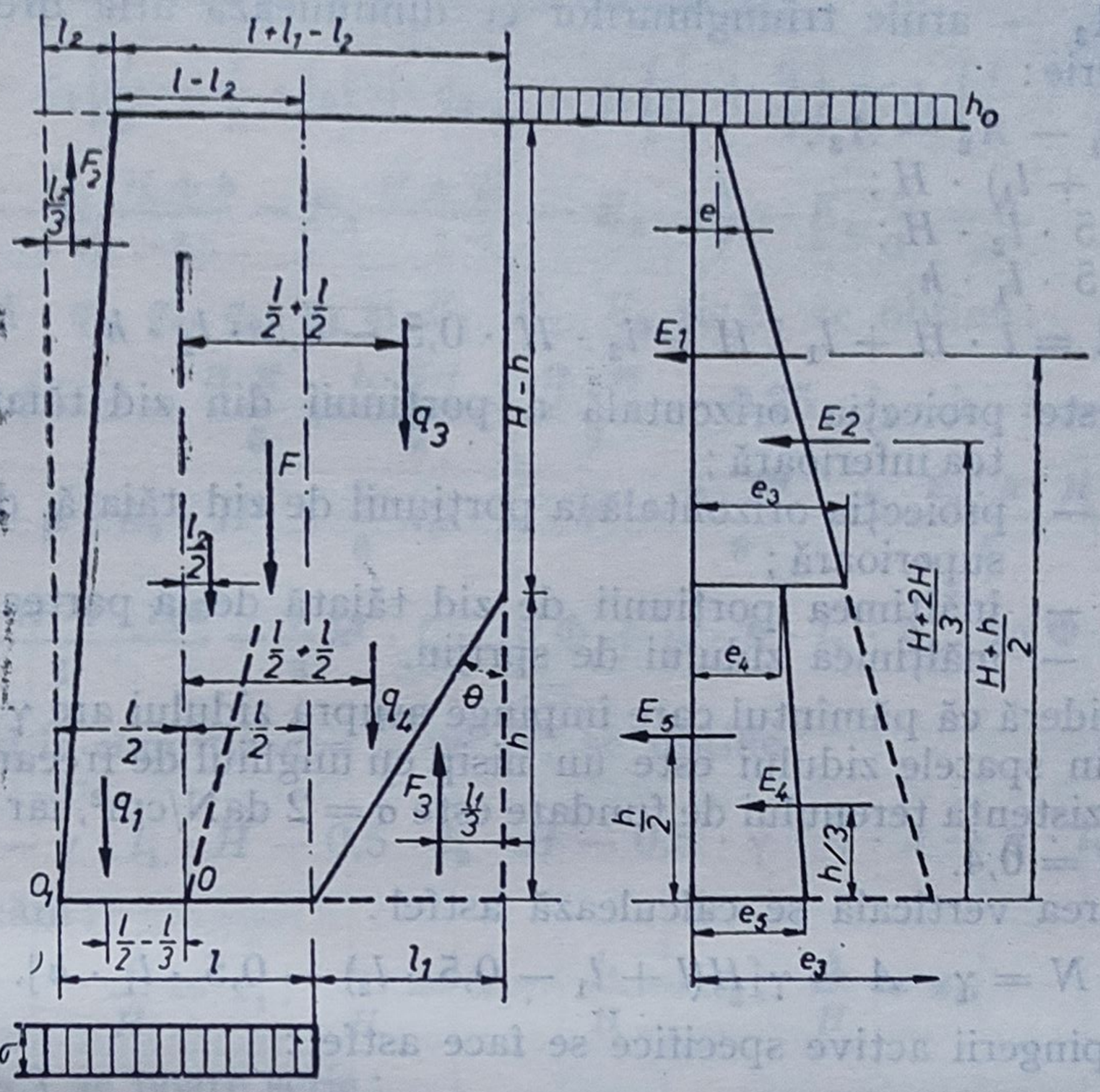


Fig. V.35. Zid de sprijin de greutate.

în care: N este forţa verticală;
f — coeficientul de frecare la talpa zidului;
E — împingerea activă a pământului;
1,3 — coeficientul de siguranţă.

Verificarea la stabilitate se face cu relaţia

$$\frac{M_s}{M_r} \geqslant 1{,}5,$$

în care: M_s este momentul de stabilitate faţă de punctul O_1;
M_r — momentul de răsturnare faţă de punctul O_1;
1,5 — coeficientul de siguranţă.

Condiţia ca distribuţia eforturilor unitare normale pe talpa zidului să fie uniformă este dată de următoarele relaţii

$$M = 0 \text{ şi } \sigma = \frac{N}{1 \cdot l},$$

în care: M este momentul tuturor forţelor (care dau stabilitate şi alunecare) faţă de punctul O;
σ — efortul unitar normal pe talpa zidului;
l — lăţimea tălpii zidului.

Calculul se face pentru un metru liniar de zid, împingerea activă fiind calculată după ipoteza *Rankine*.

Dacă notăm:
A — aria raţională a zidului de sprijin;
A_1 — aria dreptunghiului în care se înscrie zidul;

A_2 și A_3 — ariile triunghiurilor ce diminuează aria dreptunghiului, se poate scrie:

$$A = A_1 - A_2 - A_3;$$
$$A_1 = (l + l_1) \cdot H;$$
$$A_2 = 0{,}5 \cdot l_2 \cdot H;$$
$$A_3 = 0{,}5 \cdot l_1 \cdot h.$$

Rezultă: $$A = l \cdot H + l_1 \cdot H - l_2 \cdot H \cdot 0{,}5 - 0{,}5 \cdot l_1 \cdot h, \qquad (\alpha_1)$$

unde: l_1 este proiecția orizontală a porțiunii din zid tăiată de la partea inferioară;

l_2 — proiecția orizontală a porțiunii de zid tăiată de la partea superioară;

h — înălțimea porțiunii de zid tăiată de la partea inferioară;

H — înălțimea zidului de sprijin.

Se consideră că pământul care împinge asupra zidului are $\gamma = 20$ kN/m³. Pământul din spatele zidului este un nisip cu unghiul de frecare interioară $\Phi = 30°$, rezistența terenului de fundare este $\sigma = 2$ daN/cm², iar coeficientul de frecare, $f = 0{,}4$.

Încărcarea verticală se calculează astfel:

$$N = \gamma \cdot A = \gamma[H(l + l_1 - 0{,}5 \cdot l_2) - 0{,}5 \cdot l_1 \cdot h].$$

Calculul împingerii active specifice se face astfel:

$$e_1 = \gamma \cdot h_0 \cdot tg^2\left(45° - \frac{\Phi}{2}\right) = \gamma \cdot h_0 \cdot \mu;$$

$$e_2 = \gamma(H - h + h_0) \cdot \mu;$$

$$e_3 = \gamma(H + h_0) \cdot \mu;$$

h_0 — înălțimea echivalentă provenită din supraîncărcare;

$$e_4 = e_2 \cdot a = \gamma \cdot \mu(H - h + h_0)\left(1 - \frac{l_1}{h} \operatorname{tg} \Phi\right);$$

$$e_5 = e_3 \cdot a = \gamma \cdot \mu(H + h_0)\left(1 - \frac{l_1}{h} \operatorname{tg} \Phi\right);$$

$$a = 1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \Phi = 1 - \frac{l_1}{h} \operatorname{tg} \Phi.$$

Rezultantele împingerilor pe metru sînt:

$$E_1 = e_1(H - h) = \gamma \cdot h_0 \cdot \mu \cdot (H - h);$$

$$E_2 = 0{,}5(e_2 - e_1)(H - h) = 0{,}5 \cdot \gamma \cdot \mu\,(H - h)^2;$$

$$E_3 = e_4 \cdot h = \gamma \cdot \mu \cdot h(H - h + h_0)\left(l - l\frac{l_1}{h} \operatorname{tg}\ \Phi\right);$$

$$E_4 = (e_5 - e_4) \cdot h \cdot 0{,}5 = 0{,}5 \cdot \gamma \cdot \mu \cdot h(h - l_1 \cdot \operatorname{tg} \Phi).$$

Rezultanta împingerii este:

$$E = 0{,}5 \cdot \gamma \cdot \mu(H^2 + h \cdot h_0 + 3 \cdot h_0 \cdot H) - \gamma \cdot \mu \cdot l_1 \cdot \operatorname{tg} \Phi(H + 2h_0 - 0{,}5 \cdot h).$$

Înlocuind N și E în relația care asigură stabilitatea la alunecare se obține:

$$f \cdot l \cdot H + f \cdot l_1 \cdot H - 0{,}5 \cdot f \cdot l_2 \cdot H - 0{,}5 \cdot f \cdot l_1 \cdot h - 1{,}95 \cdot \mu \cdot h_0 \cdot H - 0{,}65 \cdot \mu \cdot h_0 \cdot h - 0{,}65 \cdot \mu \cdot H^2 + 1{,}3 \cdot \mu \cdot \operatorname{tg} \Phi \cdot l_1 \cdot H - 0{,}65 \cdot \mu \cdot \operatorname{tg} \Phi \cdot l_1 \cdot h + 2{,}6 \cdot \mu \cdot \operatorname{tg} \Phi \cdot h_0 \cdot l_1 = 0. \qquad (\alpha_2)$$

Cu notaţiile din figura V.35 se calculează M:

$$M = -q_1\left(\frac{l}{2} - \frac{2}{3}\cdot l_2\right) + q_2\frac{l_2}{2} + q_3\left(\frac{l}{2} + \frac{l_1}{2}\right) + q_4\left(\frac{l}{2} + \frac{l_1}{3}\right) -$$

$$- E_1\frac{H+h}{2} - E_2\frac{H+2h}{3} - E_3\cdot\frac{h}{2} - E_4\frac{h}{3} = 0.$$

Înlocuind q_1, q_2, q_3, q_4 şi E_1, E_2, E_3 şi E_4 se obţine:

$$0{,}25\cdot l_2\cdot l\cdot H - \frac{l_2^2\cdot H}{6} + \frac{l_1\cdot H\cdot l}{2} + \frac{l_1^2\cdot H}{2} - 0{,}25\cdot l_1\cdot h\cdot l - \frac{l_1^2\cdot h}{3} -$$

$$- \frac{2}{3}\cdot\mu\cdot h_0\cdot H^2 - \frac{1}{6}h_0\cdot\mu\cdot h^2 - \frac{\mu\cdot H^3}{6} - \frac{\mu\cdot h_0\cdot h\cdot H}{6} +$$

$$+ \frac{\mu\cdot h\cdot H\cdot l\cdot \operatorname{tg}\Phi}{2} - \frac{\mu}{3}h^2\cdot l_1\cdot\operatorname{tg}\Phi + \mu\cdot h\cdot l_1\cdot h_0\cdot\operatorname{tg}\Phi = 0. \quad (\alpha_3)$$

Înlocuind în condiţia $\sigma = \frac{N}{l}$ pe N, se obţine:

$$\mu\cdot l\cdot H - \gamma\cdot l_1\cdot H - 0{,}5\cdot l_2\cdot H - 0{,}5\cdot\gamma\cdot l_1\cdot h - \sigma\cdot l = 0. \quad (\alpha_4)$$

Dacă notăm:

$$\frac{l}{H} = x_1;\quad \frac{l_1}{H} = x_2;\quad \frac{l_2}{H} = x_3;\quad \frac{h}{H} = x_4,$$

relaţia (α_2) se poate scrie:

$$H^2\left(f\cdot\frac{l}{H} + f\cdot\frac{l_1}{H} - 0{,}5\cdot f\cdot\frac{l_2}{H} - 0{,}5\,\frac{l_1}{H}\cdot\frac{h}{H} - 1{,}95\cdot\mu\cdot\frac{h_0}{H} -\right.$$

$$- 0{,}65\,\frac{h_0}{H}\cdot\frac{h}{H} - 0{,}65\cdot\mu + 1{,}3\cdot\mu\cdot\operatorname{tg}\Phi\cdot\frac{l_1}{H} - 0{,}65\cdot\mu\cdot\operatorname{tg}\Phi\,\frac{l_1}{H}\cdot\frac{h}{H} +$$

$$\left. + 2{,}6\cdot\mu\cdot\operatorname{tg}\Phi\,\frac{h_0}{H}\,\frac{l_1}{H}\right) = 0$$

sau: $f\cdot x_1 + f\cdot x_2 - 0{,}5\cdot f\cdot x_3 - 0{,}5\cdot f\cdot x_2\cdot x_4 - 1{,}95\cdot\mu\cdot\frac{h_0}{H} -$

$$- 0{,}65\cdot\mu\cdot\frac{h_0}{H}x_4 - 0{,}65\cdot\mu - 1{,}3\cdot\mu\cdot\operatorname{tg}\Phi\cdot x_2 - 0{,}65\cdot\mu\cdot\operatorname{tg}\Phi\cdot x_2\cdot x_4 +$$

$$+ 2{,}6\cdot\mu\cdot\operatorname{tg}\Phi\,\frac{h_0}{H}x_2 = 0$$

Din relaţia (α_3) se scoate în factor comun H^3 şi cu notaţiile de mai sus rezultă:

$$0{,}25\cdot x_1\cdot x_3 - \frac{x_3^2}{6} + 0{,}5\cdot x_1\cdot x_2 + 0{,}5\cdot x_2^2 - 0{,}25\cdot x_1\cdot x_2\cdot x_4 -$$

$$- \frac{x_2^2\cdot x_4}{3} - \frac{2\cdot\mu h_0}{3H} - \frac{\mu\cdot h_0}{6H}\cdot x_4^2 - \frac{\mu}{6} - \frac{\mu\cdot h_0}{6H}\cdot x_4 + \frac{\mu\cdot\operatorname{tg}\Phi}{2}x_2\cdot x_4 -$$

$$- \frac{\mu\cdot\operatorname{tg}\Phi}{3}\cdot x_2\cdot x_4^2 + \frac{\mu\cdot h_0\cdot\operatorname{tg}\Phi}{H}x_2\cdot x_4 = 0.$$

Din relaţia (α_4) se scoate în factor comun H^2 şi se obţine:

$$x_1 + x_2 - 0{,}5\cdot x_3 - 0{,}5\cdot x_2\cdot x_4 - \frac{\sigma}{\gamma\cdot H}x_1 = 0.$$

Din (α_1) rezultă:

$$\frac{A}{H^2} = x_1 + x_2 - 0{,}5\cdot x_3 - 0{,}5\cdot x_2\cdot x_4.$$

Din punct de vedere matematic se pune problema găsirii valorii minime pentru A ţinînd seama că este funcţie de 4 variabile, x_1, x_2, x_3 şi x_4, legate între ele numai prin 3 ecuaţii. În final $A = f(x_4)$; extremele acestei funcţii sînt pentru $x_4 = 0{,}2$ şi $x_4 = 1{,}0$.

Z.V. Tagareli (1969) rezolvînd numeric cazul prezentat pentru $h_0=0$, dă în tabelul V.8 următoarele forme raţionale de ziduri de sprijin.

Tabelul V.8

Zid de sprijin

	Înălţimea H a zidului de sprijin, în m													
	4		6		8		10						12	
$x_4 = \frac{h}{H}$	0,2	1,0	0,21	1,0	0,2	1,0	0,2	0,5	0,6	0,7	0,8	1,0	0,2	1,0
$x_1 = \frac{l}{H}$	0,16	0,16	0,25	0,26	0,35	0,36	0,47	0,473	0,476	0,476	0,477	0,478	0,6	0,6
$x_2 = \frac{l_1}{H}$	0,27	0,42	0,23	0,35	0,18	0,28	0,13	0,146	0,153	0,162	0,173	0,205	0,8	0,12
$x_3 = \frac{l_2}{H}$	0,018	0,07	0,08	0,008	0,15	0,098	0,23	0,219	0,214	0,211	0,208	0,205	0,34	0,32
$\frac{A}{H^2}$	0,39	0,41	0,43	0,431	0,44	0,45	0,468	0,473	0,475	0,476	0,478	0,48	0,499	0,504

V.16. Se dă zidul de sprijin din figura V.36. Se cere să se verifice zidul la alunecare şi răsturnare. Să se stabilească presiunile pe talpă şi eforturile în beton.

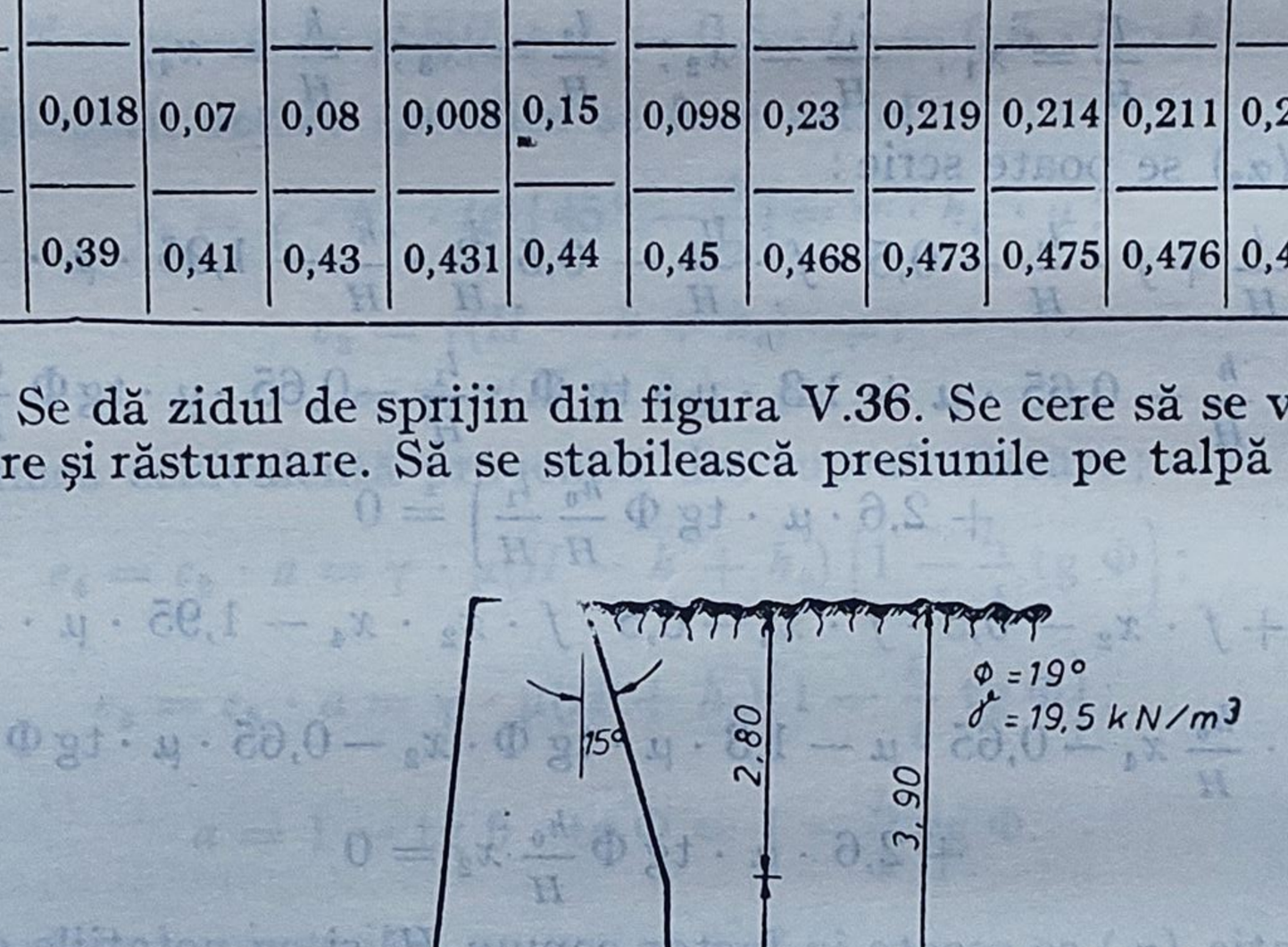


Fig. V.36. Zid de sprijin.

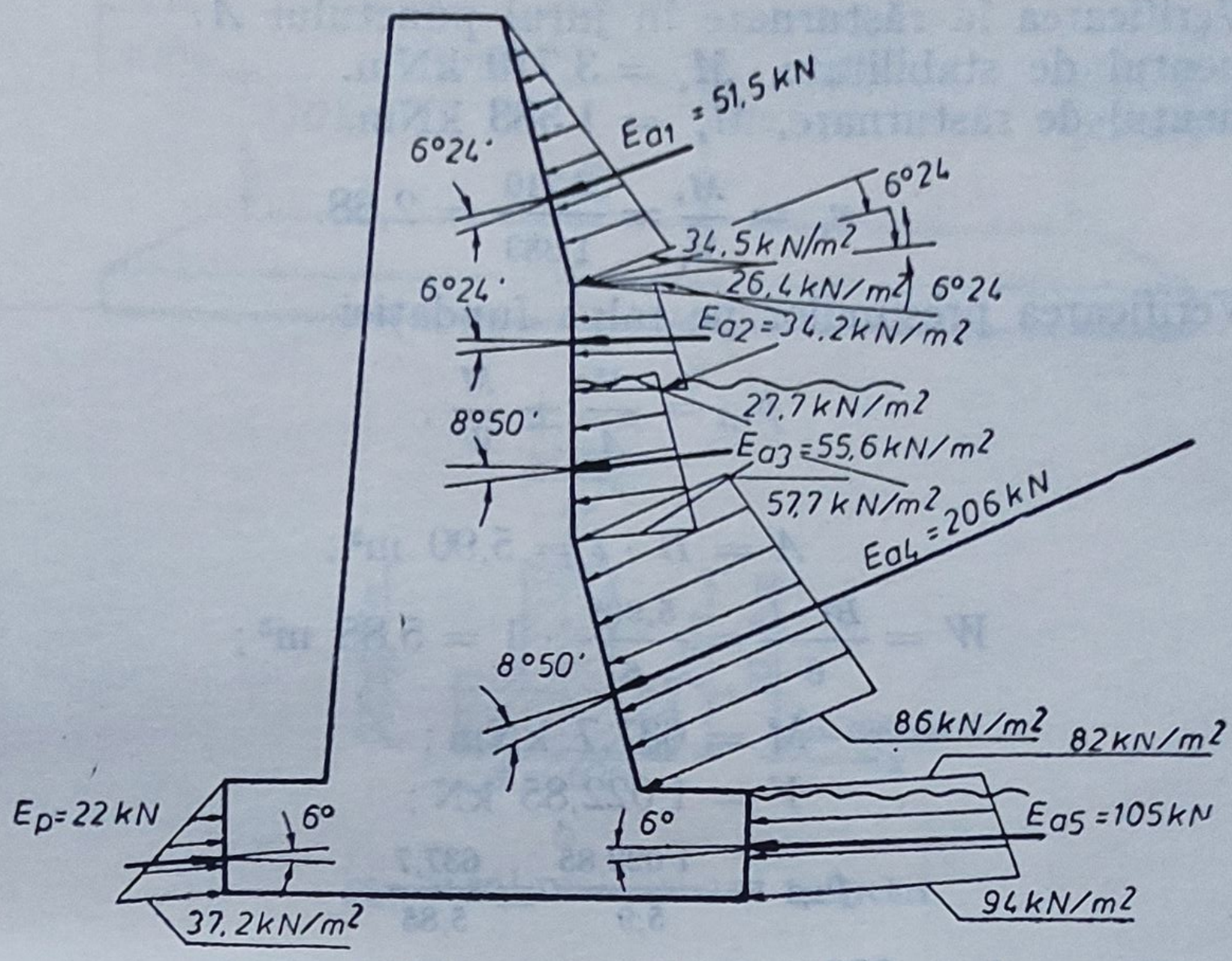


Fig. V.37. Distribuţia împingerii pământului.

Rezolvare.

Diagrama împingerii active şi pasive calculată în ipoteza *Coulomb* este dată în figura V.37.

Solicitările, braţul de pîrghie al acestora şi greutăţile proprii ale zidului sînt prezentate în tabelul V.9 şi figura V.38.

Verificarea la alunecare se face cu relaţia

$$n_a = \frac{f \cdot \Sigma V}{\Sigma H} = \frac{0{,}5 \cdot 1\,022{,}85}{408{,}50} = 1{,}25.$$

Tabelul V.9

Solicitarea	Valoarea kN	Braţul faţă de verticala tălpii	Braţul faţă de talpă m
E_{a1V}	19,26	0,776	—
E_{a1H}	48,00	—	7,775
E_{a2V}	3,83	1,02	—
E_{a2H}	33,80	—	6,216
E_{a3V}	8,50	1,02	—
E_{a3H}	54,50	—	4,782
E_{a4V}	83,00	1,153	—
E_{a4H}	190,00	—	2,530
E_{a5V}	10,9	2,95	—
E_{a5H}	104,0	—	0,580
E_{pV}	2,28	2,95	—
E_{pH}	21,80	—	0,405
G_1	105,00	0,184	—
G_2	145,00	0,148	—
G_3	185,00	0,100	—
G_4	156,00	0,000	—
G_{p1}	19,90	0,770	—
G_{p2}	87,7	1,360	—
G_{p3}	191,70	2,530	—

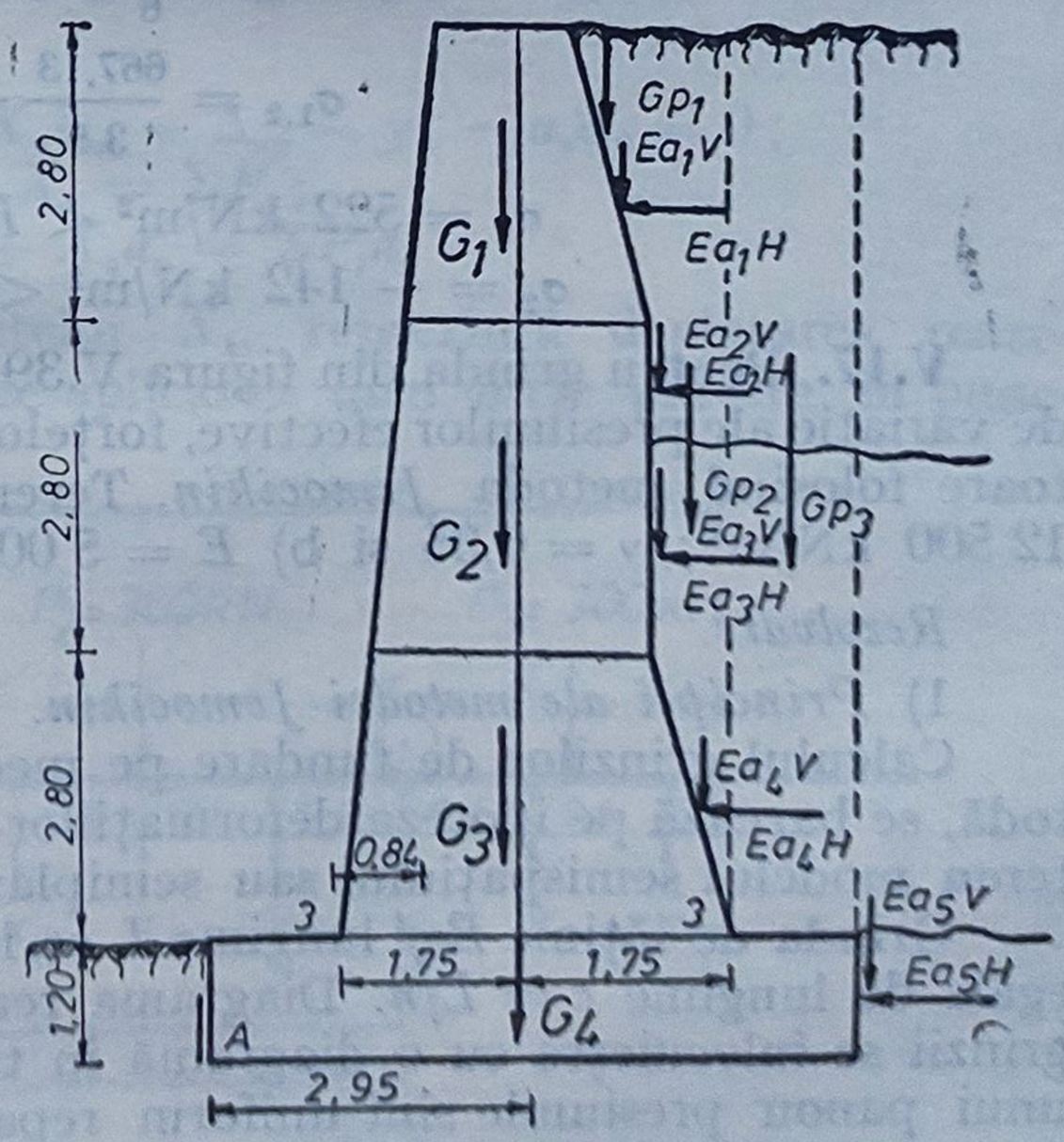


Fig. V.38. Forţele care acţionează asupra zidului de sprijin.

• Verificarea la răsturnare în jurul punctului A.

Momentul de stabilitate, $M_s = 3\,710$ kNm.

Momentul de răsturnare, $M_r = 1\,383$ kNm.

$$n_r = \frac{M_s}{M_r} = \frac{3\,710}{1\,383} = 2{,}68.$$

• Verificarea presiunilor pe talpa fundației.

$$p_{1,2} = \frac{V}{A} \pm \frac{M}{W},$$

unde:

$$A = B \cdot l = 5{,}90 \text{ m}^2;$$

$$W = \frac{B^2 \cdot l}{6} = \frac{5{,}90^2}{6} \cdot 1 = 5{,}85 \text{ m}^3;$$

$$M = 637{,}7 \text{ kNm};$$

$$V = 1\,022{,}85 \text{ kN};$$

$$p_{1,2} = \frac{1\,022{,}85}{5{,}9} \pm \frac{637{,}7}{5{,}85};$$

$$p_1 = 283 \text{ kN/m}^2 < p_{cr} = 300 \text{ kN/m}^2;$$

$$p_2 = 63 \text{ kN/m}^2 < p_{cr} = 300 \text{ kN/m}^2.$$

• Verificarea eforturilor în beton.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\Sigma V}{A} \pm \frac{M}{W},$$

$$\Sigma V = 667{,}13 \text{ kN};$$

$$M = 681{,}45 \text{ kNm};$$

$$A = 3{,}5 \cdot 1{,}00 = 3{,}5 \text{ m}^2;$$

$$W = \frac{3{,}5^2 \cdot 1{,}00}{6} = 2{,}05 \text{ m}^3;$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{667{,}13}{3{,}5} \pm \frac{681{,}45}{2{,}05};$$

$$\sigma_1 = 522 \text{ kN/m}^2 < R_c \text{ (la beton)};$$

$$\sigma_2 = -142 \text{ kN/m}^2 < R_t \text{ (la beton)}.$$

V.17. Pentru grinda din figura V.39 se cere să se determine diagramele de variație ale presiunilor efective, forțelor tăietoare și momentelor încovoietoare folosind metoda *Jemocikin*. Terenul este caracterizat prin: a) $E = 12\,500$ kN/m²; $\nu = 0{,}35$ și b) $E = 5\,000$ kN/m²; $\nu = 0{,}35$.

Rezolvare.

1) *Principii ale metodei Jemocikin.*

Calculul grinzilor de fundare pe mediu deformabil, după această metodă, se bazează pe ipoteza deformațiilor elastice generale, acceptînd pentru teren modelul semispațiului sau semiplanului infinit elastic.

Grinda de lățime B și lungime L se împarte într-un număr de n panouri egale de lungime $c = L/n$. Diagrama reală a presiunilor reactive în lungul grinzii se înlocuiește cu o diagramă în trepte, considerînd ca pe lungimea unui panou presiunile sînt uniform repartizate. Se înlocuiesc diagramele de presiuni ale fiecărui subdomeniu k cu rezultanta lor X_k, sistemul transformîndu-se într-o grindă continuă supusă acțiunii solicitărilor exterioare

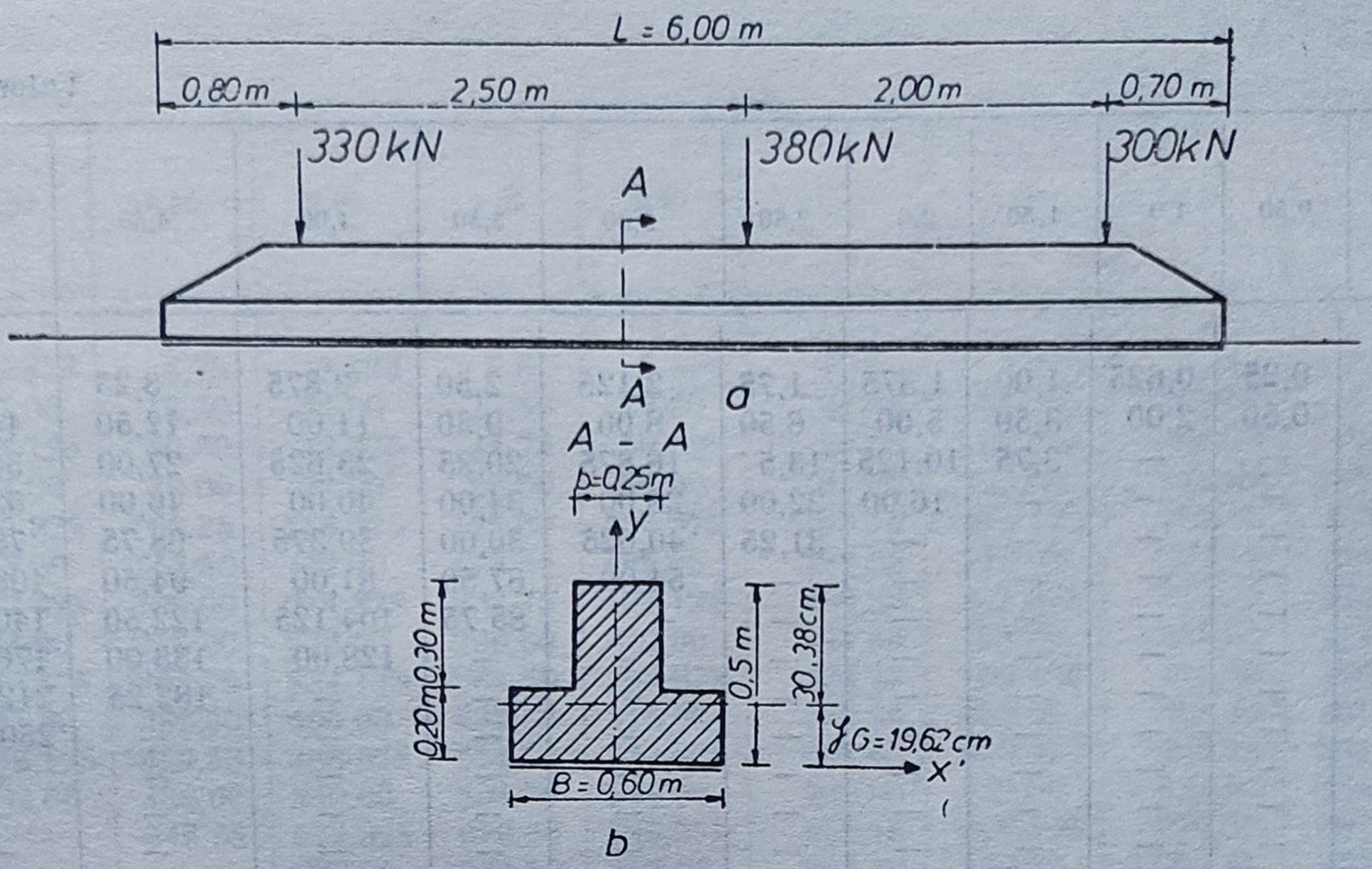


Fig. V.39. Dimensiuni și încărcări.

și necunoscutelor X_k. Suportul necunoscutei X_k se consideră că este un pendul rigid care transmite valoarea acesteia ca forță concentrată grinzii și semispațiului (fig. V.40).

La calculul grinzii continue pe reazeme tasabile se ia ca sistem de bază grinda încastrată care are posibilitatea de a se deplasa și roti, mărimea acestora fiind y_0 și respectiv φ_0.

Cele $n + 2$ necunoscute sînt determinate din sistemul de ecuații obținut din condiția de asigurare a continuității grinzii în punctele de aplicație $X_1 \ldots X_n$ și din condiția de echilibru a grinzii.

$$
\begin{aligned}
&X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} + \ldots + X_n\delta_{1n} - \Delta_{1p} - y_0 - a_1\varphi_0 = 0;\\
&X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} + \ldots + X_n\delta_{2n} - \Delta_{2p} - y_0 - a_2\varphi_0 = 0;\\
&\vdots \qquad\qquad \vdots\\
&X_1\delta_{n1} + X_2\delta_{n2} + \ldots + X_n\delta_{nn} - \Delta_{np} - y_0 - a_n\varphi_0 = 0;\\
&X_1 + X_2 + \ldots\ldots\ldots + X_n = \Sigma P_j;\\
&X_1a_1 + X_2a_2 + \ldots\ldots\ldots + X_na_n = \Sigma P_ja_j.
\end{aligned}
$$

Coeficienții δ_{ki}, ai necunoscutelor X_k, reprezintă deplasarea reazemului din punctul k determinată de aplicarea unei forțe unitare în punc-

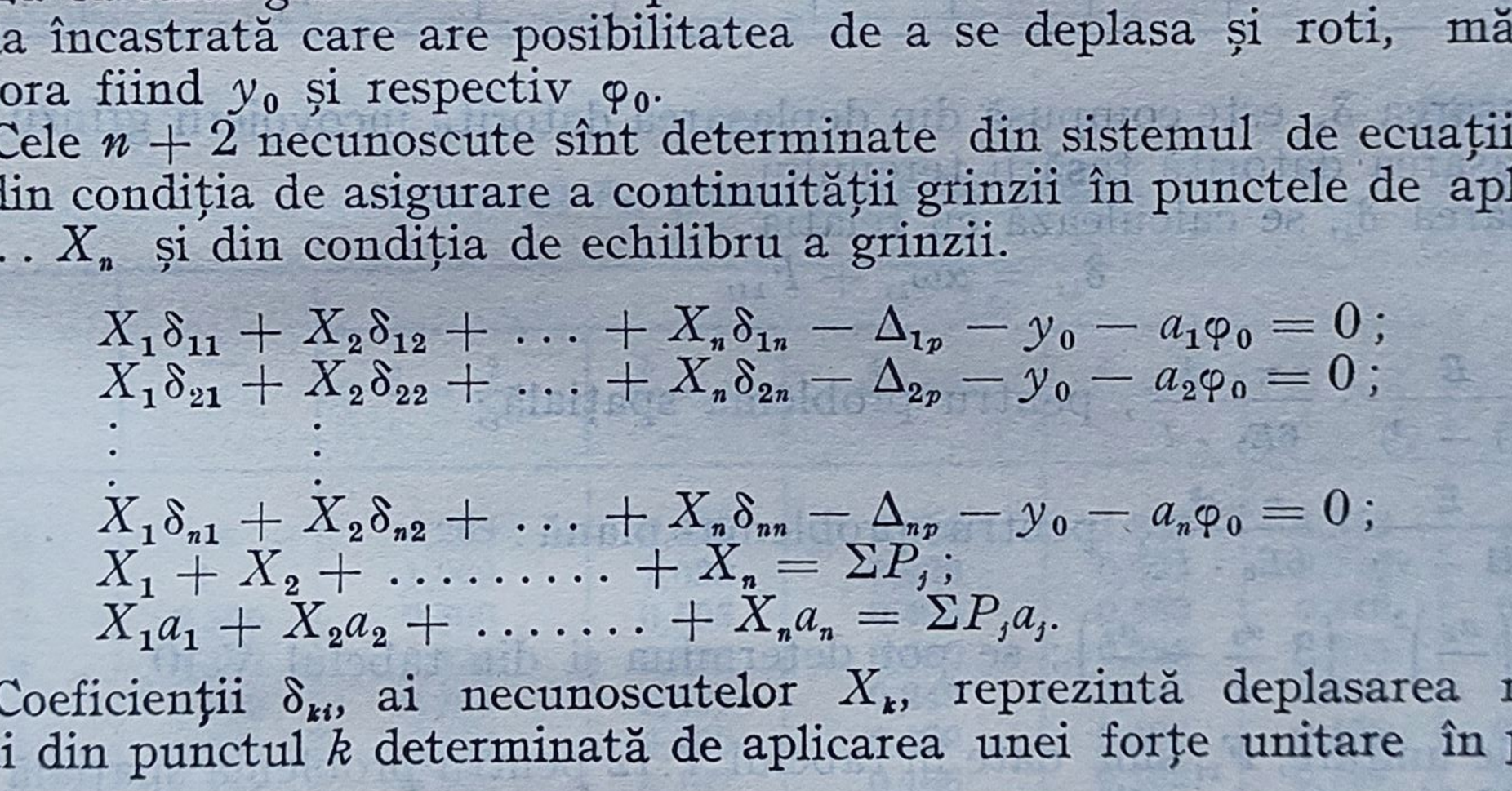


Fig. V.40. Schema de calcul în cazul metodei Jemocikin.

Valorile coefi

$\frac{a_k}{c}$ \ $\frac{a_i}{c}$	0,50	1,0	1,50	2,0	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
0,50	0,25	0,625	1,00	1,375	1,75	2,125	2,50	2,875	3,25	3,623
1,00	0,50	2,00	3,50	5,00	6,50	8,00	9,50	11,00	12,50	14,00
1,50	—	—	3,75	10,125	13,5	16,875	20,25	23,625	27,00	30,375
2,00	—	—	—	16,00	22,00	28,00	34,00	40,00	46,00	52,00
2,50	—	—	—	—	31,25	40,625	50,00	59,375	68,75	78,125
3,00	—	—	—	—	—	54,00	67,50	81,00	94,50	108,00
3,50	—	—	—	—	—	—	85,75	104,125	122,50	140,875
4,00	—	—	—	—	—	—	—	128,00	153,00	176,00
4,50	—	—	—	—	—	—	—	—	182,25	212,625
5,00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	250,00
5,50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6,00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6,50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7,00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7,50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8,00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8,50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9,00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9,50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10,00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

tul i. Deplasarea δ_{ki} este compusă din deplasarea datorită încovoierii grinzii şi din deplasarea datorită tasării terenului.

Deplasarea δ_{ki} se calculează cu relaţia

$$\delta_{ki} = \alpha\omega_{ki} + F_{ki},$$

unde:

$$\alpha = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{\pi \cdot c^4}{6E_b \cdot I}, \text{ pentru problema spaţială;}$$

$$\alpha = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{\pi \cdot c^3}{6E_b \cdot I}, \text{ pentru problema plană:}$$

$\omega_{ki} = \left(\frac{a_k}{c}\right)^2 \cdot \left(3\,\frac{a_i}{c} - \frac{a_k}{c}\right)$; se pot determina şi din tabelul V.10.

Tasările unitare, F_{ki} sînt date în tabelul V.12 pentru problema spaţială şi tabelul V.11 pentru problema plană.

Tabelul V.11

Coeficienţii F_{ki} şi C pentru problema plană

$\frac{x}{c}$	F_{ki}	C	$\frac{x}{c}$	F_{ki}	C
0	0	—	5,5	−6,79290	6,79577
0,5	—	2,00000	6,0	−6,96746	6,96980
1,0	−3,29583	3,38629	6,5	−7,12802	7,12988
1,5	−4,15658	4,19721	7,0	−7,27647	7,27812
2,0	−4,75136	4,77258	7,5	−7,41455	7,41609
2,5	−5,20536	5,21887	8,0	−7,54396	7,54517
3,0	−5,57421	5,58351	8,5	−7,66517	7,66643
3,5	−5,88499	5,89182	9,0	−7,77591	7,78073
4,0	−6,15357	6,15888	9,5	−7,88806	7,88886
4,5	−6,39032	6,39443	10,0	−7,99082	7,99146
5,0	−6,60181	6,60517	10,5	−8,08815	8,08904

Tabelul V.10

cientului ω_{ki}									
5,50	6,00	6,50	7,00	7,50	8,00	8,50	9,00	9,50	10,00
4,00	4,375	4,75	5,125	5,5	5,875	6,25	6,625	7,00	7,375
13,50	17,00	18,50	20,00	21,50	23,00	24,50	26,00	27,50	29,00
33,75	37,125	40,50	43,875	47,25	50,625	54,00	57,375	60,75	64,125
58,00	64,00	76,00	78,00	82,00	88,00	91,00	100,00	106,00	112,00
87,50	96,875	106,25	115,625	125,00	134,375	143,75	153,125	162,52	171,875
121,50	135,00	148,50	162,00	175,50	189,00	202,50	216,00	229,50	243,00
159,25	177,625	196,00	214,375	232,75	251,125	269,50	287,875	306,25	324,625
200,00	224,00	248,00	272,00	296,00	320,00	344,00	368,00	392,00	416,00
245,00	273,375	303,75	334,125	364,50	394,875	425,25	455,625	486,00	516,375
287,50	325,00	382,50	400,00	437,50	475,00	512,50	550,00	587,50	625,00
332,75	378,125	423,50	488,875	514,25	559,625	605,00	650,375	695,75	741,125
—	432,00	486,00	540,00	594,00	648,00	702,00	756,00	810,00	864,00
—	—	549,25	612,325	676,00	739,375	802,75	866,125	929,50	992,875
—	—	—	686,00	739,50	833,00	906,50	980,00	1 053,50	1 127,00
—	—	—	—	843,75	928,125	1 012,50	1 096,875	1 181,25	1 265,625
—	—	—	—	—	1024,00	1 120,00	1 216,00	1 312,00	1 408,00
—	—	—	—	—	—	1 228,25	1 336,625	1 445,00	1 553,375
—	—	—	—	—	—	—	1 458,00	1 579,50	1 701,00
—	—	—	—	—	—	—	—	1 714,75	1 850,125
—	—	—	—	—	—	—	—	—	2 000,00

Tabelul V.12

Coeficienţii F_{ki} pentru problema spaţială

$\frac{x}{c}$	$\frac{c}{x}$	F_{ki}					
		$\frac{b}{c}=\frac{2}{3}$	$\frac{b}{c}=1$	$\frac{b}{c}=2$	$\frac{b}{c}=3$	$\frac{b}{c}=4$	$\frac{b}{c}=5$
0	∞	4,265	3,525	2,406	1,867	1,542	1,322
1	1	1,069	1,038	0,929	0,829	0,746	0,678
2	0,500	0,508	0,505	0,490	0,469	0,446	0,424
3	0,333	0,336	0,335	0,330	0,323	0,315	0,305
4	0,250	0,251	0,251	0,249	0,246	0,242	0,237
5	0,200	0,200	0,200	0,199	0,197	0,196	0,193
6	0,167	0,167	0,167	0,166	0,165	0,164	0,163
7	0,143	0,143	0,143	0,143	0,142	0,141	0,140
8	0,125	0,125	0,125	0,125	0,124	0,124	0,123
9	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111	0,111	0,110
10	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,099
11	0,091			0,091			
12	0,083			0,083			
13	0,077			0,077			
14	0,071			0,071			
15	0,067			0,067			
16	0,063			0,063			
17	0,059			0,059			
18	0,056			0,056			
19	0,053			0,053			
20	0,050			0,050			

Termenii Δ_{kp} iau în considerație forțele exterioare și se calculează cu relația

$$\Delta_{kp} = \Sigma \delta_{kj} \cdot P_j,$$

unde:

$$\delta_{kj} = \omega_{kj} \cdot \alpha \text{ și } \omega_{kj} = \left(\frac{a_k}{c}\right)^2 \left(3 \cdot \frac{a_j}{c} - \frac{a_k}{c}\right).$$

Necunoscutele $\bar{y}_0$ și $\bar{\varphi}_0$ reprezintă valorile reale y_0 și respectiv φ_0 înmulțite cu coeficientul β care are valoarea:

$\beta = \frac{\pi \cdot E}{1 - \nu^2}$ în cazul problemei plane;

$\beta = \frac{\pi \cdot E \cdot c}{1 - \nu^2}$ în cazul problemei spațiale.

2) Calculul grinzii în cazul cînd terenul prezintă următoarele caracteristici elastice $E = 12500$ kN/m² și $\nu = 0{,}35$.

a) *Calculul și fixarea unor date primare.*

Ținînd cont de dimensiunile secțiunii transversale a grinzii din figura V.39,*b*, se calculează poziția centrului de greutate și momentul de inerție I_x:

$$y_G = \frac{60 \cdot 20 \cdot 10 + 30 \cdot 25 \cdot 35}{60 \cdot 10 + 30 \cdot 25} = 19{,}62 \text{ cm};$$

$$I_x = \frac{25 \cdot 30^3}{12} + 25 \cdot 30 \cdot 15{,}38^2 + \frac{60 \cdot 20^3}{12} + 60 \cdot 20 \cdot 9{,}62^2 = 384711{,}58 \text{ cm}^4.$$

Grinda se realizează din beton B 250 cu modulul de elasticitate $E_b = 270\,000$ daN/cm².

Se alege un număr de 10 panouri de lungime 0,6 m; $k = 1 \ldots 10$ și $c = 0{,}60$ m.

Se calculează coeficientul α pentru cazul problemei spațiale:

$$\alpha = \frac{\pi \cdot E \cdot c^4}{6 \cdot E_b \cdot I(1 - \nu^2)} = \frac{3{,}14 \cdot 125 \cdot 60^4}{6 \cdot 270\,000 \cdot 384\,711{,}58} \cdot \frac{1}{1 - 0{,}35^2} = 9{,}3061 \cdot 10^{-3}.$$

b) *Calculul coeficienților* δ_{ki}.

Calculul se face folosind tabelele V.10 și V.12 pentru $k = 1 \ldots 10$ și $i = 1 \ldots 10$.

$k = 1$; $i = 1$; $\delta_{11} = \omega_{11} \cdot \alpha + F_{11}$, unde pentru $\frac{a_k}{c} = \frac{a_1}{c} = 0{,}3$ și $\frac{a_i}{c} = \frac{a_1}{c} = 0{,}3$ avem $\omega_{11} = 0{,}25$, iar pentru $\frac{x}{c} = 0$ și $\frac{b}{c} = 1$ obținem $F_{11} = 3{,}525$.

$$\delta_{11} = 0{,}25 \cdot 9{,}3061 \cdot 10^{-3} + 3{,}525 = 3{,}5273;$$

$k = 1$; $i = 2$; $\omega_{12} = 1{,}00$; $F_{12} = 1{,}038$; $\delta_{12} = 1{,}0473$;
$k = 1$; $i = 3$; $\omega_{13} = 1{,}75$; $F_{13} = 0{,}505$; $\delta_{13} = 0{,}5212856$;
$k = 1$; $i = 4$; $\omega_{14} = 2{,}5$; $F_{14} = 0{,}335$; $\delta_{14} = 0{,}3582652$;
$k = 1$, $i = 5$; $\omega_{15} = 3{,}25$; $F_{15} = 0{,}251$; $\delta_{15} = 0{,}2812448$;
$k = 1$, $i = 6$; $\omega_{16} = 4{,}0$; $F_{16} = 0{,}200$; $\delta_{16} = 0{,}2372244$;

$k = 1,\ i = 7;\quad \omega_{17} = 4{,}75;\ F_{17} = 0{,}167;\ \delta_{17} = 0{,}2112039;$
$k = 1,\ i = 8;\quad \omega_{18} = 5{,}5;\ F_{18} = 0{,}143\ \ \delta_{18} = 0{,}1941835;$
$k = 1,\ i = 9;\quad \omega_{19} = 6{,}25;\ F_{19} = 0{,}125\ \ \delta_{19} = 0{,}1831631;$
$k = 1,\ i = 10;\ \omega_{110} = 7{,}0;\ F_{110} = 0{,}111\ \ \delta_{110} = 0{,}1761427.$

Calculul celorlalţi coeficienţi δ_{ki} pentru $k = 2 \ldots 10$ şi $i = 1 \ldots 10$ se va efectua în acelaşi mod. Valorile coeficienţilor δ_{ki} pentru $k = 1 \ldots 10$ şi $i = 1 \ldots 10$ sînt daţi în tabelul V. 13

c) *Calculul termenilor* Δ_{kp}.

$$\Delta_{1p} = \sum_{j=1}^{3} \delta_{1j} \cdot P_j, \text{ unde; } \delta_{1j} = \alpha\omega_{1j} \text{ cu } \omega_{1j} = \left(\frac{a_1}{c}\right)^2 \left(3\,\frac{a_1}{c} - \frac{a_1}{c}\right).$$

Pentru $j = 1; 2; 3$; avem $a_1 = 80$ cm; $a_2 = 330$ cm şi $a_3 = 530$ cm.

Cu $a_1 = 30$ cm vom obţine: $\omega_{11} = \left(\frac{30}{60}\right)^2 \left(3 \cdot \frac{80}{60} - \frac{30}{60}\right) = 0{,}875,$

$$\omega_{12} = \left(\frac{30}{60}\right)^2 \left(3 \cdot \frac{330}{60} - \frac{30}{60}\right) = 4{,}0$$

$$\omega_{13} = \left(\frac{30}{60}\right)^2 \left(3 \cdot \frac{530}{60} - \frac{30}{60}\right) = 6{,}5.$$

$$\Delta_{1p} = \alpha(\omega_{11}P_1 + \omega_{12}P_2 + \omega_{13}P_3) =$$

$$= 9{,}3061 \cdot 10^{-3}\ (0{,}875 \cdot 330 + 4{,}0 \cdot 360 + 6{,}5 \cdot 300) = 34{,}234815.$$

Conducînd calculul în acelaşi mod se obţin şi celelalte valori ale termenilor de încărcare Δ_{kp} pentru $k = 2 \ldots 10$.

Valorile sînt date în tabelul V.13.

Din rezolvarea sistemului de ecuaţii avînd coeficienţii necunoscutelor şi termenii liberi daţi în tabelul V.13 obţinem:

$X_1 = 122{,}328$ kN; $X_2 = 92{,}34$ kN; $X_3 = 88{,}128$ kN; $X_4 = 86{,}724$ kN;
$X_5 = 86{,}976$ kN; $X_6 = 89{,}388$ kN; $X_7 = 91{,}62$ kN; $X_8 = 94{,}68$ kN;
$X_9 = 100{,}836$ kN; $X_{10} = 136{,}836$ kN; $\bar{y}_0 = 692{,}382$; $\bar{\varphi}_0 = 0{,}1543144.$

d) *Calculul presiunilor efective, a deplasării şi rotirii capătului liber.*

Presiunea efectivă, sub un panou k de lungime c şi lăţime B, este dată de relaţia:

$$p_k = \frac{X_k}{c \cdot B}.$$

Cu $c = 0{,}60$ m; $B = 0{,}60$ m vom obţine:

$p_1 = 339{,}8$ kPa; $p_2 = 256{,}5$ kPa; $p_3 = 244{,}8$ kPa; $p_4 = 240{,}9$ kPa;
$p_5 = 241{,}6$ kPa; $p_6 = 248{,}3$ kPa; $p_7 = 254{,}5$ kPa;
$p_8 = 263{,}0$ kPa; $p_9 = 280{,}1$ kPa; $p_{10} = 380{,}1$ kPa.

Valorile deplasării y_0 şi rotirii φ_0 sînt date de relaţiile:

$$y_0 = \frac{\bar{y}_0(1 - \nu^2)}{\pi \cdot E \cdot c} \quad \text{şi} \quad \varphi_0 = \frac{\bar{\varphi}_0(1 - \nu^2)}{\pi \cdot E \cdot c}.$$

Pentru datele problemei $E = 1{,}25$ kN/cm^2, $c = 60$ cm şi $\nu = 0{,}35$ obţinem: $y_0 = 2{,}578$ cm şi $\varphi_0 = 0{,}0005747$ rad.

Tabelul V.13

Matricea coeficienților și a termenilor liberi

Ecuația nr.	Coeficienții necunoscutelor												Δ_{kp}	Observații
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	$\bar{r}_0$	$\bar{p}_0$		
1	3,5273	1,0473	0,5212	0,3582	0,2812	0,2372	0,21120	0,1941	0,1831	0,1761	−1	−30	34,2348	i → / k ↓
2	1,0473	3,5878	1,1636	0,6934	0,5862	0,5650	0,5768	0,6090	0,6455	0,6903	−1	−90	287,398	
3	0,5212	1,1636	3,8158	1,5033	1,1447	1,1492	1,2397	1,3632	1,5047	1,6554	−1	−150	745,580	
4	0,3582	0,6934	1,5033	4,3229	2,1779	1,9869	2,1589	2,4169	2,7079	3,0169	−1	−210	1 370,1628	Ecuații din condiția de continuitate a grinzii
5	0,2812	0,5862	1,1447	2,1779	5,2210	3,3179	3,3317	3,7270	4,2084	4,7227	−1	−270	2 124,28	
6	0,2372	0,5650	1,1492	1,9869	3,3179	6,6260	4,9791	5,2906	5,9651	6,7257	−1	−330	2 971,10	
7	0,2112	0,5768	1,2397	2,1589	3,3317	4,9791	8,6363	7,3289	7,9754	8,9850	−1	−390	3 877,08	
8	0,1941	0,6090	1,3632	2,4169	3,7270	5,2906	7,3289	11,3770	10,4604	11,4978	−1	−450	4 822,167	
9	0,1831	0,6455	1,5047	2,7079	4,2084	5,9651	7,9754	10,4604	14,9575	14,4853	−1	−510	5 789,58	
10	0,1761	0,6903	1,6554	3,0169	4,7227	6,7257	8,9850	11,4978	14,4853	19,4826	−1	−570	6 763,41	
11	−1	−1	−1	1−	−1	−1	−1	−1	−1	−1	0	0	− 990	Ecuații de echilibru static
12	−30	−90	−150	−210	−270	−330	−390	−450	−510	−570	0	0	− 304 200	

Matricea A $\quad Ax = B$ $\quad$ Vector B

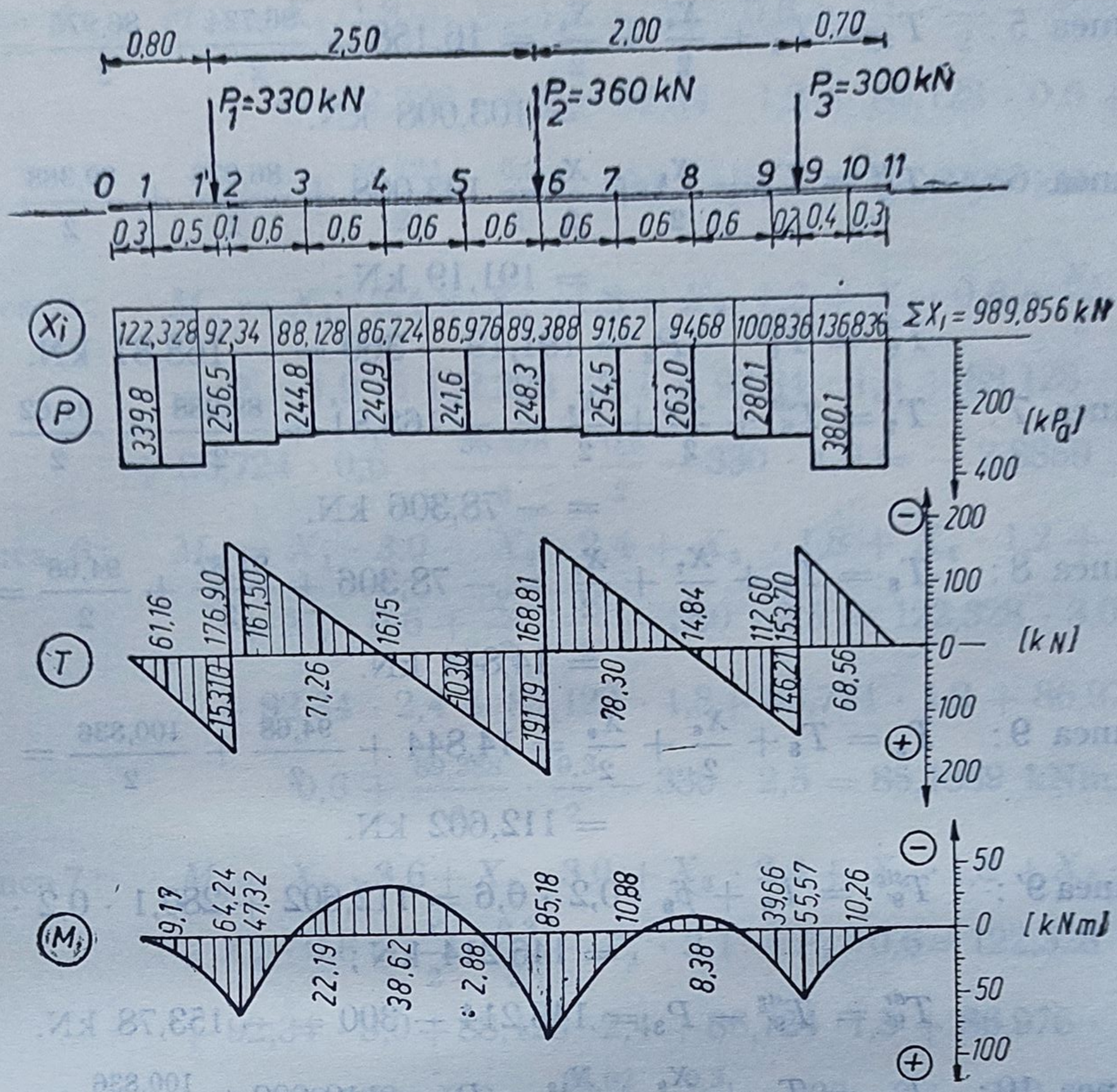


Fig. V.41. Diagrame de presiune, forţă tăietoare şi moment încovoietor pentru $E = 12\,500$ kN/m² şi $\nu = 0{,}35$.

În figura V.41 se prezintă diagrama presiunii efective în lungul grinzii.

e) *Calculul forţei tăietoare.*

Secţiunea 0 : $T_0 = 0$.

Secţiunea 1 : $T_1 = \frac{X_1}{2} = \frac{122{,}328}{2} = 61{,}164$ kN.

Secţiunea 1' : $T_{1'}^{stg} = X_1 + P_2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6 = 122{,}328 + 256{,}5 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6 =$

$= 153{,}108$ kN ;

$T_{1'}^{dr} = T_{1'}^{stg} - P_1 = 153{,}108 - 330 = -176{,}892$ kN.

Secţiunea 2 : $T_2 = X_1 + \frac{X_2}{2} - P_1 = 122{,}328 + \frac{92{,}34}{2} - 330 =$

$= -161{,}502$ kN.

Secţiunea 3 : $T_3 = X_1 + X_2 + \frac{X_3}{2} - P_1 = 122{,}328 + 92{,}34 +$

$+ \frac{88{,}128}{2} - 330 = -71{,}268$ kN.

Secţiunea 4 : $T_4 = X_1 + X_2 + X_3 + \frac{X_4}{2} - P_1 = 122{,}328 +$

$+ 92{,}34 + 88{,}128 + \frac{86{,}724}{2} - 330 = 16{,}158$ kN.

Secţiunea 5: $T_5 = T_4 + \frac{X_4}{2} + \frac{X_5}{2} = 16{,}158 + \frac{86{,}724}{2} + \frac{86{,}976}{2} =$

$= 103{,}008$ kN.

Secţiunea 6: $T_6^{stg} = T_5 + \frac{X_5}{2} + \frac{X_6}{2} = 103{,}008 + \frac{86{,}976}{2} + \frac{89{,}388}{2} =$

$= 191{,}19$ kN;

$T_6^{dr} = T_6^{stg} - P_2 = 191{,}19 - 360 = -168{,}81$ kN.

Secţiunea 7: $T_7 = T_6^{dr} + \frac{X_6}{2} + \frac{X_7}{2} = -168{,}81 + \frac{89{,}388}{2} + \frac{91{,}62}{2} =$

$= -78{,}306$ kN.

Secţiunea 8: $T_8 = T_7 + \frac{X_7}{2} + \frac{X_8}{2} = -78{,}306 + \frac{91{,}62}{2} + \frac{94{,}68}{2} =$

$= 14{,}844$ kN.

Secţiunea 9: $T_9 = T_8 + \frac{X_8}{2} + \frac{X_9}{2} = 14{,}844 + \frac{94{,}68}{2} + \frac{100{,}836}{2} =$

$= 112{,}602$ kN.

Secţiunea 9′: $T_{9'}^{stg} = T_9 + p_9 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6 = 112{,}602 + 280{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6 =$

$= 146{,}214$ kN;

$T_{9'}^{dr} = T_{9'}^{stg} - P_3 = 146{,}214 - 300 = -153{,}78$ kN.

Secţiunea 10: $T_{10} = T_9 + \frac{X_9}{2} + \frac{X_{10}}{2} - P_3 = 112{,}602 + \frac{100{,}836}{2} +$

$+ \frac{136{,}836}{2} - 300 = -68{,}562$ kN.

Secţiunea 11: $T_{11} = T_{10} + \frac{X_{10}}{2} = -68{,}562 + \frac{136{,}836}{2} = -0{,}144 \approx 0.$

f) *Calculul momentelor încovoietoare.*

Secţiunea 0: $M_0 = 0.$

Secţiunea 1: $M_1 = \frac{X_1}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} = \frac{122{,}328}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} = 9{,}1746$ kNm.

Secţiunea 1′: $M_{1'} = X_1 \cdot 0{,}5 + p_2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6 \cdot \frac{0{,}2}{2} = 122{,}328 \cdot 0{,}5 +$

$+ 256{,}5 \cdot 0{,}012 = 64{,}242$ kNm.

Secţiunea 2: $M_2 = X_1 \cdot 0{,}6 + \frac{X_2}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - P_1 \cdot 0{,}1 = 122{,}328 \cdot 0{,}6 +$

$+ \frac{92{,}34}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - 330 \cdot 0{,}1 = 47{,}3223$ kNm.

Secţiunea 3: $M_3 = X_1 \cdot 1{,}2 + X_2 \cdot 0{,}6 + \frac{X_3}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - P_1 \cdot 0{,}7 =$

$= 122{,}328 \cdot 1{,}2 + 92{,}34 \cdot 0{,}6 + \frac{88{,}128}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - 330 \cdot 0{,}7 =$

$= -22{,}1928$ kNm.

Secțiunea 4: $M_4 = X_1 \cdot 1{,}8 + X_2 \cdot 1{,}2 + X_3 \cdot 0{,}6 + \frac{X_4}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - P_1 \cdot 1{,}3 =$

$= 122{,}328 \cdot 1{,}8 + 92{,}34 \cdot 1{,}2 + 88{,}128 \cdot 0{,}6 +$

$+ \frac{86{,}724}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - 330 \cdot 1{,}3 = -38{,}6205$ kNm.

Secțiunea 5: $M_5 = X_1 \cdot 2{,}4 + X_2 \cdot 1{,}8 + X_3 \cdot 1{,}2 + X_4 \cdot 0{,}6 + \frac{X_5}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} -$

$- P_1 \cdot 1{,}9 = 122{,}328 \cdot 2{,}4 + 92{,}34 \cdot 1{,}8 + 88{,}128 \cdot 1{,}2 +$

$+ 86{,}724 \cdot 0{,}6 + \frac{86{,}976}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - 330 \cdot 1{,}9 = -2{,}8859$ kNm.

Secțiunea 6: $M_6 = X_1 \cdot 3{,}0 + X_2 \cdot 2{,}4 + X_3 \cdot 1{,}8 + X_4 \cdot 1{,}2 +$

$+ X_5 \cdot 0{,}6 + \frac{X_6}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - 330 \cdot 2{,}5 = 122{,}328 \cdot 3{,}0 +$

$+ 92{,}34 \cdot 2{,}4 + 88{,}128 \cdot 1{,}8 + 86{,}724 \cdot 1{,}2 + 86{,}976 \cdot$

$\cdot 0{,}6 + \frac{89{,}388}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - 330 \cdot 2{,}5 = 85{,}1889$ kNm.

Secțiunea 7: $M_7 = X_1 \cdot 3{,}6 + X_2 \cdot 3{,}0 + X_3 \cdot 2{,}4 + X_4 \cdot 1{,}8 + X_5 \cdot 1{,}2 +$

$+ X_6 \cdot 0{,}6 + \frac{X_7}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - P_1 \cdot 3{,}1 - P_2 \cdot 0{,}6 = 122{,}328 \cdot 3{,}6 +$

$+ 92{,}34 \cdot 3{,}0 + 88{,}128 \cdot 2{,}4 + 86{,}724 \cdot 1{,}8 + 86{,}976 \cdot 1{,}2 +$

$+ 89{,}388 \cdot 0{,}6 - \frac{91{,}62}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - 330 \cdot 3{,}1 - 360 \cdot 0{,}6 =$

$= 10{,}887$ kNm.

Secțiunea 8: $M_8 = X_1 \cdot 4{,}2 + X_2 \cdot 3{,}6 + X_3 \cdot 3{,}0 + X_4 \cdot 2{,}4 +$

$+ X_5 \cdot 1{,}8 + X_6 \cdot 1{,}2 + X_7 \cdot 0{,}6 + \frac{X_8}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - P_1 \cdot 3{,}7 -$

$- P_2 \cdot 1{,}2 = 122{,}328 \cdot 4{,}2 + 92{,}34 \cdot 3{,}6 + 88{,}128 \cdot 3{,}0 +$

$+ 86{,}724 \cdot 2{,}4 + 86{,}976 \cdot 1{,}8 + 89{,}388 \cdot 1{,}2 + 91{,}62 \cdot 0{,}6 +$

$+ \frac{94{,}68}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - 330 \cdot 3{,}7 - 360 \cdot 1{,}2 = -8{,}3814$ kNm.

Secțiunea 9: $M_9 = X_{10} \cdot 0{,}6 + \frac{X_9}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - P_3 \cdot 0{,}2 = 136{,}836 \cdot 0{,}6 +$

$+ \frac{100{,}836}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} - 300 \cdot 0{,}2 = 29{,}6643$ kNm.

Secțiunea 9′: $M_{9'} = X_{10} \cdot 0{,}4 + p_9 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}6 \cdot \frac{0{,}1}{2} = 136{,}836 \cdot 0{,}4 +$

$+ 280{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}6 \cdot \frac{0{,}1}{2} = 55{,}5747$ kNm.

Secțiunea 10: $M_{10} = \frac{X_{10}}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} = \frac{136{,}836}{2} \cdot \frac{0{,}3}{2} = 10{,}2627$ kNm.

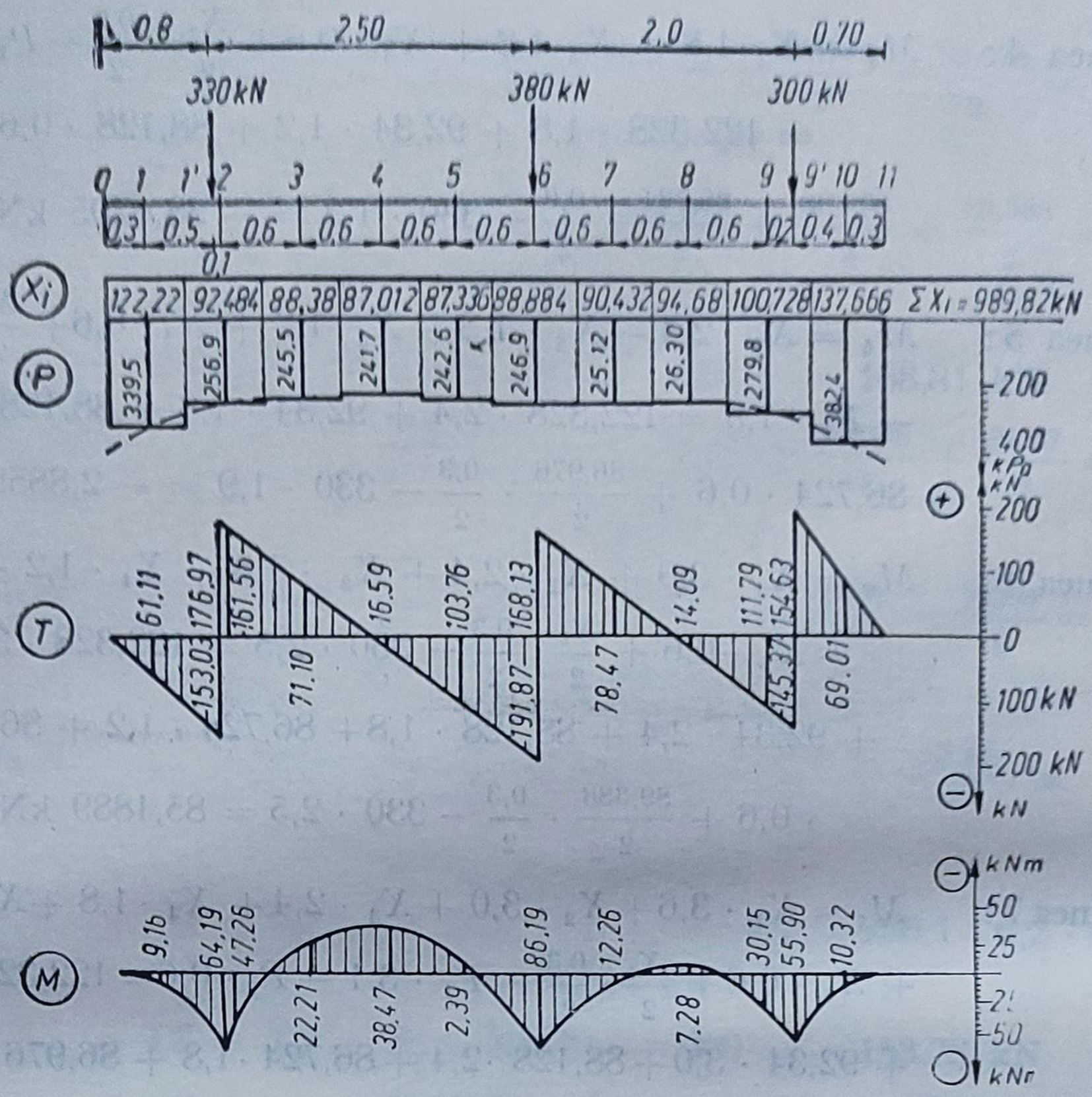


Fig. V.42. Diagrame de presiune, forță tăietoare și moment încovoietor pentru $E = 5\,000$ kN/m² și $\nu = 0{,}35$.

3) Calculul grinzii în cazul cînd terenul prezintă următoarele caracteristici elastice : $E = 5\,000$ kN/m² și $\nu = 0{,}35$.

Calculul este efectuat în scopul evidențierii influenței caracteristicilor elastice ale terenului de fundare față de cazul de la punctul 2.

Etapele de rezolvare sînt aceleași ca în cazul anterior. Păstrînd aceleași caracteristici geometrice și de încărcare intervin modificări privind coeficienții sistemului de ecuații, determinate de schimbarea parametrului α din relația de calcul a coeficienților δ_{kt} și a termenilor liberi Δ_{kp}.

Rezultatele obținute sînt prezentate în figura V.42 prin diagramele de variație ale presiunii, forței tăietoare și momentului încovoietor.

4) *Armarea grinzii.*

a) *Armarea longitudinală.*

Calculul s-a efectuat considerînd grinda de secțiune dreptunghiulară cu înălțimea $h = 50$ cm și lățimea $b = 25$ cm. Acoperirea cu beton a armăturii $a = 3{,}5$ cm.

Secțiunea 1' : $M_{1'} = 64{,}24$ kNm ;

$h_0 = h - a = 46{,}5$ cm ;

$$B = \frac{M_{1'}}{b \cdot h_0^2} = \frac{64{,}24 \cdot 10^4}{25 \cdot 46{,}5^2} = 12{,}37 \text{ daN/cm}^2;$$

$B < B_{lim} = 0{,}42R_c = 0{,}42 \cdot 115 = 48{,}3$ daN/cm². Nu este necesară armătura în zona comprimată.

Corespunzător lui B, rotunjit la valoarea imediat superioară, rezultă $p\% = 0{,}50$ în cazul cînd armarea longitudinală se face cu PC 52.

Necesarul de armătură:

$$A_a = \frac{bh_0}{100} \cdot p = \frac{25 \cdot 46{,}5}{100} \cdot 0{,}5 = 5{,}81 \text{ cm}^2;$$

$$3\text{Ø}14 + 1\text{Ø}16;\ A_a = 6{,}63 \text{ cm}^2.$$

Secțiunea 4: $M_4 = 38{,}62$ kNm;

$$B = \frac{M_4}{b \cdot h_0^2} = \frac{38{,}62 \cdot 10^4}{25 \cdot 46{,}5^2} = 7{,}14 \text{ daN/cm}^2;\ p = 0{,}30\%;$$

$$A_a = \frac{25 \cdot 46{,}5}{100} \cdot 0{,}30 = 3{,}48 \text{ cm}^2;$$

$$2\text{Ø}14 + 1\text{Ø}16;\ A_a = 5{,}09 \text{ cm}^2.$$

Secțiunea 6: $M_6 = 85{,}18$ kNm;

$$B = \frac{M_6}{b \cdot h_0^2} = \frac{85{,}18 \cdot 10^4}{25 \cdot 46{,}5^2} = 15{,}75 \text{ daN/cm}^2;\ p = 0{,}60\%;$$

$$A_a = \frac{25 \cdot 46{,}5}{100} \cdot 0{,}60 = 6{,}97 \text{ cm}^2.$$

$$2\text{Ø}14 + 2\,\text{Ø}16;\ A_a = 7{,}10 \text{ cm}^2.$$

Secțiunea 8: $M_8 = 8{,}38$ kNm;

$$B = \frac{M_8}{b \cdot h_0^2} = \frac{8{,}38 \cdot 10^4}{25 \cdot 46{,}5^2} = 1{,}55 \text{ daN/cm}^2;\ p = 0{,}10\%;$$

$$A_a = \frac{25 \cdot 46{,}5}{100} \cdot 0{,}10 = 1{,}16 \text{ cm}^2.$$

Pentru armare uniformă se consideră aceiași armătură din secțiunea 4.

Secțiunea 9' $M_{9'} = 55{,}57$ kNm;

$$B = \frac{M_{9'}}{b \cdot h_0^2} = \frac{55{,}57 \cdot 10^4}{25 \cdot 46{,}5^2} = 10{,}28 \text{ daN/cm}^2;\ p = 0{,}40\%;$$

$$A_a = \frac{25 \cdot 46{,}5}{100} \cdot 0{,}40 = 4{,}65 \text{ cm}^2;$$

$$3\,\text{Ø}\,14 + 1\,\text{Ø}\,16;\ A_a = 6{,}63 \text{ cm}^2.$$

b) *Armare transversală.*

Considerînd presiunea reactivă la valoarea maximă de 380,1 kN/m², momentul încovoietor ce solicită placa în secțiunea de margine a inimii grinzii este:

$$M = \frac{380{,}1 \cdot 0{,}175^2}{2} = 5{,}82 \text{ kNm pe metru de grindă.}$$

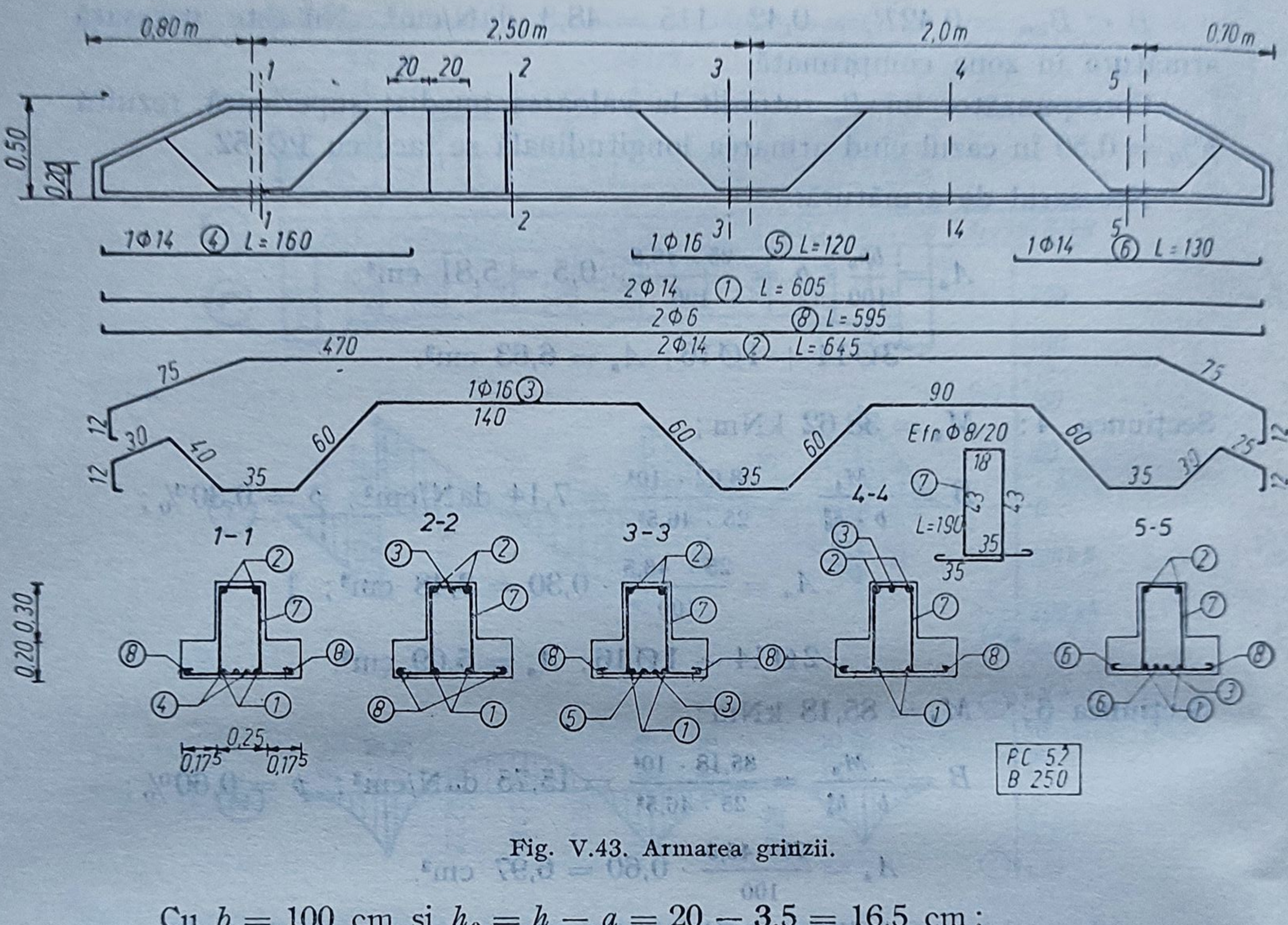


Fig. V.43. Armarea grinzii.

Cu $b = 100$ cm și $h_0 = h - a = 20 - 3{,}5 = 16{,}5$ cm;

$$B = \frac{5{,}82 \cdot 10^4}{100 \cdot 16{,}5^2} = 2{,}13\,;\ p = 0{,}15\%\,;\quad \text{(OB 37)}$$

$$A_a = \frac{16{,}5 \cdot 100}{100} \cdot 0{,}15 = 2{,}47\ \text{cm}^2.$$

Se va arma cu 5 Ø 8 pe metru liniar (fig. V.43).

CAPITOLUL VI

FUNDAȚII PE PILOȚI ȘI CHESOANE

VI.1. Să se determine distribuția eforturilor unitare în planul vîrfului pilotului (fig. VI.I) cu secțiunea 30×30 cm² sub o încărcare $P = 300$ kN considerînd că vîrful nu opune nici un fel de rezistență.

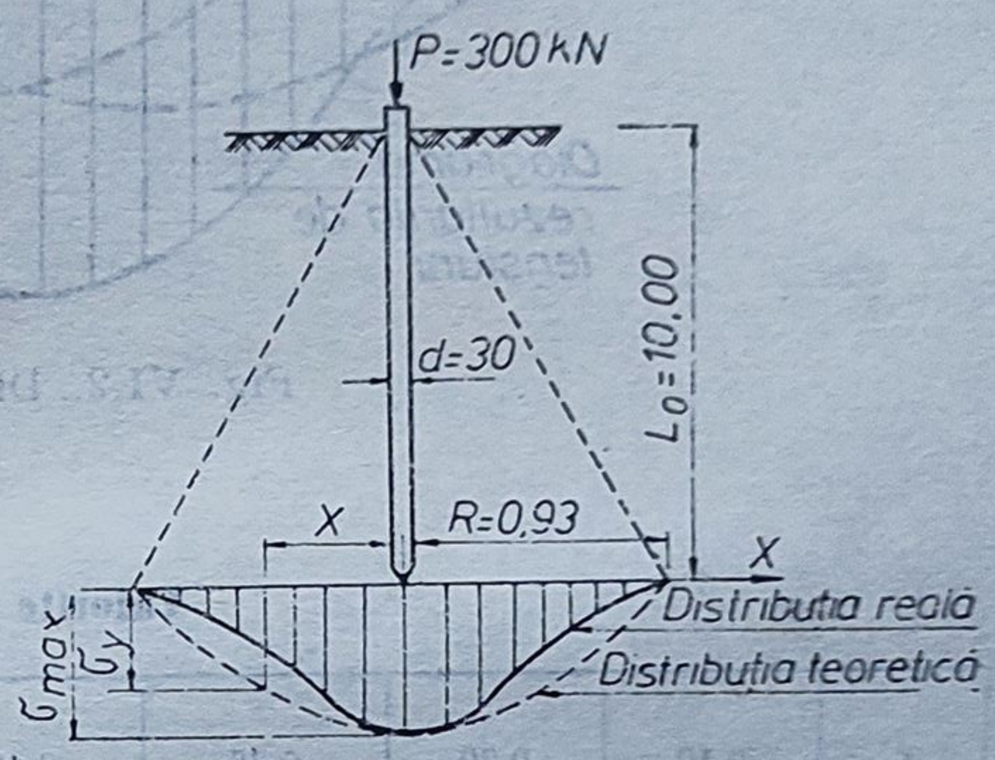


Fig. VI.1. Distribuția eforturilor unitare în planul vîrfului pilotului.

Rezolvare.

Calculul aproximativ al eforturilor unitare sub vîrful pilotului, transmise prin frecare pe suprafața laterală a pilotului se face după metoda *Birbaumer*, $\sigma_{max} = \dfrac{4P}{\pi d \cdot L_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha}$. Considerînd un unghi $\alpha = 30°$, determinat experimental rezultă:

$$\sigma_{max} = \frac{4 \cdot 300}{3{,}14 \cdot 0{,}30 \cdot 10 \cdot \operatorname{tg} 30°} = 220{,}64 \text{ kN/m}^2.$$

Raza în jurul pilotului, după care avem eforturi unitare din frecare pe suprafața laterală, este:

$$R = \sqrt{\frac{L_0 \cdot d \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{10{,}00 \cdot 0{,}30 \cdot 0{,}578}{2}} = 0{,}93 \text{ m} \simeq 3 \cdot d,$$

distanța minimă dintre piloți recomandată de STAS 2561/3—76.

VI.2. Să se traseze diagrama de distribuție a efortului unitar vertical în planul vîrfurilor a doi piloți, cu caracteristicile din exemplul VI.1, situați la distanța 0,5 m.

Rezolvare.

Înlocuind distribuția reală de eforturi cu o distribuție parabolică, ecuația parabolei este:

$$\sigma_y = \sigma_{max} - \frac{\sigma_{max}}{R^2} \cdot x^2.$$

Diagrama efortului unitar vertical în planul vîrfurilor se prezintă în figura VI.2.

Eforturile unitare în punctele de coordonate x_i sînt date în tabelul VI.1.

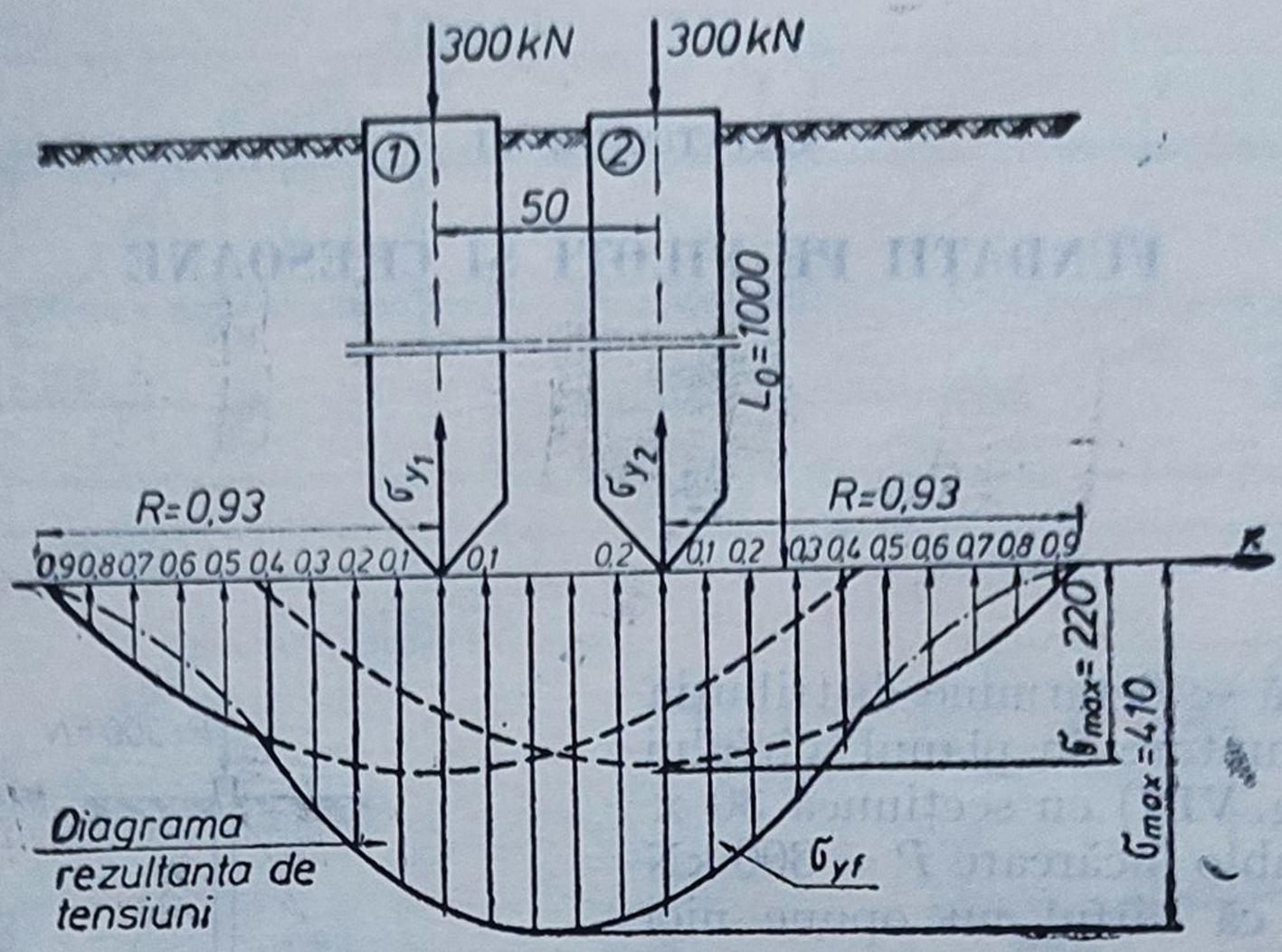


Fig. VI.2. Distribuţia eforturilor.

Tabelul VI.1

Valorile efortului unitar

x_i	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,93
σ_y	217,47	209,98	197,23	179,50	156,75	129	96	58	7	0

Suprapunînd diagramele de eforturi unitare ale celor doi piloţi rezultă diagrama finală de eforturi unitare în planul vîrfurilor.

VI.3. Un pilot de beton armat (B 300) avînd secţiunea de 30 × 30 cm² şi lungimea de 11,00 m este introdus prin batere pînă la adîncimea cerută.

Stratificaţia terenului este arătată în figura VI.3.

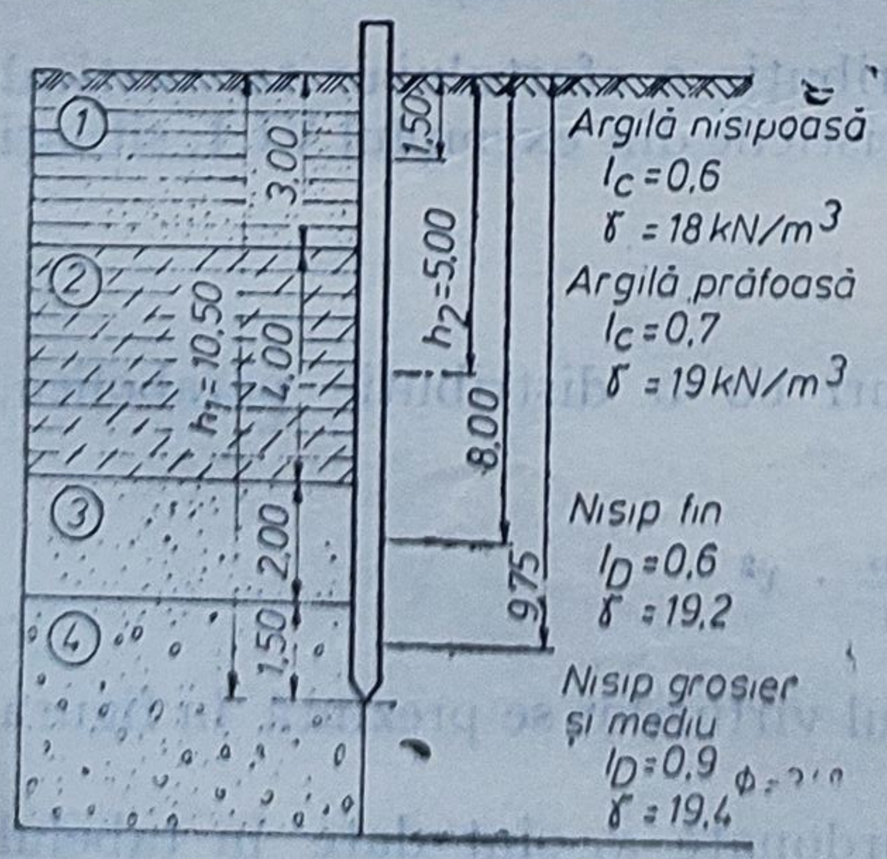


Fig. VI.3. Stratificaţia terenului.

Să se calculeze capacitatea portantă a pilotului la încărcări verticale, orizontale şi la smulgere.

Rezolvare.

a) Capacitatea portantă la încărcări axiale a piloţilor flotanţi este dată de formula (STAS 2561/3—76)

$$R = K(m_1 \cdot R^n \cdot A + m_2 \cdot U \cdot \Sigma f_i^n \cdot l_i),$$

unde: $K = 0{,}7$ este coeficient de omogenitate;

$m_1 = 1$; $m_2 = 1$ — coeficienţi ai condiţiilor de lucru (tab. VI.2);

Tabelul VI.2

Coeficienții condițiilor de lucru

Nr crt.	Modul de execuție a pilotului	m_1	m_2
1	Piloți bătuți	1,0	1,0
2	Piloți introduși prin spălare în pământuri nisipoase cu condiția baterii pe ultimul metru fără spălare	1,0	0,6
3	Piloți introduși prin vibrare, în următorele pământuri:		
	a) pământuri nisipoase, saturate, de îndesare medie:		
	— mijlocii și grosiere	1,2	1,0
	— fine	1,1	1,0
	— prăfoase	1,0	1,0
	b) Pământuri argiloase cu indice de consistență $0,5 < I_c \leqslant 1,0$		
	— prafuri nisipoase	0,9	0,9
	— argile nisipoase sau prăfoase	0,8	0,9
	— argile	0,7	0,9
	c) pământuri argiloase cu indice de consistență $I_c \geqslant 1,0$	1,0	1,0

$A = 0,30 \times 0,30 = 0,09$ m² — aria secțiunii transversale;
$U = 4 \cdot 0,30 = 1,20$ m — perimetrul secțiunii transversale;
$R^n = 7\,320$ kPa — rezistența normată a pământului sub vîrful pilotului (tab. VI.3);

Tabelul VI.3

Rezistența normată

Adîncime de înfigere — m	Pământuri necoezive					Pământuri coezive cu I_c						
	Pietriș	Nisipuri			Nisip prăfos	≥1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4
		mari	mijlocii	fine		R^n						
4	8 300	6 600	3 000	1 900	1 250	8 300	5 100	3 800	2 500	1 600	1 200	700
5	8 800	6 700	3 100	2 000	1 300	8 800	6 200	4 000	2 800	2 000	1 300	800
7	9 700	6 900	3 300	2 200	1 400	9 700	6 900	4 300	3 300	2 200	1 400	850
10	10 500	7 300	3 500	2 400	1 500	10 500	7 300	5 000	3 500	2 400	1 500	900
15	11 700	7 500	4 000	2 800	1 600	11 700	7 500	5 600	4 000	2 800	1 600	1 000
20	12 600	8 200	4 500	3 100	1 700	12 600	8 200	6 200	4 500	3 100	1 700	1 100
25	13 400	8 800	5 000	3 400	1 800	13 400	8 800	6 800	5 000	3 400	1 800	1 200
30	14 200	9 400	5 500	3 500	1 900	14 200	9 400	7 900	5 500	3 500	1 900	1 300
35	15 000	10 000	6 000	4 000	2 000	15 000	10 000	8 000	6 000	4 000	2 000	1 400

f_i^n — rezistența normată pe suprafața laterală a pilotului la mijlocul stratului i (tab. VI.4);

Tabelul VI.4

Rezistența normată pe suprafața laterală.

Adîncimea medie a stratului m	Pămînturi necoezive			Pămînturi coezive cu I_c					
	grosiere și medii	fine	prăfoase	⩾0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3
	f^n [kPa]								
1	35	23	15	35	23	15	12	5	2
2	42	30	20	42	30	20	17	7	3
3	48	35	25	48	35	25	20	8	4
4	53	38	27	53	38	27	22	9	5
5	56	40	29	56	40	29	24	10	6
7	60	43	32	60	43	32	25	11	7
10	65	46	34	65	46	34	26	12	8
15	72	51	38	72	51	38	28	14	10
20	79	56	41	79	56	41	30	16	12
25	86	61	44	86	61	44	32	18	—
30	93	66	47	93	66	47	34	20	—
35	100	70	50	100	71	50	36	22	—

$f_1^n = 17{,}5$ kPa ; $f_2^n = 40$ kPa ; $f_3^n = 44$ kPa ; $f_4^n = 63{,}8$ kPa ;
l_i — lungimea pilotului în contract cu stratul i.

Rezultă :

$$R = 0{,}7 \cdot 1 \cdot [1 \cdot 7\,320 \cdot 0{,}09 + 1 \cdot 1{,}20 \cdot (17{,}50 \cdot 3{,}00 + 40{,}00 \cdot 4{,}00 + 44{,}00, \cdot 2{,}00 + 63{,}80 \cdot 1{,}50)] = 793{,}96 \simeq 794 \text{ kN}.$$

b) Rezistența normată a pilotului vertical la solicitări orizontale este dată de formulele (STAS 2561/3—76) :

— în cazul în care pilotul este considerat încastrat în radier :

$$P_{cr \cdot or} = \frac{2 \cdot M_{cap}}{l_0} \text{ (kN)} ;$$

— în cazul în care pilotul este considerat articulat în radier :

$$P_{cr \cdot or} = \frac{M_{cap}}{l_0} \text{ (kN)},$$

în care: M_{cap} este moment încovoietor capabil calculat conform prescripțiilor în vigoare pentru calculul elementelor de beton armat, în kNm (conform ipotezelor din proiectul tip nr. 5100/1974) ;

$l_0 = 3 \cdot d = 3 \cdot 0{,}30 = 0{,}90$ m — lungimea convențională de încastrare în m (tab. VI.5).

Tabelul VI.5

Lungimea convențională de încastrare

Denumirea pământului	l_0
Nisipuri afînate și pămînturi coezive avînd $I_c \leqslant 0{,}5$	$4 \cdot d$
Nisipuri de îndesare medie și pămînturi coezive avînd $0{,}5 < I_c \leqslant 0{,}75$	$3 \cdot d$
Nisipuri și pietrișuri îndesate, pămînturi coezive avînd $0{,}75 < I_c \leqslant 1$	$2 \cdot d$
Pămînturi coezive tari, avînd $I_c > 1$	$1{,}5 \cdot d$

Considerînd că pilotul este articulat în radier rezultă :

$$P_{cr \cdot or} = 28{,}8/0{,}9 = 32 \text{ kN}.$$

c) Capacitatea portantă a piloților solicitați la forțe de smulgere este dată de formula :

$$R_{sm} = K \cdot m \cdot U \cdot \sum f_i^n \cdot l_i,$$

unde : K, U, f_i^n, l_i au aceeași semnificație ca la punctul a, iar $m = 0{,}60$.

$$R_{sm} = 0{,}70 \cdot 0{,}60 \cdot 1{,}20 \cdot (17{,}50 \cdot 3{,}00 + 40{,}00 \cdot 4{,}00 + 44{,}00 \cdot 2{,}00 + 63{,}80 \cdot 1{,}50) = 199{,}68 \simeq 200 \text{ kN}.$$

VI.4. Să se calculeze capacitatea portantă a unui pilot flotant, executat pe loc cu $d = 0{,}80$ m.

Stratificația terenului, precum și caracteristicile pilotului sînt cele din exemplul VI.3.

Rezolvare.

Capacitatea portantă a unui pilot flotant executat pe loc este dată de formula :

$$R = K \cdot (m_3 \cdot R^n \cdot A + m_4 \cdot U \sum f_i^n \cdot l_i),$$

unde : K, A, U și f_i^n au aceeași semnificație și valori ca la punctul a al exemplului precedent, iar m_3 și m_4 sînt coeficienți ai condițiilor de lucru dați în tabelele VI.6 și VI.7.

Tabelul VI.6

Coeficienții condițiilor de lucru

Tehnologia de betonare a pilotului	m_3
Betonare în uscat sau sub apă	1,0
Betonare sub noroi	0,8

Tabelul VI.7

Coeficienții condițiilor de lucru

Modul de execuție al piloților	Pămînturi nisipoase	Pămînturi argiloase
	m_4	
Piloți cu mantaua introdusă prin batere și betonul compactat prin vibrare	0,7	0,6
Piloți cu mantaua introdusă prin batere și betonul compactat prin batere	1,0	1,0
Piloți forați de orice alt tip inclusiv cu bulb	0,6	0,5
Pilot executat prin vibropresare	1,0	1,0

Tabelul VI.8

Rezistența normată

Adîncimea vîrfului pilotului [m]	Valorile R^n în funcție de indicele de consistență I_c a pămîntului			
	⩾ 1,0	0,8	0,6	< 0,6
3	600	500	—	250
5	750	600	450	350
10	1 100	900	750	600
20	1 800	1 600	1 350	1 050

R^n se ia conform tabelului VI.8 în cazul piloților executați pe loc, care reazemă cu baza pe un pămînt coeziv, cu condiția asigurării pătrunderii bazei pilotului în stratul respectiv pe o adîncime egală cu cel puțin diametrul pilotului sau a bulbului, sau se calculează cu relația de mai jos dacă reazemă cu baza pe strate necoezive (bolovăniș, pietriș cu nisip sau nisipuri).

$$R^n = \alpha(\gamma \cdot d_b \cdot N_\gamma + \gamma_1 \cdot D_c \cdot N_q).$$

Semnificația parametrilor, din formula de mai sus, este:

γ — greutatea volumică a pămîntului de sub vîrful pilotului, în kN/m³;

γ_1 — valoarea medie ponderată a greutăților volumice ale straturilor străbătute de pilot, în kN/m³;

d_b — diametrul pilotului sau bulbului, în m;

D_c — fișa de calcul a pilotului, în m, care se stabilește astfel:

— dacă $D \geqslant n \cdot d_b$, se consideră $D_c = n \cdot d_b$;

— dacă $D < n \cdot d_b$, se consideră $D_c = D$;

D — fișa reală a pilotului (adîncimea la care se găsește baza pilotului măsurată de la nivelul terenului natural sau pentru infrastructurile podurilor de la nivelul fundului albiei, ținînd seama de adîncimea de afuiere), în m;

n — coeficient în funcţie de gradul de îndesare I_D al pământului de la baza pilotului, conform tabelului VI.9;

N_γ; N_q — factori de capacitate portantă daţi în tabelul VI.10, în funcţie de Φ^n.

Pentru determinarea capacităţii portante a pilotului flotant se va lua: $m_4 = 0{,}6$ pentru piloţi introduşi prin batere şi beton compactat prin vibrare (v. tab. VI.7) şi $m_3 = 1$ (v. tab. VI.6).

Tabelul VI.9

Factoril de capacitate portantă

I_D	α	n
0 ...0,33	0,5°	10
0,34...0,66	0,4°	15
0,67...1,0	0,3°	20

$\alpha = 0{,}30°$; $n = 20$, pentru $I_D = 0{,}9$ (tab VI.9);

$\Phi^n = 34°$ (pentru stratul de nisip grosier şi mediu) şi din tabelul VI.10 rezultă valorile:

$N_\gamma = 34{,}6$; $N_q = 64{,}0$;

$D = 10{,}50$ m $\quad 10{,}50 < 20 \cdot 0{,}80 \quad D_c = 10{,}50$ m;

Tabelul VI.10

Factorii de capacitate portantă.

Φ	26	28	30	32	34	36	38	40
N_γ	9,5	12,6	17,3	24,4	34,6	48,6	71,6	108,0
N_q	18,6	24,8	32,8	45,5	54,0	27,6	27,0	185,0

$\gamma = 19{,}40$ kN/m³;

$$\gamma_1 = \frac{18 \cdot 3 + 19 \cdot 4 + 19{,}2 \cdot 2 + 19{,}4 \cdot 1{,}5}{3 + 4 + 2 + 1{,}5} = 18{,}80 \text{ kN/m}^3;$$

$$R^n = 0 \cdot 30(19{,}40 \cdot 0{,}80 \cdot 34{,}60 + 18{,}80 \cdot 10{,}50 \cdot 64{,}0) = 3\,951{,}17 \text{ kPa};$$

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3{,}14 \times 0{,}80^2}{4} = 0{,}503 \text{ m}^2;$$

$U = \pi \cdot d = 3{,}14 \cdot 0{,}80 = 2{,}51$ m;

f_i^n are aceeaşi valoare ca în exemplul precedent.

Capacitatea portantă a pilotului la încărcări verticale este:

$$R = 0{,}7\,[3\,951{,}17 \cdot 0{,}503 + 0{,}6 \cdot 2{,}51(17{,}5 \cdot 3 + 40 \cdot 4 + 44 \cdot 2 + 63{,}8 \cdot 1{,}5)] = 1\,808{,}88 \text{ kN}.$$

VI.5. Un pilot prefabricat din beton armat cu secţiunea de 30×30 cm² este introdus într-un teren nisipos prin batere.
Cunoscînd:

a) caracteristicile utilajului de batere:
- berbec suspendat;
- $H_1 = 100$ cm, înălţimea de cădere a berbecului;
- $Q_0 = 30$ kN, greutatea berbecului;

b) caracteristicile pilotului:
- $A = 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$ m², aria secţiunii pilotului;
- $q = 26$ kN, greutatea pilotului;

c) refuzul pilotului (pătrunderea medie sub o lovitură) calculat cu relaţia:

$e = \frac{E}{10}$, unde E reprezintă pătrunderea pilotului sub o serie de 10 lovituri date după minimum 48 de ore de la terminarea baterii.

$$E = 18{,}3 \text{ cm}; \quad e = \frac{18{,}3}{10} = 1{,}83 \text{ cm};$$

se cere determinarea capacităţii portante a pilotului.

Rezolvare.

Capacitatea portantă se calculează cu formula

$$R = K \cdot m \cdot P_{cr},$$

unde: $K = 0{,}7$; $m = 1{,}00$; P_{cr} — încărcarea critică, stabilită cu următoarea formulă

$$P_{cr} = -\frac{n_0 \cdot A}{2} + \sqrt{\left(\frac{n_0 \cdot A}{2}\right)^2 + \frac{n_0 \cdot A}{e} \cdot \frac{Q_0 + 0{,}2q}{Q_0 + q} \cdot Q_0 \cdot H_0} \quad \text{(kN)},$$

unde: n_0 este coeficient ce se adoptă în tabelul VI.11, în kPa;

Tabelul VI. 11

Valorile coeficientului n_0

Tipul pilotului şi condiţiile de batere	n_0 kPa
Pilot de beton armat (cu căciulă de protecţie)	1 500
Pilot de lemn (fără căciulă de protecţie)	1 000

H_0 — înălţimea de cădere a berbecului, în cm, conform tabelului VI.12.

Tabelul VI.12

Înălțimea de cădere a berbecului

Tipuri de berbec	Piloți verticali	Piloți înclinați
Berbec suspendat sau cu acțiune simplă	$H_0 = H_1$	$H_0 = 0{,}8H_1$
Berbec diesele sau cu acțiune dublă	$H_0 = \frac{100E_0}{Q_0}$	$H_0 = \frac{80E_0}{Q_0}$

în care: H_1 este mărimea cursei părții berbecului, care lovește, în cm;
E_0 — energia de lovire a berbecului, în kNm;
Q_0 — greutatea părții care lovește, în kN.

Rezultă:

$n_0 = 1\,500$ kPa;
$H_0 = 100$ cm;

$$P_{cr} = -\frac{1\,500 \cdot 0{,}09}{2} + \sqrt{\frac{1\,500 \cdot 0{,}09^2}{2} + \frac{1\,500 \cdot 0{,}09}{1{,}83} \cdot \frac{30 + 0{,}2 \cdot 26}{30 + 26} \cdot 30 \cdot 100} =$$

$$= 342{,}41 \text{ kN};$$

$$R = 0{,}7 \cdot 342{,}41 = 239{,}68 \text{ kN}.$$

VI.6. Să se determine capacitatea portantă a unui pilot de beton armat prefabricat, introdus prin batere, cu vîrful rezemat pe un teren alcătuit din bolovăniș cu pietriș.

Secțiunea pilotului este de 30×30 cm².

Rezolvare.

Capacitatea portantă a piloților purtători pe vîrf, introduși prin batere în terenuri nestîncoase se determină astfel:

a) pe baza capacității portante a pilotului, ca element de beton armat;
b) pe baza capacității portante a terenului rezultată din formula

$$R = K \cdot m \cdot R^n \cdot A \text{ (kN)},$$

unde: $m = 1{,}00$; $A = 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$ m²;

$R^n = 20\,000$ kPa — pentru terenuri alcătuite din bolovănișuri, pietrișuri cu nisip, argilă de consistență tare (STAS 2561/3—76);

$K = 0{,}7$ pentru piloții introduși prin batere;
$K = 0{,}5$ pentru piloții executați pe loc.

Rezultă:

$$R = 0{,}7 \cdot 20\,000 \cdot 0{,}09 = 1\,260 \text{ kN}.$$

Capacitatea portantă a pilotului se adoptă cea mai mică valoare determinată conform punctelor *a*) și *b*).

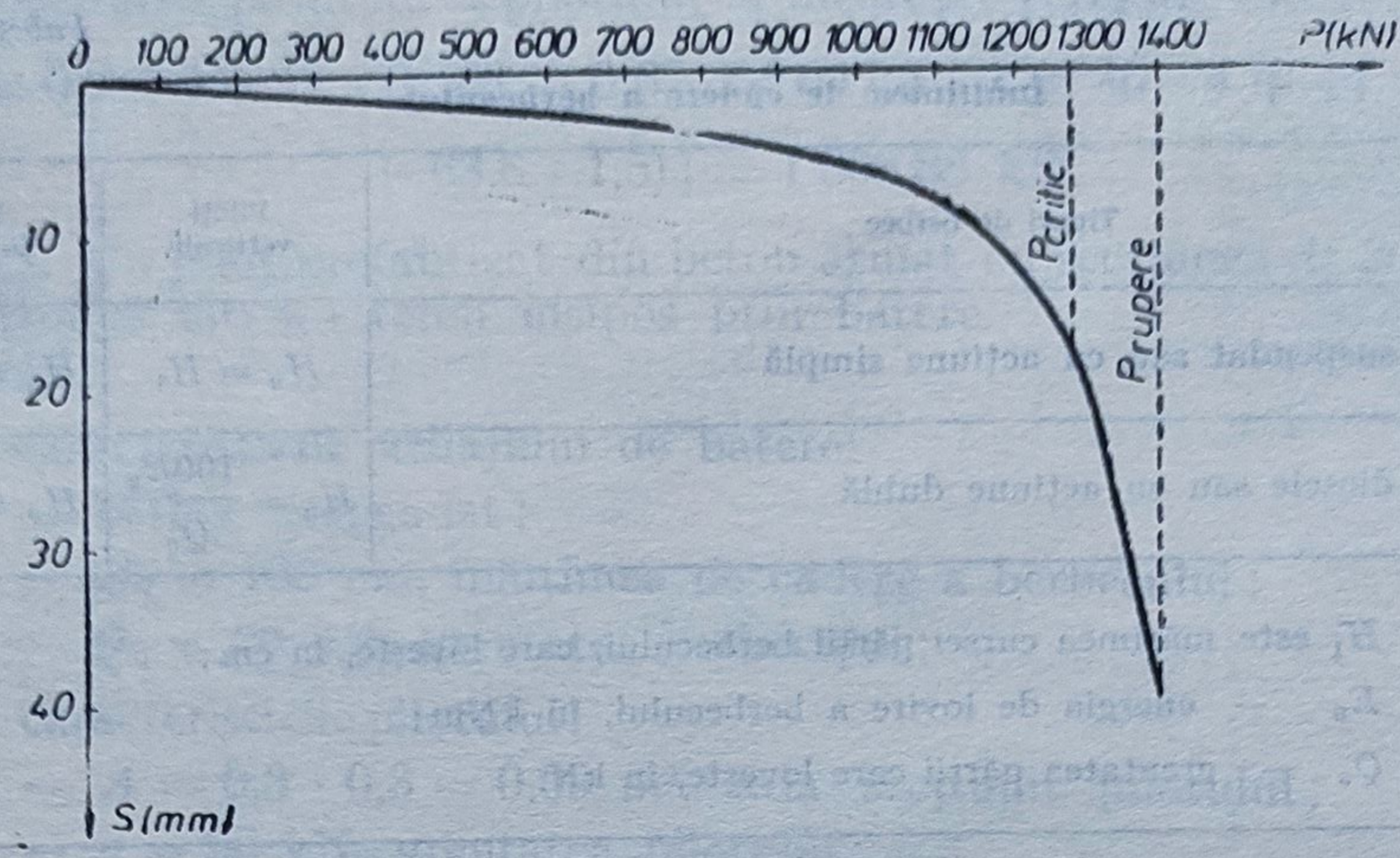


Fig. VI.4. Corelația $P-S$.

VI.7. Din încercarea statică de compresiune la forțe verticale a unui pilot de probă din beton armat prefabricat cu latura de $0{,}40 \times 0{,}40$ cm² s-au obținut rezultatele prezentate în tabelul VI.13 și figura VI.4.

Tabelul VI.13

Încărcarea statică la un pilot

P kN	0	98	196	294	390	490	588	686	785	883	981	1 079	1 177	1 275	1 373
S mm	0	0,29	0,66	0,93	1,29	1,90	2,34	2,81	3,51	4,26	6,15	7,21	11	16,31	38,1

Să se determine capacitatea portantă la compresiune a pilotului.

Rezolvare.

Se întocmește diagrama încărcare-tasare figura VI.4 și se stabilește încărcarea critică (STAS 2561/2—74).

Capacitatea portantă este dată de formula:

$$R = K \cdot m \cdot P_{cr};$$

$$m = 1{,}00;$$

$$P_{cr} = 1257 \text{ kN};$$

$$K = 0{,}7;$$

$$R = 0{,}7 \cdot 1275 = 892{,}5 \text{ kN}.$$

VI.8. Să se determine numărul de piloți prefabricați introduși prin batere necesari unei fundații, solicitată la compresiune centrică, $Q = 2\,300$ kN.

Stratificația terenului și caracteristicile pilotului sînt indicate în figurile VI.5 și VI.6.

Rezolvare.

1) *Numărul de piloți.*
Se determină cu relația

$$n = \frac{Q}{R_g},$$

unde: R_g este capacitatea portantă a pilotului în grup la încărcări axiale.

2) *Calculul capacității portante a unui pilot în grup.*
Capacitatea portantă a pilotului izolat a fost calculată în exemplul VI.3.

$$R = 794 \text{ kN}.$$

$R_g = m_u \cdot R$, unde: m_u este coeficientul de utilizare al pilotului în grupă.

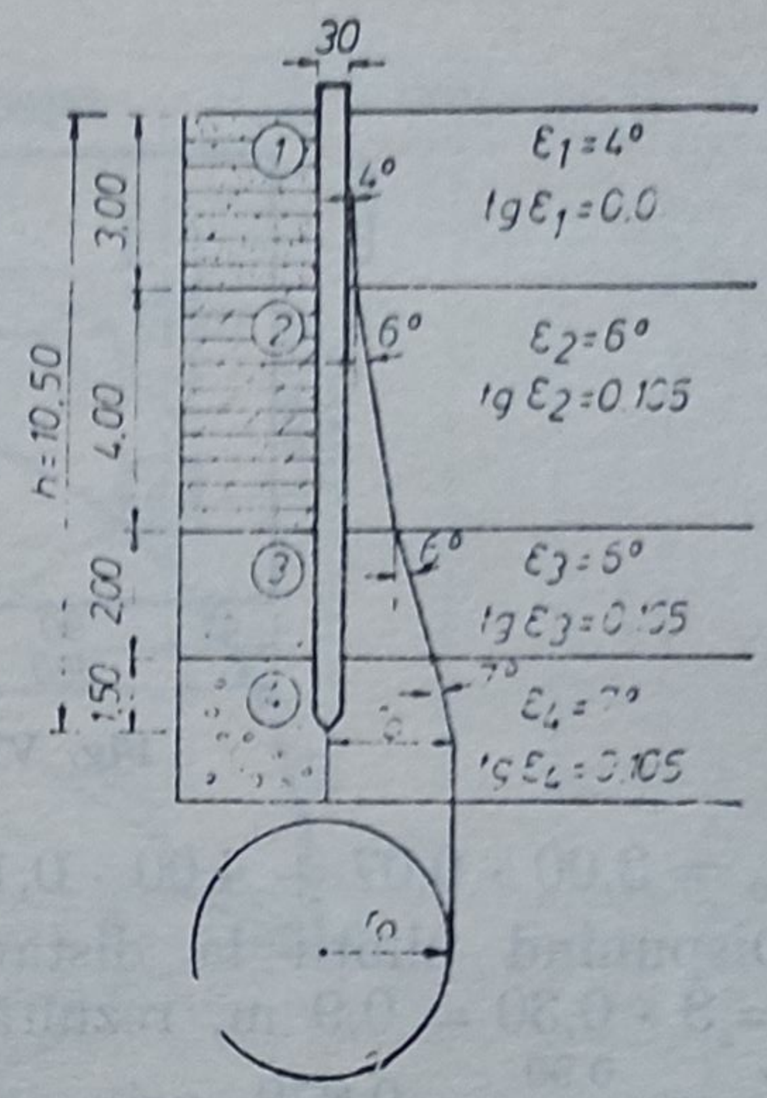


Fig. VI.5. Stratificația terenului.

Pentru piloții flotanți în terenuri coezive $m_u = f\left(\frac{r}{r_0}\right)$, conform tabelului VI.14.

Tabelul VI.14

Valorile coeficientului de utilizare

$\frac{r}{r_0}$	1,8	1,6	1,4	1,2	1,0	0,8	0,6
m_u	1,00	0,95	0,90	0,85	0,80	0,70	0,60

În relația lui m_u

r — este distanța dintre axele piloților ($r_{min} = 3 \cdot d$);
$r_0 = \Sigma\, l_i \cdot \text{tg}\, \varepsilon_i$ — raza de influență a pilotului;
l_i — grosimea stratului (i) în contact cu pilotul;
ε_i — unghi de frecare pământ-beton conform tabelului VI.15.

Tabelul VI.15

Unghiul de frecare pământ-beton

Denumirea pământului	ε_i	tg ε_i
Nisip îndesat	7°	0,125
Nisip de îndesare medie	6°	0,105
Nisip afînat	5°	0,087
Nisip prăfos funcție de îndesare	5°...6°	0,087...0,105
Argilă prăfoasă sau argilă în stare tare	6°	0,105
Argilă în stare plastică	4°	0,070
Mîl, argile în stare curgătoare	0°	0

Rezolvare.

1) *Numărul de piloți.*
Se determină cu relația

$$n = \frac{Q}{R_g},$$

unde: R_g este capacitatea portantă a pilotului în grup la încărcări axiale.

2) *Calculul capacității portante a unui pilot în grup.*
Capacitatea portantă a pilotului izolat a fost calculată în exemplul VI.3.

$$R = 794 \text{ kN}.$$

$R_g = m_u \cdot R$, unde: m_u este coeficientul de utilizare al pilotului în grupă.

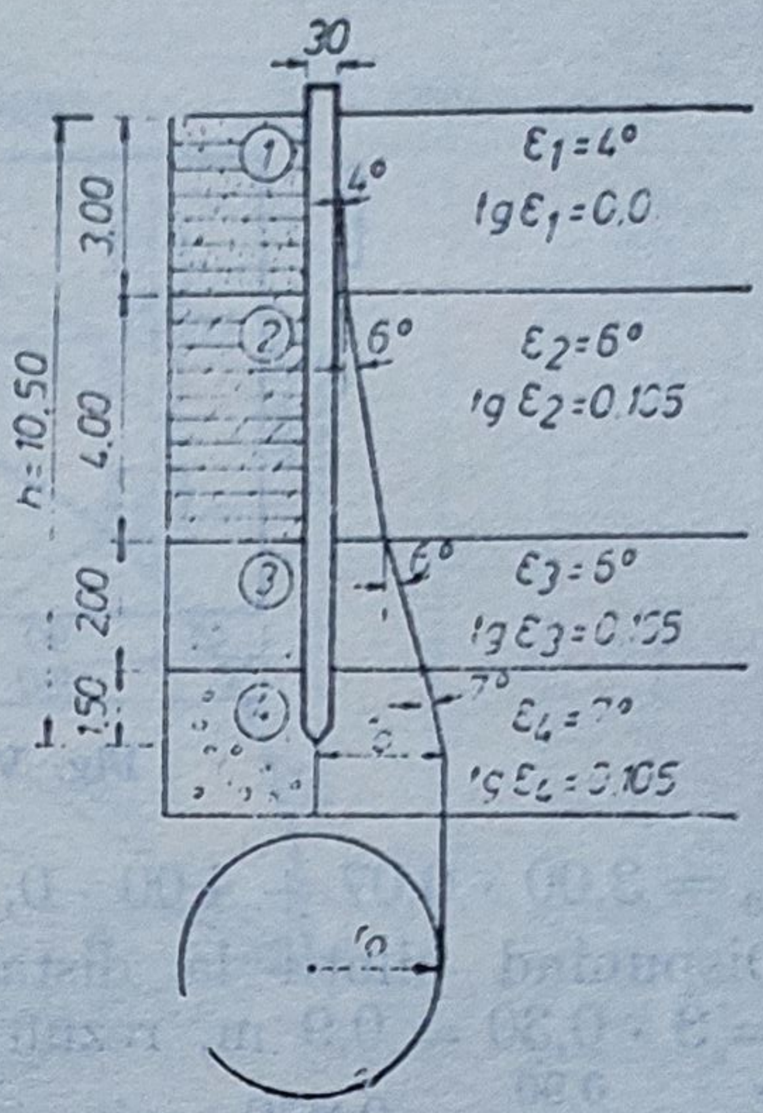


Fig. VI.5. Stratificația terenului.

Pentru piloții flotanți în terenuri coezive $m_u = f\left(\frac{r}{r_0}\right)$, conform tabelului VI.14.

Tabelul VI.14

Valorile coeficientului de utilizare

$\frac{r}{r_0}$	1,8	1,6	1,4	1,2	1,0	0,8	0,6
m_u	1,00	0,95	0,90	0,85	0,80	0,70	0,60

În relația lui m_u

r este distanța dintre axele piloților ($r_{min} = 3 \cdot d$);
$r_0 = \Sigma l_i \cdot \text{tg}\, \varepsilon_i$ — raza de influență a pilotului;
l_i — grosimea stratului (i) în contact cu pilotul;
ε_i — unghi de frecare pământ-beton conform tabelului VI.15.

Tabelul VI.15

Unghiul de frecare pământ-beton

Denumirea pământului	ε_i	$\text{tg}\, \varepsilon_i$
Nisip îndesat	7°	0,125
Nisip de îndesare medie	6°	0,105
Nisip afînat	5°	0,087
Nisip prăfos funcție de îndesare	5°...6°	0,087...0,105
Argilă prăfoasă sau argilă în stare tare	6°	0,105
Argilă în stare plastică	4°	0,070
Mîl, argile în stare curgătoare	0°	0

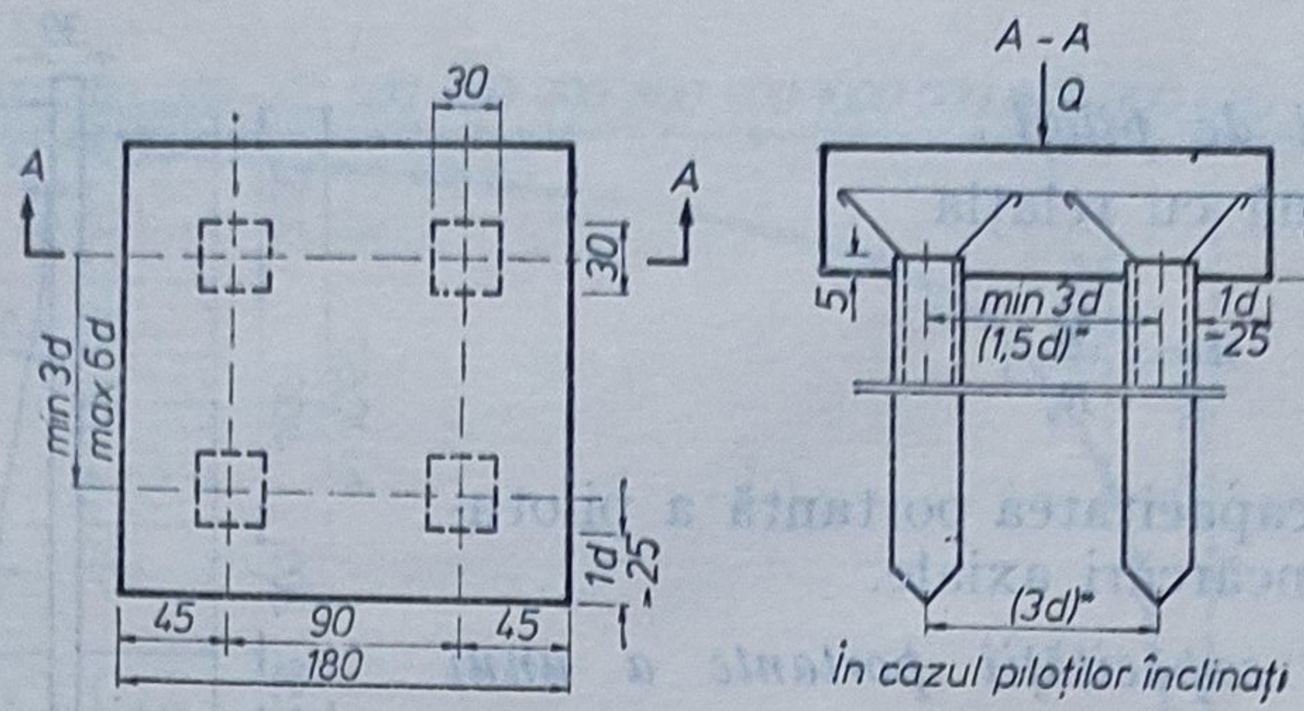


Fig. VI.6. Dimensiuni radier și piloți.

$r_0 = 3{,}00 \cdot 0{,}07 + 4{,}00 \cdot 0{,}105 + 2{,}00 \cdot 0{,}105 + 1{,}50 \cdot 0{,}125 = 1{,}027$ m.

Dispunînd piloții la distanța minimă (STAS 2561/3—76), $r = 3 \cdot d = 3 \cdot 0{,}30 = 0{,}9$ m, rezultă:

$\frac{r}{r_0} = \frac{0{,}90}{1{,}027} = 0{,}878$, prin interpolare liniară $m_u = 0{,}734$;

$R_g = 0{,}734 \cdot 794 = 583$ kN;

$n = \frac{2\,300}{583} = 3{,}95 \simeq 4$ piloți dispuși ca în figura VI.6.

În cazul în care pilotul ar fi supus la smulgere sau la încărcări orizontale, detaliile de încastrare ale pilotului în radier sînt date în figura VI.7.

VI.9. Să se determine numărul de piloți necesari unei fundații (fig. VI.8), solicitată la compresiune excentrică $Q = 5\,000$ kN cu excentricitatea $e = 0{,}35$ m.

Se vor folosi piloți din beton armat prefabricat a căror capacitate portantă a fost calculată în exemplul precedent pentru o distanță între piloți egală cu $3d$.

Rezolvare.

1) *Stabilirea numărului de piloți.*

$n = \frac{Q}{R_g} \cdot \mu$, unde: $\mu = 1{,}1 \ldots 1{,}15$ — coeficient de neuniformitate (*Țitovici*);

$Q = 5\,000$ kN; $R_g = 583$ kN; $n = \frac{5\,000}{583} \cdot 1{,}15 = 9{,}85 \simeq 10$ piloți.

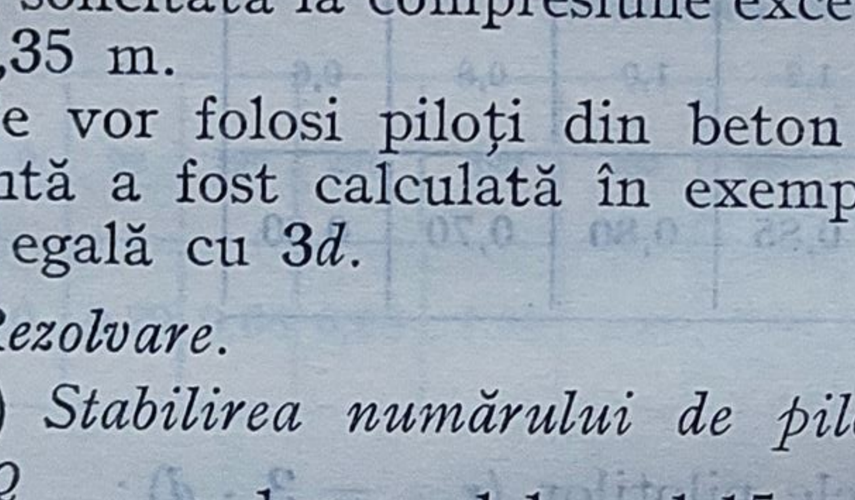


Fig. VI.7. Încastrarea piloților în radier.

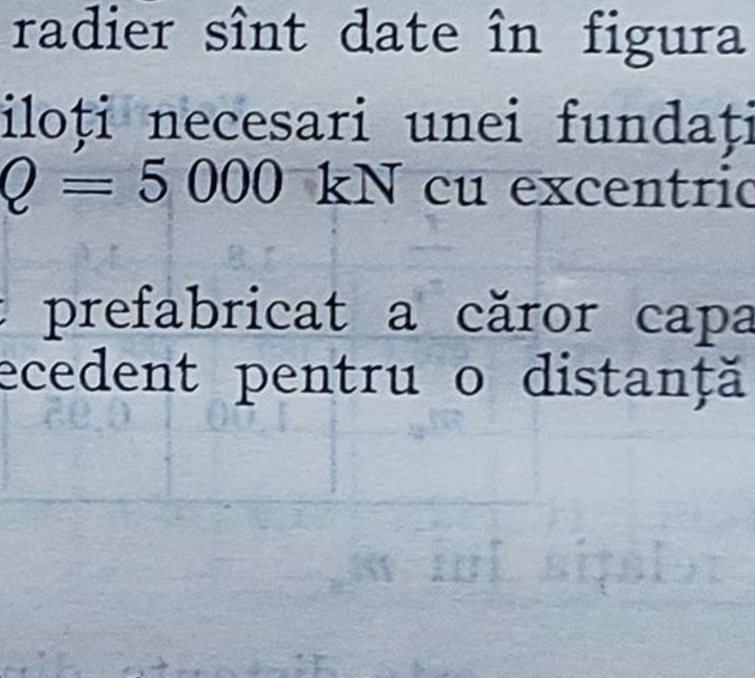


Fig. VI.8. Fundație pe piloți.

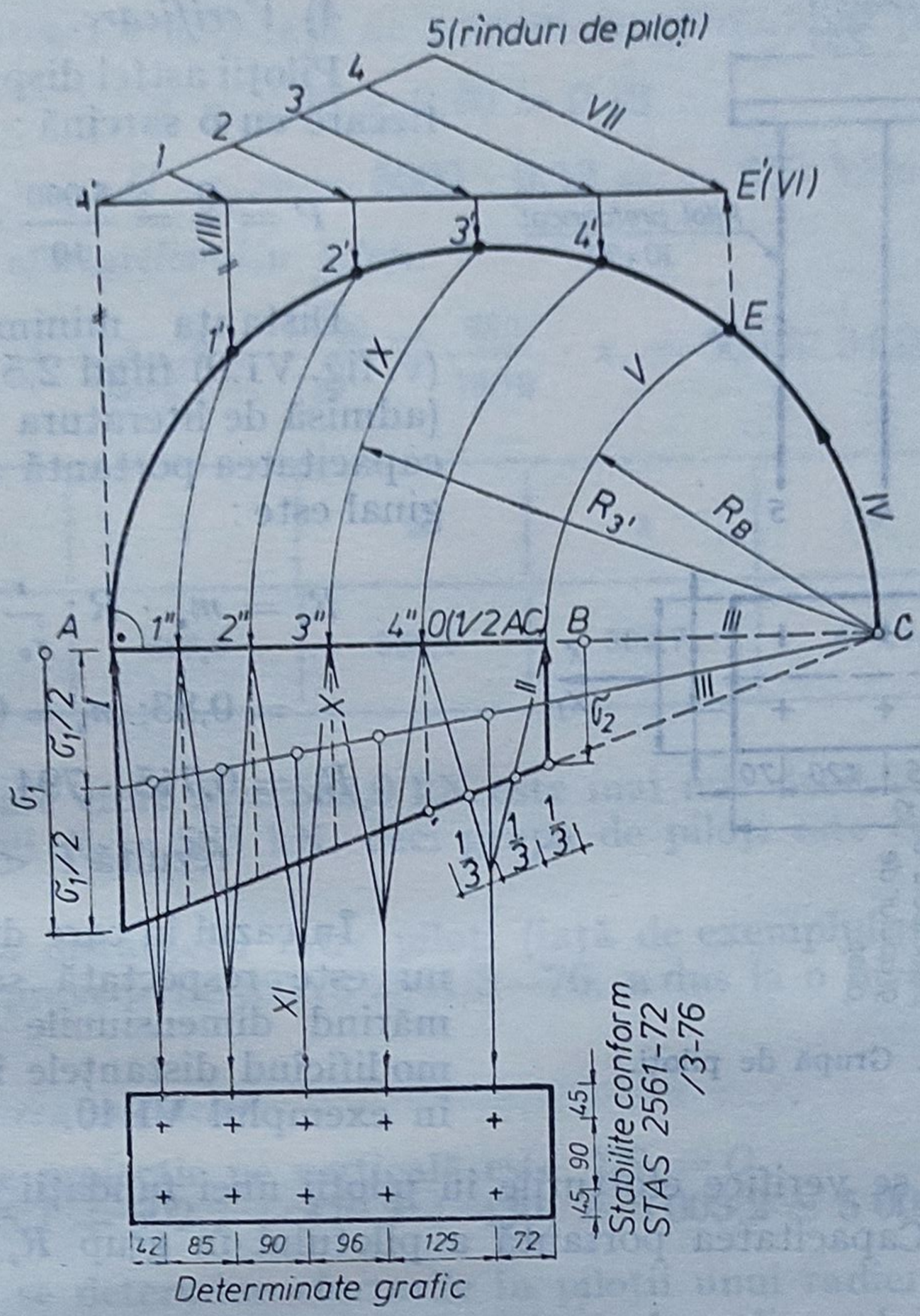


Fig. VI.9. Distribuţia piloţilor.

2) *Stabilirea dimensiunilor radierului.*

Piloţii vor fi distribuiţi pe latura A, pe 2 rînduri rezultînd :

$a = 3 \cdot d + 2 \cdot 1{,}5 \cdot d = 3 \cdot 0{,}30 + 3 \cdot 0{,}30 = 1{,}80$ m. Pe latura B, piloţii vor fi distribuiţi la distanţa $(3{,}5 \ldots 4)\ d$, mai mare decît distanţa pentru care s-a calculat capacitatea portantă, avînd în vedere eventuala distribuţie neuniformă a lor.

$$b = 4 \cdot 3{,}5 \cdot d + 2 \cdot 1{,}5 \cdot d = 4 \cdot 3{,}5 \cdot 0{,}3 + 0{,}9 = 5{,}10 \text{ m}.$$

3) *Distribuţia grafică a piloţilor pe radier (metoda trapezului).*

Se calculează distribuţia eforturilor pe talpa radierului.

$$\sigma_{1,2} = \frac{Q}{a \cdot b}\left(1 \pm \frac{6 \cdot e}{b}\right) = \frac{5\,000}{1{,}8 \cdot 5{,}1}\left(1 \pm \frac{6 \cdot 0{,}35}{5{,}10}\right),$$

rezultă :

$$\sigma_1 = 764 \text{ kPa} ; \ \sigma_2 = 327 \text{ kPa}.$$

Cu aceste valori se face construcţia grafică din figura VI.9.

Segmentul $A'E'$ se împarte în $n = 5$ părţi egale, n fiind numărul de piloţi dintr-un rînd paralel cu latura mare a radierului.

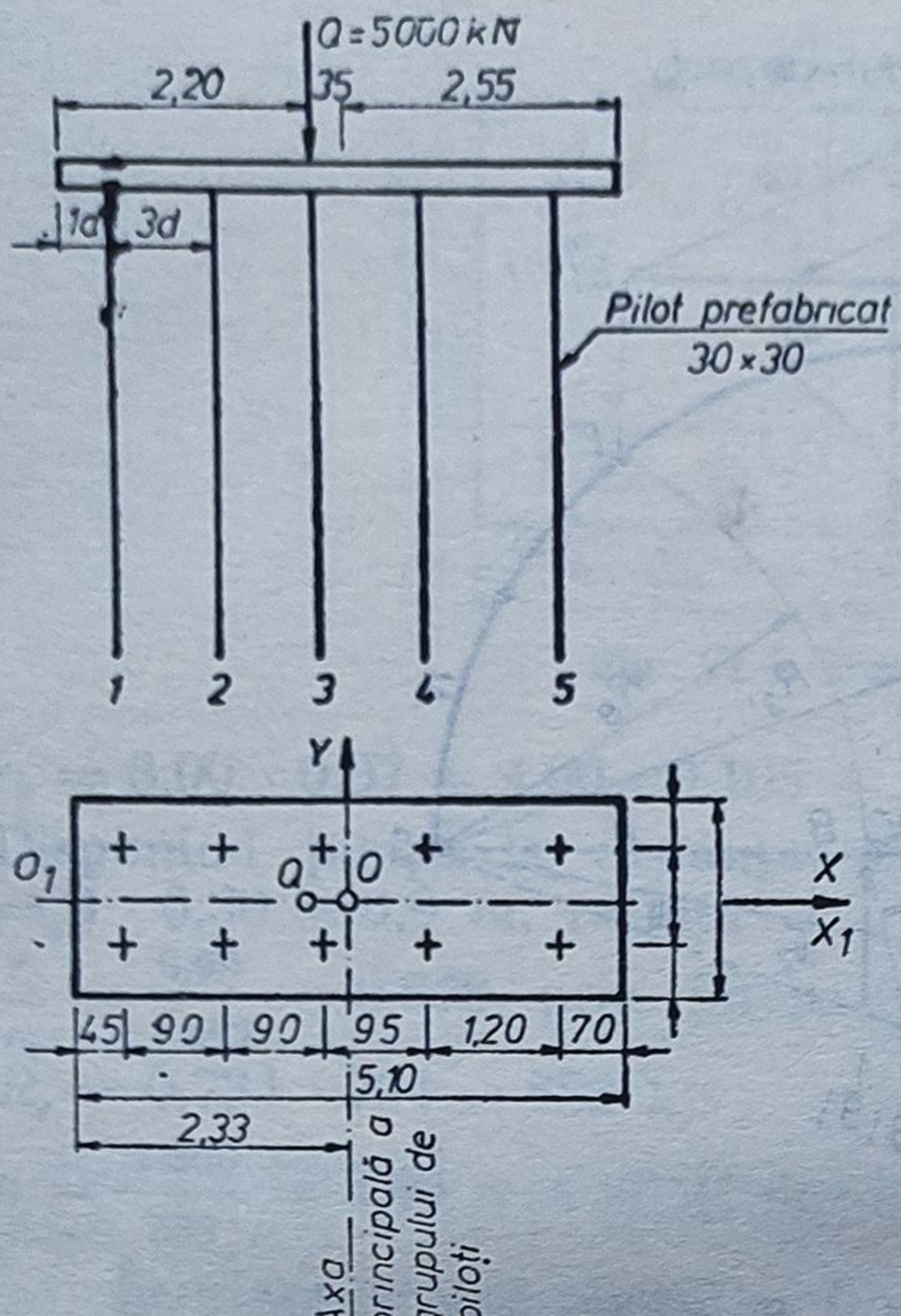


Fig. VI.10. Grupă de piloți.

4) *Verificare.*

Piloţii astfel dispuşi sînt încărcaţi fiecare cu o sarcină :

$$P = \frac{Q}{n} = \frac{5\,000}{10} = 500 \text{ kN}.$$

Distanţa minimă între piloţi (v. fig. VI.9) fiind $2{,}5 \cdot d < 0{,}85 < 3 \cdot d$, (admisă de literatura de specialitate), capacitatea portantă a pilotului marginal este :

$$R_g = m_u \cdot R\,; \frac{r}{r_0} = \frac{0{,}85}{1{,}027} =$$

$$= 0{,}83;\ m_u = 0{,}715\,;$$

$$R_g = 0{,}715 \cdot 794 = 560 \text{ kN},$$

rezultă $P < R_g$.

În cazul în care distanţa minimă nu este respectată se reia calculul mărind dimensiunile radierului sau modificînd distanţele între piloţi, ca în exemplul VI.10.

VI.10. Să se verifice eforturile în piloţii unei fundaţii solicitate ca în figura VI.10. Capacitatea portantă a pilotului în grup $R_g = 583$ kN.

Rezolvare.

1) *Determinarea centrului de greutate al grupului de piloţi.*

$$x_{1G} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{n}\,;$$

$$x_{1G} = \frac{(0{,}45 + 1{,}35 + 2{,}35 + 3{,}20 + 4{,}20) \cdot 2}{10} = 2{,}33 \text{ m}.$$

2) *Coordonatele piloţilor.*

Faţă de axele principale ale grupei de piloţi :

$$x_i = x_{1i} - x_{1G}.$$

Pilotul	1	2	3	4	5
x_i	−1,88	−0,98	−0,08	0,87	2,07
x_i^2	3,54	0,96	0,0064	0,757	4,29

$$\sum x_i^2 = 2 \cdot 9{,}55 = 19{,}10$$

3) *Calculul încărcărilor.*

Excentricitatea forței Q față de centrul de greutate al piloților:

$$e_y = 2{,}33 - 2{,}20 = 0{,}13 \text{ m};$$

$$M_y = -Q \cdot e_y = -5000 \cdot 0{,}13 = -650 \text{ kNm}.$$

4) *Calculul eforturilor din piloți.*

$$S_i = \frac{Q}{n} \pm \frac{M_y \cdot x_i}{\sum x_i^2} = \frac{5\,000}{10} \mp \frac{650}{19{,}10} \cdot x_i = 500 \mp 34{,}03 \cdot x_i.$$

Pilotul	1	2	3	4	5
S_i (kN)	563,9	535,1	502,7	470,3	430

Cel mai mare efort $S_1 = 563{,}9$ kN este mai mic decît capacitatea portantă a pilotului $R_s = 583$ kN, deci grupa de piloți este corect dimensionată.

Modificarea distanțelor între piloți (față de exemplul precedent), pentru a respecta prevederile STAS 2561/3–76, a dus la o încărcare neuniformă a piloților.

5) *Verificarea calculelor.*

Ecuația de proiecție pe verticală este $\Sigma S_i = Q$.

$2(563{,}5 + 535{,}1 + 502{,}7 + 470{,}3 + 430) = 5\,003{,}2 \simeq 5\,000$ kN.

VI.11. Să se determine eforturile în piloții unui radier solicitat ca în figura VI.11, folosind metoda *Culmann* (metoda poligonului de forțe).

Rezolvare.

Principiul metodei *Culmann* constă în descompunerea unei forțe Q după trei direcții: Δ_1, Δ_2, Δ_3. Construcția grafică este dată în figura VI.12.

Se prelungește direcția Δ_3 pînă la intersecția cu suportul forței Q, rezultă punctul M_1.

Se unește M_1 cu punctul de intersecție M_2 al direcțiilor Δ_1, Δ_3 și se obține direcția Δ.

Se descompune pe cale grafică Q după direcția Δ și Δ_3, rezultînd:

$$R_{1,2} = 1\,350 \text{ kN}; \quad R_3 = 1\,450 \text{ kN}.$$

În punctul M_2 se descompune $R_{1,2}$ după direcțiile Δ_1 și Δ_2 rezultînd:

$$R_2 = -1\,700 \text{ kN}; \quad R_1 = 2\,600 \text{ kN}.$$

Eforturile în piloții de direcție Δ_1 se consideră egale cu:

$$R_1' = \frac{R_1}{3} = \frac{2\,600}{3} = 867 \text{ kN}$$ (3 fiind numărul de piloți de direcție Δ_1).

Cunoscînd aceste solicitări, precum și capacitatea portantă a piloților, se poate determina numărul de piloți necesari pentru fiecare direcție, stabilindu-se și dimensiunile radierului în sens transversal.

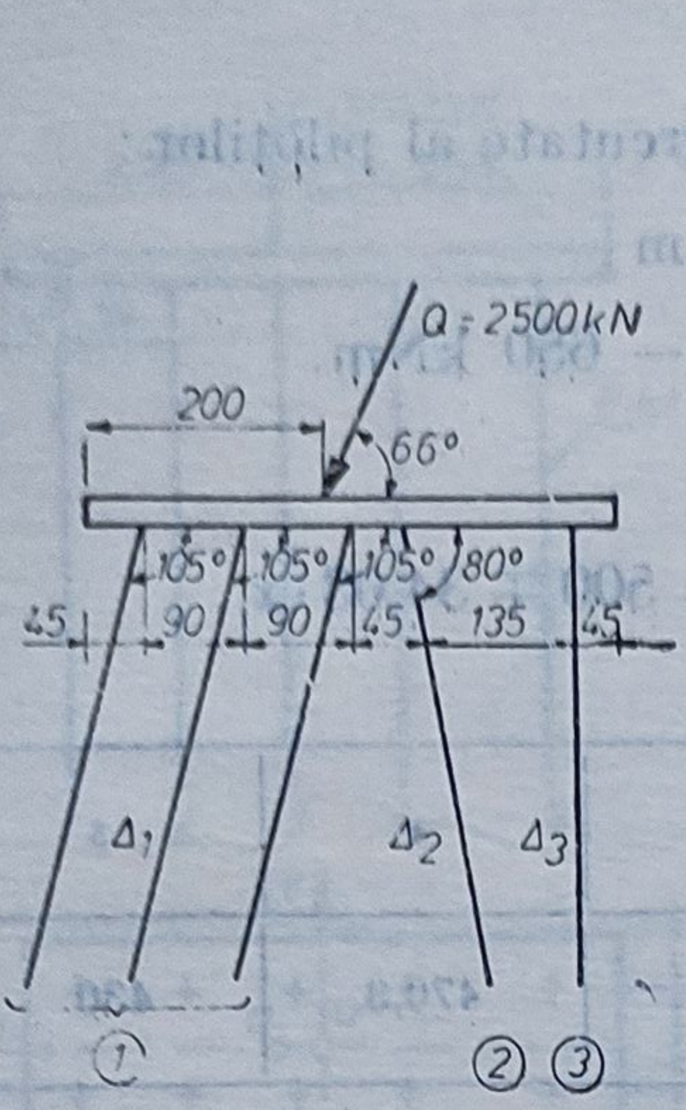


Fig. VI.11. Piloți înclinați.

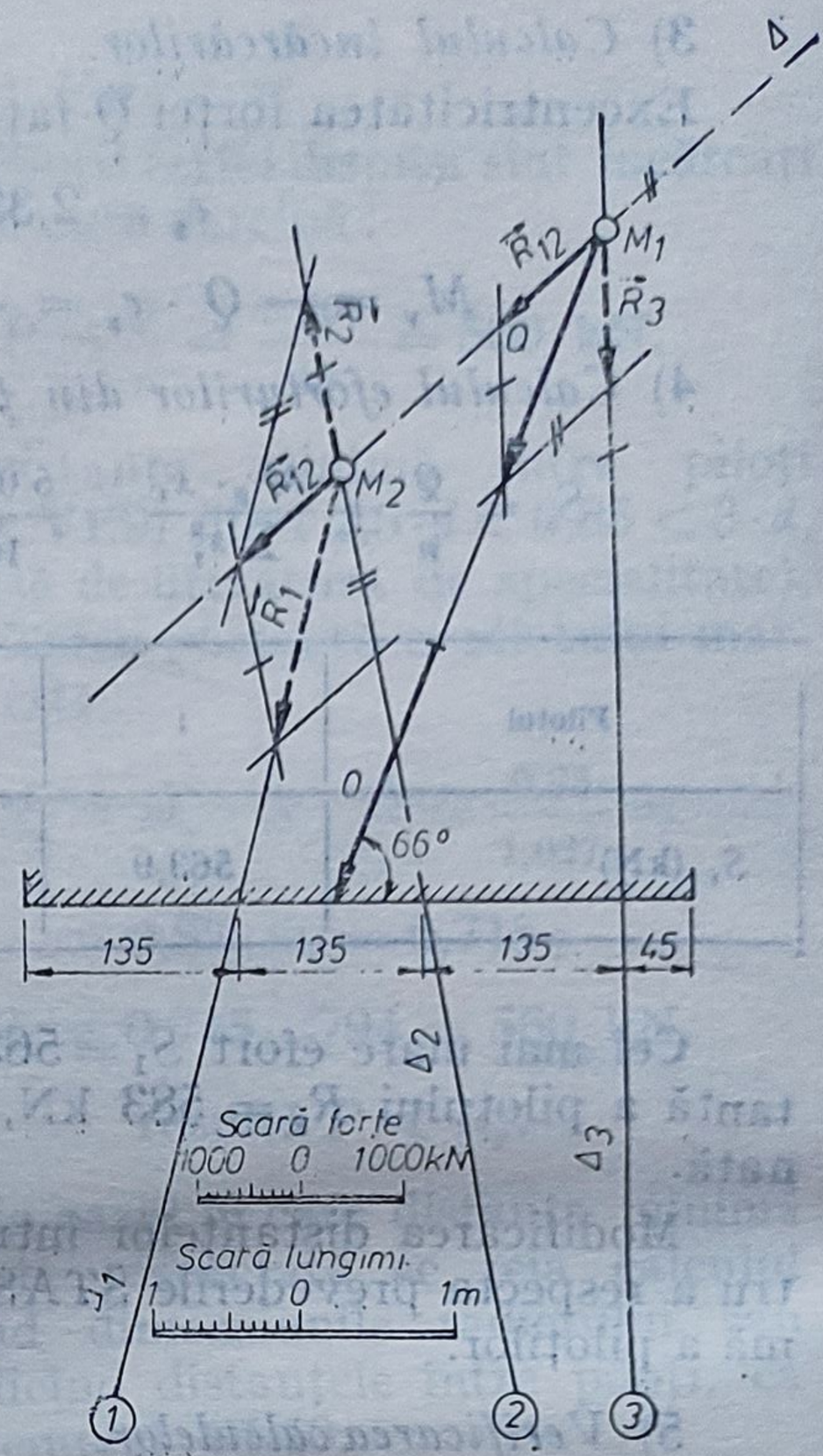


Fig. VI.12. Metoda Culmann.

VI.12. Să se verifice fundația pe piloți (fig. VI.13) cunoscînd;
— capacitatea portantă la încărcări verticale a pilotului

$$R_g = 160 \text{ kN};$$

— capacitatea protantă la forțe orizontale $R_{or} = 48$ kN;
— capacitatea portantă la smulgere $R_{sm} = 50$ kN.

Rezolvare.

1) *Determinarea centrului de greutate al grupei de piloți.*

$$X_G = \frac{X_1' + X_2' + X_3'}{n} = \frac{2 \cdot 0{,}50 + 1{,}40 + 2{,}30}{4} = 1{,}175 \text{ m}$$

2) *Determinarea eforturilor în centrul de greutate al piloților.*
Excentricitatea forței este:

$$e_A = \frac{M}{N} = \frac{180}{360} = 0{,}50 \text{ m};$$

$x_T' = 1{,}03 - 0{,}50 = 0{,}53$, abscisa punctului de aplicație al torsorului.
Reducînd încărcările în centrul de greutate al grupei de piloți, rezultă:

$$N_G = 360 \text{ kN}; \quad M_G = 360(1{,}175 - 0{,}53) = 232 \text{ kNm}; \quad H_G = 150 \text{ kN}.$$

3) *Determinarea eforturilor în piloți.*
Eforturile verticale în piloți sînt date de formula:

$$V_i = \frac{N}{n} \pm \frac{M_y \cdot X_i}{\Sigma X_i^2},$$

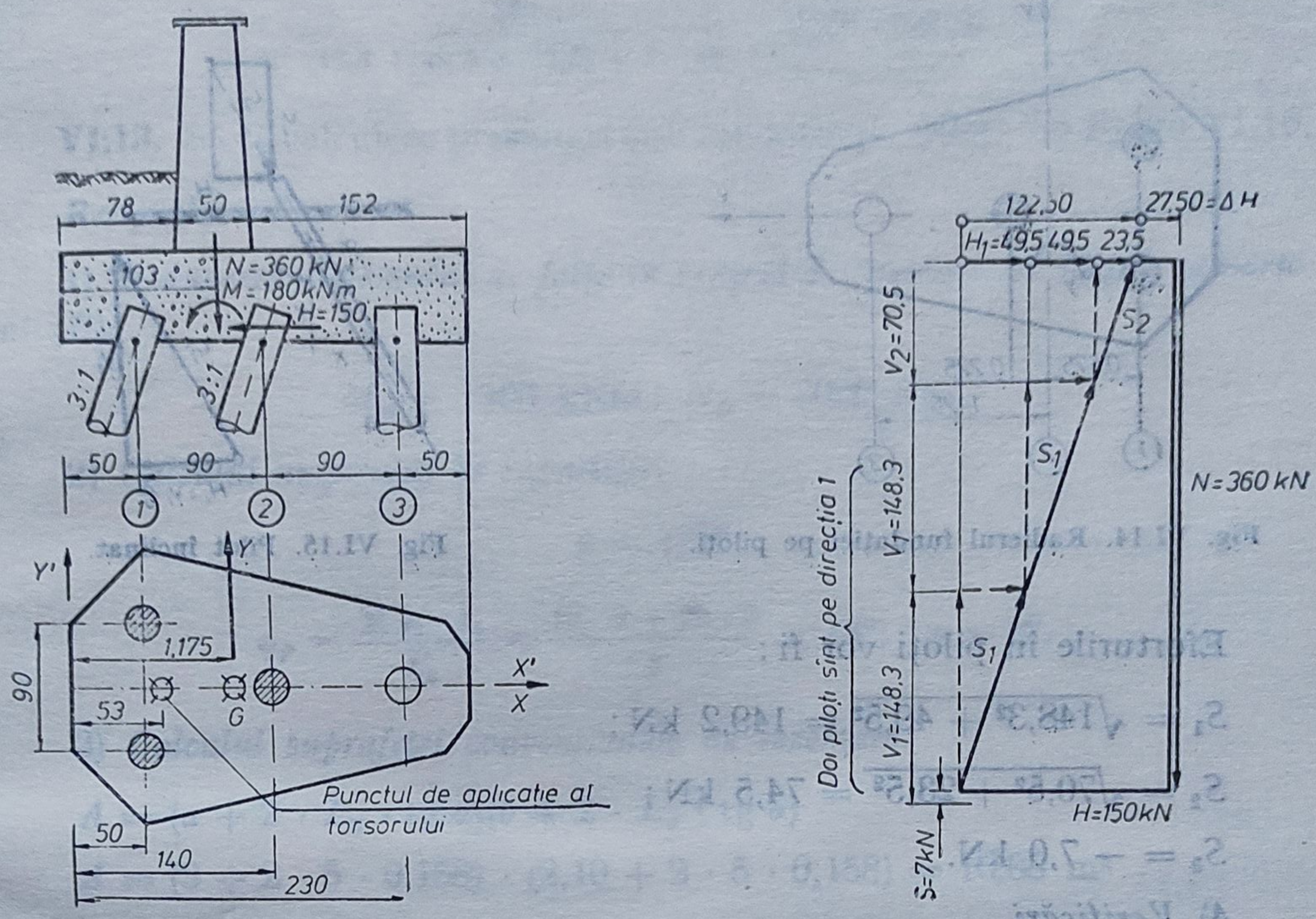


Fig. VI.13. Fundații pe piloți.

unde: n este numărul total de piloți;

X_i — abscisele piloților (fig. VI.14);

V_i — efortul vertical în pilotul i.

$$X_1 = X_1' - X_G = 0{,}50 - 1{,}175 = -0{,}675 \text{ m};$$

$$X_2 = 1{,}40 - 1{,}175 = 0{,}225 \text{ m};$$

$$X_3 = 2{,}30 - 1{,}175 = 1{,}125 \text{ m};$$

$$\sum X_i^2 = 2 \cdot 0{,}675^2 + 0{,}225^2 + 1{,}125^2 = 2{,}684;$$

$$V_1 = \frac{N_G}{n} \pm \frac{M_y}{\sum X_i^2} \cdot X_i;$$

$$V_1 = \frac{360}{4} + \frac{232}{2{,}684} \cdot 0{,}675 = 148{,}3 \text{ kN};$$

$$V_2 = \frac{360}{4} - \frac{232}{2{,}684} \cdot 0{,}225 = 70{,}5 \text{ kN};$$

$$V_3 = \frac{360}{4} - \frac{232}{2{,}684} \cdot 1{,}125 = -7 \text{ kN}.$$

Piloții înclinați fiind considerați articulați în radier preiau numai încărcări axiale, S_i (fig. VI.15), deci V_i este componenta verticală, iar H_i componenta orizontală a efortului S_i.

$$H_1 = 148{,}3 \cdot \frac{1}{3} = 49{,}5 \text{ kN}; \quad H_2 = 70{,}5 \cdot \frac{1}{3} = 23{,}5 \text{ kN}.$$

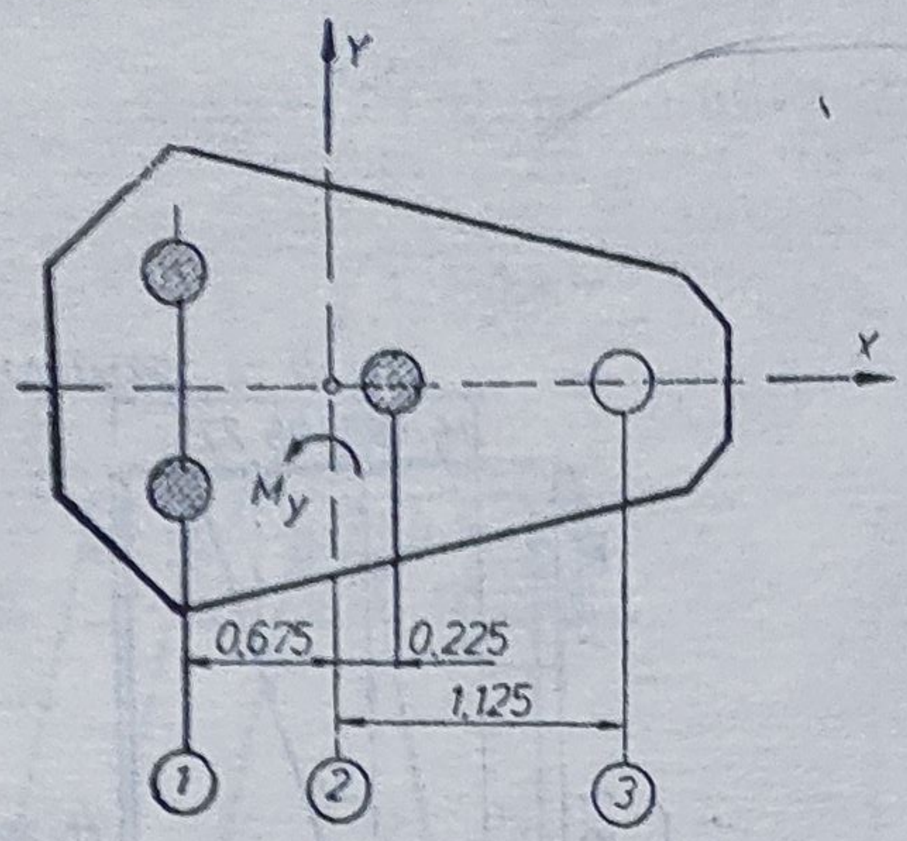


Fig. VI.14. Radierul fundației pe piloți.

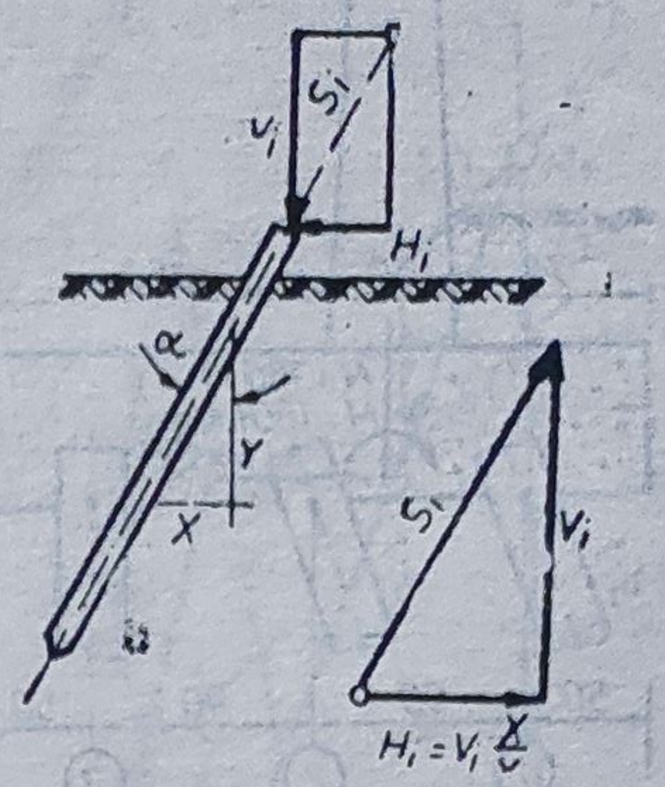


Fig. VI.15. Pilot înclinat.

Eforturile în piloți vor fi:

$$S_1 = \sqrt{148{,}3^2 + 49{,}5^2} = 149{,}2 \text{ kN};$$

$$S_2 = \sqrt{70{,}5^2 + 23{,}5^2} = 74{,}5 \text{ kN};$$

$$S_3 = -7{,}0 \text{ kN}.$$

4) *Verificări.*

Verificarea se poate face grafic compunînd eforturile din piloți ca în figura VI.13.

— Verificarea la capacitatea portantă a pilotului (pilot 1)

$$S_i \leqslant R_g; \quad 148{,}3 < 160 \text{ kN}.$$

— Verificarea la smulgere a pilotului

$$S_i \leqslant R_{sm}; \quad 7 < 50 \text{ kN}$$

— Verificarea la forța orizontală se poate face grafic (fig. VI.13), rezultînd o forță orizontală ce trebuie preluată de piloți (considerată distribuită la toți piloții),

$$\Delta H = 27{,}5 \text{ kN pe pilot}; \quad H_{or} = \frac{27{,}5}{4} = 6{,}88 \text{ kN} < R_{or}$$

sau analitic, cu formula din STAS 2561/3—76

$$\frac{H_{tot}}{\sum H_{inc} + n \cdot R_{or}} \leqslant m,$$

unde: H_{tot} este componenta orizontală a efortului total de calcul, care acționează asupra radierului;

ΣH_{inc} — suma tuturor componentelor orizontale ale eforturilor axiale care acționează în piloți înclinați;

R_{or} — capacitatea portantă a piloților verticali la solicitări orizontale;

m — coeficient al condițiilor de lucru, $m = 0{,}9$;

n — numărul de piloți verticali.

$$\frac{150}{(49{,}5 + 49{,}5 + 23{,}5) + 1 \cdot 48} = 0{,}86 < 0{,}9.$$

VI.13. Să se calculeze presiunea sub fundația pe piloți din figura VI.16.

Rezolvare.

1) *Reducerea sistemului de forțe în centrul de greutate al tălpii radierului (B).*

$$M_B = 1300 \text{ kNm}; \; N_B = 2000 \text{ kN}.$$

2) *Calculul unghiului de repartiție.*

$$\alpha = \varphi/2^*$$

$$\varphi_P = \frac{\sum \varphi_i \cdot h_i}{L_0} = \frac{15 \cdot 2 + 20 \cdot 3}{5} = 18°; \quad \alpha = 9°.$$

3) *Calculul suprafeței convenționale de rezemare.*

$$A = (a + 2 \cdot L_0 \cdot \text{tg}\,\alpha)(b + 2 \cdot L_0 \cdot \text{tg}\,\alpha)$$

$$A = (3 + 2 \cdot 5 \cdot 0{,}158) \cdot (2{,}10 + 2 \cdot 5 \cdot 0{,}158) = 16{,}88 \text{ m}^2$$

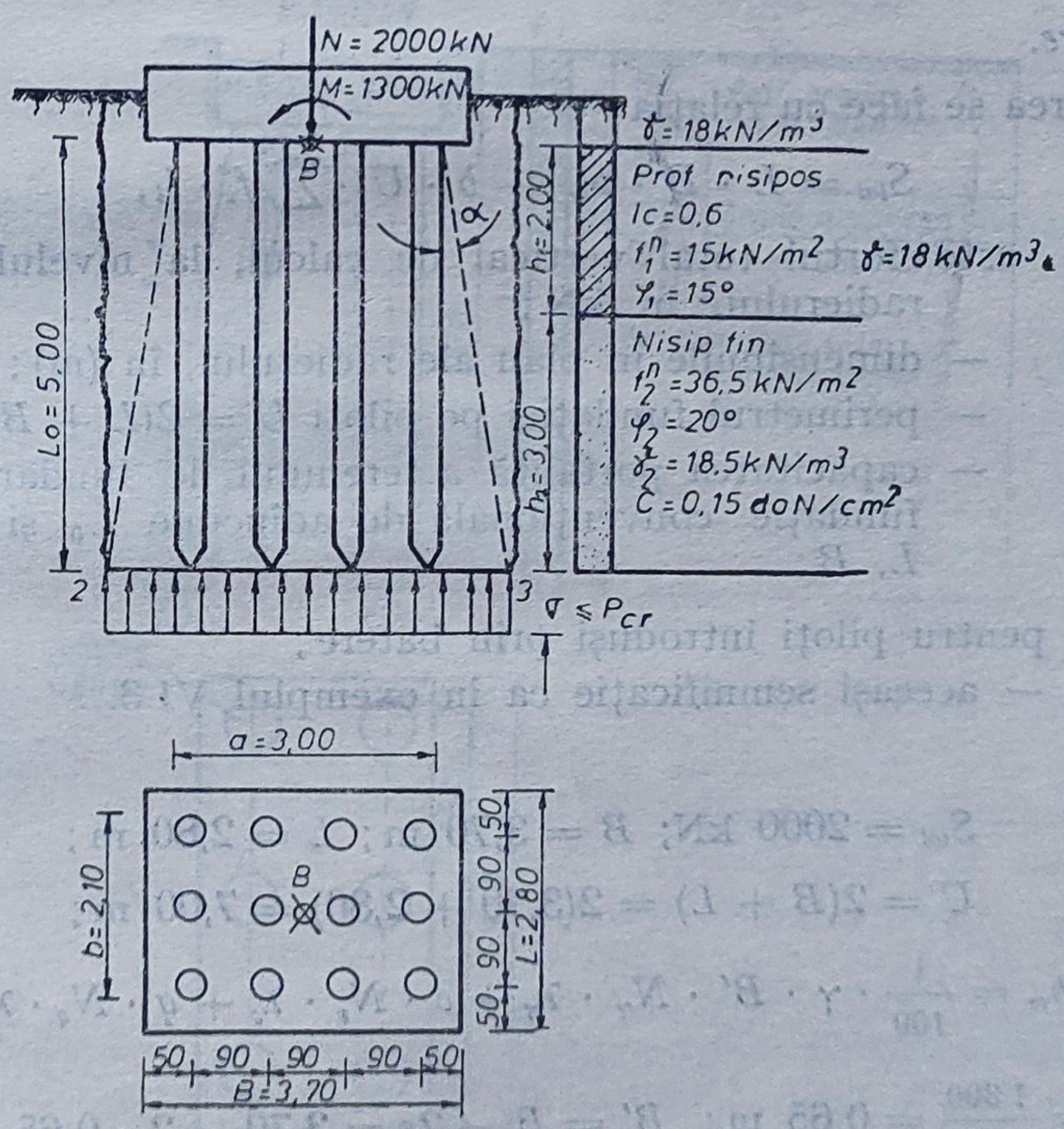


Fig. VI.16. Presiunea în planul vîrfurilor piloților.

* Normele tehnice CF din URSS consideră $\alpha = \varphi/4$.

4) *Calculul greutății masivului* 1, 2, 3, 4.

$$\gamma_p = \frac{\sum \gamma_i \cdot h_i}{L_0} = \frac{18 \cdot 2 + 18{,}5 \cdot 3}{5} = 18{,}30 \text{ kN/m}^3;$$

$$A_1 = 3{,}70 \cdot 2{,}80 = 10{,}36 \text{ m}^2;$$

$$A_{pilot} = n \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 12 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}3^2}{4} = 0{,}85 \text{ m}^2;$$

$$G = (A - A_p) \cdot L_0 \cdot \gamma_p + A_p \cdot L_0 \cdot \gamma_B + (A - A_1) \cdot h_f \cdot \gamma;$$

$$G = (16{,}88 - 0{,}85) \cdot 5 \cdot 18{,}30 + 0{,}85 \cdot 5 \cdot 24 +$$

$$+ (16{,}88 - 10{,}36) \cdot 0{,}6 \cdot 18 = 1\,632{,}5 \text{ kN}.$$

5) *Calculul modulului de rezistență al suprafeței convenționale.*

$$W = \frac{3{,}68 \cdot 4{,}58^2}{6} = 12{,}8 \text{ m}^3.$$

6) *Calculul presiunii sub fundația pe piloți.*

$$\sigma = \frac{N + G}{A} + \frac{M}{W} = \frac{2\,000 + 1\,632{,}5}{16{,}88} + \frac{1\,300}{12{,}8} = 316{,}5 \text{ kPa}.$$

VI.14. Să se verifice capacitatea portantă a întregii fundații pe piloți din exemplul VI.13.

Rezolvare.

Verificarea se face cu relația

$$S_{tot} = L \cdot B \cdot p_{cr} + b \cdot U \cdot \sum f_i^n \cdot l_i,$$

unde: S_{tot} este efortul total vertical de calcul, la nivelul inferior al radierului, în kN;

L, B — dimensiunile în plan ale radierului, în (m);

U — perimetrul fundației pe piloți $U = 2(L + B)$;

p_{cr} — capacitatea portantă a terenului de fundare pentru o fundație convențională de adîncime L_0 și dimensiuni L, B;

$b = 1$ pentru piloți introduși prin batere;

f_i^n, l_i — aceeași semnificație ca în exemplul VI.3.

Rezultă:

$$S_{tot} = 2000 \text{ kN};\ B = 3{,}70 \text{ m};\ L = 2{,}80 \text{ m};$$

$$U = 2(B + L) = 2(3{,}70 + 2{,}80) = 7{,}00 \text{ m};$$

$$p_{cr} = \frac{1}{100} \cdot \gamma \cdot B' \cdot N_\gamma \cdot \lambda_\gamma + c \cdot N_c \cdot \lambda_c + q \cdot N_q \cdot \lambda_q;$$

$$e = \frac{M}{S_{tot}} = \frac{1\,300}{2\,000} = 0{,}65 \text{ m};\quad B' = B - 2e = 3{,}70 - 2 \cdot 0{,}65 = 2{,}40 \text{ m};$$

$$L' = L;\quad \lambda_c = \lambda_q = 1 + 0{,}3\,\frac{B'}{L'} = 1 + 0{,}3\,\frac{2{,}40}{2{,}80} = 1{,}257;$$

$$\lambda_\gamma = 1 - 0{,}4\,\frac{B'}{L'} = 1 - 0{,}4\,\frac{2{,}40}{2{,}80} = 0{,}657\,;$$

$$N_\gamma = 1{,}8\,;\ N_c = 14{,}8\,;\ N_q = 6{,}4\ \text{(STAS 8316–77)}\,;$$

$$q = 0{,}6 \cdot 18 + 2 \cdot 18 + 3 \cdot 18{,}5 = 102{,}3\ \text{kPa} = 1{,}023\ \text{daN/cm}^2\,;$$

$$p_{cr} = \frac{1}{100} \cdot 18{,}5 \cdot 2{,}40 \cdot 1{,}80 \cdot 0{,}657 + 0{,}15 \cdot 14{,}8 \cdot 1{,}257 +$$

$$+ 1{,}023 \cdot 6{,}4 \cdot 1{,}257 = 12{,}53\ \text{daN/cm}^2\,;$$

$$p_{cr} = 12{,}53\ \text{daN/cm}^2 = 1\,253\ \text{kPa}\,;$$

$$S_{tot} < 2{,}80 \cdot 3{,}70 \cdot 1\,253 + 1 \cdot 7(15 \cdot 2 + 36{,}5 \cdot 3) = 13\,426\ \text{kN},$$

deci se verifică.

VI.15. Să se determine eforturile secționale din coloane (piloți de mare diametru) la nivelul încastrării lor în radier pentru fundația din figura VI.17.

Rezolvare.

1) *Date inițiale.*

— Acțiunile la nivelul inferior al radierului, în centrul de greutate al radierului

$$N = 4\,000\ \text{kN}\,;\ H = 500\ \text{kN}\,;\ M = 1\,500\ \text{kNm}.$$

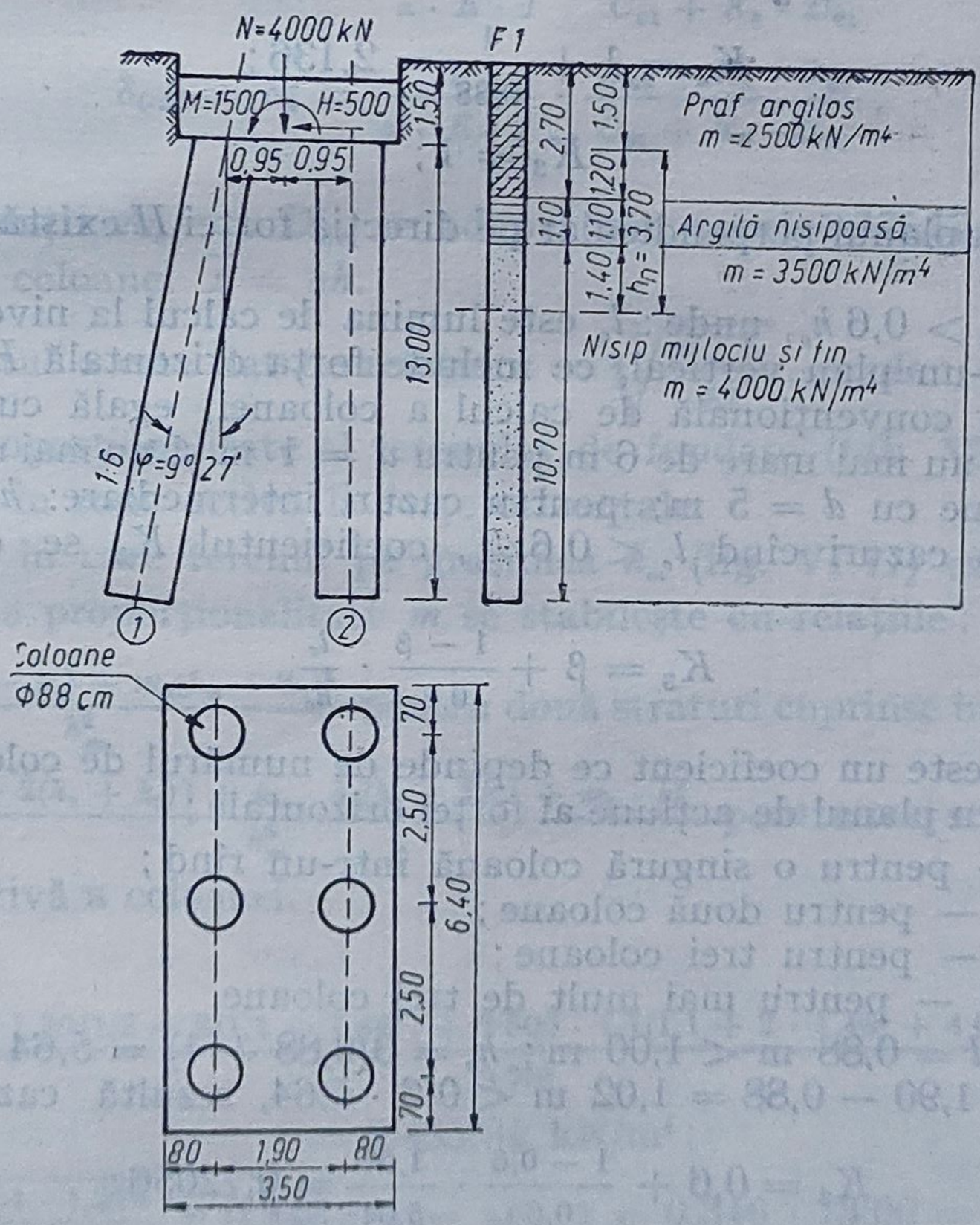


Fig. VI.17. Coloane.

Tabelul VI.17

$\bar{x}$	$[A_{01}]$ $B_3D_4-B_4D_3$	$[C_{01}]$ $A_3B_4-A_4B_3$	$[B_{01}]$ $B_2D_4-B_4D_2$	$[D_{01}]$ $A_2B_4-A_4B_2$	$[A_{02}]$ $A_3D_4-A_4D_3$	$[B_{02}]$ $A_2D_4-A_4D_2$	$[C_{02}]$ $A_3C_4-A_4C_3$	$[D_{02}]$ $A_2C_4-A_4C_2$
0,0	0	0	1,000	0	0	0	0	0
0,1	0	0	1,000	0,005	0	0	0,005	0,001
0,2	0	0	1,000	0,020	0,003	0	0,020	0,004
0,3	0,002	0	1,000	0,045	0,009	0,002	0,045	0,014
0,4	0,006	0	1,001	0,080	0,021	0,005	0,080	0,032
0,5	0,016	0	1,004	0,125	0,042	0,013	0,125	0,062
0,6	0,032	0,001	1,009	0,180	0,072	0,027	0,180	0,108
0,7	0,060	0,002	1,020	0,245	0,114	0,050	0,246	0,172
0,8	0,102	0,004	1,038	0,321	0,171	0,085	0,322	0,256
0,9	0,164	0,007	1,069	0,407	0,244	0,137	0,408	0,365
1,0	0,251	0,014	1,117	0,504	0,335	0,209	0,507	0,502
1,1	0,367	0,025	1,188	0,614	0,447	0,306	0,619	0,670
1,2	0,522	0,041	1,291	0,736	0,583	0,434	0,746	0,872
1,3	0,721	0,067	1,435	0,872	0,747	0,599	0,890	1,114
1,4	0,973	0,105	1,631	1,026	0,940	0,809	1,056	1,401
1,5	1,289	0,159	1,893	1,199	1,170	1,071	1,247	1,737
1,6	1,681	0,235	2,238	1,400	1,440	1,394	1,473	2,131
1,7	2,161	0,339	2,683	1,625	1,759	1,789	1,740	2,592
1,8	2,747	0,480	3,251	1,889	2,137	2,269	2,061	3,130
1,9	3,458	0,666	3,969	2,199	2,584	2,845	2,451	3,760
2,0	4,318	0,912	4,868	2,567	3,117	3,546	2,929	4,500
2,2	6,610	1,640	7,363	3,534	4,518	5,385	4,248	6,402
2,4	9,955	2,824	11,131	4,953	6,570	8,022	6,288	9,092
2,6	14,868	4,701	16,747	7,072	9,629	11,821	9,463	12,972
2,8	22,157	7,627	25,065	10,264	14,257	17,336	14,403	18,664
3,0	33,088	12,135	37,381	15,092	21,329	25,427	22,068	27,126
3,5	92,209	36,858	101,369	41,018	60,476	67,498	64,770	72,048
4,0	266,060	109,012	279,996	114,722	176,709	185,996	190,834	200,050
4,5	788,090	324,088	795,764	327,749	525,455	529,831	567,247	571,666
5,0	2 382,000	979,678	2 324,470	956,662	1 588,43	1 549,67	1 713,280	1 672,280

Tabelul VI.18

Valorile coeficientului de proporţionalitate m

Tipul terenului	m kN/m⁴
Argile plastic curgătoare (mîluri)	500 – 2 000
Argile plastic moi, prafuri, nisipuri prăfoase, nisipuri afînate	2 000 – 4 000
Argile plastic vîrtoase, prafuri, nisipuri fine medii	4 000 – 6 000
Argile tari, nisipuri grosiere, prafuri argiloase, nisipuri argiloase	6 000 – 10 000
Nisipuri cu pietrişuri, prundişuri, bolovănişuri	10 000 – 20 000

Din tabelul VI.17, pentru valoarea $\bar{z} = 4{,}50$ (nu se interpolează, ci se ia valoarea cea mai apropiată) rezultă :

$$A_{01} = 788{,}091\,; \quad B_{01} = 795{,}764\,; \quad C_{02} = 567{,}247\,; \quad D_{02} = 571{,}666\,;$$

$$A_{02} = 525{,}455\,; \quad B_{02} = 529{,}931\,; \quad C_{01} = 324{,}088\,; \quad D_{01} = 327{,}749.$$

Coeficientul K_h, ce exprimă gradul de încastrare al bazei coloanei este dat de relaţia

$K_h = \dfrac{m_b \cdot h \cdot I_b}{\alpha \cdot E \cdot I}$, unde: m_b şi I_b reprezintă coeficientul de proporţionalitate al terenului de la baza coloanei şi respectiv, momentul de inerţie al secţiunii de la baza coloanei.

Rezultă :

$$K_h = \frac{3\,500 \cdot 13{,}00 \cdot 0{,}02942}{0{,}346 \cdot 0{,}05884 \cdot 10^7} = 0{,}0065751$$ (pentru $\bar{z} \leqslant 3{,}00$ se poate considera $K_h = 0$).

Avînd calculate valorile coeficienţilor α şi K_h se pot calcula deplasările (δ_i^0) la nivelul terenului.

Rezultă :

$$\alpha^3 \cdot E \cdot I = 0{,}346^3 \cdot 0{,}5884 \cdot 10^6 = 24\,360$$

$$\alpha \cdot E \cdot I = 0{,}346 \cdot 0{,}5884 \cdot 10^6 = 20\,3580$$

$$\alpha^2 \cdot E \cdot I = 0{,}346^2 \cdot 0{,}5884 \cdot 10^6 = 70\,430$$ şi respectiv,

$$\delta_1^0 = \frac{1}{24\,360} \cdot \frac{788{,}091 + 0{,}006575 \cdot 795{,}764}{324{,}098 + 0{,}006575 \cdot 327{,}749} = 9{,}982 \cdot 10^{-5}\,;$$

$$\delta_2^0 = \frac{1}{203\,580} \cdot \frac{567{,}247 + 0{,}006575 \cdot 571{,}666}{324{,}088 + 0{,}006575 \cdot 327{,}749} = 0{,}859 \cdot 10^{-5}\,;$$

$$\delta_3^0 = \frac{1}{70\,430} \cdot \frac{525{,}455 + 0{,}006575 \cdot 529{,}831}{324{,}088 + 0{,}006575 \cdot 327{,}749} = 2{,}302 \cdot 10^{-5}.$$

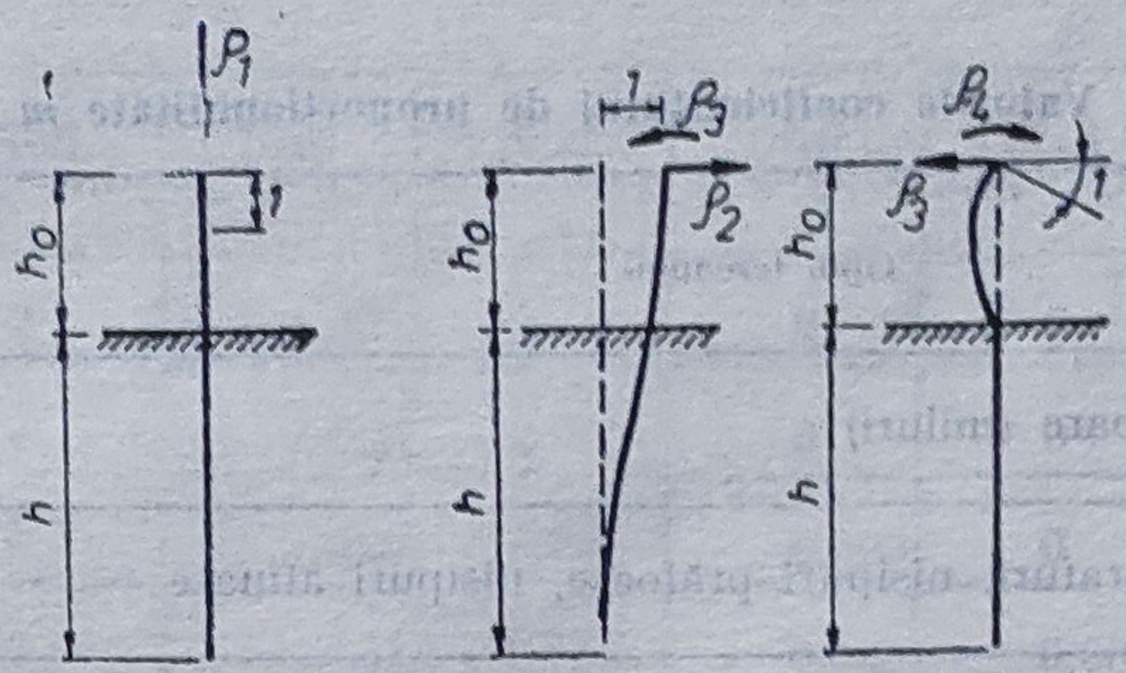


Fig. VI.19. Reacţiunile din pilot în cazul unei deplasări unitare.

În cazul în care radierul ar fi radier înalt, amplasat la înălţimea h_0 deasupra terenului, deplasările capătului superior al coloanelor sînt date de relaţiile:

$$\delta_1 = \frac{h_0^3}{3EI} + \delta_1^0 + 2h_0\delta_3^0 + \delta_2^0 \cdot h_0^2;$$

$$\delta_2 = \frac{h_0}{EI} + \delta_2^0;$$

$$\delta_3 = \frac{h_0^2}{2EI} + \delta_3^0 + h_0 \cdot \delta_2^0,$$

$$h_0 = 0;\ \delta_1 = \delta_1^0;\quad \delta_2 = \delta_2^0;\quad \delta_3 = \delta_3^0.$$

4) *Calculul reacţiunilor ce apar la capătul superior al coloanei la deplasări unitare.*

Reacţiunile ce apar în secţiunea de capăt a coloanei la deplasări unitare ale acesteia (fig. VI.19), se calculează cu relaţiile

$$\rho_1 = \frac{1}{\dfrac{h + h_0}{E \cdot A_{coloană}} + \dfrac{K_p}{m_b \cdot h \cdot A_{bază}}},\quad \text{unde: } K_p = \frac{d}{5};$$

$$\rho_2 = \frac{\delta_2}{\delta_1 \cdot \delta_2 - \delta_3^2};\quad \rho_3 = \frac{\delta_3}{\delta_1 \cdot \delta_2 - \delta_3^2};\quad \rho_4 = \frac{\delta_1}{\delta_1 \cdot \delta_2 - \delta_3^2}.$$

Rezultă:

$$K_p = \frac{0{,}88}{5} = 0{,}176;$$

$$\rho_1 = \frac{1}{\dfrac{13{,}00 + 0{,}00}{2 \cdot 10^7 \cdot 0{,}6079} + \dfrac{0{,}176}{3\,500 \cdot 13{,}00 \cdot 0{,}6079}} = 1{,}3454 \cdot 10^5;$$

$$\rho_2 = \frac{0{,}859 \cdot 10^{-5}}{9{,}982 \cdot 0{,}859 \cdot 10^{-10} - 2{,}302 \cdot 10^{-5}} = 0{,}2622 \cdot 10^5;$$

$$\rho_3 = \frac{2{,}302 \cdot 10^{-5}}{9{,}982 \cdot 0{,}859 \cdot 10^{-10} - 2{,}302 \cdot 10^{-5}} = 0{,}7028 \cdot 10^5;$$

$$\rho_4 = \frac{9{,}982 \cdot 10^{-5}}{9{,}982 \cdot 0{,}859 \cdot 10^{-10} - 2{,}302 \cdot 10^{-5}} = 3{,}0476 \cdot 10^5.$$

5) *Calculul reacţiunilor ce apar în secţiunea de capăt a coloanelor la deplasări unitare ale radierului.*

Reacţiunile ce apar în planul tălpii inferioare a radierului, ca urmare a deplasărilor lui $u = v = \psi = 1$ sînt date de expresiile:

$$r_{11} = \sum_{i=1}^{n} (\rho_1 \sin^2 \varphi_i + \rho_2 \cos^2 \varphi_i);$$

$$r_{22} = \sum_{i=1}^{n} (\rho_1 \cos^2 \varphi_i + \rho_2 \sin^2 \varphi_i);$$

$$r_{33} = \sum_{i=1}^{n} (\rho_1 x_i^2 \cos^2 \varphi_i + \rho_2 x_i^2 \sin^2 \varphi_i + 2\rho_3 x_i \sin \varphi_i) + n\rho_4;$$

$$r_{12} = \sum_{i=1}^{n} (\rho_1 - \rho_2) \sin \varphi_i \cdot \cos \varphi_i;$$

$$r_{13} = \sum_{i=1}^{n} (\rho_1 - \rho_2) x_i \sin \varphi_i \cos \varphi_i - \rho_3 \cos \varphi_i;$$

$$r_{23} = \sum_{i=1}^{n} (\rho_1 \cos^2 \varphi_i + \rho_2 \sin^2 \varphi_i) x_i + \rho_3 \sin \varphi_i.$$

Sumele se referă la toate coloanele radierului care pot avea poziţii şi înclinări şi chiar caracteristici de rigiditate diferite ρ_i.

Tabelul VI.19

Coloane

Coloana	X_i	$\sin \varphi_i$	$\cos \varphi_i$	$\sin^2 \varphi_i$	$\cos^2 \varphi_i$	$\rho_1 \cdot 10^5$	$\rho_2 \cdot 10^5$	$\rho_3 \cdot 10^5$	$\rho_4 \cdot 10^5$
1	0,95	0,1644	0,9864	0,027	0,973	1,3454	0,2622	0,7028	3,4476
2	0,95	0	1	0	1	1,3454	0,2622	0,7028	3,4476

Pe baza datelor din tabelul VI.19, rezultă:

$$r_{11} = (1{,}3454 \cdot 10^5 \cdot 0{,}027 + 0{,}2622 \cdot 10^5 \cdot 0{,}973) +$$
$$+ (1{,}344 \cdot 10^5 \cdot 0{,}00 + 0{,}2622 \cdot 10^5 \cdot 1{,}00) = 0{,}55346 \cdot 10^5;$$

$$r_{22} = (1{,}3454 \cdot 10^5 \cdot 0{,}973 + 0{,}2622 \cdot 10^3 \cdot 0{,}027) +$$
$$+ (1{,}3454 \cdot 10^5 \cdot 1{,}00 + 0{,}2622 \cdot 10^5 \cdot 0{,}00) = 2{,}6615 \cdot 10^5;$$

$$r_{33} = (1{,}3454 \cdot 10^5 \cdot 0{,}95^2 \cdot 0{,}973 + 0{,}2622 \cdot 10^5 \cdot 0{,}95^2 \cdot 0{,}027 +$$
$$+ 2 \cdot 0{,}7028 \cdot 10^5 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}1644 + 3{,}0476 \cdot 10^5) +$$
$$+ (1{,}3454 \cdot 10^5 \cdot 0{,}95^2 \cdot 1{,}00 + 0{,}2622 \cdot 10^5 \cdot 0{,}95^2 \cdot 0{,}00 -$$
$$- 2{,}00 \cdot 0{,}7028 \cdot 10^5 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}00 + 3{,}0476 \cdot 10^5) = 8{,}7167 \cdot 10^5;$$

$$r_{12} = (1{,}3454 \cdot 10^5 - 0{,}2622 \cdot 10^5) \cdot 0{,}1644 \cdot 0{,}9864 +$$
$$+ (1{,}3454 \cdot 10^5 - 0{,}2622 \cdot 10^5) \cdot 0{,}00 \cdot 1{,}00 = 0{,}1756 \cdot 10^5;$$
$$r_{13} = (1{,}3454 \cdot 10^5 - 0{,}2622 \cdot 10^5) \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}1644 \cdot 0{,}9864 -$$
$$- 0{,}7028 \cdot 10^5 \cdot 0{,}9864 - 0{,}7028 \cdot 10^5 \cdot 1{,}00 = -1{,}22917 \cdot 10^5;$$
$$r_{23} = (1{,}3454 \cdot 10^5 \cdot 0{,}973 + 0{,}2622 \cdot 10^5 \cdot 0{,}027) \cdot 0{,}95 +$$
$$+ 0{,}7028 \cdot 10^5 \cdot 0{,}1644 - 1{,}3454 \cdot 10^5 \cdot 1{,}00 \cdot 0{,}95 + 0{,}7028 \cdot 10^5 \cdot 0{,}00 =$$
$$= 0{,}08775 \cdot 10^5.$$

6) *Calculul deplasărilor radierului.*

Deplasările radierului după cele trei direcţii, u, v, ψ rezultă ca soluţii ale următorului sistem:

$$\begin{cases} r_{11} \cdot u + r_{12} \cdot v + r_{13} \cdot \psi = H; \\ r_{21} \cdot u + r_{22} \cdot v + r_{23} \cdot \psi = N; \\ r_{31} \cdot u + r_{32} \cdot v + r_{33} \cdot \psi = M. \end{cases}$$

Considerînd solicitările ce revin unui rînd de coloane, pentru care s-au calculat de altfel reacţiunile r_{ij}, rezultă sistemul:

$$\begin{cases} 55346 \cdot u + 17560 \cdot v - 122917 \cdot \psi = 500/3; \\ 17560 \cdot u + 266150 \cdot v + 8775 \cdot \psi = 4000/3; \\ -122917 \cdot u + 8775 \cdot v + 871670 \cdot \psi = 1500/3; \end{cases}$$

cu soluţiile:

$$u = 39{,}066443 \cdot 10^{-4} \text{ m};$$
$$v = 47{,}152125 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad \text{şi} \quad \psi = 10{,}770356 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

7) *Calculul eforturilor secţionale din coloane la nivelul inferior al radierului.*

Eforturile ce-i revin fiecărei coloane, din grupul de coloane, sînt date de relaţiile:

$$N_i = \rho_1 [u \cdot \sin \varphi_i + (v + \psi \cdot x_i) \cdot \cos \varphi_i];$$
$$T_i = \rho_2 [u \cdot \cos \varphi_i - (v + \psi \cdot x_i) \cdot \sin \varphi_i] - \rho_3 \psi;$$
$$M_i = \rho_4 \cdot \psi - \rho_3 [u \cdot \cos \varphi_i - (v + \psi \cdot x_i) \cdot \sin \varphi_i];$$

înlocuind, se obţine:

$$N_1 = 1{,}3454 \cdot 10^5 \cdot 39{,}066443 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}1644 +$$
$$+ (47{,}152125 \cdot 10^{-4} + 10{,}770356 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}95) \cdot 0{,}9864 = 847{,}952672 \text{ kN};$$
$$N_2 = 1{,}3454 \cdot 10^5 \cdot 39{,}066443 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}00 +$$
$$+ (47{,}152125 \cdot 10^{-4} - 10{,}770356 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}95) \cdot 1{,}00 = 496{,}7255386 \text{ kN};$$
$$T_1 = 0{,}2622 \cdot 10^5 \cdot 39{,}066443 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}98640 -$$
$$- (47{,}152125 \cdot 10^{-4} + 10{,}770356 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}95) \cdot 0{,}1644 -$$
$$- 0{,}7028 \cdot 10^5 \cdot 10{,}770356 \cdot 10^{-4} = 0{,}609325 \text{ kN};$$

$$T_2 = 0{,}2622 \cdot 10^5(39{,}066443 \cdot 10^{-4} \cdot 1 - 0{,}00) -$$
$$- 0{,}7028 \cdot 10^5 \cdot 10{,}770356 \cdot 10^{-4} = 26{,}738156 \text{ kN};$$
$$M_1 = 3{,}0476 \cdot 10^5 \cdot 10{,}770356 \cdot 10^{-4} - 0{,}7028 \cdot 10^5 \cdot 39{,}066443 \cdot 10^{-4} \cdot$$
$$\cdot 0{,}9864 - (47{,}152125 \cdot 10^{-4} + 10{,}770356 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}95) \cdot 0{,}1644 =$$
$$= 123{,}7140247 \text{ kNm};$$
$$M_2 = 3{,}0476 \cdot 10^5 \cdot 10{,}770356 \cdot 10^{-4} - 0{,}7028 \cdot 10^5 \cdot 39{,}066443 \cdot 10^{-4} \cdot$$
$$\cdot 1{,}00 - 0{,}00 = 53{,}678408 \text{ kNm};$$

8) *Verificarea calculelor.*

Verificarea calculelor se face prin analiza echilibrului static al radierului sub acțiunea forțelor N, V, H și al reacțiunilor din secțiunea de capăt a coloanelor N_i, T_i, M_i, scriind cele trei ecuații de echilibru static:

— proiecția pe verticală

$$N - \sum_{i=1}^{n} (N_i \cdot \cos \varphi_i - T_i \cdot \sin \varphi_i) = 0;$$
$$1\,333 - (847{,}952672 - 0{,}9864 - 0{,}609325 \cdot 0{,}1644) - (496{,}7255386 \cdot 1{,}00 -$$
$$- 26{,}738156 \cdot 0) = 0{,}0458 \text{ (eroare } 0{,}0034\%);$$

— proiecție pe orizontală

$$H - \sum_{i=1}^{n} (N_i \cdot \sin \varphi_i + T_i \cdot \cos \varphi_i) = 0;$$
$$166{,}7 - (847{,}952672 \cdot 0{,}1644 + 0{,}609325 \cdot 0{,}9864) - (496{,}7255386 \cdot 0 +$$
$$+ 26{,}738156 \cdot 1{,}00) = 0{,}0426 \text{ (eroare } 0{,}025\%);$$

— ecuație de moment față de centrul tălpii radierului

$$M - \sum_{i=1}^{n} (N_i \cdot \cos \varphi_i - T_i \cdot \sin \varphi_i) \cdot x_i - \sum_{i=1}^{n} M_i = 0;$$
$$500 - (847{,}952672 \cdot 0{,}9864 - 0{,}609325 \cdot 0{,}1644) \cdot 0{,}95 -$$
$$- 496{,}7255386 \cdot (-0{,}95) - 123{,}7140247 - 53{,}678408 = 0{,}00749$$
$$\text{(eroare } 0{,}00149\%).$$

Cum erorile sînt cu mult sub cele admise, calculele efectuate sînt corecte.

VI.16. Să se determine eforturile secționale și presiunile orizontale asupra terenului, în lungul unei coloane izolate cu diametrul $d = 107$ cm și $h = 10{,}00$ m, realizată din beton B 200, într-un teren cu un coeficient de proporționalitate $m = 4\,000$ kN/m^4 și acționată de o forță orizontală $Q_0 = 342{,}121$ kN și un moment încovoietor $M_0 = 177{,}92$ kNm.

Rezolvare.

1) *Expresiile eforturilor secționale, presiunii și ale deformațiilor coloanei.*

Ecuația fibrei medii deformate a coloanei este

$$\frac{d^4y}{dz^4} + \alpha^5 z y(z) = 0,$$

în care : $\alpha = \sqrt[5]{\frac{\overline{mb_c}}{EI}}$,

$m = 4\,000$ kN/m^4 este coeficientul de proporţionalitate al terenului ;

$I = \frac{\pi d^4}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 1{,}02^4}{4} = 0{,}0643$ m^4 — momentul de inerţie al coloanei ;

$E = 2 \cdot 10^7$ kN/m^2 — modulul de elasticitate al betonului ;

$b_c = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot d = 0{,}9\left(1 + \frac{1}{9{,}07}\right) \cdot 1{,}00 \cdot 1{,}07 = 1{,}85$ m — lăţimea de calcul a coloanei (v. ex. VI.15).

Soluţia ecuaţiei diferenţiale este de forma

$$y(\bar{z}) = y_0 A_1(\bar{z}) + \frac{\varphi_0}{\alpha} B_1(\bar{z}) + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_1(\bar{z}) + \frac{Q}{\alpha^3 EI} D_1(\bar{z}),$$

iar rotirea, eforturile secţionale şi presiunea orizontală, într-o secţiune oarecare $\bar{z}_i = \alpha z_i$ a coloanei, se determină cu relaţiile :

$$\frac{\varphi(\bar{z})}{\alpha} = y_0 A_2(\bar{z}) + \frac{\varphi_0}{\alpha} B_2(\bar{z}) + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_2(\bar{z}) + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_2(\bar{z}) ;$$

$$\frac{M(\bar{z})}{\alpha^2 EI} = y_0 A_3(\bar{z}) + \frac{\varphi_0}{\alpha} B_3(\bar{z}) + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_3(\bar{z}) + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_3(\bar{z}) ;$$

$$\frac{Q(\bar{z})}{\alpha^3 EI} = y_0 A_4(\bar{z}) + \frac{\varphi_0}{\alpha} B_4(\bar{z}) + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_4(\bar{z}) + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_4(\bar{z}) ;$$

$$P(\bar{z}) = m \cdot z \cdot y(\bar{z}).$$

Coeficienţii $A_1 \ldots A_4$ sînt prezentaţi în tabelele VI.20 şi VI.21.

Pentru determinarea diagramelor de presiuni, momente şi forţe tăietoare cu relaţiile precedente sînt necesari parametrii iniţiali ai coloanei φ_0 (rotirea secţiunii de la nivelul terenului) şi y_0 (deplasarea pe orizontală a secţiunii de la nivelul terenului) sub acţiunea eforturilor M_0, Q_0.

Parametrii iniţiali se pot determina în trei ipoteze :

Ipoteza I

— vîrful pilotului sau coloanei este încastrat în teren

$$Y(\bar{z} = \alpha h) = 0 ;$$

$$\varphi(\bar{z} = \alpha h) = 0 ;$$

$$Y_0 = \frac{M_0}{\alpha^2 EI}\left[\frac{B_1 \cdot C_2 - B_2 \cdot C_1}{A_1 \cdot B_2 - A_2 \cdot B_1}\right]_{\bar{z} = \alpha h} + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI}\left[\frac{B_1 \cdot D_2 - B_2 \cdot D_1}{A_1 \cdot B_2 - A_2 \cdot B_1}\right]_{\bar{z} = \alpha h} ;$$

$$\frac{\varphi_0}{\alpha} = \frac{M_0}{\alpha^2 EI}\left[\frac{A_2 C_1 - A_1 C_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1}\right]_{\bar{z} = \alpha h} + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI}\left[\frac{A_2 D_1 - A_1 D_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1}\right]_{\bar{z} = \alpha h} .$$

Ipoteza II

— rigiditatea pilotului sau a coloanei este mult mai mare decît cea a pamîntului astfel încît capătul său inferior poate fi considerat liber :

$$M(\bar{z} = \alpha h) = 0 ;$$

$$T(\bar{z} = \alpha h) = 0 ;$$

Tabelul VI. 20

$\overline{z}$	A_1	B_1	C_1	D_1	A_2	B_2	C_7	D_2
0,0	1	0	0	0	0,000	1,000	0,000	0,000
0,1	1,000	0,100	0,005	0,000	0,000	1,000	0,100	0,005
0,2	1,000	0,200	0,020	0,001	0,000	1,000	0,200	0,020
0,3	1,000	0,300	0,045	0,004	0,000	1,000	0,300	0,045
0,4	1,000	0,400	0,080	0,011	−0,001	1,000	0,400	0,080
0,5	1.000	0,500	0,125	0,021	−0,003	0,999	0,500	0,124
0,6.	0,999	0,600	0,180	0,036	−0,005	0,999	0,600	0,179
0,7	0,999	0,700	0,245	0,057	−0,010	0,997	0,700	0,224
0,8	0,997	0,800	0,320	0,085	−0,017	0,995	0,800	0,319
0,9	0,995	0,898	0,405	0,121	−0,273	0,990	0,897	0,404
1,0	0,992	0,997	0,499	0,166	−0,012	0,983	0,995	0,499
1,1	0,987	1,095	0,604	0,222	−0,061	0,973	1,073	0,603
1,2	0,979	1,192	0,718	0,288	−0,086	0,959	1,188	0,717
1,3	0,969	1,287	0,841	0,365	−0,119	0,938	1,280	0,840
1,4	0,955	1,379	0,974	0,456	−0,160	0,910	1,369	0,971
1,5	0,937	1,468	1,115	0,560	−0,210	0,874	1,453	1,111
1,6	0,913	1,553	1,264	0,678	−0,272	0,826	1,530	1,258
1,7	0,882	1,633	1,421	0,812	−0,347	0,764	1,600	1,412
1,8	0,843	1,706	1,584	0,961	−0,131	0,686	1,659	1,571
1,9	0,795	1,770	1,752	1,126	−0,538	0,590	1,705	1,734
2,0	0,735	1,823	1,924	1,308	−0,658	0,171	1,735	1,898
2,2	0,575	1,887	2,272	1,720	−0,956	0,151	1,731	2,222
2,4	0,347	1,874	2,609	2,195	−1,339	−0,303	1,613	2,518
2,6	0,033	1,755	2,907	2,724	−1,815	−0,926	1,335	2,749
2,8	−0,385	1,490	3,128	3,288	−2,388	−1,755	0,842	2,866
3,0	−0,928	1,037	3,225	3,858	−3,053	−2,824	0,068	2,804
3,5	−2,928	−1,272	2,463	4,980	−4,981	−6,708	−3,586	1,270
4,0	−5,853	−5,941	−0,927	4,548	−6,533	−12,158	−10,608	−3,766
4,5	−9,059	−13,416	−8,773	0,255	−5,610	−17,412	−21,302	−14,527
5,0	−10,394	−22,476	−22,428	−11,158	+1,795	−17,218	−32,969	−32,216

Tabelul VI.21

$\bar{z}$	A_3	B_3	C_3	D_3	A_4	B_4	C_4	D_4
0,0	0	0	1,000	0	0	0	0	1,000
0,1	−0,002	0	1,000	0,100	−0,005	0	0	1,000
0,2	−0,001	0	1,000	0,200	−0,020	0	0	1,000
0,3	−0,0045	−0,001	1,000	0,300	−0,045	0,003	−0,001	1,000
0,4	−0,011	−0,002	1,000	0,400	−0,080	−0,009	−0,003	1,000
0,5	−0,021	−0,005	0,999	0,500	−0,125	−0,021	−0,008	0,999
0,6	−0,036	−0,011	− 0,998	0,600	−0,180	−0,042	−0,016	0,997
0,7	−0,057	−0,020	0,996	0,700	−0,245	−0,072	−0,030	0,994
0,8	−0,085	−0,034	0,992	0,798	−0,320	−0,114	−0,051	0,989
0,9	−0,121	−0,055	0,985	0,897	−0,404	−0,171	−0,082	0,980
1,0	−0,166	−0,083	0,975	0,994	−0,500	−0,243	−0,125	0,967
1,1	−0,221	−0,122	0,960	1,090	−0,603	−0,333	−0,183	0,946
1,2	−0,287	−0,173	0,938	1,183	−0,716	−0,443	−0,259	0,917
1,3	−0,365	−0,238	0,907	1,273	−0,838	−0,574	−0,356	0,877
1,4	−0,455	−0,319	0,866	1,358	−0,967	−0,730	−0,479	0,821
1,5	−0,559	−0,420	0,810	1,437	−1,103	−1,116	−0,630	0,748
1,6	−0,676	−0,543	0,739	1,507	−1,248	−1,350	−0,815	0,652
1,7	−0,809	−0,691	0,646	1,566	−1,396	−1,614	−1,036	0,529
1,8	0,956	−0,867	0,530	1,612	−1,547	−1,906	−1,299	0,374
1,9	−1,118	−1,074	0,385	1,640	−1,699	−2,228	−1,608	0,181
2,0	−1,295	−1,314	0,207	1,646	−1,848	−2,578	−1,966	−0,057
2,2	−1,693	−1,906	−0,271	1,575	−2,125	−3,360	−2,849	−0,692
2,4	−2,141	−2,663	−0,949	1,352	−2,339	−4,228	−3,973	−1,592
2,6	−2,621	−3,600	−1,877	0,917	−2,437	−5,140	−5,355	−2,821
2,8	−3,103	−4,718	−3,108	0,197	−2,346	−6,023	−6,990	−4,445
3,0	−3,541	−6,000	−4,688	−0,891	−1,969	−6,765	−8,840	−6,520
3,5	−3,919	−9,544	−10,340	−5,854	−1,074	−6,789	−13,692	−13,826
4,0	−1,614	−11,731	−17,919	−15,075	9,244	−0,358	−15,611	−23,140
4,5	6,640	−7,610	−24,084	−28,484	25,230	19,892	−6,092	−29,105
5,0	24,977	11,949	−19,601	−41,355	49,085	62,705	30,075	−17,676

$$Y_0 = \frac{M_0}{\alpha^2 EI}\left[\frac{B_4C_3 - B_3C_4}{A_4B_3 - A_3B_4}\right]_{\bar{z}=\alpha h} + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI}\left[\frac{B_4D_3 - B_3D_4}{A_4B_3 - A_3B_4}\right]_{\bar{z}=\alpha h};$$

$$\varphi_0 = \frac{M_0}{\alpha^2 EI}\left[\frac{A_3C_4 - A_4C_3}{A_4B_3 - A_3B_4}\right]_{\bar{z}=\alpha h} + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI}\left[\frac{A_3D_4 - A_4D_3}{A_4B_3 - A_3B_4}\right]_{\bar{z}=\alpha h}.$$

Ipoteza III

— vîrful pilotului $\bar{z} = \alpha h$ se poate roti cu un unghi $\varphi \neq 0$, iar forța tăietoare este nulă.

Rezultă :

$$\frac{\varphi_0}{\alpha} = \frac{M_0}{\alpha^2 EI}\left[\frac{(A_4C_3 - A_3C_4) + K_h(A_2C_4 - A_4C_2)}{(A_3B_4 - A_4B_3) + K_h(A_2B_4 - A_4B_2)}\right]_{\bar{z}=\alpha h} +$$

$$+ \frac{Q_0}{\alpha^3 EI}\left[\frac{(A_3D_4 - A_4D_3) + K_h(A_2D_4 - A_4D_2)}{(A_3B_4 - A_4B_3) + K_h(A_2B_4' - A_4B_2)]}\right]_{\bar{z}=\alpha h};$$

$$Y_0 = \frac{M_0}{\alpha^2 EI}\left\{\frac{(B_3C_4 - B_4C_3) + K_h(B_2C_4 - B_4C_2)}{(A_3B_4 - A_4B_3) + K_h(A_2B_4 - A_4B_2)}\right\}_{\bar{z}=\alpha h} +$$

$$+ \frac{Q_0}{\alpha^3 EI}\left[\frac{(B_3D_4 - B_4D_3) + K_h(B_2D_4 - B_4D_2)}{(A_3B_4 - A_4B_3) + K_h(A_2B_4 - A_4B_2)}\right]_{\bar{z}=\alpha h},$$

unde : $K_h = \dfrac{m_b \cdot h \cdot I_{bază}}{\alpha EI}$.

Expresiile din paranteză sînt prezentate în tabelele VI.17 și VI.22 în funcție de $\bar{z} = \alpha h$.

2) *Calculul parametrilor inițiali* $(\varphi_0 ; y_0)$.

Deplasările capătului superior al coloanei sînt date de relațiile

$$Y_0 = Q_0 \cdot \delta_1^0 + (M_0 + Q_0 h_0)\delta_3^0;$$

$$\varphi_0 = -Q_0 \cdot \delta_3^0 + (M_0 + Q_0 h_0)\delta_2^0,$$

unde : h_0 reprezintă înățimea liberă a coloanei deasupra terenului,

$\delta_1^0 = \delta_{QQ}$ — deplasarea (Y_0) pe direcția solicitării Q_0 pentru $Q_0 = 2$ și $M_0 = 0$;

$\delta_2^0 = \delta_{MM}$ — deplasarea (φ_0) pe direcția solicitării M pentru $M_0 = 1$ și $Q_0 = 0$;

$\delta_3^0 = \delta_{MQ} = \delta_{QM}$ — deplasarea (φ_0/Y_0) pe direcția solicitării M_0/Q_0 cînd $M_0/Q_0 = 1$ și $Q_0/M_0 = 0$.

Considerînd coloana ca lucrînd conform celei de a treia ipoteze, deplasările $\delta_1^0 \ldots \delta_3^0$ se obțin cu relațiile de mai sus, în care se introduc valorile corespunzătoare ale solicitărilor M_0, Q_0.

Astfel :

$$\delta_{QQ}/\delta_1^0 = \frac{1}{\alpha^3 EI}\left[\frac{(B_3D_4 - B_4D_3) + K_h(B_2D_4 - B_4D_2)}{(A_3B_4 - A_4B_3) + K_h(A_2B_4 - A_4B_2)}\right]_{\bar{z}=\alpha h};$$

$$\alpha = \sqrt[5]{\frac{m \cdot b_o}{EI}} = \sqrt[5]{\frac{4\,000 \cdot 1{,}85}{2 \cdot 10^7 \cdot 0{,}0642}} = 0{,}356; \quad \bar{z} = \alpha h = 0{,}356 \cdot 10^5;$$

$$\bar{z} = 3{,}56 \simeq 3{,}5.$$

Tabelul VI.22

$\bar{z}$	$\frac{B_2D_1-B_1D_2}{A_2B_1-A_1B_2}$	$\frac{B_2C_1-C_2B_1}{A_2B_1-A_1B_2}$	$\frac{A_2C_1-A_1C_2}{A_2B_1-A_1B_2}$	$\frac{B_2D_4-B_4D_2}{A_2B_4-A_4B_2}$	$\frac{A_2D_4-A_4D_2}{A_2B_4-A_4B_2}$	$\frac{A_2C_4-A_4C_2}{A_2B_4-A_4B_2}$
0,0						
0,1	0,000	0,005	0,100	3 770,490	54 098,900	81 967,200
0,2	0,003	0,020	0,200	424,770	2 807,280	21 028,600
0,3	0,009	0,015	0,300	196,130	869,570	4 347,970
0,4	0,021	0,080	0,400	111,940	372,930	1 399,070
0,5	0,042	0,125	0,500	72,100	192,210	567,830
0,6	0,072	0,182	0,600	50,010	111,180	278,130
0,7	0,114	0,245	0,700	36,740	70,000	150,240
0,8	0,170	0,319	0,800	28,110	46,880	88,180
0,9	0,241	0,402	0,896	22,240	39,010	55,310
1,0	0,329	0,494	0,992	18,030	24,100	36,480
1,1	0,434	0,593	1,086	14,910	18,160	25,120
1,2	0,556	0,698	1,176	12,550	14,040	17,940
1,3	0,695	0,807	1,262	10,720	11,100	12,230
1,4	0,849	0,918	1,342	9,260	8,950	10,050
1,5	1,014	1,028	1,415	8,100	7,350	7,840
1,6	1,186	1,134	1,480	7,150	6,130	6,270
1,7	1,361	1,232	1,535	6,370	5,190	5,130
1,8	1,536	1,321	1,581	5,730	4,460	4,300
1,9	1,693	1,396	1,617	5,190	3,880	3,680
2,0	1,811	1,460	1,644	4,740	3,420	3,210
2,2	2,080	1,545	1,675	4,030	2,760	2,590
2,4	2,240	1,596	1,685	3,530	2,330	2,230
2,6	2,330	1,596	1,687	3,160	2,050	2,010
2,8	2,371	1,593	1,687	2,920	1,870	1,890
3,0	2,385	1,586	1,691	2,730	1,760	1,820
3,5	2,389	1,584	1,711	2,500	1,640	1,760
4,0	2,401	1,600	1,732	2,440	1,620	1,750
4,5	2,416	1,613	1,743	2,430	1,620	1,750
5,0	2,426	1,618	1,716	2,430	1,620	1,750

În funcţie de $\bar{z}$ din tabelele VI.17 sau VI.22 se scot valorile coeficienţilor $A_i, \ldots, D_i$, rezultînd:

$$\delta_{QQ}/\delta_1^0 = \frac{1}{0{,}356 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 0{,}0643}\left[\frac{92{,}209 + 0{,}00562 \cdot 101{,}369}{36{,}858 + 0{,}00562 \cdot 41{,}0182}\right]_{\bar{z}=3{,}5} = 4{,}311 \cdot 10^{-4};$$

$$\delta_{MM}/\delta_2^0 = \frac{1}{\alpha EI}\left[\frac{(A_3C_4 - A_4C_3) + K_h(A_2C_4 - A_4C_2)}{(A_3B_4 - A_4B_3) + K_h(A_2B_4 - A_4B_2)}\right]_{\bar{z}=\alpha h};$$

$$\delta_2^0 = \frac{1}{0{,}356 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 0{,}0643}\left[\frac{64{,}7696 + 0{,}00562 \cdot 72{,}0485}{36{,}858 + 0{,}00562 \cdot 41{,}0182}\right]_{\bar{z}=3{,}5} = 0{,}3838 \cdot 10^{-5};$$

$$\delta_{MQ}/\delta_3^0 = \frac{1}{\alpha^2 EI}\left[\frac{(A_3D_4 - A_4D_3) + K_h(A_2D_4 - A_4D_2)}{(A_3B_4 - A_4D_3) + K_h(A_2B_4 - A_4B_2)}\right]_{\bar{z}=\alpha h};$$

$$\delta_3^0 = \frac{1}{0{,}356^2 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 0{,}0643}\left[\frac{60{,}476 + 0{,}00562 \cdot 67{,}4982}{36{,}858 + 0{,}00562 \cdot 41{,}0182}\right]_{\bar{z}=3{,}5} = 1{,}0067 \cdot 10^{-5}.$$

Avînd deplasările δ_i^0, rezultă deplasările secţiunii de la capul superior al coloanei, date de relaţiile pentru Y_0 şi φ_0.

$$Y_0 = 342{,}121 \cdot 4{,}311 \cdot 10^{-5} + 177{,}92 \cdot 1{,}0067 \cdot 10^{-5} = 0{,}01654 \text{ m};$$

$$\varphi_0 = -342{,}121 \cdot 1{,}0067 \cdot 10^{-5} + 177{,}92 \cdot 0{,}3838 \cdot 10^{-5} = -0{,}004127 \text{ rad}.$$

3) *Calculul presiunii orizontale $p(z)$ şi a deformaţiei $y(z)$.*

Calculul deplasărilor coloanei la diferite cote $\bar{z} = \alpha z$ se face cu relaţia

$$Y(\bar{z}) = Y_0 A_1(\bar{z}) + \frac{\varphi_0}{\alpha} B_1(z) + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_1(\bar{z}) + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_1(\bar{z}),$$

în care, înlocuind valorile:

$\alpha = 0{,}356$; $E = 2 \cdot 10^7$ kN/m²; $I = 0{,}0643$ m⁴; $M_0 = 477{,}92$ kNm şi $Q_0 = 342{,}121$ kN,

se obţine:

$$Y(\bar{z}) = 10^{-4}\, 165{,}4 \cdot A_1(\bar{z}) - 111 \cdot B_1(\bar{z}) + 10{,}916\, C_1(\bar{z}) + 58{,}964\, D_1(\bar{z}),$$

iar $p(\bar{z}) = m \cdot \frac{\bar{z}}{\alpha} \cdot y(\bar{z})$.

Înlocuind valorile coeficienţilor $A_i, \ldots, D_i$ (din tabelul VI.20) pentru fiecare valore a lui $\bar{z}$, rezultă valorile prezentate în tabelul VI.23.

Calculul momentului încovoietor se face cu relaţia

$$M(\bar{z}) = \alpha^2 EI\, Y_0 A_3 + \varphi_0 \alpha EI B_3 + M_0 C_3 + \frac{Q_0}{\alpha} D_3,$$

în care, înlocuind valorile cunoscute se obţine:

$$M(\bar{z}) = 2\,687{,}75\, A_3(\bar{z}) - 1\,890{,}16\, B_3(\bar{z}) + 177{,}92\, C_3(\bar{z}) + 961{,}01 \cdot D_3(\bar{z}).$$

Calculele sînt prezentate în tabelul VI.24.

Calculul forţei tăietoare se face cu relaţia

$$Q(\bar{z}) = \alpha^2 EI Y_0 A_4(\bar{z}) + \alpha^2 EI \varphi_0 B_4(\bar{z}) + M_0 \alpha C_4(\bar{z}) + Q_0 D_4(\bar{z}).$$

Tabelul VI.23

Coloane

$\bar{z}$	$z = \frac{\bar{z}}{\alpha}$	165,4 A_1	−110 B_1	10,916 C_1	58,964 D_1	$Y(\bar{z})=10^4$ m	$P(\bar{z})$ kPa
0	0,00	165,4	0	0	0	165,4	0
0,2	0,562	165,4	−22,00	0,218	0,0784	143,696	32,30
0,4	1,124	165,4	−44,89	0,873	0,6291	122,012	54,85
0,6	1,68	165,4	−65,89	1,964	2,122	103,596	69,616
0,8	2,24	169,9	−87,89	3,491	5,030	90,531	81,11
1,0	2,81	164,01	−109,67	5,451	9,821	69,702	78,34
1,2	3,37	161,92	−131,01	7,836	16,956	55,702	75,08
1,4	3,93	157,95	−151,69	10,629	26,880	43,764	68,80
1,6	4,49	150,84	−170,94	13,798	40,002	33,7	60,52
1,8	5,05	139,43	−187,55	17,286	56,669	25,835	52,186
2,0	5,62	121,56	−200,40	21,002	77,125	19,287	43,35
2,2	6,18	94,93	−207,13	24,803	101,442	14,045	34,719
2,4	6,74	57,22	−206,14	28,477	129,446	9,003	24,27
2,6	7,30	53,09	−192,94	31,729	160,597	4,695	13,70
2,8	7,86	−63,67	−163,90	34,149	193,855	0,434	13,64
3,0	8,43	−153,49	−113,96	35,200	227,505	−4,745	−41,20
3,2	9,83	−484,12	139,81	26,872	293,630	−23,8	−93,61

Tabelul VI.24

Coloane

$\bar{z}$	$\bar{z} = \frac{z}{\alpha}$	2 687,75 A_3	− 1 890,16 B_3	177,92 C_3	961,01 D_3	$M(\bar{z})$ kNm
0	0,00	0	0	177,92	0	177,92
0,2	0,562	−3,57	0,24	177,90	192,202	366,772
0,4	1,124	−28,67	4,02	177,873	384,384	537,607
0,6	1,68	−96,75	20,4	177,574	576,356	677,58
0,8	2,24	−229,31	37,8	176,462	767,404	752,356
1,2	3,37	−772,19	326,2	166,858	1 137,278	858,146
1,6	4,49	−1 817,69	1 207,2	131,409	1 148,194	969,113
2,0	5,62	−3 374,0	2 482,9	36,786	1 582,91	727,777
2,2	6,18	−4 551,27	3 602	−48,193	1 513,955	516,492
2,4	6,74	−5 754,9	5 033,8	−168,919	1 299,255	409,376
2,6	7,30	−7 045,2	6 804,1	−334,016	881,44	305,928
2,8	7,86	−8 341,1	8 916,7	−552,959	189,597	212,238
3,5	9,83	−10 533,8	18 039,0	−1 839,76	−5 625,77	39,669
1,0	2,81	−447,57	156,30	173,473	955,676	837,879

Tabelul VI.25

Coloane

$\bar{z}$	$z = \frac{\bar{z}}{\alpha}$	959,32 A_4	−672,28 B_4	63,399 C_4	342,121 D_4	$Q(\bar{z})$ kN
0,0	0,000	0,00	0,00	0,0000	342,121	342,121
0,2	0,562	−19,10	1,79	−0,0126	342,110	324,78
0,4	1,124	−76,70	14,33	−0,2028	342,000	279,42
0,6	1,680	−172,60	48,30	−1,0270	341,234	215,90
0,8	2,240	−306,74	114,60	−3,2460	338,385	142,99
1,0	2,810	−478,51	223,85	−7,9230	330,718	68,13
1,2	3,370	−686,61	386,22	−16,4110	313,766	−3,035
1,6	4,490	−1 197,30	907,87	−51,6480	222,912	−118,116
2,0	5,620	−1 772,99	1 738,10	−124,6550	−19,336	−183,88
2,2	6,180	−2 042,21	2 258,50	−180,5970	−236,600	−200,907
2,4	6,740	−2 243,85	2 842,50	−251,8980	−544,480	−197,72
2,6	7,300	−2 337,81	3 455,71	−339,5270	−965,140	−186,76
2,8	7,860	−2 250,16	4 049,10	−443,1630	−1 520,690	−164,91
3,5	9,830	1 030,38	4 564,13	−868,0840	−4 730,160	−3,734

Înlocuind valorile cunoscute se obține:

$$Q(\bar{z}) = 959{,}32\ A_4 - 672{,}28\ B_4 + 63{,}339\ C_4 + 342{,}121\ D_4$$

Înlocuind valorile corespunzătoare adîncimii $\bar{z}$, pentru $A_4 \ldots D_4$, se obțin datele din tabelul VI.25.

VI.17. Să se determine capacitatea portantă a unei coloane (pilot de diametru mare) cu diametrul $d = 108$ cm, ce străbate coloana stratigrafică din figura VI.20.

Rezolvare.

Capacitatea portantă la încărcări axiale de compresiune a piloților forați de diametru mare, flotanți este dată de relația (STAS 2561/4—74).

$$P = K(m_1 P_i + m_2 P_v),$$

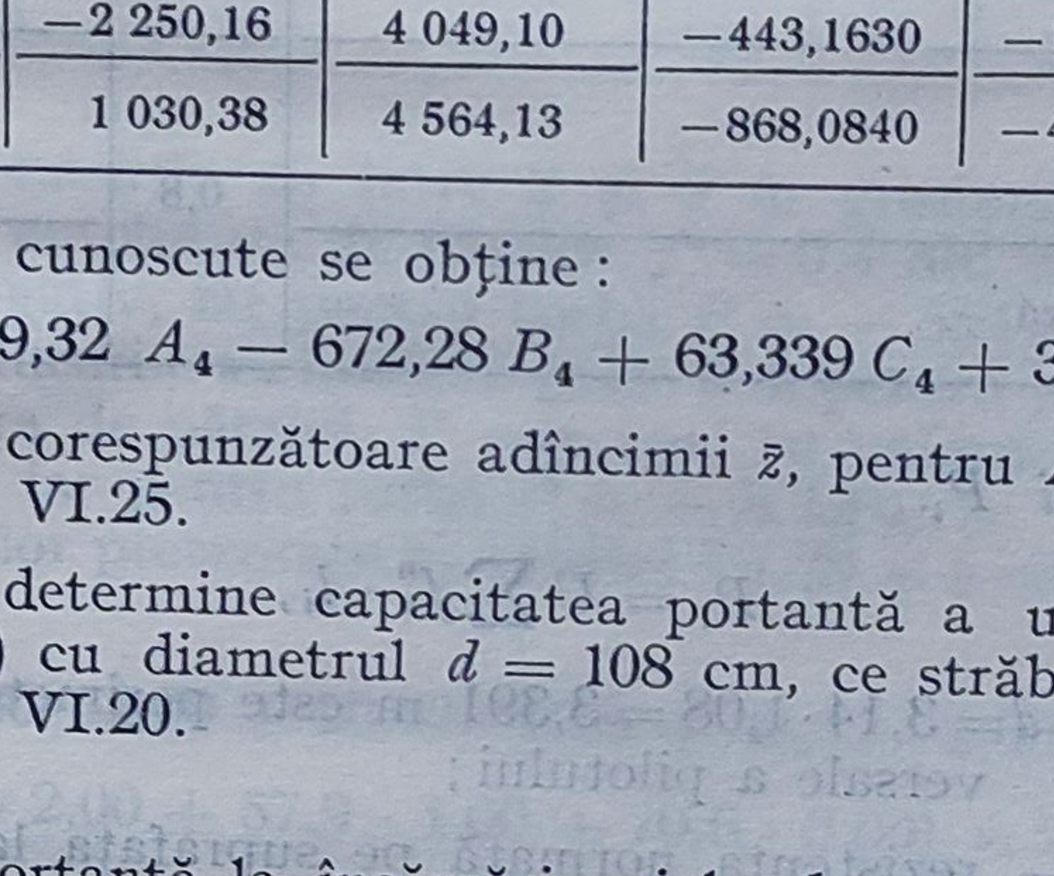


Fig. VI.20. Stratificația pămîntului.

în care: P_l este acea parte din capacitatea portantă limită realizată prin frecare pe suprafaţa laterală, în kN;

P_v — acea parte din capacitatea portantă limită realizată prin rezistenţă în planul bazei pilotului, în kN;

$K = 0{,}7$;

m_1, m_2 — coeficienţi ai condiţiilor de lucru în funcţie de tehnologia de betonare şi de tipul pămîntului, daţi în tabelul VI.26.

Tabelul VI.26

Coloane

Tehnologie de betonare	m_1	Pămînt la baza pilotului	
		coeziv	necoeziv
		m_2	
Betoane în uscat	1,0	1,0	
Betoane sub apa — cu injecţie la bază		0,9	1,0
— fără injecţie la bază		0,8	0,9
Betoane sub noroi: — cu injecţie la bază	0,8	0,7	0,9
— fără injecţie la bază		0,6	0,8

1) *Calculul lui* P_l.

$$P_l = U \sum f_i'' \cdot l_i,$$

în care: $U = \pi \cdot d = 3{,}14 \cdot 1{,}08 = 3{,}391$ m este perimetrul secţiunii transversale a pilotului;

f_i'' — rezistenţa normată pe suprafaţa laterală a pilotului, corespunzătoare stratului i, în kPa, conform tabelului VI.27 în funcţie de natura terenului şi prin interpolarea liniară în funcţie de I_c şi adîncimea medie a stratului, măsurată de la suprafaţa terenului natural pînă la mijlocul stratului considerat.

De asemenea, la stabilirea valorilor f_i'' se va ţine seama de următoarele situaţii.

Dacă în limitele lungimii pilotului există o intercalaţie de turbă de cel puţin 30 cm grosime, iar suprafaţa terenului urmează a fi încărcată (în urma sistematizării teritoriului sau din alte cauze), cu o umplutură din pămînt sau din alte materiale, rezistenţa stratului aflat deasupra bazei stratului de turbă se ia astfel:

— cînd umpluturile au pînă la 2,00 m înălţime pentru stratul turbei şi pentru umplutura de pămînt, $f'' = 0$, iar pentru straturile de pămînt natural, f'' are valoarea din tabel, luată cu semn pozitiv;

Tabelul VI.27

Rezistența normată

Adîncimea medie a stratului m	Pămînturi necoezive			Pămînturi coezive cu I_C					
	grosiere și medii	fine	prăfoase	⩾ 0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3
	f^n [kPa]								
1	35	23	15	35	23	15	12	5	2
2	42	30	20	42	30	20	17	7	3
3	48	35	25	48	35	25	20	8	4
4	53	38	27	53	38	27	22	9	5
5	56	40	29	56	40	29	24	10	6
7	60	43	32	60	43	32	25	11	7
10	65	46	34	65	46	34	26	12	8
15	72	51	38	72	51	38	28	14	10
20	79	56	41	79	56	41	30	16	12
25	86	61	44	86	61	44	32	18	–
30	93	66	47	93	66	47	34	20	–
35	100	70	50	100	71	50	36	22	–

— cînd umpluturile au între 2 și 5 m grosime pentru pămînturile naturale inclusiv umplutura de pămînt, $f^n = 0{,}4$ din valorile date în tabel, luate cu semn negativ, iar pentru turbă $f^n = -5$kPa ;

— cînd umpluturile au înălțimi peste 5 m pentru pămînturile naturale, inclusiv umplutura de pămînt, f^n este egal cu valorile date în tabel luate cu semn negativ, iar pentru turbă $f^n = -5$ kPa.

Pe baza datelor prezentate în tabelul VI.28 și a celor din figura VI.20, rezultă :

$$P_i = 3{,}391(4{,}30 \cdot 2{,}00 + 20{,}40 \cdot 2{,}00 + 48{,}87 \cdot 2{,}00 + 53{,}5 \cdot 2{,}00 + 56{,}1 \cdot 2{,}00 + 57{,}9 \cdot 1{,}00 + 70{,}6 \cdot 3{,}00) = 2156{,}91 \text{ kN}.$$

Tabelul VI.28

Coloane

Nr. strat.	Nr. strat elementar	Adîncimea medie (h_i)	Grosimea (l_i)	f_i^n pentru						f_j^n pentru			$f_i^n \, l_i$
				l_o	f_i^n	l_o	f_i^n	l_o	f_i^n	fin	grosier	nisip fin cu pietriș	
1	1	2,50	2,00	0,3	3	0,4	8	0,32	4,3	–	–	–	8,60
2	1	4,5	2,00	0,4	9	0,5	24	0,48	20,4	–	–	–	40,8
3	3	6,5	2,00	–	–	–	–	–	–	40	60	48,87	97,74
	3	8,5	2,00	–	–	–	–	–	–	43	65	53,5	107
	3	10,5	2,00	–	–	–	–	–	–	46	72	56,1	112,2
	3	12	1,00	–	–	–	–	–	–	46	72	57,9	57,9
4	1	14	3,00	–	–	–	–	0,82	70,6	–	–	–	211,8
												Total :	636,04

2) *Calculul lui* P_v.

Capacitatea portantă limită realizată prin rezistența în planul bazei pilotului este dată de relația

$$P_v = A \cdot R^n,$$

în care: $A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 1{,}08^2}{4} = 0{,}915$ m² este aria pilotului în planul bazei, în m²;

R^n — rezistența normată a pământului aflat la baza pilotului în kPa, care se determină în funcție de natura pământului după cum urmează:

a) *Determinarea lui* R^n *la pământuri coezive.*

$$R^n = N_c \cdot C_u + \gamma_1 D,$$

în care: N_c este factor de capacitate portantă egal cu 9;

C_u — rezistența la forfecare în condiții nedrenate a pământului, în kPa;

γ_1 — valoarea medie ponderată a greutăților volumice ale stratelor de pământ străbătute de pilot, în kN/m³;

D — fișa pilotului în m, prin care se înțelege acea parte a lungimii pilotului cuprinsă între cota terenului natural sau sistematizat și cota bazei pilotului; pentru infrastructurile podurilor, D se măsoară de la nivelul fundului albiei rîului, ținînd seama de adîncimea de afuiere.

În lipsa datelor privind rezistența la forfecare a stratului de la bază pilotului se admite pentru pământurile coezive și utilizarea valorilor R^n din tabelul VI.29.

$\frac{D}{d_b} = \frac{14{,}00}{1{,}08} = 12{,}96 > 10$; R^n rezultă din tabelul VI.29 prin interpolarea în funcție de I_c.

$$R^n = \frac{2\,000 - 1\,500}{1{,}00 - 0{,}8}(0{,}82 - 0{,}8) + 1500 = 1550 \text{ kPa}.$$

Din tabelul VI.26 pentru cazul betonării sub apă, fără injecție la bază, se obține $m_1 = 1{,}00$ și $m_2 = 0{,}8$.

Deci:

$$P_v = 0{,}915 \cdot 1550 = 1418{,}25 \text{ kN, iar}$$

$$P = 0{,}7(1{,}00 \cdot 2156{,}81 + 0{,}8 \cdot 1418{,}25) = 2303{,}98 \text{ kN}.$$

b) *Determinarea lui* R^n *la pământuri necoezive.*

$$R^n = \alpha(\gamma \cdot d_b \cdot N_\gamma + \gamma_1 \cdot D_e \cdot Nq),$$

în care: α este coeficient în funcție de gradul de îndesare a pământului de la baza pilotului, dat în tabelul VI.30 (STAS 2561/4—74);

γ — greutatea volumică a pământului de la baza pilotului, în kN/m³;

γ_1 — valoarea medie ponderată a greutăților volumice ale straturilor străbătute de piloți, în kN/m³;

Tabelul VI.29

Rezistența normată

$\frac{D}{d_b}$	I_C			
	1	0,8	0,6	≥0,4
	R^n [kPa]			
$\frac{D}{d_b} < 5$	1 000	750	400	150
$\frac{D}{d_b} \geqslant 10$	2 000	1 500	800	300

Tabelul VI.30

Valorile lui α

I_D	α
0...1/3	0,5
1/3...2/3	0,4
2/3...1	0,3

d_b — diametrul pilotului la nivelul bazei, în cm;

D_c — fișa de calcul a pilotului, în m, care se stabilește astfel:

— dacă fișa $D \geqslant n \cdot d$, atunci fișa de calcul $D_c = n \cdot d$;

— dacă fișa $D < n \cdot d$, atunci fișa de calcul $D_c = D$;

— n este un coeficient în funcție de natura pământului de la baza, pilotului, conform tabelului VI.31;

N_γ, N_q — factori de capacitate portantă dați în tabelul VI.32 în funcție de valoarea normată a unghiului de frecare interioară Φ^n. În lipsa unor date pentru Φ^n se admite folosirea valorilor date în tabelul VI.33 în funcție de granulozitate în starea de îndesare.

Tabelul VI.31

Valorile lui n

Denumirea pământului	n
Nisip afînat	10
Nisip de îndesare medie	15
Nisip îndesat	20

Tabelul VI.32

Valorile lui N_q și N_γ

Φ	26°	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
N_γ	9,5	12,6	17,3	24,4	34,6	48,6	71,3	108,0
N_q	18,6	24,8	32,8	45,5	64,0	87,6	127,0	185,0

Tabelul VI.33

Valorile unghiului de frecare

Natura pământului	Gradul de îndesare		
	$I_D < 1/3$	$1/3 \leqslant I_D < 2/3$	$I_D \geqslant 2/3$
	Φ		
Nisipuri cu pietriș și nisipuri mari	38°	39°	40°
Nisipuri mijlocii	35°	38°	39°
Nisipuri fine	28°	32°...36°	38°
Nisipuri prăfoase	26°	30°...34°	36°

VI.18. Să se verifice la forțe orizontale, coloana din exemplul VI.16, amplasată într-un teren cu următoarele caracteristici ;

— greutatea volumică $\gamma = 18{,}7$, în kN/m³ ;
— unghiul de frecare interioară $\Phi = 22°$;
— coeziunea $c = 35{,}00$, în kPa ;
— raportul $M_p/M = 0{,}40$.

Rezolvare.

Diagrama presiunilor orizontale, pe care coloana le exercită asupra terenului, este prezentată în figura VI.21.

Verificarea coloanei la forțe orizontale, revine la a compara presiunile orizontale p_z exercitate de coloană asupra terenului cu presiunea limită a terenului de fundare la acțiuni orizontale.

Verificarea se face în următoarele secțiuni în funcție de valoarea adîncimii reduse $\bar{z} = \alpha h$, astfel :

— pentru $\bar{z} \leqslant 2{,}5$, verificarea se face în secțiunile situate la adîncimile

$$z = \frac{h}{3}\,; \quad p_{\frac{h}{3}} \leqslant \eta_1 \cdot \eta_2 \frac{4}{\cos \Phi}\left(\gamma \cdot \frac{h}{3} \cdot \operatorname{tg} \Phi + c\right);$$

$$z = h; \quad p_h \leqslant \eta_1 \cdot \eta_2 \frac{4}{\cos \Phi}\left(\gamma \cdot \frac{h}{3} \cdot \operatorname{tg} \Phi + c\right);$$

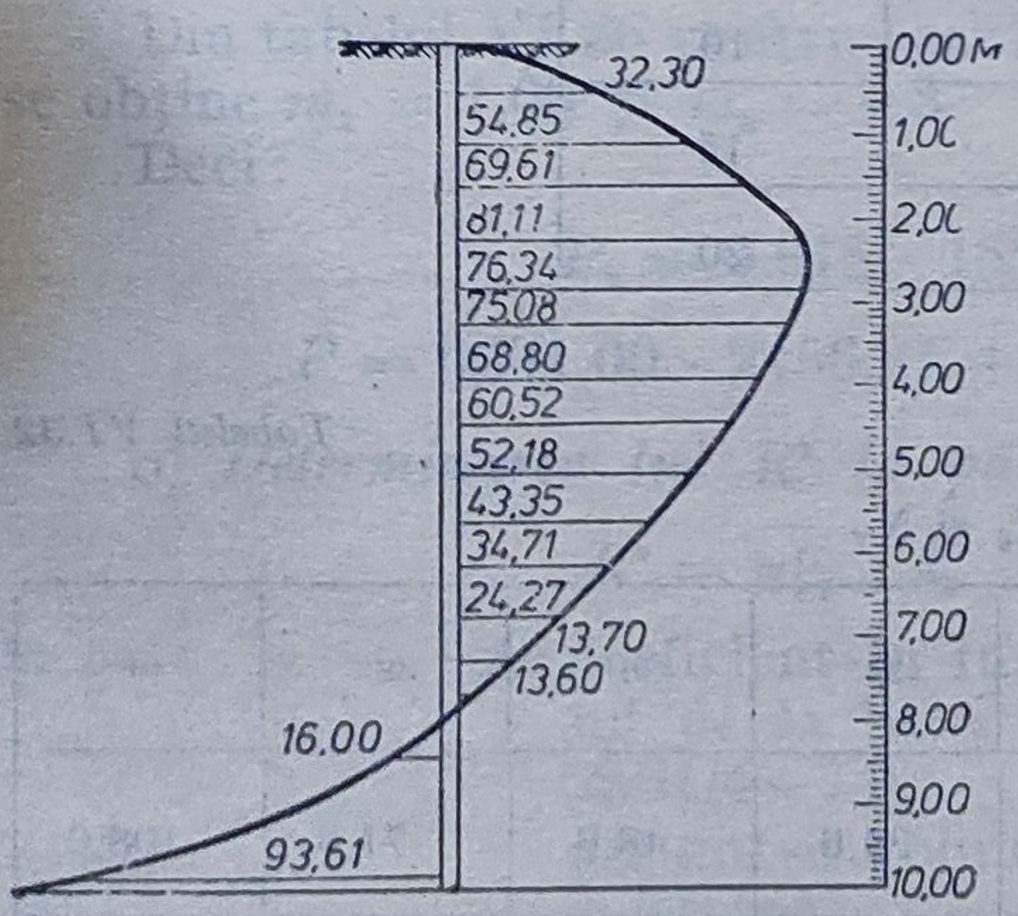


Fig. VI.21. Diagrama presiunilor orizontale ale coloanei pe pământ.

— pentru $\bar{z} > 2{,}5$, verificarea se face într-o singură secțiune și anume

— dacă $z_1 \leqslant \frac{h}{3}$; $p_{z_1} \leqslant$

$$\leqslant \eta_1 \eta_2 \frac{4}{\cos \Phi}\left(\gamma \cdot z_1 \operatorname{tg} \Phi + c\right);$$

— dacă $z_1 > \frac{h}{3}$; $p_{\frac{h}{3}} \leqslant$

$$\leqslant \eta_1 \eta_2 \frac{4}{\cos \Phi}\left(\gamma \frac{h}{3} \operatorname{tg} \Phi + c\right),$$

unde : Φ este unghiul de frecare interioară de calcul, obținut ca media ponderată a unghiurilor de frecare, corespunzătoare straturi-

lor situate deasupra secțiunii considerate, redus cu 10%, dar nu mai mult de 2°;

c — este coeziunea de calcul, rezultată ca medie ponderată a straturilor situate deasupra secțiunii considerate multiplicată cu un coeficient al condițiilor de lucru egal cu 0,5;

γ — greutatea volumică ponderată a straturilor situate deasupra secțiunii considerate;

z_1 — adîncimea corespunzătoare secțiunii cu p_z^{max};

η_1 — coeficient egal cu 1,00 în cazul tuturor structurilor cu excepția celor sensibile la tasări diferențiate pentru care $\eta_1 = 0,7$;

η_2 — un coeficient funcție de raportul în care se află sarcinile permanente și cele temporare, egal cu

$$\eta_2 = 1 - 0,8\,\frac{M_p}{M} \quad \text{— pentru } \bar{z} \leqslant 2,5$$

$$\eta_2 = 1 - 0,5\,\frac{M_p}{M} \quad \text{— pentru } \bar{z} \geqslant 4,00,$$

unde: M_p este momentul încovoietor determinat de acțiunile permanente;
M — momentul total.

Pentru valori $2,5 \leqslant \bar{z} \leqslant 4,00$ se interpolează liniar între cele două valori date.

Pentru exemplul considerat rezultă:

$\bar{z} = \alpha h = 3,56 > 2,5$, deci verificarea se va face într o singură secțiune în funcție de valoarea z_1. Din figura VI.21 se obține $z_1 = 2,24$ m $<$ $< \frac{h}{3}$ (3,33 m), deci

$$p_{z_1} \leqslant \eta_1 \eta_2 \frac{4}{\cos \Phi} (\gamma \cdot z_1 \cdot \operatorname{tg} \Phi + c),$$

unde: $p_{z_1} = 81,11$ kP_a;

$$\varphi = 22° - \frac{22}{100} \cdot 10 = 20°;$$

$$c = 0,5 \cdot 3,5 = 17,5 \text{ kPa};$$

$$\gamma = 18,7 \text{ kN/m}^3;$$

$$\eta_2 = 1 - 0,8 \cdot 0,4 = 0,68 \text{ pentru } \bar{z} \leqslant 2,5;$$

$$\eta_2 = 1 - 0,5 \cdot 0,4 = 0,80 \text{ pentru } \bar{z} \geqslant 4,00, \text{ deci}$$

pentru $\bar{z} = 3,5$, se interpolează liniar și se obține;

$$\eta_2 = 0,68 + \frac{0,80 - 0,68}{4,00 - 2,50} (3,56 - 2,5) = 0,7648.$$

Înlocuind în relația precedentă, se obține:

$$81,11 < 1,00 \cdot 0,7648 \frac{4}{\cos 20°} (18,70 \cdot 2,24 \cdot \operatorname{tg} 20° + 17,5)$$

$$81,11 < 106,6 \text{ kPa, deci se verifică.}$$

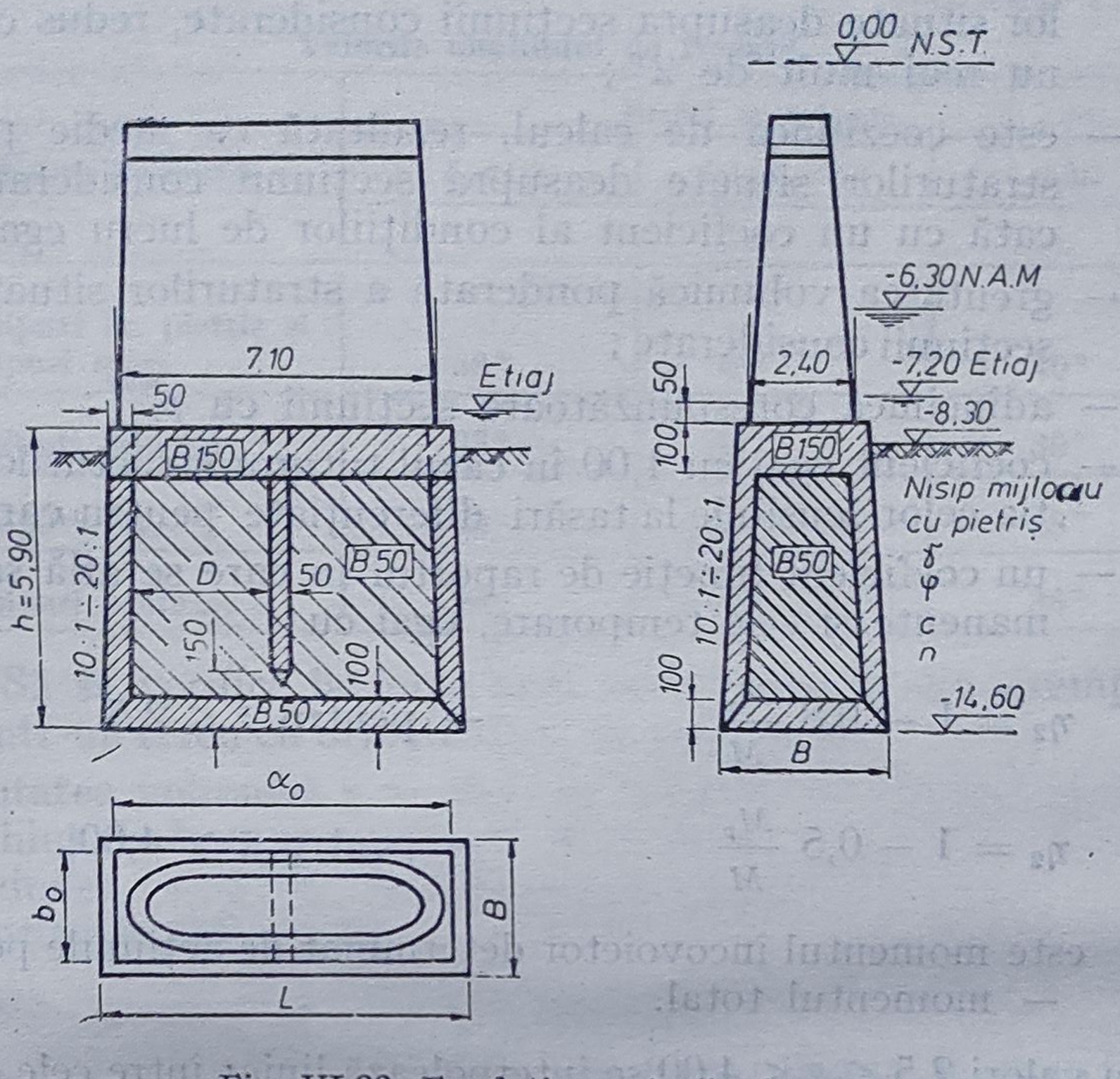


Fig. VI.22. Fundația unei pile de pod.

VI.19. Să se proiecteze fundația unei pile de pod, pe cheson deschis. Caracteristicile terenului și dimensiunile pilei sînt date în figura VI.22.

I. **Predimensionarea chesonului.**

1) *Dimensiuni în plan.*

$a_0 = 7{,}10 + 2 \cdot 0{,}10 = 7{,}30$ m; $b_0 = 2{,}40 + 2 \cdot 0{,}10 = 2{,}60$ m.

2) *Grosimea pereților.*

$$\delta = \frac{D}{10} + (5 + 12)\ \text{cm}, \text{ unde: } D = \frac{7{,}30 - 0{,}5}{2} = 3{,}45\ \text{m};$$

$$D = 345\ \text{cm}; \ \delta = \frac{345}{10} + (5 \ldots 12)\ \text{cm} = 45\ \text{cm}.$$

Dimensiunea minimă recomandată $\delta = 50$ cm.

Bancheta cuțitului, precum și unghiul de înclinare sînt funcție de natura pămîntului (tab. VI.34).

Tabelul VI.34

Felul pămîntului	b_c (mm)	α (cu verticala)
Pămînturi moi, afînate	250—300	45°—60°
Pămînturi de consistență medie, îndesare medie	150—200	30°—45°
Pămînturi tari, îndesate	100—300	30°

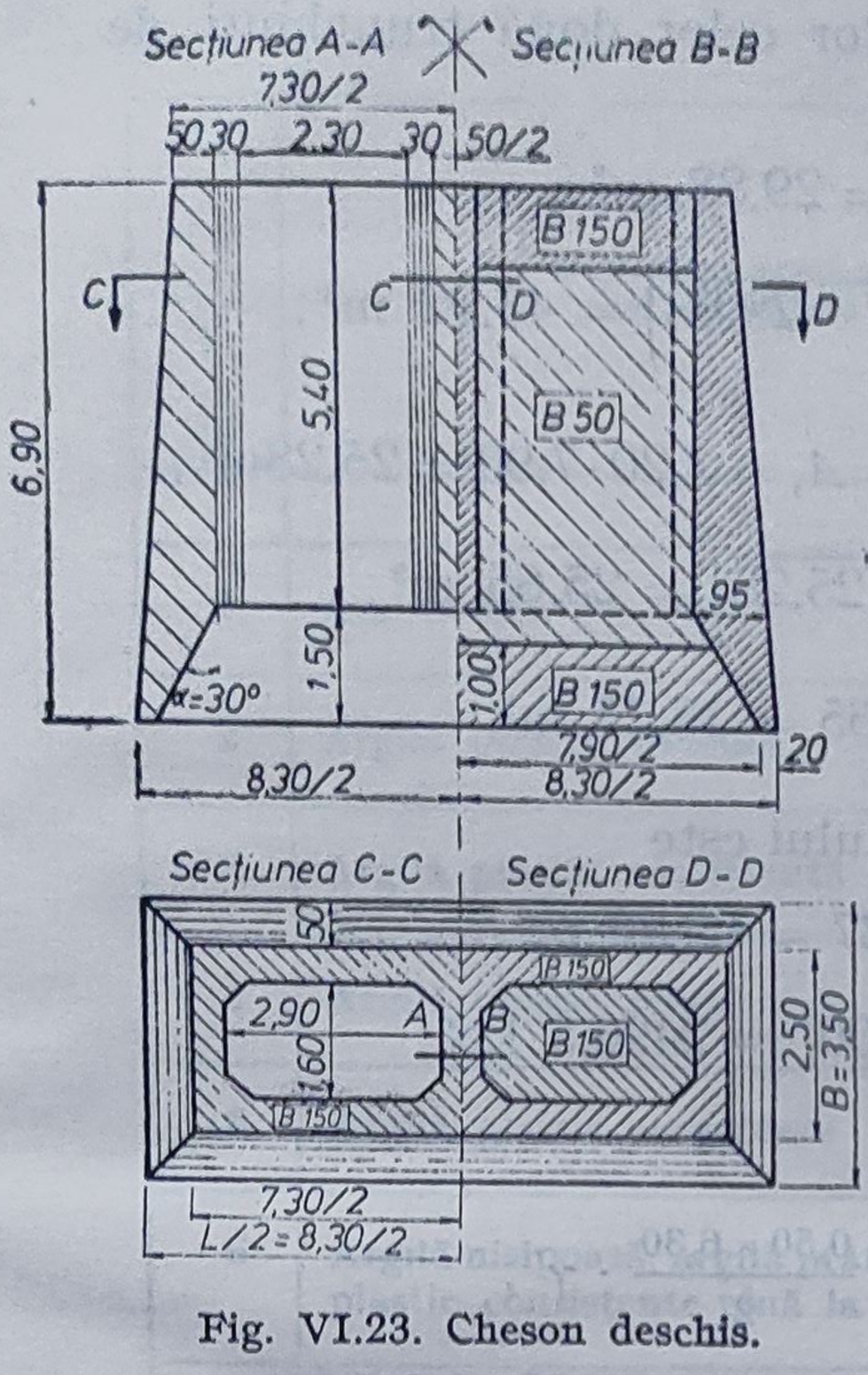


Fig. VI.23. Cheson deschis.

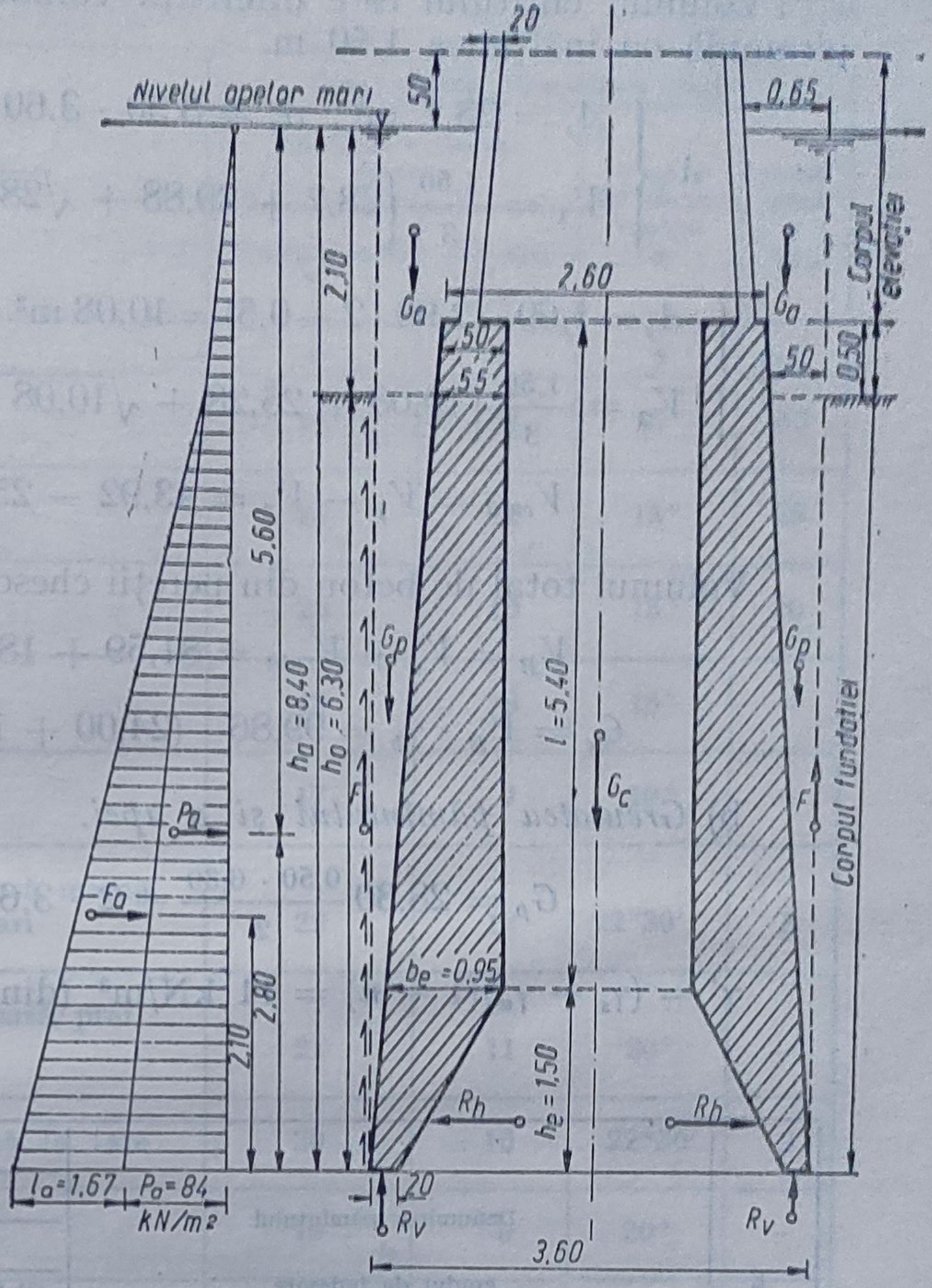


Fig. VI.24. Sarcinile care acționează asupra chesonului.

Adoptîndu-se unghiul $\alpha = 30°$ rezultă dimensiunile prezentate în figura VI.23.

II. Verificarea chesonului.

1. *Încărcări.*

Încărcările ce acționează asupra chesonului sînt prezentate în figura VI.24.

a) *Greutatea proprie a chesonului.*

Considerînd volumul unui trunchi de piramidă cu înălțimea 5,40 m, rezultă:

$$A_s = 2{,}60 \cdot 7{,}30 = 18{,}98 \text{ m}^2;$$

$$A_i = (1{,}60 + 2 \cdot 0{,}95)(2{,}90 \cdot 2 + 0{,}50 + 2 \cdot 0{,}95) = 28{,}7 \text{ m}^2;$$

$$V = \frac{I}{3}(A_s + A_i + \sqrt{A_s \cdot A_i}) = \frac{5{,}40}{3}(18{,}98 + 28{,}7 + \sqrt{18{,}98 \cdot 28{,}7});$$

$$V = 127{,}81 \text{ m}^3;$$

$$V_{gol} = 2(2{,}90 \cdot 1{,}60 - 4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3) \cdot 5{,}40 = 46{,}22 \text{ m}^3;$$

$$V_c = V - V_{gol} = 81{,}59 \text{ m}^3.$$

Volumul cuțitului este diferența volumelor celor două trunchiuri de piramidă cu înălțimea 1,50 m.

$$1\begin{cases} A_s = 28{,}7\ \text{m}^2;\ A_i = 8{,}30 \cdot 3{,}60 = 29{,}88\ \text{m}^2; \\ V_1 = \frac{1{,}50}{3}\left(28{,}7 + 29{,}88 + \sqrt{28{,}7 \cdot 29{,}88}\right) = 43{,}92\ \text{m}^3; \end{cases}$$

$$2\begin{cases} A_s = 1{,}60 \cdot (2{,}90 \cdot 2 + 0{,}5) = 10{,}08\ \text{m}^2 \quad A_i = 3{,}20 \cdot 7{,}90 = 25{,}28\text{m}^2; \\ V_2 = \frac{1{,}50}{3}\left(10{,}08 + 25{,}28 + \sqrt{10{,}08 \cdot 25{,}28}\right) = 25{,}65\ \text{m}^3; \end{cases}$$

$$V_{cuțit} = V_1 - V_2 = 43{,}92 - 25{,}65 = 18{,}27\ \text{m}^3.$$

Volumul total de beton din pereții chesonului este

$$V_B = V_c + V_{cuțit} = 81{,}59 + 18{,}27 = 99{,}86\ \text{m}^3;$$

$$G_c = V_B \cdot \gamma_b = 99{,}86 \cdot (24{,}00 + 1{,}00) = 2496{,}5\ \text{kN};$$

b) *Greutatea pământului și a apei.*

$$G_p = 28{,}30\,\frac{0{,}50 \cdot 6{,}30}{2} + 2 \cdot 3{,}60\,\frac{0{,}50 \cdot 6{,}30}{2} \cdot \gamma';$$

$\gamma' = (\gamma_s - \gamma_w)(1 - n) = 11\ \text{kN/m}^3$ (din tabelele VI.35 și VI.36).

Tabelul VI.35

Nr. crt.	Denumirea pământului și gradul de îndesare	Caracteristicile pământurilor necoezive			
		Greutatea volumică [kN/m³]			Unghiul de frecare internă
		deasupra apei		sub apă	
		cu umiditatea naturală	saturat		
		γ	γ_{sat}	γ'	Φ
1	Nisip afînat ($I_D < 0{,}33$) sau nisip prăfos	17	19	9	30°
2	Nisip cu îndesare mijlocie ($0{,}33 < I_D < 0{,}66$)	18	20	10	32°30′
3	Nisip îndesat ($I_D > 0{,}66$)	19	21	11	35°
4	Pietriș	17	20	10	35°
5	Pietriș cu nisip uniform	19	21	11	35°
6	Bolovăniș rulat și nerulat (fără nisip)	17	—	10	37°30′

$G_p = 413\ \text{kN};$

$$G_a = \frac{413}{11} \cdot 10 + \frac{0{,}50 + 0{,}65}{2} \cdot 2{,}10 \cdot 2(3{,}60 + 8{,}30) \cdot 10 = 662\ \text{kN}.$$

Tabelul VI.36

Nr. crt.	Denumirea pămîntului și consistența	Caracteristicile pămînturilor coezive			
		Greutatea volumică kN/m³		Unghiul de frecare internă Φ	Coeziunea c kPa
		deasupra apei γ	sub apă γ'_{sat}		
1	2	3	4	5	6
1	Argilă tare	21	11	15°	50
2	Argilă plastic vîrtoasă	21	11	15°	25
3	Argilă plastic consistentă	20	10	15°	10
4	Argilă plastic moale	18	8	15°	—
5	Argilă plastic curgătoare	17	7	10°	—
6	Argilă nisipoasă, argilă prăfoasă, marnă, plastic consistente pînă la tari	22	12	22°30′	5
7	Argilă nisipoasă, argilă prăfoasă, praf, löessoid, plastic moale	21	11	20°	—
8	Praf, plastic consistent pînă la tare	20	10	22°30′	2
9	Praf, plastic moale	19	9	20°	—
10	Argilă, mîl, cu intercalații organice, plastic moale	17	7	10°	—
11	Turbă	11	1	15°	—

Observații :

— denumirile pămîntului, gradul de îndesare I_D al pămînturilor necoezive și consistența pămînturilor coezive sînt corespunzătoare prevederilor STAS 1243—83;

— la pămînturile coezive, unghiul de frecare internă și coeziunea sînt stabilite în cazul cînd apa din porii materialului nu este sub presiune; ele sînt valabile pentru pămînturile existente în stratul natural (zăcămînt) și pentru umpluturi, numai dacă acestea sînt consolidate în timp.

c) *Presiunea hidrostatică a apei.*

$$P_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma_w \cdot h_a^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8{,}40^2 = 352{,}8 \text{ kN/m};$$

$$p_a = 10 \cdot 8{,}4 = 84 \text{ kN/m}^2.$$

d) *Impingerea pămîntului.*

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma' \cdot h_0^2 \cdot K_a; \quad K_a = \text{tg}^2(45° - \Phi/2) = \text{tg}^2\left(45° - \frac{35°}{2}\right) = 0{,}271;$$

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 6{,}30^2 \cdot 0{,}271 = 59{,}2 \text{ kN/m};$$

$$e_a = \gamma' \cdot h_0 \cdot K_a = 11 \cdot 6{,}30 \cdot 0{,}271 = 18{,}8 \text{ kPa}.$$

e) *Frecarea și adeziunea pământului pe suprafața laterală a chesonului.*

Se calculează cu formulele

$$F = F_p + F_c,$$

unde: F_p este forța de frecare;
F_c — forța de adeziune.

$$F_p = C_\Phi \cdot E_a,$$

unde: $C_\Phi \simeq \operatorname{tg} \Phi$ este coeficientul de frecare;

$$F_p = \operatorname{tg} 35° \cdot 59{,}2 = 41{,}4 \text{ kN/m};$$

$F_c = \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) \cdot c \cdot h_0$, în cazul nostru $c = 0$ (pământ necoeziv);

$$F = 41{,}4 \text{ kN/m}.$$

$F = (h_0 - 2{,}5) \cdot f$, unde: f este dat în tabelul VI.37.

Tabelul VI.37

Natura terenului	f (kN/m²)
Argile și argile nisipoase de plasticitate mijlocie	12—20
Argile de plasticitate mare și argile cu pietriș	25—50
Nisip argilos și mîl	12—25
Nisip fin	15—20
Nisip mijlociu	20—25
Pietriș	20
Nisip mare cu pietriș	30
Nisip curgător	12—25

$$f = 25 \text{ kN/m}^2; \quad F = (6{,}30 - 2{,}5) \cdot 25 = 95 \text{ kN/m}.$$

Se adoptă cea mai mare valoare, deci $F = 95$ kN/m.

f) *Verificarea coborîrii chesonului.*

Verificarea la înaintare a chesonului se face cu relația

$$m = \frac{V}{FU} \geqslant 1{,}20, \text{ unde: } V \text{ este suma încărcărilor verticale.}$$

$$m = \frac{G_c + G_a + G_p}{F \cdot U} = \frac{2\,496{,}5 + 662 + 413}{95 \cdot 2(3{,}60 + 8{,}30)} = 1{,}58 > 1{,}20.$$

g) *Calculul chesonului în faza de coborîre.*

Chesonul avînd lungimea $L < 10$ m se poate executa pe toată înălţimea, rezultînd o greutate $G = 99{,}86 \cdot 24 = 2\,400$ kN

Lansarea chesonului se face de pe insulă, alcătuită din nisip mijlociu cu pietriş, îndesat. Caracteristicile terenului din care este alcătuită insula sînt :

$$\Phi = 35°\,; \quad \gamma' = 11 \text{ kN/m}^3 \text{ (submersat)}.$$

Chesonul se toarnă pe calaje, din lemn, ultimele calaje fiind situate la distanţa $0{,}7 \cdot L \left(L/B = \frac{8{,}30}{3{,}60} = 2{,}30 > 1{,}5\right)$. Momentele la care trebuie verificaţi pereţii chesonului (fig. VI.25) sînt :

$$q = \frac{G}{L} = \frac{2\,400}{8{,}30} = 289{,}15 \text{ kN/m}\,;$$

$$M_1 = \frac{289{,}15 \cdot 1{,}245^2}{2} = 224 \text{ kNm}\,;$$

$$M_2 = \frac{289{,}15 \cdot 8{,}30}{2} \cdot \frac{5{,}81}{2} - \frac{289{,}15 \cdot 4{,}15^2}{4} = 2240 \text{ kNm}.$$

După scoaterea calajelor, pămîntul din interiorul chesonului se sapă, chesonul rezemînd pe lungimea L_0.

h) *Calculul lungimii de rezemare.*

$$L_0 = \frac{G}{G_0},$$

unde : G_0 este greutatea convenţională sub care cuţitul chesonului pătrunde în teren pe o adîncime $t = h_e$ (fig. VI.26).

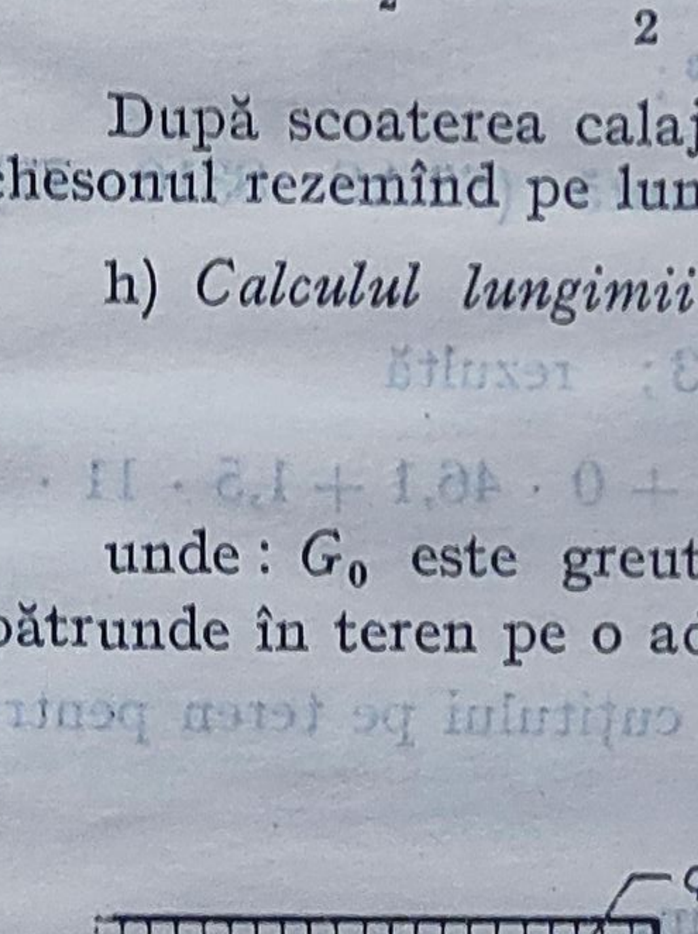


Fig. VI.25. Cheson pe calaje.

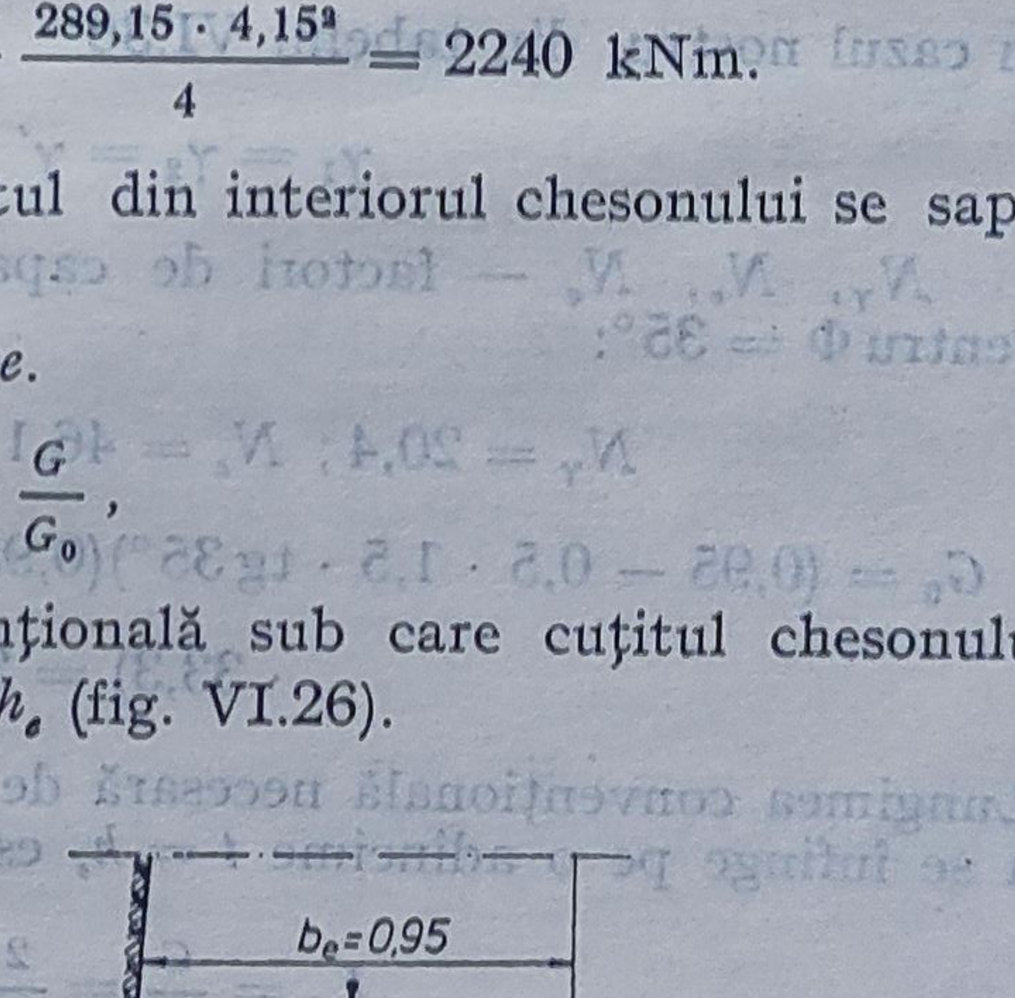


Fig. VI.26. Calculul chesonului la coborîre.

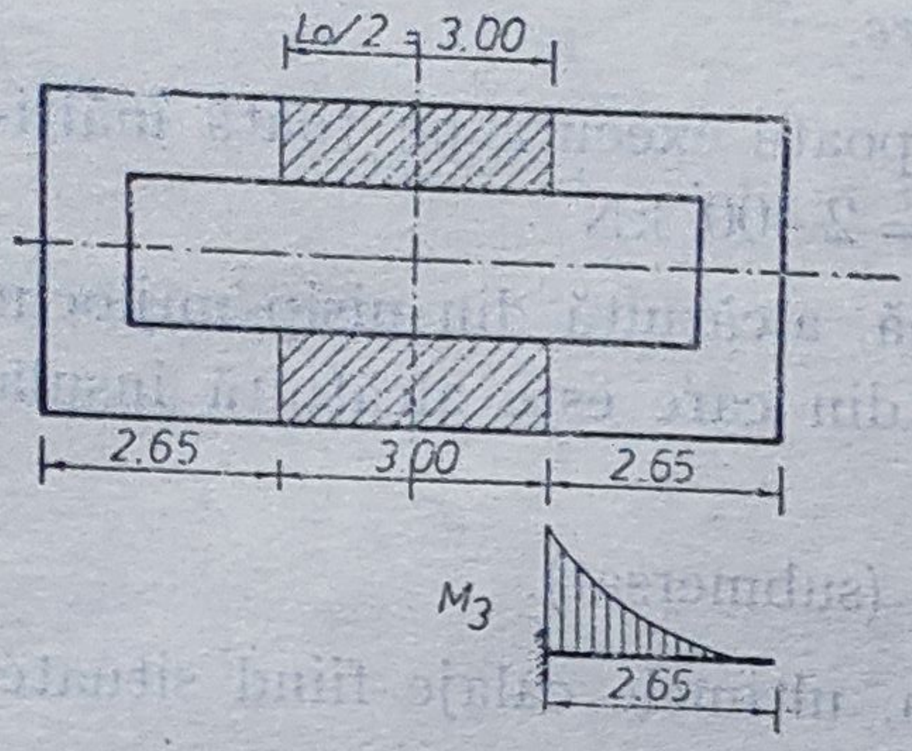


Fig. VI.27. Ipoteză de calcul a chesonului.

$$G_0 = \left(b_e - \frac{1}{2} \cdot h_e \cdot \operatorname{tg} \Phi\right) \cdot (b_e \cdot \gamma_1 \cdot N_\gamma + c \cdot N_c + h_e \cdot \gamma_2 \cdot N_q),$$

unde: γ_1 este greutatea volumică a pămîntului de sub cuţit;

γ_2 — greutatea volumică a pămîntului situat deasupra cuţitului.

Dacă cuţitul este sub nivelul apei atunci γ_1 şi γ_2 vor fi egale cu:

— nivelul apei din cheson la nivelul cuţitului

$$\gamma_1 = \gamma' \; ; \; \gamma_2 = \gamma \; ;$$

— nivelul apei din cheson la nivelul săpăturii

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma'.$$

În cazul nostru, din tabelul VI.36

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma' = 11 \text{ kN/m}^3 \; ;$$

N_γ, N_c, N_q — factori de capacitate portantă (STAS 8316—77).

Pentru $\Phi = 35°$:

$$N_\gamma = 20{,}4 \; ; \; N_c = 46{,}1 \; ; \quad N_q = 33{,}3 \; ; \quad \text{rezultă}$$

$$G_0 = (0{,}95 - 0{,}5 \cdot 1{,}5 \cdot \operatorname{tg} 35°)(0{,}95 \cdot 11 \cdot 20{,}4 + 0 \cdot 46{,}1 + 1{,}5 \cdot 11 \cdot 33{,}3) = 397 \text{ kN/m}.$$

Lungimea convenţională necesară de rezemare a cuţitului pe teren pentru a se înfinge pe o adîncime $t = h_e$ este

$$L_0 = \frac{G}{G_0} = \frac{2\,400}{397} = 6{,}05 \text{ m},$$

deci în timpul coborîrii, pămîntul de sub cuţit se va lăsa nesăpat pe lungimea minimă $L_0 = 6{,}05$ m.

$L_0 = 6{,}05 < 2B$; se va adopta o rezemare în lungul axului longitudinal al chesonului (fig. VI.27).

$$M_3 = \frac{289{,}15 \cdot 2{,}65^2}{4} = 507{,}63 \text{ kNm}.$$

Forţele ce se exercită asupra cuţitului sînt arătate în figura VI.26.

$$R_v = \frac{G}{2(L + B)} = \frac{2\,400}{2(8{,}30 + 3{,}60)} = 101 \text{ kN/m} \; ;$$

$$R_h = \frac{t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} (\alpha + \Phi)}{2b + t \cdot \operatorname{tg} \alpha} \cdot R_v \; ;$$

$$R_h = \frac{1{,}5 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \operatorname{ctg} (30^\circ + 35^\circ)}{2 \cdot 0{,}2 + 1{,}50 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ} \cdot 101 = 32{,}2 \text{ kN/m};$$

$$R = \sqrt{R_v^2 + R_h^2} = \sqrt{101^2 + 32{,}2^2} = 106 \text{ kN/m}.$$

Punctul de aplicație al rezultantei

$$X_R = \frac{3 \cdot b^2 + 3 \cdot b \cdot t \cdot \operatorname{tg} \alpha + (t \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2}{3(2 \cdot b + t \cdot \operatorname{tg} \alpha)};$$

$$X_R = \frac{2 \cdot 0{,}2^2 + 3 \cdot 0{,}2 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}577 + (1{,}5 \cdot 0{,}577)^2}{3(2 \cdot 0{,}2 + 1{,}5 \cdot 0{,}577)} = 0{,}36 \text{ m};$$

$$Y_R = \frac{t}{3} = \frac{1{,}5}{3} = 0{,}5 \text{ m}.$$

La aceste încărcări se calculează armătura din cuțit, pentru faza de lansare a chesonului.

CAPITOLUL VII

SPRIJINIRI. PALPLANȘE. ÎMBUNĂTĂȚIREA TERENULUI DE FUNDARE. AGRESIVITATEA APEI.

VII.1. SPRIJINIRI

VII.1.1. Se cere să se dimensioneze elementele componente ale unei sprijiniri verticale ce urmează a fi prevăzută pentru realizarea unei excavații într-un nisip îndesat cu $\Phi = 33°$, $\gamma = 18{,}50$ kN/m³. Adîncimea excavației este $H = 2{,}25$ m, iar lățimea $B = 1{,}5$ m. Pentru realizarea sprijinirii se dispune de material lemnos din esența foioase.

Rezolvare.

Forțele ce intervin asupra elementelor componente ale unei sprijiniri sînt cauzate de împingerea pămîntului. Diagramele de împingere în cazul sprijinirilor prezintă modificări față de cele ce apar pe elementele de sprijin masive. Aliura diagramelor de variație a împingerii, mărimea ordonatelor depind de natura terenului și condițiile de stare. În anexa VII.1.1. sînt date cîteva din tipurile de diagrame acceptate pentru calculul elementelor componente ale unei sprijiniri.

a) *Calculul ordonatelor în diagrama de împingere.*

Conform diagramei 1 din anexa VII.1.1 ordonata maximă în diagramă se calculează cu relația

$$p_b = 0{,}8\ p_a \cos \delta,$$

unde: $p_a = \gamma \cdot H \cdot K_a$ reprezintă împingerea activă la baza săpăturii calculată în ipoteza *Rankine* și δ unghiul de frecare dintre pămînt și materialul din care sînt realizate elementele sprijinirii. Pentru δ se recomandă valori între $0°$ și $20°$.

Cu datele problemei vom avea:

$$K_a = \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\Phi}{2}\right) = \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{33°}{2}\right) = 0{,}295;$$

$$p_a = 18{,}5 \cdot 2{,}25 \cdot 0{,}295 = 12{,}27 \text{ kPa};$$

$$p_b = 0{,}8 \cdot 12{,}27 \cdot \cos 10° = 9{,}66 \text{ kPa}.$$

În figura VII.1.1 se dă diagrama de variație a împingerii active luată în considerație la calculul elementelor sprijinirii.

b) *Verificarea elementelor verticale.*

Considerînd că elementele verticale sînt dulapi scurți cu lungimea $L = 2{,}75$ m, lățimea $l = 16$ cm și grosimea $g = 3{,}8$ cm, verificarea unui element constă în calculul efortului de întindere din încovoiere, considerînd dulapul simplu rezemat în dreptul filatelor, sub acțiunea unei încărcări

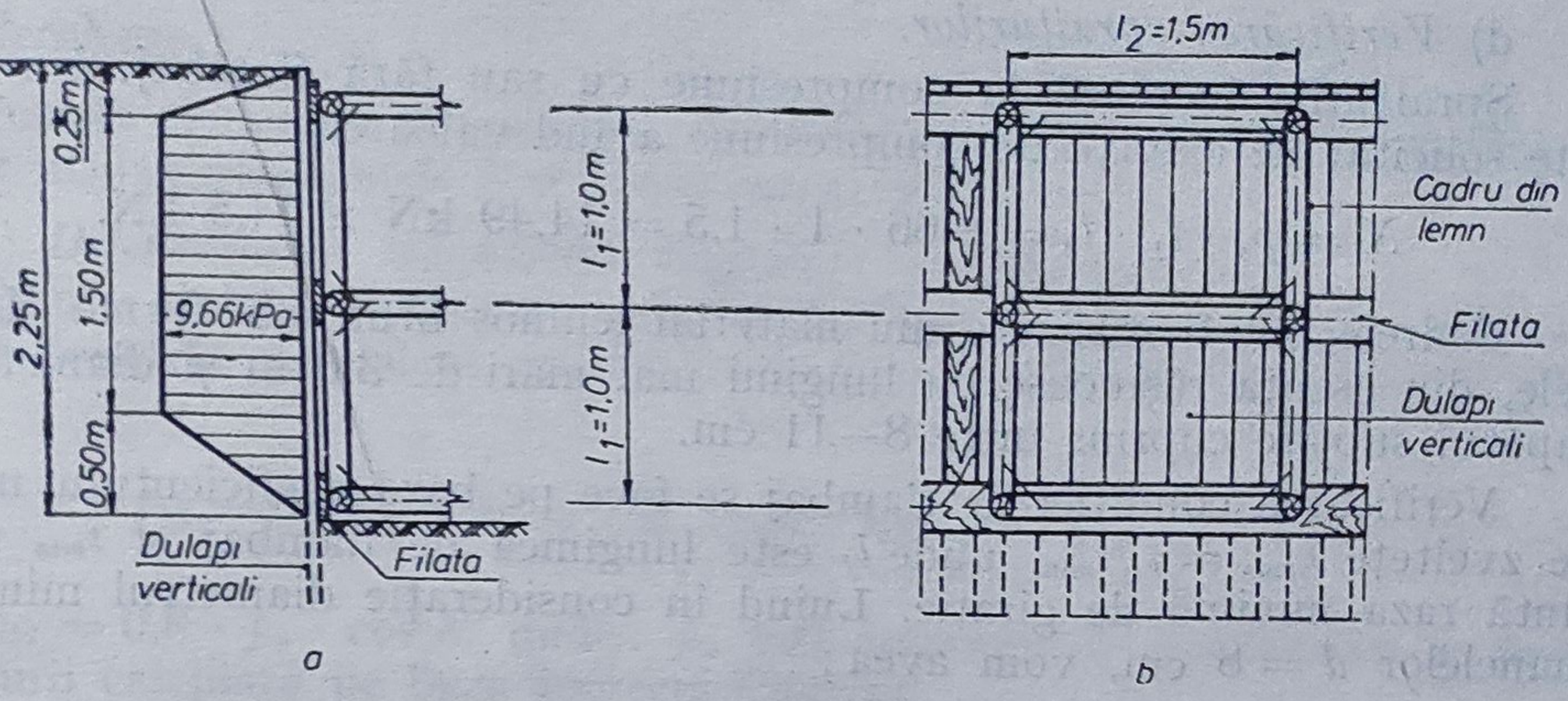


Fig. VII.1.1. Elementele unei sprijiniri verticale:
a — secțiune transversală; *b* — vedere laterală.

uniform distribuită, efort ce trebuie să fie mai mic decît rezistența admisibilă la încovoiere.

— Încărcarea uniform distribuită este

$$q_1 = p_b \cdot l = 9{,}66 \cdot 0{,}16 = 1{,}55 \text{ kN/m};$$

— momentul încovoietor

$$M_1 = \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = \frac{1{,}55 \cdot 1^2}{8} \cdot 10^4 = 1\,937{,}5 \text{ daNcm};$$

— efortul de întindere din încovoiere

$$\sigma_i = \frac{M_1}{W} = \frac{1\,937{,}5}{\frac{16 \cdot 3{,}8^2}{6}} = \frac{19\,37{,}5}{38{,}5} = 50{,}3 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{ai}.$$

$\sigma_{ai} = 130$ daN/cm² sau 155 daN/cm² pentru fag și respectiv stejar în cazul construcțiilor provizorii.

c) *Verificarea filatelor.*

Considerăm filatele a fi realizate din dulapi lungi din fag avînd lungimi de 3,0 m— 6,0 m, lățimea 16 cm— 30 cm și grosimea 5,8 cm, 6,8 cm și 7,5 cm.

Calculînd încărcarea pe filată, momentul încovoietor și efortul de întindere din încovoiere, vom obține:

$$q_2 = p_b \cdot l_1 = 9{,}66 \cdot 1{,}0 = 9{,}66 \text{ kN/m};$$

$$M_2 = \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = \frac{9{,}66 \cdot 1{,}5^2}{8} \cdot 10^4 = 27\,169 \text{ daNcm};$$

$$\sigma_i = \frac{M_2}{W}, \text{ unde: } W = \frac{25 \cdot 7{,}5^2}{6} = 234{,}4 \text{ cm}^3;$$

$$\sigma_i = \frac{27\,169}{234{,}4} = 116 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{ai} = 130 \text{ daN/cm}^2.$$

d) *Verificarea șpraițurilor.*

Șpraițurile lucrează la compresiune cu sau fără flambaj. Un șpraiț este solicitat de o forță de compresiune avînd valoarea:

$$N = p_b \cdot l_1 \cdot l_2 = 9{,}66 \cdot 1 \cdot 1{,}5 = 14{,}49 \text{ kN} \simeq 14{,}5 \text{ kN}.$$

Cadrele pot fi realizate din material lemnos brut sub forma de manele, din esența rășinoase cu lungimi mai mari de 3,0 m și diametrul la capătul subțire cuprins între 8—11 cm.

Verificarea condiției de flambaj se face pe baza coeficientului maxim de zvelțețe $\lambda_{max} = l_f/i_{min}$, unde l_f este lungimea de flambaj și i_{min} reprezintă raza minimă de girație. Luînd în considerație diametrul minim al manelelor $d = 8$ cm, vom avea:

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{3{,}14 \cdot 8^4}{64} = 201 \text{ cm}^4; \quad A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 8^2}{4} = 50{,}3 \text{ cm}^2;$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{201}{50{,}3}} = 2{,}0 \text{ cm};$$

$$\lambda_{max} = \frac{150}{2{,}0} = 75.$$

Întrucît $\lambda > 10$, șpraițurile vor lucra la compresiune cu flambaj. Verificarea la compresiune cu flambaj se face cu relația

$$\sigma_c = \frac{N}{\varphi_{min} \cdot A} < \sigma_{ac||},$$

unde: A este aria secțiunii de calcul a șpraițului, iar φ_{min} — coeficientul minim de flambaj.

Coeficientul minim de flambaj se calculează cu relația

$$\varphi_{min} = \frac{3\,100}{\lambda^2} \text{ pentru } \lambda \geqslant 75 \text{ și } \varphi_{min} = 1 - 0{,}8\left(\frac{\lambda}{100}\right)^2$$

pentru $\lambda < 75$.

$$\varphi_{min} = \frac{3\,100}{75^2} = 0{,}551.$$

Condiția de verificare pentru datele problemei devine:

$$\sigma_c = \frac{14{,}5 \cdot 10^2}{0{,}551 \cdot 50{,}3} = 52{,}3 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{ac||} = 120 \text{ daN/cm}^2.$$

Verificarea la strivire normal pe fibre a filatei la contactul cu șpraițul se face cu relația:

$$\sigma_s = \frac{N}{A} = \frac{14{,}5 \cdot 10^2}{50{,}3} = 28{,}82 \text{ daN/cm}^2 \simeq \sigma_{as\perp} = 29 \text{ daN/cm}^2.$$

VII.1.2. Să se verifice elementele unei sprijiniri verticale realizată într-un nisip afînat cu: $\Phi = 30°$; $\gamma = 16{,}80$ kN/m³, știind că adîncimea și lățimea săpăturii este 1,50 m și respectiv 1,20 m. Pentru realizarea sprijinirii se dispune de material lemnos din esența rășinoase și foioase.

Rezolvare.

Pentru evaluarea solicitărilor, ce intervin asupra elementelor sprijinirii, se vor utiliza diagramele 2 și 7 din anexa VII.1.1.

a) *Determinarea ordonatelor diagramei de împingere.*

Pentru datele problemei, cele două tipuri de diagrame recomandate dau ordonatele de calcul prezentate în figura VII.1.2. calculate cu relațiile

$$p_{b2} = 0{,}65 \cdot Ka \cdot \gamma \cdot H, \text{ unde: } Ka = \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\Phi}{2}\right);$$

$p_{b7} = 0{,}8 \cdot p_a \cdot \cos\delta$, unde: p_a este împingerea pământului la baza săpăturii calculată pe baza ipotezei *Coulomb*.

$$p_{b2} = 0{,}65 \cdot \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{30°}{2}\right) 16{,}80 \cdot 1{,}50 = 5{,}46 \text{ kPa}.$$

Pentru calculul lui p_{b7} se aleg $\delta = 10°$; $\theta = 90°$; $\beta = 0°$, de unde:

$$Ka = \frac{\sin^2(90° + 30°)}{\sin^2 90° \cdot \sin(90° - 10°)\left[1 + \sqrt{\frac{\sin(30° + 10°) \cdot \sin(30° - 0°)}{\sin(90° - 10°) \cdot \sin(90° + 0°)}}\right]^2} = 0{,}308;$$

$$p_a = \gamma \cdot H \cdot Ka \frac{1}{\cos\delta} = 16{,}8 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}308 \frac{1}{\cos 10°} = 7{,}88 \text{ kPa};$$

$$p_{b7} = 0{,}8 \cdot 7{,}88 \cdot \cos 10° = 6{,}21 \text{ kPa}.$$

b) *Verificarea elementelor verticale*

Dintre cele două diagrame se acceptă în continuare diagrama ce prezintă ordonata cea mai mare.

Considerînd că elementele verticale sînt dulapi scurți de lungime $L = 1{,}75$ m, lățime $l = 17$ cm și grosime $g = 3{,}8$ cm, ei fiind dispuși fără interspații, vom avea:

— încărcarea pe dulap

$$q_1 = l \cdot p_b = 0{,}17 \cdot 6{,}21 = 1{,}0557 \text{ kN/m};$$

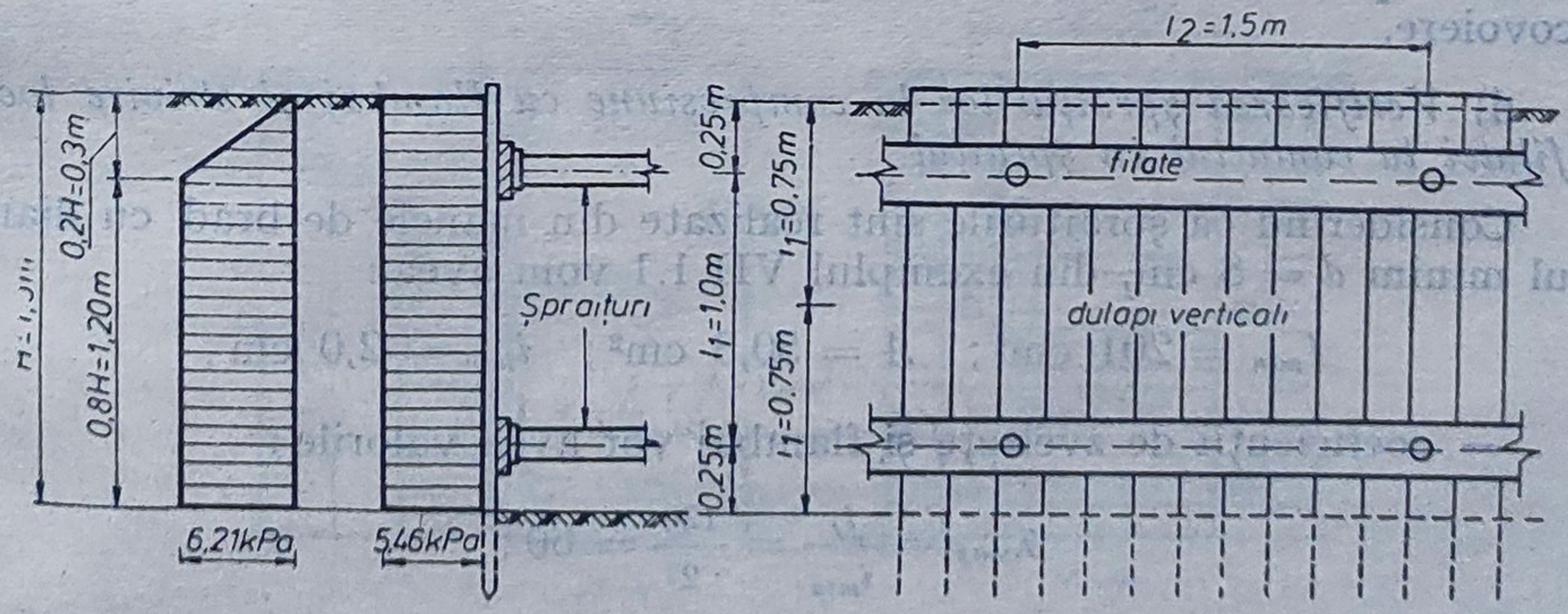


Fig. VII.1.2. Diagrame de împingere, secțiune transversală și vedere laterală printr-o sprijinire orizontală.

— momentul încovoietor ce solicită un dulap vertical

$$M_1 = \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = \frac{1{,}0557 \cdot 1{,}0^2}{8} = 1319{,}6 \text{ daNcm};$$

— efortul de întindere din încovoiere

$$\sigma = \frac{M_1}{W}, \text{ unde: } W = \frac{17 \cdot 3{,}8^2}{6} = 40{,}9 \text{ cm}^3;$$

$$\sigma = \frac{1319{,}5}{40{,}9} = 32{,}25 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{ai} = 120 \text{ daN/cm}^2.$$

Acceptînd dimensiunile impuse pentru dulapii verticali, condiția de verificare este satisfăcută, dar pot fi utilizate sortimente lemnoase prelucrate sau ecarisate ce asigură un modul de rezistență superior valorii $W_{nec} = M_1/\sigma_{ai}$.

c) *Verificarea elementelor orizontale.*

Considerînd că filatele sînt dulapi cu lungimi $L = 3 - 6{,}0$ m, lățime $l = 23$ cm și grosime $g = 6{,}8$ cm, vom avea:

— încărcarea pe filată

$$q_2 = p_b \cdot l_1' = 6{,}21 \cdot 0{,}75 \cdot 10^2 = 465{,}75 \text{ daN/m};$$

— momentul încovoietor

$$M_2 = \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = \frac{465{,}75 \cdot 1{,}5^2}{8} = 130{,}993 \text{ daNm};$$

— eforturile de întindere din încovoiere

$$W = \frac{23 \cdot 6{,}8^2}{6} = 177{,}25 \text{ cm}^3;$$

$$\sigma = \frac{M_2}{W} = \frac{13\,099{,}3}{177{,}25} = 73{,}90 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{ai} = 120 \text{ daN/cm}^2.$$

Pentru filate pot fi folosite și alte sortimente de material lemnos prelucrate sau ecarisate ce prezintă modul de rezistență superior celui necesar dat de raportul dintre momentul încovoietor și rezistența admisibilă la încovoiere.

d) *Verificarea șpraițurilor la compresiune cu flambaj și strivire locală a filatei la contactul cu șpraițul.*

Considerînd că șpraițurile sînt realizate din manele de brad cu diametrul minim $d = 8$ cm, din exemplul VII.1.1 vom avea:

$$I_{min} = 201 \text{ cm}^4; \quad A = 50{,}3 \text{ cm}^2; \quad i_{min} = 2{,}0 \text{ cm};$$

— coeficienții de zvelțețe și flambaj vor avea valorile:

$$\lambda_{max} = \frac{l_f}{i_{min}} = \frac{120}{2} = 60;$$

$$\varphi_{min} = 1 - 0{,}8\left(\frac{\lambda}{100}\right)^2 = 1 - 0{,}8\left(\frac{60}{100}\right)^2 = 0{,}712;$$

— forța de compresiune din șpraiț

$$N = p_b \cdot l_1' \cdot l_2 = 6{,}21 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}50 \cdot 10^2 = 698{,}6 \text{ daN};$$

— efortul de compresiune

$$\sigma = \frac{N}{\varphi_{min} A} = \frac{698{,}6}{0{,}712 \cdot 50{,}3} = 19{,}50 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{ac||} = 120 \text{ daN/cm}^2;$$

— verificarea la strivire locală

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{698{,}6}{50{,}3} = 13{,}89 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{as\perp} = 29 \text{ daN/cm}^2.$$

VII.1.3. Într-un teren argilos plastic consistent-vîrtos sînt prevăzute lucrări de sprijinire impuse de execuția fundațiilor și a unor canale tehnologice. Terenul prezintă următoarele caracteristici: $\gamma = 19{,}80$ kN/m³; $\Phi = 12°$; $c = 10$ kPa. Se cere să se verifice elementele unei sprijiniri necesară a se executa pe o adîncime $H = 2{,}5$ m, știind că deschiderea săpăturii este $B = 1{,}80$ m. Pentru realizarea sprijinirii se dispune de material lemnos.

Rezolvare.

La terenurile argiloase se utilizează în general sprijinirea pereților săpăturii cu elemente orizontale care pot fi dispuse distanțate sau alăturate, funcție de adîncimea săpăturii.

Pentru adîncimi sub 3,0 m se pot folosi elemente orizontale distanțate.

În vederea dimensionării și verificării elementelor sprijinirilor orizontale folosite în cazul terenurilor coezive sînt recomandate diagramele de împingere 3; 4; 5; 8, date în anexa VII.1.1.

a) *Calculul ordonatelor diagramelor de împingere.*

Ținînd cont că terenul este plastic consistent — vîrtos și că raportul $\gamma \cdot H/c$ are valoarea 4,95, vom utiliza diagrama 4:

— ordonata maximă a diagramei

$p_b = Ka \cdot \gamma \cdot H$, unde: $Ka = 1 - \frac{4c}{\gamma \cdot H}$; cu datele problemei avem

$$Ka = 1 - \frac{4 \cdot 10}{19{,}8 \cdot 2{,}5} = 0{,}192 \text{ și } p_b = 0{,}192 \cdot 19{,}8 \cdot 2{,}5 = 9{,}5 \text{ kPa}.$$

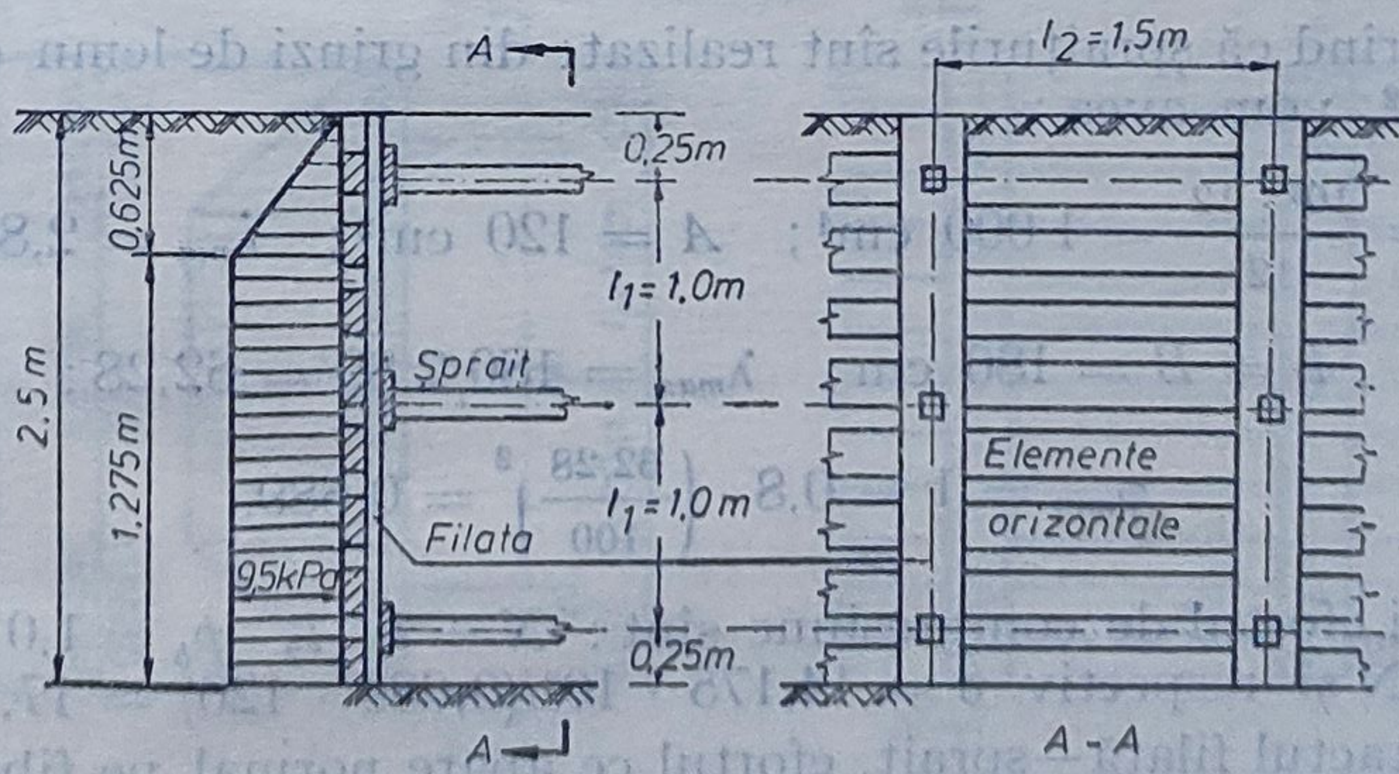


Fig. VII.1.3. Sprijinire orizontală, diagrame, secțiune transversală și vedere laterală.

b) *Verificarea elementelor orizontale.*

Considerăm că se dispune de dulapi lungi în gama de dimensiuni: lungime 3,0 m—6,0 m, lăţimi 16 cm—30 cm şi grosimi de 2,8 cm—3,8 cm, 4,8 cm, 5,8 cm şi 6,8 cm.

Alegem dulapi de lăţime $l = 20$ cm, grosime $g = 4{,}8$ cm cu lungimi între 3,0 m — 6,0 m dispuşi cu interspaţii c de 10 cm.

— Încărcarea aferentă unui element orizontal

$$q_2 = (l + c) \cdot p_b = (0{,}20 + 0{,}1) \cdot 9{,}5 = 0{,}30 \cdot 9{,}5 = 2{,}85 \text{ kN/m};$$

— momentul încovoietor într-un element orizontal

$$M_2 = \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = \frac{2{,}85 \cdot 1{,}5^2}{8} = 0{,}80156 \text{ kNm} = 8\,015{,}6 \text{ daNcm};$$

— efortul de întindere din încovoiere

$$W = \frac{20 \cdot 4{,}8^2}{6} = 76{,}8 \text{ cm}^3; \quad \sigma = \frac{M_2}{W} = \frac{8\,015{,}6}{76{,}8} = 104{,}37 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{ai},$$

unde: $\sigma_{ai} = \sigma_{ac||} = 120$ daN/cm² pentru esenţa răşinoase, în cazul construcţiilor provizorii.

c) *Verificarea filatelor.*

— Încărcarea pe filată

$$q_1 = l_2 \cdot p_b = 1{,}5 \cdot 9{,}5 = 14{,}25 \text{ kN/m};$$

— momentul încovoietor şi eforturile de întindere din încovoiere

$$M_1 = \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = \frac{14{,}25 \cdot 1^2}{8} = 1{,}78125 \text{ kNm};$$

$W = \frac{30 \cdot 5{,}8^2}{6} = 168{,}2$ cm³ pentru dulapi de lăţime 30 cm şi grosime 5,8 cm;

$$\sigma = \frac{M_1}{W} = \frac{17\,812{,}5}{168{,}2} = 105{,}9 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{ai}.$$

d) *Verificarea şpraiţurilor la compresiune cu flambaj şi la strivire locală a filatei la contactul cu şpraiţul.*

Considerînd că şpraiţurile sînt realizate din grinzi de lemn cu secţiunea 10×12 cm², vom avea:

$$I_{min} = \frac{10^3 \cdot 12}{12} = 1\,000 \text{ cm}^4; \quad A = 120 \text{ cm}^2; \quad i_{min} = 2{,}89 \text{ cm};$$

$$l_f = B = 180 \text{ cm}; \quad \lambda_{max} = 180/2{,}89 = 62{,}28;$$

$$\varphi_{min} = 1 - 0{,}8 \cdot \left(\frac{62{,}28}{100}\right)^2 = 0{,}689.$$

Forţa şi efortul de compresiune sînt: $N = l_1 \cdot l_2 \cdot p_b = 1{,}0 \cdot 1{,}5 \cdot 9{,}5 = 14{,}175$ kN şi respectiv $\sigma = 14{,}175 \cdot 10^2/(0{,}689 \cdot 120) = 17{,}14$ daN/cm².

La contactul filată—şpraiţ, efortul ce apare normal pe fibră este $\sigma_s = 1\,417{,}5/120 = 11{,}81$ daN/cm², care este inferior rezistenţei admisibile la strivire perpendiculară pe fibre $\sigma_{as\perp} = 18$ daN/cm² pentru răşinoase.

VII.1.4. Se cere să se verifice elementele unei sprijiniri orizontale ce urmează a fi realizată într-un teren argilos tare cu $\Phi = 15°$; $c = 28$ kPa; $\gamma = 19{,}25$ kN/m³. Adîncimea și lățimea, pe care se realizează sprijinirile, sînt $H = 2{,}75$ m și respectiv $B = 1{,}75$ m. Pentru realizarea sprijinirii se dispune de material lemnos brut, prelucrat și semiprelucrat.

Rezolvare.

Determinarea solicitărilor provenite din împingerea pămîntului, în acest caz, se recomandă să se facă acceptînd pentru distribuția împingerii una din diagramele 3; 5; 8, date în anexa VII.1.1. Luînd în considerație că raportul $\gamma \cdot H/c$ are valoarea 1,92, vom alege o distribuție a împingerii după diagrama 5.

a) *Calculul ordonatei maxime a împingerii.*

Cu datele problemei vom avea ordonata maximă p_b, cuprinsă între 10,58 kPa și 21,17 kPa. Se acceptă ca ordonată maximă o valoare medie a lui p_b egală cu 15,88 kPa.

Diagrama de variație a împingerii este dată n figura VII.1.4.

b) *Verificarea elementelor orizontale.*

Elementele orizontale sînt dispuse cu interspații de 0,20 m și pot fi dulapi cu lățimi 20 cm și grosime 6,8 cm;

— încărcarea pe un element orizontal

$$q_2 = p_b(l + c) = 15{,}88\ (0{,}2 + 0{,}2) = 6{,}352\ \text{kN/m};$$

— momentul încovoietor

$$M_1 = \frac{q_2 \cdot l_2^2}{8} = \frac{6{,}352 \cdot 1{,}5^2}{8} = 1{,}7865\ \text{kN} \cdot \text{m} = 17865\ \text{daN/cm};$$

— efortul de întindere din încovoiere

$$W = \frac{l \cdot g^2}{6} = \frac{20 \cdot 6{,}8^2}{6} = 154\ \text{cm}^3;$$

$$\sigma = \frac{M_1}{W} = \frac{17\,865}{154} = 116\ \text{daN/cm}^2 < \sigma_{ai}.$$

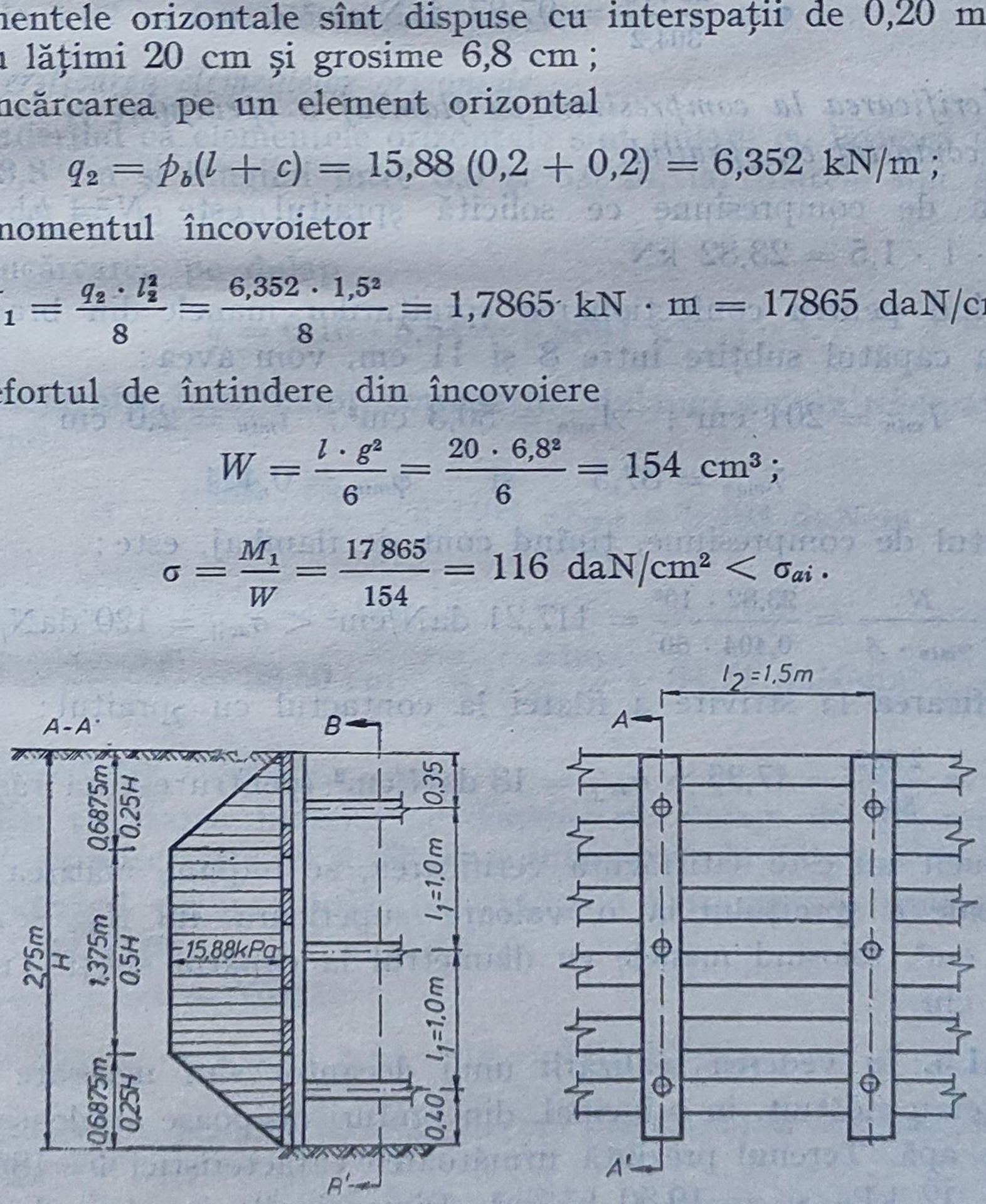


Fig. VII.1.4. Sprijinire orizontală, diagrame de împingere, secțiune transversală și vedere laterală.

c) *Verificarea filatelor.*

— Încărcarea pe filată

$$q_1 = p_b \cdot l_2 = 15{,}88 \cdot 1{,}5 = 23{,}82 \text{ kN/m};$$

— momentul încovoietor

$$M_1 = \frac{q_1 \cdot l_1^2}{8} = \frac{23{,}82 \cdot 1^2}{8} = 2{,}9775 \text{ kNm};$$

— modulul de rezistență necesar

$$W_{nec} = \frac{M_1}{\sigma_{ai}} = \frac{29\,775}{120} = 248 \text{ cm}^3.$$

Alegînd pentru filate dulapi de lățime 30 cm și grosime 7,8, vom avea:

$$W = \frac{30 \cdot 7{,}8^2}{6} = 304{,}2 \text{ cm}^3;$$

$$\sigma = \frac{29\,775}{304{,}2} = 97{,}87 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{ai}.$$

d) *Verificarea la compresiune cu flambaj a șpraițului și la strivire a filatei la contactul cu șpraițul.*

Forța de compresiune ce solicită șpraițul este $N = p_b \cdot l_1 \cdot l_2 = 15{,}88 \cdot 1 \cdot 1{,}5 = 23{,}82$ kN.

Alegînd pentru confecționarea șpraițurilor manele din brad cu diametrul la capătul subțire între 8 și 11 cm, vom avea:

$$I_{min} = 201 \text{ cm}^4; \quad A_{min} = 50{,}3 \text{ cm}^2; \quad i_{min} = 2{,}0 \text{ cm};$$

$$\lambda_{max} = 87{,}5 \quad \text{și} \quad \varphi_{min} = 0{,}404.$$

Efortul de compresiune, ținînd cont de flambaj, este:

$$\sigma = \frac{N}{\varphi_{min} \cdot A} = \frac{23{,}82 \cdot 10^2}{0{,}404 \cdot 50} = 117{,}21 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{ac\parallel} = 120 \text{ daN/cm}^2.$$

Verificarea la strivire a filatei la contactul cu șpraițul:

$$\sigma_s = \frac{N}{A} = \frac{2\,382}{50{,}3} = 47{,}35 > \sigma_{as\perp} = 18 \text{ daN/cm}^2 \text{ (pentru esența rășinoase).}$$

Întrucît nu este satisfăcută verificarea, se impune mărirea secțiunii transversale a șpraițului la o valoare superioară lui $A_{nec} = N/\sigma_{as\perp} = 132{,}3$ cm², folosind manele cu diametrul la capătul subțire mai mare decît 13 cm.

VII.1.5. În vederea realizării unui decantor sînt necesare sprijiniri într-un teren alcătuit, în principal, din prafuri nisipoase argiloase cu infiltrații de apă. Terenul prezintă următoarele caracteristici $\Phi = 18° \ldots 23°$; $c = 10 \ldots 12$ kPa și $\gamma = 19{,}80$ kN/m³. Dimensiunile în plan ale săpăturii sînt 35×15 m. Adîncimea săpăturii este 2,3 m.

Rezolvare.

Ţinînd cont de natura terenului şi dimensiunile mari ale săpăturii, soluţia, ce poate fi adoptată, este de tipul sprijinirilor orizontale în spaţii largi, cu elemente orizontale dispuse alăturat.

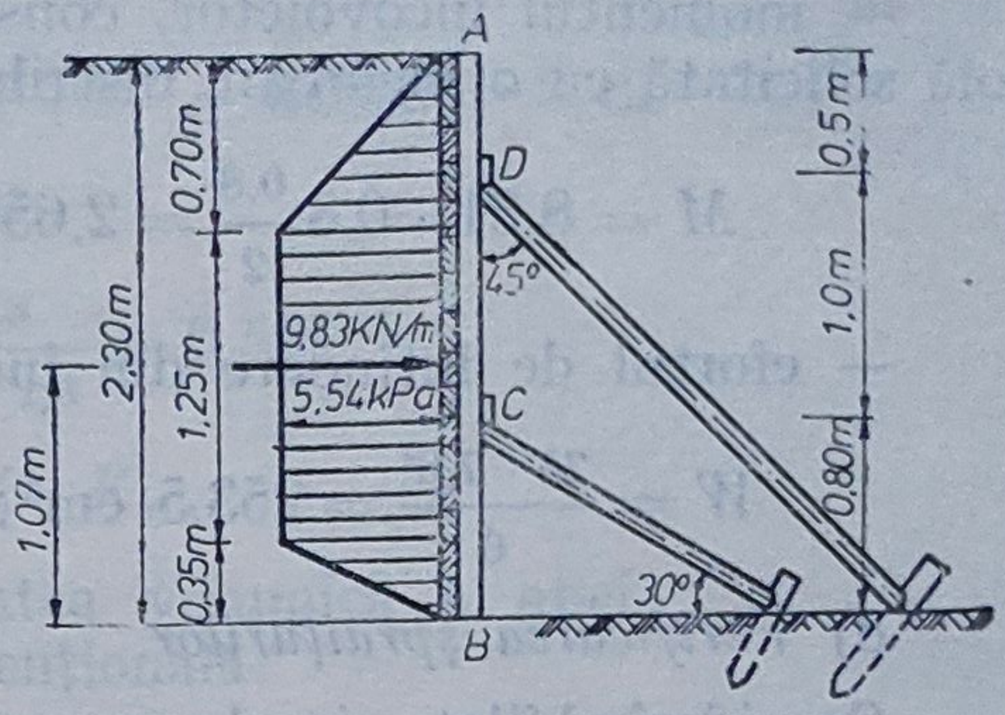


Fig. VII.1.5. Secţiune transversală — diagrame de împingere.

a) *Calculul ordonatei maxime în diagrama de împingere.*

Pentru calculul împingerii s-a acceptat diagrama 8 din anexa VII.1.1, obţinînd :

$$p_b = \gamma \cdot H - 4c = 19{,}80 \cdot 2{,}30 - 4 \cdot 10 = 5{,}54 \text{ kPa};$$

$$0{,}15\ H \cong 0{,}35 \text{ m}; \quad 0{,}55\ H \cong 1{,}25 \text{ m}; \quad 0{,}3\ H = 0{,}70 \text{ m}.$$

Forţa de împingere pe metru este $P_a = 9{,}8335$ kN, avînd punctul de aplicaţie la 1,07 m faţă de baza săpăturii, figura VII.1.5.

b) *Verificarea elementelor orizontale.*

Considerînd că elementele orizontale sînt dulapi cu lăţimea de 16 cm, grosime 3,8 cm şi lungimi între 3,0 şi 6,0 m, iar filatele sînt dispuse la distanţe de 1,5 m, vom avea :

— încărcarea pe dulap

$$q = 0{,}16 \cdot 5{,}54 = 0{,}8864 \text{ kN/m};$$

— momentul încovoietor, considerînd dulapul simplu rezemat în dreptul filatelor

$$M = \frac{0{,}8864 \cdot 1{,}5^2}{8} = 0{,}2493 \text{ kNm} = 2\,493 \text{ daNcm}$$

— efortul de întindere din încovoiere

$$W = \frac{16 \cdot 3{,}8^2}{6} = 38{,}50 \text{ cm}^3; \quad \sigma = \frac{2\,493}{38{,}50} = 64{,}74 \text{ daN/cm}^2 < \sigma_{ai}.$$

c) *Verificarea filatelor.*

Pentru realizarea filatelor se dispune de dulapi de grosimi 7,8 cm, cu lăţimi cuprinse între 25 şi 30 cm şi lungimi de la 3,0 m pînă la 6,0 m.

Considerînd că şpraiţurile (contrafişele) sînt dispuse conform figurii VII.1.5, vom avea :

— încărcarea pe filată

$$q_1 = 5{,}54 \cdot 1{,}5 = 8{,}31 \text{ kN/m};$$

— momentul încovoietor considerînd filata simplu rezemată în dreptul şpraiţurilor

$$M = \frac{8{,}31 \cdot 1^2}{8} = 1{,}0387 \text{ kNm} = 10\,387 \text{ daNcm};$$

— momentul încovoietor, considerînd capătul BC al filatei ca o consolă solicitată cu o încărcare distribuită q_1

$$M = 8{,}31 \cdot 0{,}8 \frac{0{,}8}{2} = 2{,}6592 \text{ kNm} = 26\,592 \text{ daNcm};$$

— efortul de întindere din încovoiere

$$W = \frac{25 \cdot 7{,}8^2}{6} = 253{,}5 \text{ cm}^3; \quad \sigma = \frac{26\,592}{253{,}5} = 104{,}9 \text{ daN/cm}^2.$$

d) *Verificarea șpraițurilor.*

Considerînd filata simplu rezemată în dreptul șpraițurilor și încărcată cu rezultanta împingerii aferentă unei filate, reacțiunile ce apar în șpraițuri sînt:

$R_C = 12{,}4334$ kN; cu componentele normală și în lungul filatei $N_C = 10{,}7676$ kN și respectiv $T_C = 6{,}2167$ kN.

$R_D = 5{,}632$ kN; cu componentele normală și în lungul filatei $N_D = T_D = 3{,}9825$ kN.

Șpraițul cel mai încărcat este cel inferior pentru care, în cazul verificării la compresiune cu flambaj, vom avea:

— lungimea șpraițului $l_c = 0{,}8/\cos 60° = 1{,}6$ m;

— secțiunea, momentul de inerție și raza minimă de girație, considerînd ca acesta este realizat din manele cu diametrul minim de 8 cm, vor fi: $A = 50{,}3$ cm²; $I = 201$ cm⁴; $i_{min} = 20$;

— coeficientul de zvelțețe și minim de flambaj au valorile: $\lambda_{max} = 80$ și respectiv $\varphi_{min} = 0{,}484$;

— efortul de compresiune va fi: $\sigma = 1\,234{,}34/(0{,}484 \cdot 50{,}3) = 51{,}03$ daN/cm² $< \sigma_{ac\perp}$.

Componentele T_C și T_D vor fi luate în considerație în verificarea posibilității de alunecare a filatei pe elementele orizontale și a sistemelor de rezemare șpraiț-filată-papuc din punctele C și D.

VII.2. PALPLANȘE

VII.2.1. Să se determine adîncimea de batere necesară t, precum și solicitările maxime ale unui perete de palplanșe metalice, destinat creerii unei incinte (fig. VII.2.1), în cazul unei înălțimi libere de apă de 3,60 m, pentru un coeficient de siguranță $n_s = 1{,}3$. Caracteristicile fizico-mecanice ale pămîntului sînt:

$\gamma_2' = 11{,}39$ kN/m³ — greutatea volumică în stare submersată; $\Phi = 31°$.

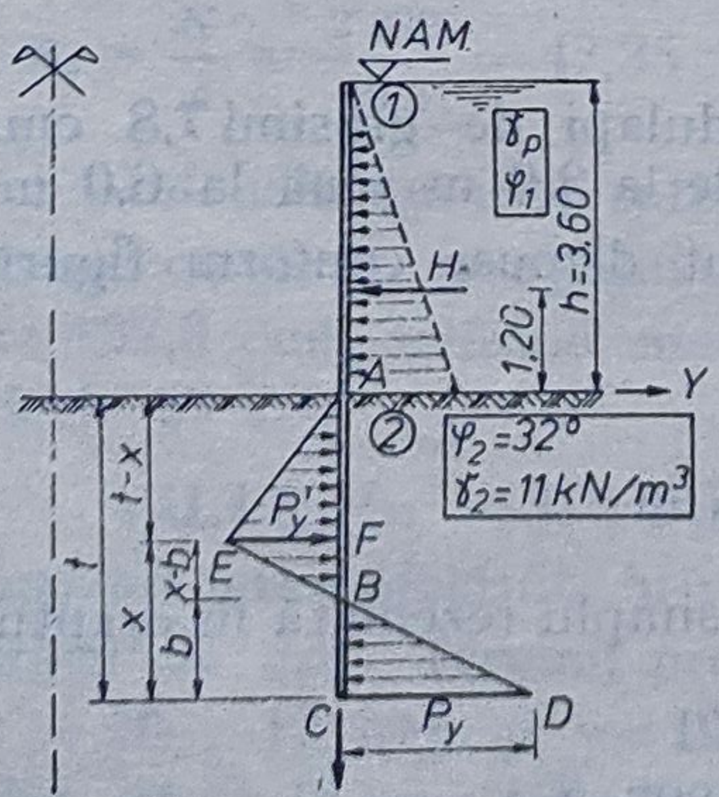


Fig. VII.2.1. Palplanșă metalică.

Rezolvare.

a) *Calculul adîncimii de batere.*

1) Se calculează coeficienții împingerii pămîntului

— coeficientul împingerii active:

$$K_{a2} = \text{tg}^2 (45° - \Phi/2) =$$

$$= \text{tg}^2 (45° - 31°/2) = 0{,}320;$$

– coeficientul rezistenței pasive:

$$K_{p2} = \operatorname{tg}^2(45° - \Phi/2) = \operatorname{tg}^2(45° + 31°/2) = 3{,}12.$$

2) Calculul coeficienților:

$$n_s' = \frac{n_s}{1 + n_s} = \frac{1{,}3}{1 + 1{,}3} = 0{,}565;$$

$$\gamma_p = \gamma_w + \gamma_1' \cdot K_{a1},$$

unde: $\gamma_w = \gamma_1' = 10$ kN/m³ este greutatea volumică a apei;
γ_p – greutatea volumică convențională:

$$\gamma_p = 10 \text{ kN/m}^3; \quad \gamma_1' \cdot K_{a1} = 0,$$

deoarece deasupra nivelului A, în acest caz, nu este decît apă.

$$m_1 = \frac{\gamma \cdot (K_p - K_a)}{\gamma_p} = \frac{\gamma_2'(K_{p2} - K_{a2})}{\gamma_p} = \frac{11{,}39(3{,}12 - 0{,}320)}{10} = 3{,}19,$$

unde: γ_2 este greutatea volumică a stratului 2; din cauza prezenței apei se introduce în loc de γ_2, greutatea volumică în stare submersată γ_2'.

$$m = \gamma \cdot (K_p - K_a); \; m = \gamma_2'(K_{p2} - K_{a2}) = 11{,}39(3{,}12 - 0{,}320) = 31{,}9;$$

$$A = \frac{2 \cdot n_s' - 3}{m_1(1 - n_s')} = \frac{2 \cdot 0{,}565 - 3}{3{,}19(1 - 0{,}565)} = -1{,}347;$$

$$B = \frac{1}{m_1(1 - n_s')} = \frac{1}{3{,}19(1 - 0{,}565)} = 0{,}72;$$

$$C = \frac{n_s'}{m_1^2(1 - n_s')} = \frac{0{,}565}{3{,}19^2(1 - 0{,}565)} = 0{,}127.$$

3) Calculul adîncimii de batere (fișa palplanșei).

$$t = \beta \cdot h,$$

unde: β este soluția ecuației

$$\beta^4 + A \cdot \beta^2 - B \cdot \beta - C = 0; \; \beta^4 - 1{,}347 \cdot \beta^2 - 0{,}72 \cdot \beta - 0{,}127 = 0.$$

Ecuația se rezolvă prin încercări; se obține $\beta = 1{,}389$, rezultînd o fișă $t = 1{,}389 \cdot 3{,}60 = 5{,}00$ m.

b) *Determinarea solicitărilor maxime în peretele de palplanșe.*

1) Calculul presiunilor (fig. VII.2.1.)

$$x = \alpha \cdot t, \text{ unde: } \alpha = \frac{3 + 1/\beta - m_1 \cdot \beta^2}{1 - m_1 \cdot \beta^2}$$

$$\alpha = \frac{3 + \frac{1}{1{,}389} - 3{,}19 \cdot 1{,}389^2}{1 - 3{,}19 \cdot 1{,}389^2} = 0{,}47, \text{ deci: } X = 0{,}47 \cdot 5{,}00 = 2{,}35 \text{ m}.$$

$$P_y' = (t - X) \cdot \gamma (K_p - K_a); \; P_y' = (t - X) \cdot \gamma_2' (K_{p2} - K_{a2});$$

$$P_y' = (5{,}00 - 2{,}35) \cdot 11{,}39(3{,}12 - 0{,}320) = 84{,}51 \text{ kPa};$$

$$P_y = n_s \cdot m \cdot t = 1{,}3 \cdot 31{,}9 \cdot 5{,}00 = 207{,}35 \text{ kPa} \quad \text{(valoarea limită)};$$

$$b = \frac{P_y}{P_y' + P_y} \cdot X = \frac{207{,}35}{84{,}51 + 207{,}35} \cdot 2{,}35 = 1{,}67 \text{ m};$$

$$X - b = 2{,}35 - 1{,}67 = 0{,}68 \text{ m}.$$

Secțiunea, în care forța tăietoare se anulează, se obține cu relația:

$$T_z = H - \frac{z^2}{2} \cdot \gamma \cdot (K_p - K_a) = 0; \quad H - \frac{z^2}{2} \cdot \gamma_2' \cdot (K_{p2} - K_{a2}) = 0;$$

$$H = \frac{1}{2} \cdot \gamma_p \cdot h^2; \quad H = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3{,}60^2 = 64{,}8 \text{ kN/m};$$

$$z = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{\gamma_2'(K_{p2} - K_{a2})}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 64{,}8}{11{,}39(3{,}12 - 0{,}320)}} = 2{,}01 \text{ m}.$$

Momentul maxim are valoarea:

$$M_{max} = H \cdot \left(\frac{h}{3} + z\right) - \frac{z^3}{6} \cdot \gamma \cdot (K_p - K_a);$$

$$M_{max} = 64{,}8\,(1{,}20 + 2{,}01) - \frac{2{,}01^3}{6} \cdot 11{,}39\,(3{,}12 - 0{,}320) =$$

$$= 164{,}84 \text{ kNm/m}.$$

Avînd valoarea momentului încovoietor maxim se adoptă tipul de palplanșă corespunzător.

VII.2.2. Să se determine adîncimea de încastrare, precum și solicitările unui perete de palplanșe încastrat în pămînt, folosind metoda grinzii înlocuitoare.

Dimensiunile incintei și caracteristicile pămîntului sînt arătate în figura VII.2.2.

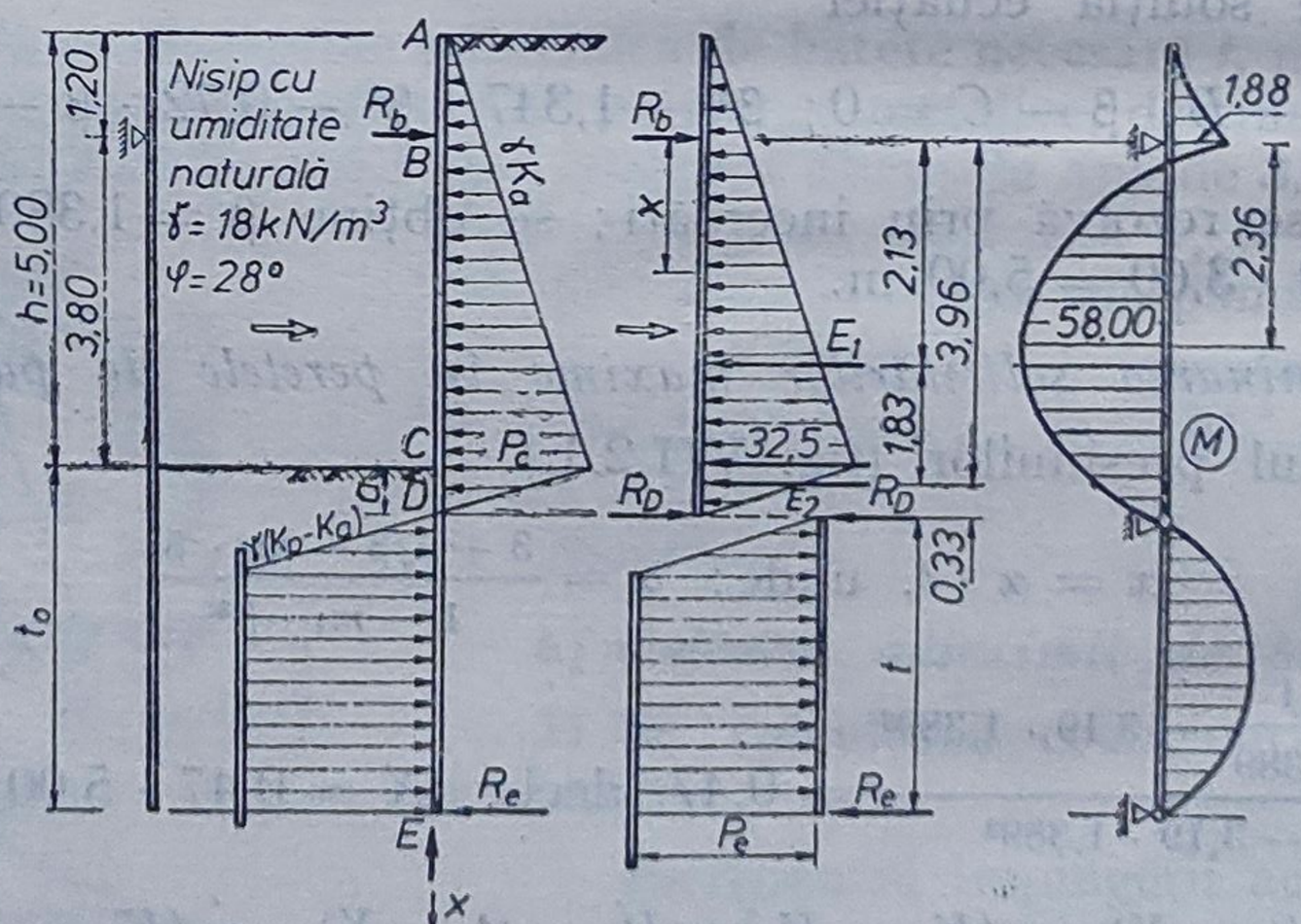


Fig. VII.2.2. Distribuția presiunilor pe un perete de palplanșe încastrat.

Rezolvare.

Adîncimea a, sub nivelul fundului săpăturii, la care se consideră articulația este:

$$a = 0{,}1(h + h_e) \quad - \text{ după } \textit{Terzaghi};$$

$$a = 0{,}1 \cdot 5{,}00 = 0{,}5 \quad - \text{ lungimea grinzii înlocuitoare};$$

$$AD = 5{,}00 + 0{,}5 = 5{,}50 \text{ m}.$$

1) *Calculul încărcărilor.*

$$K_a = \operatorname{tg}^2\left(45° - \frac{\Phi}{2}\right) = \operatorname{tg}^2(45° - 14°) = 0{,}361;$$

$$K_p = \operatorname{tg}^2\left(45° + \frac{\Phi}{2}\right) = \operatorname{tg}^2(45° + 14°) = 2{,}77;$$

$$p_c = \gamma \cdot K_a \cdot z = 18 \cdot 0{,}361 \cdot 5{,}00 = 32{,}5 \text{ kPa};$$

$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot p_c \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 32{,}5 \cdot 5{,}00 = 81{,}2 \text{ kN/m};$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot 32{,}5 \cdot 0{,}5 = 8{,}12 \text{ kN/m}.$$

2) *Calculul eforturilor în grindă.*

$$R_B = \frac{8{,}12 \cdot 0{,}33 + 81{,}2\,(1{,}83 + 0{,}33)}{3{,}80 + 0{,}5} = 41{,}5 \text{ kN/m}.$$

La această încărcare se calculează cablul de ancorare înmulțind R_B cu distanța dintre ancoraje.

$$R_D = \frac{81{,}2 \cdot 2{,}13 + 8{,}12 \cdot 3{,}96}{4{,}30} = 47{,}7 \text{ kN/m}.$$

Pentru determinarea momentului maxim, se stabilește poziția secțiunii în care se anulează forța tăietoare. Expresia forței tăietoare rezultă (considerînd originea în B, iar sensul pozitiv în jos):

$$T_X = R_B - \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_a\,(X + 1{,}20)^2 = 0;$$

$$T_X = 41{,}5 - 0{,}5 \cdot 18 \cdot 0{,}361 \cdot (X + 1{,}20)^2 = 0;$$

$$X = \sqrt{\frac{41{,}5}{0{,}5 \cdot 18 \cdot 0{,}361}} - 1{,}20 = 2{,}36 \text{ m}, \text{ rezultă:}$$

$$M_{max} = R_B \cdot X - \frac{1}{6} \cdot \gamma \cdot K_a\,(X + 1{,}20)^3 =$$

$$= 41{,}5 \cdot 2{,}36 - \frac{1}{6} \cdot 18 \cdot 0{,}361 \cdot (2{,}36 + 1{,}20)^3 = 49 \text{ kNm/m};$$

$$M_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{32{,}5}{5} \cdot 1{,}20^2 \cdot 0{,}4 = 1{,}88 \text{ kNm/m}.$$

Avînd în vedere că în realitate repartizarea momentelor este mai favorabilă, se ia în calcul un moment redus

$$M_0 = \frac{1}{1{,}35} \cdot M_{max} = 36{,}29 \text{ kNm pe metru de perete de palplanșe.}$$

Pentru acest moment se alege profilul respectiv.

3) *Calculul adîncimii de batere.*

Adîncimea de batere a palplanşei sub nivelul articulaţiei se calculează din condiţia ca reacţiunea R_D să fie echilibrată de rezistenţa pasivă de-a lungul porţiunii DE.

Egalînd cu zero suma momentelor tuturor forţelor în raport cu punctul E rezultă:

$$\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot (t_0 - a)^2 (K_p - K_a) \cdot \frac{t_0 - a}{3} - R_D (t_0 - a) = 0; \text{ notînd}$$

$$t_0 - a = t'; \ \frac{1}{6} \cdot 18 \cdot t^3 \cdot (2{,}77 - 0{,}361) - 47{,}7 \cdot t' = 0;$$

$$t' = \sqrt{\frac{47{,}7}{7{,}24}} = 2{,}57 \text{ m}; \ t_0 = 2{,}57 + 0{,}5 = 3{,}07 \text{ m}.$$

Adoptînd un coeficient de siguranţă $n_s = 1{,}15$ (din cauza decomprimării pămîntului prin săpătură), adîncimea totală de batere rezultă:

$$t = 1{,}15 \cdot 3{,}08 = 3{,}54 \simeq 3{,}60 \text{ m}.$$

VII.2.3. Sprijinirea pereţilor unei gropi de fundaţie avînd $h = 9{,}00$ m se realizează cu un perete de palplanşe, susţinut la partea superioară de un ancoraj fixat la adîncimea de 1,50 m.

La partea inferioară palplanşele nu pot fi bătute la adîncimi mari din cauza dificultăţilor de teren.

Să se determine adîncimea minimă de batere necesară ca palplanşele să poată fi sprijinite şi la partea de jos, precum şi reacţiunea din ancoraj (fig. VII.2.3.).

Caracteristicile pămîntului sînt: $\gamma = 18$ kN/m³ şi $\Phi = 28°$.

Rezolvare.

1) *Calculul coeficienţilor împingerii active şi pasive a pămîntului.*

$$K_a = \text{tg}^2 \left(45° - \frac{\Phi}{2}\right) = 0{,}361;$$

$$K_p = \text{tg}^2 \left(45° + \frac{\Phi}{2}\right) = 2{,}77.$$

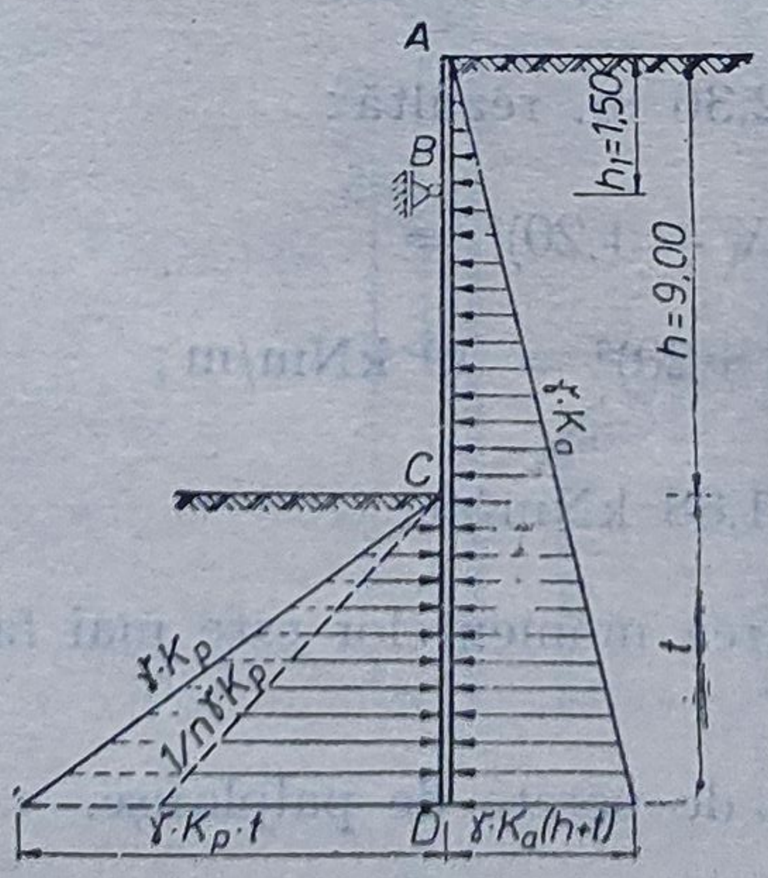


Fig. VII.2.3. Palplanşe ancorate.

Palplanşa, sub acţiunea încărcărilor (fig. VII.2.3), trebuie să fie în echilibru.

$$\sum M_i = 0; \ \sum H_i = 0.$$

2) *Ecuaţiile de echilibru static.*

Pentru rezistenţa pasivă, ce susţine palplanşa, se va considera un coeficient de siguranţă $n_s = 1{,}5$.

$$\sum H_i = 0; \quad \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_a (h + t)^2 - R_B -$$

$$- \frac{l}{n_s} \cdot \gamma \cdot K_p \cdot \frac{t^2}{2} = 0;$$

$$\sum M_B = 0; \quad \gamma \cdot K_a \frac{(h+t)^2}{2} \cdot \left[\frac{2}{3}(h+t) - h_1\right] - \frac{l}{n_s} \cdot K_p \cdot$$

$$\cdot \left[\frac{t^2}{2} \cdot \frac{2}{3}(t+h) - h_1\right] = 0.$$

Rezultă din cele două ecuații de echilibru static t și R_B.

3) *Calculul adîncimii de batere.*

Ecuația de momente este:

$2{,}166(9+t)^3 - 4{,}87(9+t)^2 - 11{,}07t^3 - 124{,}65t^2 = 0$. Soluția acestei ecuații obținute prin încercări este:

$$t = 5{,}47 \text{ m} \simeq 5{,}50 \text{ m}$$

În cazul în care nu se poate realiza această fișă minimă se adoptă alt sistem de sprijinire.

4) *Calculul reacțiunii din ancoraj.*

$$R_B = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_a(h+t)^2 - \frac{1}{n_s} \cdot \gamma \cdot K_p \cdot \frac{t^2}{2};$$

$$R_B = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 0{,}361 \cdot (9{,}00 + 5{,}47)^2 - \frac{1}{1{,}5} \cdot 18 \cdot 2{,}77 \frac{5{,}47^2}{2} =$$

$$= 182{,}99 \simeq 183 \text{ kN/m}.$$

VII.2.4. Să se amplaseze și să se dimensioneze sistemul de ancorare pentru reacțiunea R_B, calculată în exemplul VII.2.3.

Soluția adoptată constă în: ancoraje din bare de oțel la distanța de 2,5 m între ele, ce transmit solicitarea la blocuri izolate de beton (fig. VII.2.4)

Rezolvare.

1) *Zonarea spațiului de amplasare a ancorei* (fig. VII.2.4.).

2) *Predimensionarea plăcii de ancorare* Z_f.

$$R'_B = b \cdot R_A = 2{,}25 \cdot 183 = 411{,}75 \text{ kN};$$

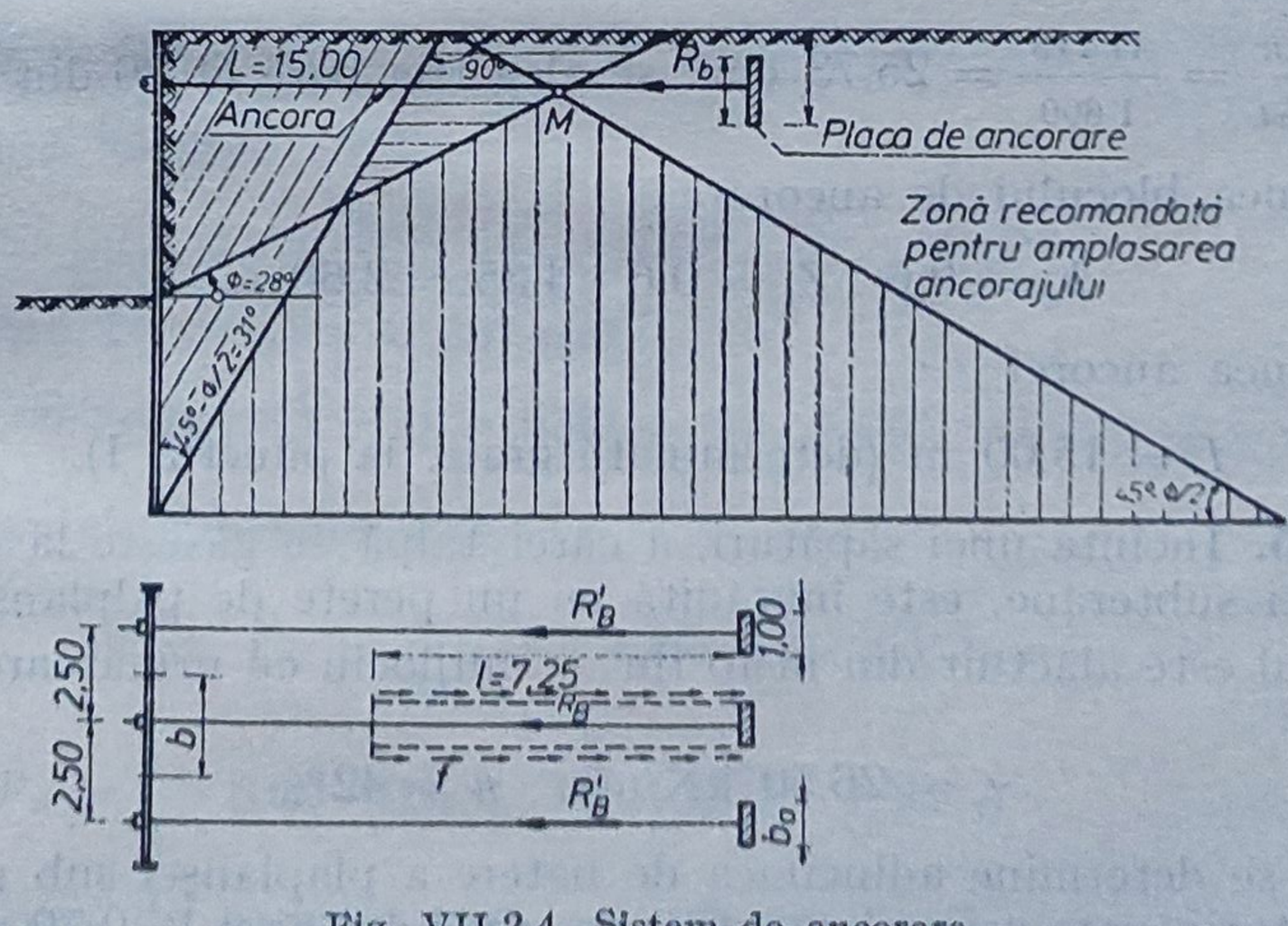


Fig. VII.2.4. Sistem de ancorare.

$$R_B' = \frac{1}{2} \cdot \gamma(K_p - K_a) \cdot Z_f^2 \cdot b_a = 0{,}5 \cdot 18(2{,}77 - 0{,}361) \cdot Z_f^2 \cdot 1{,}00;$$

$$Z_f = 4{,}35 \text{ m}.$$

3) *Calculul capacității ancorajului.*

Forța din ancoră R_B' trebuie preluată de rezistența pasivă din fața blocului de ancorare, fundat la adîncimea Z_f, de forțele de frecare F de-a lungul celor două suprafețe laterale ale prismului de alunecare, din care se scade presiunea activă E_a.

— Lungimea prismului de alunecare.

$$l = Z_f \cdot \operatorname{tg}\left(45° + \frac{\Phi}{2}\right) = 4{,}35 \cdot \operatorname{tg}(45° + 14°) = 7{,}25 \text{ m}.$$

— Împingerea activă pe suprafața de alunecare

$$E_a = \frac{1}{6} \cdot l \cdot Z_f^2 \cdot \gamma \cdot K_a = \frac{1}{6} \cdot 7{,}25 \cdot 4{,}35^2 \cdot 18 \cdot 0{,}361 = 148{,}5 \text{ kN}.$$

— Forța de frecare

$$F = 0{,}9 \cdot E_a \cdot \operatorname{tg}\Phi = 0{,}9 \cdot 148{,}5 \cdot \operatorname{tg} 28° = 71 \text{ kN}.$$

Rezistența de care este capabil blocul de ancoraj

$$R = \frac{1}{2} \cdot b_a \cdot \gamma \cdot Z_f^2(K_p - K_a) + 2F = 0{,}5 \cdot 1 \cdot 18 \cdot 4{,}35^2(2{,}77 - 0{,}361) +$$
$$+ 2 \cdot 71 = 553 \text{ kN}.$$

Față de forța transmisă de ancoraj $R_B' = 411{,}75$ kN, există un coeficient de siguranță

$$n_s = \frac{553}{411{,}75} = 1{,}34 > 1{,}3$$

4) *Dimensionarea ancorelor.*

Barele de ancoraj trebuie dimensionate la forța de întindere R_B':

$$A_f = \frac{R_B'}{\sigma_{ad}} = \frac{41\,175}{1\,600} = 25{,}73 \text{ cm}^2, \text{ se aleg trei bare Ø 36 din OB 37.}$$

Înălțimea blocului de ancorare

$$h_a = 0{,}6 \cdot Z_f = 0{,}6 \cdot 4{,}35 = 2{,}60 \text{ m}.$$

Lungimea ancorei

$$L = 15{,}00 \text{ m (determinată grafic la punctul 1)}.$$

VII.2.5. Incinta unei săpături, a cărei talpă se găsește la 4,00 m sub nivelul apei subterane, este îngrădită cu un perete de palplanșe.

Terenul este alăctuit din nisip fin — mijlociu cu următoarele caracteristici:

$$\gamma_s = 26{,}50 \text{ kN/m}^3; \quad n = 42\%.$$

a) Să se determine adîncimea de batere a plaplanșei sub nivelul fundului săpăturii, care asigură menținerea nivelului apei la 0,70 m deasupra

fundului cu un coeficient de siguranţă contra afuierii egal cu $n_s = 2{,}00$.

b) Să se determine distribuţia presiunii apei asupra peretelui de palplanşe (fig. VII.2.5).

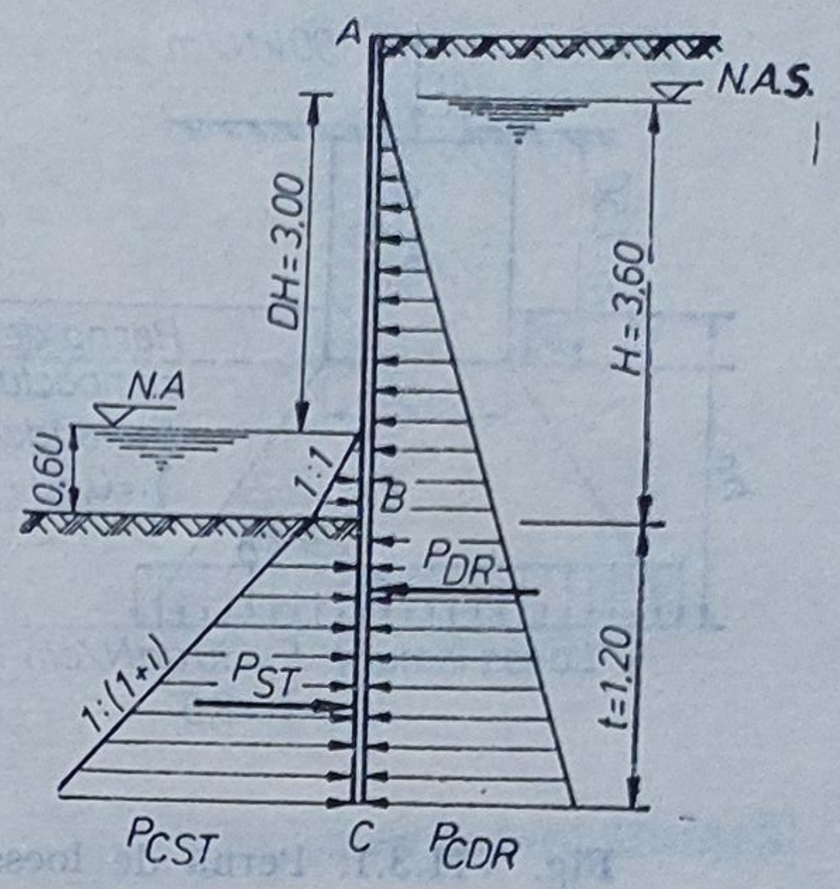


Fig. VII.2.5. Distribuţia presiunilor pe palplanşe.

Rezolvare.

a) *Gradientul hidraulic.*

$$i = \frac{\Delta H}{H + 2 \cdot t}.$$

Condiţia de stabilitate a fundului săpăturii este

$i \leqslant \frac{i_{cr}}{n_s}$, unde : i_{cr} este gradientul hidraulic critic egal cu :

$$i_{cr} = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{(1 - n)(\gamma_s - \gamma_w)}{\gamma_w};$$

$$i_{cr} = \frac{(1 - 0{,}42)(26{,}5 - 10)}{10} = 0{,}96;$$

$$i = \frac{\Delta H}{H + 2t} \leqslant \frac{i_{cr}}{n_s};$$

$$t \geqslant \frac{n_s \cdot \Delta H - H}{2};\ t = \frac{2 \cdot 3{,}00 - 3{,}60}{2} = 1{,}20 \text{ m}.$$

b) *Gradientul hidraulic efectiv.*

$$i = \frac{\Delta H}{H + 2t} = \frac{3{,}00}{3{,}60 + 1{,}20} = 0{,}5.$$

Presiunea în punctul C (dreapta) :

$$p_{c_{dr}} = (t + H)(l - i) \cdot \gamma_w = (1{,}20 + 3{,}60)(1{,}00 - 0{,}5) \cdot 10 = 24 \text{ kPa}.$$

Presiunea în punctul B :

$$p_B = 0{,}60 \cdot \gamma_w = 0{,}60 \cdot 10 = 6 \text{ kPa}.$$

Presiunea în punctul C (stînga) :

$$p_{c_{st}} = 6{,}00 + \gamma_w \cdot t(1 + i) = 6{,}00 + 10 \cdot 1{,}20(1{,}00 + 0{,}5) = 24 \text{ kPa}.$$

Rezultantele presiunii apei :

$$P_{dr} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 4{,}80 = 57{,}6 \text{ kN/m};$$

$$P_{st} = \frac{1}{2} \cdot 6{,}00 \cdot 0{,}6 + \frac{6{,}00 + 24{,}00}{2} \cdot 1{,}20 = 19{,}8 \text{ kN/m}.$$

Distribuţia de presiuni este arătată în figura VII.2.5.

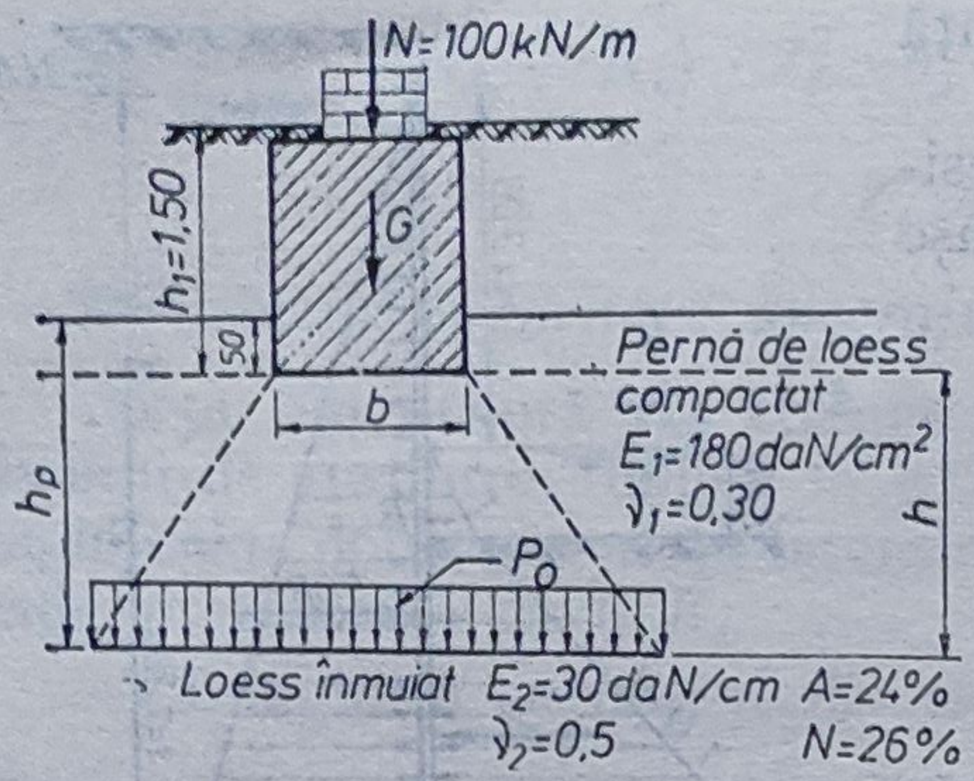


Fig. VII.3.1. Pernă de loess.

VII.3. ÎMBUNĂTĂȚIREA TERENULUI DE FUNDARE

VII.3.1. Să se determine înălțimea pernei de loess compactat, pentru o fundație continuă ce transmite o încărcare de 100 kN/m. Caracteristicile pămînturilor sînt date în figura VII.3.1.

Rezolvare.

1) *Determinarea lățimii fundației.* Presiunea pe saltea (C.7—1977) este

$$\sigma = 1{,}50 \text{ daN/cm}^2 = 150 \text{ kN/m}^2.$$

$$b = \frac{N}{\sigma - D_f \cdot \gamma_b}, \text{ unde: } \gamma_b = 24 \text{ kN/m}^3;$$

$$b = \frac{100}{150 - 1{,}50 \cdot 24} = 0{,}878 \simeq 0{,}90 \text{ m}.$$

2) *Presiunea admisibilă la baza pernei.*

$$K_c = \frac{A}{N + P} = \frac{24}{26 + 50} = 0{,}316.$$

Tabelul VII.3.1

Presiunea pe saltea

Tipul pămîntului	Conținutul în fracțiune granulometrică 0,05—0,01 mm	A%	K_c	p_0 (daN/cm²)
Foarte sensibil	50%	20%	0,30	0,50
Sensibilitate medie	40—50%	20—30%	0,30—0,50	0,50—1,00
Sensibilitate redusă		30%	0,50—0,70	1,00—1,50

Din tabelul VII.3.1: $p_0 = 1{,}00$ daN/cm² = 100 kN/m².

3) *Determinarea înălțimii pernei.*

Adoptînd pentru pernă înălțimea $h_p = 2{,}50$ m efortul unitar la baza pernei este:

$$p_{ef} = K_0 \cdot \sigma_{ef} + \gamma \cdot (h_p - 0{,}5),$$

unde:

$\sigma_{ef} = \frac{N + G}{b \cdot 1} = \frac{100 + 1{,}50 \cdot 0{,}9 \cdot 1{,}00 \cdot 24}{0{,}90 \cdot 1{,}00} = 147$ kN/m² la nivelul tălpii fundației.

$\gamma = 18{,}50$ kN/m³; $K_0 = f\left(\frac{2h}{b}, n_0\right)$ din tabelul VII.3.2.

Tabelul VII.3.2

$\frac{2b}{h}$ \ n_0	1	5	10	15
0	1	1	1	1
0,5	1,02	0,95	0,87	0,82
1,5	0,90	0,69	0,58	0,52
2	0,60	0,41	0,33	0,29
3,33	0,39	0,26	0,22	0,18
5	0,27	0,17	0,16	0,12

$$\left.\begin{aligned} \frac{2h}{b} &= \frac{2(2{,}50-0{,}5)}{0{,}9} = 4{,}45 \\ n_0 &= \frac{E_1}{E_2}\,\frac{1-\nu_2^2}{1-\nu_1^2} = \frac{180}{30}\,\frac{1-0{,}5^2}{1-0{,}3^2} = 4{,}95 \end{aligned}\right\} K_0 = 0{,}22 \text{ (prin interpolare liniară)}$$

$p_{ef} = 0{,}22 \cdot 147 + 18{,}5(2{,}50 - 0{,}5) = 69{,}40$ kN/m², rezultă $p_{ef} \leqslant p_0$, dec înălțimea pernei este suficientă.

VII.3.2. Pentru realizarea unei perne din loess compactat se cunosc:

— umiditatea naturală $w = 13\%$;
— limita inferioară de plasticitate $w_P = 18\%$;
— indicele de plasticitate $I_P = 6\%$

Se cere cantitatea de apă necesară realizării umidității optime de compactare.

Rezolvare.

1) *Determinarea umidității optime de compactare.*

Umiditatea optimă de compactare este dată de formula lui *Saatcean.*

$$w_{opt} = \frac{24{,}8 - \gamma_{dmax}}{2{,}64 \cdot \gamma_{dmax}} \cdot 100,$$

unde: γ_{dmax} se poate calcula cu formula lui *Sahunianț.*

$$\gamma_{dmax} = \frac{26{,}8}{10 + \frac{26{,}8(w_P + 0{,}2\,I_P)}{100}} = \frac{26{,}8}{10 + \frac{26{,}8(18 + 0{,}2 \cdot 6)}{100}} = 17{,}3 \text{ kN/m}^3;$$

rezultă:

$$w_{opt} = \frac{24{,}8 - 17{,}3}{2{,}64 \cdot 17{,}3} \cdot 100 = 16{,}4\%$$

2) *Determinarea cantității de apă necesară.*

$$V_a = (w_{opt} - w) \cdot \gamma_{dmax} = (16{,}4 - 13) \cdot 17{,}3 = 59 \text{ l/m}^3.$$

VII.3.3. Pentru consolidarea unui pământ loessoid se folosesc piloți de pământ.

Cunoscînd:

$n = 50\%$ porozitate naturală a loessului necompactat;
$n_1 = 40\%$ porozitate limită a loessului (tasarea specifică la înmuiere practic nulă, $i_{m3} \leqslant 0{,}5$ cm/m);

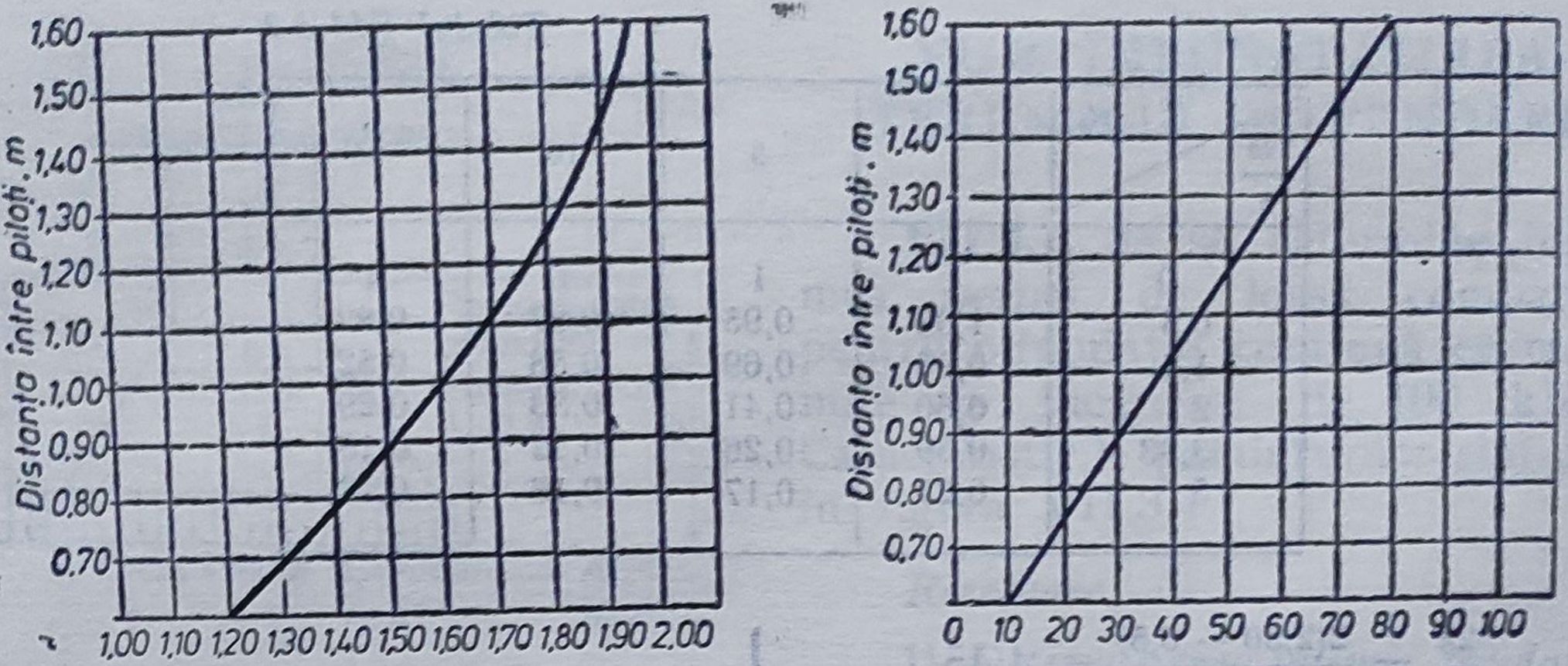


Fig. VII.3.2. Diagramele de calcul pentru β și φ.

$2r = 40$ cm diametrul piloților de pământ;

să se calculeze distanța dintre piloții de pământ astfel încît să fie înlăturată sensibilitatea la umezire a loessului.

Rezolvare.

Distanța între axele piloților este dată de relația:

$$d = 2 \cdot r \cdot \sqrt{\frac{100 - n_1}{n - n_1}} = 40 \cdot \sqrt{\frac{100 - 40}{50 - 40}} = 98 \simeq 100 \text{ cm}.$$

Porozitatea maximă la mijlocul distanței dintre piloți

$$n_{max} = \frac{n \cdot \beta(1 - n_1) - (n - n_1)}{\beta(1 - n_1) - (n - n_1)},$$

unde: $\beta = 1{,}60$ (din fig. VII.3.2);

$$n_{max} = \frac{1{,}60 \cdot 0{,}5(1 - 0{,}4) - (0{,}5 - 0{,}4)}{1{,}60(1{,}00 - 0{,}40) - (0{,}5 - 0{,}4)} = 0{,}441 < 0{,}45.$$

Porozitatea maximă n_{max}, fiind mai mică decît porozitatea admisibilă $n_a = 45\%$, distanța între piloți este: $d = 100$ cm.

Zona pe care porozitatea este 44% are lungimea $\rho = f(d)$.

Din figura VII.3.2 rezultă $\rho = 37$ cm.

VII.3.4. La îmbunătățirea unui teren de fundare prin compactare mecanică se folosește un pământ de adaos a cărui umiditate este de 8%, umiditatea optimă de compactare fiind de 26%. Să se calculeze sporul de masă la tona de material pus în operă.

Rezolvare.

$$M_t = M_s + M_w + M_a,$$

unde: M_t este masa totală

M_s — masa scheletului;

M_w — masa apei;

M_a — masa aerului, care se neglijează.

Umiditatea $w = \frac{M_w}{M_s}$ sau $M_w = w \cdot M_s$;

$$M_t = M_s + wM_s = M_s(1 + w) \text{ şi } M_s = \frac{M_t}{1 + w}.$$

Pentru $w = 8\%$; $M_s = \frac{1\,000}{1 + 0{,}08} = 925{,}9$ kg; $M_{t_1} = 1\,000$ kg.

Pentru $w = 26\%$; $M_{t_2} = \frac{1\,000}{1 + 0{,}08}(1 + 0{,}26) = 1167$ kg.

Sporul de masă $\Delta M = \frac{1\,000}{1 + 0{,}08}(1 + 0{,}26) - 1\,000 =$

$= 1\,000 \cdot \frac{1{,}26}{1{,}08} - 1\,000 = 167$ kg.

VII.4. AGRESIVITATEA APEI

VII.4.1. Să se determine agresivitatea carbonică şi sulfatică a apelor subterane în vederea amplasării unor construcţii. În urma analizelor de laborator pe probe recoltate din amplasament au rezultat următoarele date:

— reacţia pH	8,5
— bicarbonaţi (HCO_3^-)	866,20 mg/dm³
— cloruri (Cl^-)	202,12 mg/dm³
— sulfaţi (SO_4^{2-})	274,65 mg/dm³
— calciu (Ca^{2+})	96,19 mg/dm³
— magneziu (Mg^{2+})	58,36 mg/dm³
— bioxid de carbon (CO_2)	44,00 mg/dm³
— amoniac (NH_4^+)	lipsă
— duritatea totală	30,5

Terenul de fundare este o argilă slabă avînd un coeficient de filtraţie de 10^{-7} cm/s. Fundaţiile şi elementele de construcţie subterane urmează a se executa din beton armat realizate cu cimenturi RIM şi M400 şi cu un grad de impermeabilitate de minimum $P4$. Cota de fundare minimă este 2,5 m.

Rezolvare

În conformitate cu prescripţiile tehnice în vigoare (STAS 3349—74—Betoane de ciment. Criterii pentru aprecierea agresivităţii apei şi reglementările: proiectarea şi executarea betoanelor supuse agresivităţilor naturale, acidă, carbonică, sulfatică, ape cu duritate mică), calculele se fac în modul următor:

a) *Agresivitatea carbonică.*

În baza celor stabilite de STAS 3349—74, apa se consideră agresivă pentru:

— betoanele şi betoanele armate cu grad de impermeabilitate mai mic de $P4$, dacă concentraţia bioxidului de carbon liber (exprimată în mg CO_2/dm³) are valori mai mari decît cele indicate în tabelul VII.4.1;

Tabelul VII.4.1

Agresivitatea apei

Caracteristici ale construcţici		Concentraţia ionilor de hidrogen (pH) min; concentr. bioxid de carbon în mg/dm³ max.			
		Construcţii fără presiune			Construcţii sub presiune
		Modul în care apa vine în contact cu betonul			
		direct sau printr-un teren cu coef. de filtraţie peste 10^{-3} cm/s	printr-un teren cu coeficient de filtraţie de la 10^{-3} la 10^{-4} cm/s	printr-un teren cu coeficient de filtraţie sub 10^{-4} cm/s	independent de coeficientul de filtraţie al terenului înconjurător.
Beton armat		$\frac{6,5}{a(Ca^{2+})+b}$	$\frac{6,5}{a(Ca^{2+})+b}$	$\frac{5}{a(Ca^{2+})+b+40}$	$\frac{6,5}{a(Ca^{2+})+b}$
Betoane nearmate sau cu armătură de siguranţa cu dimensiuni transversale minime	sub 0,5 m	$\frac{6,5}{a(Ca^{2+})+b}$	$\frac{6}{a(Ca^{2+})+b+20}$	$\frac{4,5}{\text{nu se normează}}$	$\frac{6,5}{a(Ca^{2+})+b}$
	0,5...2,5m	$\frac{6}{a(Ca^{2+})+b+20}$	$\frac{5,5}{a(Ca^{2+})+b+40}$	$\frac{4}{\text{nu se normează}}$	$\frac{6,5}{a(Ca^{2+})+b}$
	peste 2,5 m	$\frac{5,5}{a(Ca^{2+})+b+40}$	$\frac{5}{\text{nu se normează}}$	$\frac{4}{\text{nu se normează}}$	$\frac{6}{a(Ca^{2+})+b+20}$

— betoanele şi betoanele armate cu grad de impermeabilitate $P4$ sau mai mare, dacă concentraţia bioxidului de carbon liber (exprimată în mg CO_2/dm^3) are valori mai mari decît cele indicate în tabelul VII.4.1.

Valorile a şi b se iau din tabelul VII.4.2.

Observaţie: dacă apa intră în contact cu betonul după mai puţin de 7 zile de maturizare, limitele inferioare pentru pH se măresc cu 0,5 unităţi, iar limitele superioare ale concentraţiei bioxidului de carbon se micşorează cu 15%.

Avînd în vedere valorile numerice pentru cazul de faţă, se obţine:

$$HCO_3^- = 866,20 \text{ mg/dm}^3;$$

$$Cl^- + SO_4^{2-} = 202,12 + 274,65 = 476,77 \text{ mg/dm}^3.$$

Din tabel rezultă: $a = 0,73$ şi $b = 44$.

$$a(Ca^{2+}) + b + 40 = 0,73 \cdot 96,19 + 44 + 40 = 154,22 \text{ mg/dm}^3$$

Apa nu prezintă agresivitate carbonică, deoarece limita de neagresivitate a concentraţiei bioxidului de carbon liber este mai mare decît rezultatul analizei (44,00 mg/dm³).

b) *Agresivitatea sulfatică.*

În conformitate cu prevederile STAS 3349—74, apa prezintă agresivitate sulfatică faţă de betoanele şi betoanele armate confecţionate cu cimenturi cu rezistenţă redusă şi moderată la acţiunea apelor sulfatice, dacă concentraţia ionului SO_4^{2-} (mg/dm³) depăşeşte valorile din tabelul VII.4.3.

Tabelul VII.4.2

Agresivitatea apei

Conținutul de ioni HCO_3^- mg/dm³	Conținutul de ioni $Cl^- + SO_4^{2-}$ în mg/dm³											
	0...200		201...400		401...600		601...800		801...1000		>1000	
	a	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*
35	0,01	16	0,01	17	0,01	17	0,00	17	0,00	17	0,00	17
110	0,04	17	0,04	18	0,03	17	0,02	18	0,02	18	0,02	18
125	0,07	19	0,06	19	0,05	18	0,04	18	0,04	18	0,04	18
150	0,10	21	0,08	20	0,07	19	0,06	18	0,06	18	0,06	18
175	0,13	23	0,11	21	0,09	19	0,08	18	0,07	18	0,07	18
195	0,16	25	0,14	22	0,11	20	0,10	19	0,09	18	0,08	18
220	0,20	27	0,17	23	0,14	21	0,12	19	0,11	18	0,10	18
245	0,24	29	0,20	24	0,16	22	0,15	20	0,13	19	0,12	19
260	0,28	32	0,24	26	0,19	23	0,17	21	0,16	20	0,14	20
285	0,32	34	0,28	27	0,22	24	0,20	22	0,19	21	0,17	21
305	0,36	36	0,32	29	0,25	26	0,23	23	0,22	22	0,19	22
330	0,40	38	0,36	30	0,29	27	0,26	24	0,24	23	0,22	23
345	0,44	41	0,40	32	0,32	28	0,29	25	0,27	24	0,25	24
370	0,48	43	0,44	34	0,36	30	0,33	26	0,30	25	0,28	25
390	0,54	46	0,47	37	0,40	32	0,36	28	0,33	27	0,31	27
415	0,61	48	0,51	39	0,44	33	0,40	30	0,37	29	0,34	28
430	0,67	51	0,55	41	0,48	35	0,44	31	0,41	30	0,38	29
455	0,74	53	0,60	43	0,53	37	0,48	33	0,45	31	0,41	31
475	0,81	55	0,65	45	0,58	38	0,53	34	0,49	33	0,44	32
500	0,88	58	0,70	47	0,63	44	0,58	35	0,53	34	0,48	33
525	0,96	60	0,76	49	0,68	43	0,63	37	0,57	36	0,52	35
⩾550	1,04	63	0,81	51	0,73	44	0,67	39	0,61	38	0,56	37

Tabelul VII.4.3

Limita de neagresivitate a concentrației ionului SO_4^{2-} pentru betoane confecționate cu cimenturi cu rezistență sulfatică redusă sau moderată

Modul în care apa vine în contact cu betonul	Caracteristici ale construcției		Concentrația ionului SO_4^{2-} în mg/dm³, max.					
			Construcții fără presiune			Construcții sub presiune		
			Cu conținut al ionului de Cl^- sub 1000 mg/dm³	La un conținut al ionului de Cl^- 1000...6000 mg/dm³	La un conținut al ionului de Cl^- mai mare de 6000 mg/dm³	La un conținut al ionului Cl^- sub 1000 mg/dm³	La un conținut al ionului de Cl^- 1000...6000 mg/dm³	La un conținut al ionului de Cl^- mai mare de 6000 mg/dm³
Direct sau printr-un teren cu coeficient de filtrație de peste 10^{-2} cm/s	Beton armat		[250+C]D·E	[100+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1050+C]D·E	[250+C]D·E	[100+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1050+C]D·E
	Betoane nearmate cu armătura constructivă cu dimensiuni transversale minime	<0,5	[250 + C]D·E	[100+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1050+C]D·E	[250 + C]D·E	[100+0,15(Cl^-)]+C]D·E	[1050+C]D·E
		0,5 — 2,5	[250 + C]D·E	[100+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1050+C]D·E	[250+ C]D·E	[100+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1050+C]D·E
		>2,5	[350 + C]D·E	[200+0,1(Cl^-)+C]D·E	[1050+C]D·E	[300 + C]D·E	[150+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1100+C]D·E
Printr-un teren cu coeficient de filtrație de la 10^{-2}—10^{-4} cm/s	Beton armat		[250 + C]D·E	[100+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1050+C]D·E	[250 + C]D·E	[100+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1050+C]D·E
	Betoane nearmate cu armătura constructivă cu dimensiuni transversale minime	<0,5	[250 + C]D·E	[100+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1050+C]D·E	[250 + C]D·E	[100+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1050+C]D·E
		0,5 — 2,5	[300 + C]D·E	[150+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1100+C]D·E	[250 + C]D·E	[100+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1050+C]D·E
		>2,5	[400 + C]D·E	[250+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1200+C]D·E	[350 + C]D·E	[200+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1150+C]D·E
Printr-un teren cu coeficient de filtrație sub 10^{-4} cm/s	Beton armat		[300 + C]D·E	[150+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1100+C]D·E	[300 + C]D·E	[150+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1100+C]D·E
	Betoane nearmate cu armătura constructivă cu dimensiuni transversale minime	<0,5	[300 + C]D·E	[150+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1100+C]D·E	[300 + C]D·E	[150+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1100+C]D·E
		0,5 — 2,5	[400 + C]D·E	[250+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1200+C]D·E	[350 + C]D·E	[200+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1150+C]D·E
		>0,5	[450 + C]D·E	[300+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1250+C]D·E	[400 + C]D·E	[250+0,15(Cl^-)+C]D·E	[1200+C]D·E

Tabelul VII.4.4

Valorile coeficientului *C*

Nr. crt.	Tipuri de ciment	STAS	Valoarea lui *c*
1	Ciment portland	388—68	—100
2	Ciment portland cu întărire rapidă (RIM)	6 486—68	—100
3	Ciment pentru sonde tip S_1	1 544—61	—100
4	Ciment portland cu adaos tip P_a	8 129—68	—100
5	Ciment portland cu adaos de zgură granul P_z	1 500—67	0
6	Cim. portland cu adaos de puzzolană tip PP	6 634—68	0
7	Cim. portland cu zgură și cenușă tip PZC	8 812—71	0
8	Ciment metalurgic (M)	1 202—67	+100
9	Ciment metalurgic cu cenuşe tip MC	8 813—71	+100
10	Ciment pentru betoane hidrotehnice tip Hz	5 911—69	+250
11	Ciment de furnal	3 700—68	+250
12	Ciment cu trass	11 118—67	+250
13	Ciment de sonde tip S_3	9 253—72	+250
14	Ciment pentru betoane hidrotehnice H	5 911—68	+500
15	Cimenturi cu rezistenţe la ape sulf. tip SM şi SMA	3 011—67	+500

Aprecierea rezistenţei la agresivitate sulfatică a cimenturilor este dată de STAS 3349—74:

— cimenturi cu rezistenţă sulfatică redusă, caracterizate prin valori $C < 0$;

— cimenturi cu rezistenţă sulfatică moderată, caracterizate prin valori $C > 0$;

— cimenturi cu rezistenţă sulfatică ridicată în care se includ cimenturile de tip SR şi SRA (STAS 3011—67) şi cimenturile de tip S_3 (STAS 9253—72).

Valorile coeficientului C sînt date în tabelul VII.4.4.

Valorile coeficienţilor D şi E se dau în tabelele VII.4.5 şi VII.4.6.

Tabelul VII.4.5

Valorile coefici entului *D*

Gradul de impermeabilitate al betonului	Valoarea coef icientului D
$<P_4$	0,25
P_4	1,00
P_6	1,10
P_{12}	1,25

Tabelul VII.4.6

Valoarea coeficientului *E*

Concentraţia ionului NH_4^- în mg/dm³	Valoarea coeficientului *E*
<100	1,00
>100	0,75

Tabelul VII.4.7

Limita de neagresivitate a concentraţiei ionului SO_4^{2-} în mg/dm³ pentru betoane confecţionate cu cimenturi cu rezistenţă sulfatică ridicată

Modul în care vine apa în contact cu betonul	Caracteristici ale construcţiei		Conţinutul ionului SO_4^{2-}, în mg/dm³ max.			
			Construcţii fără presiune		Construcţii sub presiune	
			a) Ciment SR STAS 3011—67 b) Ciment tip S_3 STAS 9253—72	Ciment SRA STAS 3011—67	a) Ciment SR STAS 3011—67 b Ciment tip S_3 STAS 9253—72	Ciment SRA STAS 3011—67
Direct sau printr-un teren cu coeficient de filtraţie de peste 10^{-2} cm/s	Beton armat		3 000DE	3 500DE	2 500DE	3 000DE
	Betoane nearmate sau cu armătură constructivă cu dimensiuni transversale minime	sub 0,5 m	3 000DE	3 500DE	2 500DE	3 000DE
		0,5—2,5 m	3 000DE	3 500DE	2 500DE	3 000DE
		peste 2,5 m	3 500DE	4 000DE	3 000DE	3 500DE
Printr-un teren cu coef. de filtraţie 10^{-2}—10^{-4} cm/s	Beton armat		3 000DE	3 500DE	2 500DE	3 000DE
	Betoane nearmate sau cu armătura constructivă cu dimensiuni transversale minime	sub 0,5 m	3 000DE	3 500DE	2 500DE	3 000DE
		0,5—2,5 m	3 500DE	4 000DE	3 000DE	3 500DE
		peste 2,5 m	4 000DE	4 500DE	3 500DE	4 000DE
Printr-un teren cu coef. de filtraţie sub 10^{-4} cm/s	Beton armat		3 500DE	4 000DE	3 000DE	3 500DE
	Betoane nearmate sau cu armătură constructivă cu dimensiuni transversale minime	sub 0,5 m	3 500DE	4 000DE	3 000DE	3 500DE
		0,5—2,5 m	4 000DE	4 500DE	3 500DE	4 000DE
		peste 2,5 m	5 000DE	5 500DE	4 500DE	5 000DE

Limitele de neagresivitate a concentraţiei ionului SO_4^{2-}, în mg/dm³ pentru betoane confecţionate cu cimenturi cu rezistenţa sulfatică ridicată sînt date în tabelul VII.4.7.

Dacă apa stagnează în terenul care înconjoară betonul:

— criteriile de apreciere a agresivităţii pentru terenurile de filtraţie peste 10^{-2} cm/s, se stabilesc după datele corespunzătoare terenurilor cu coeficienţi de filtraţie de la 10^{-2} pînă la 10^{-4} cm/s;

— criteriile de apreciere a agresivităţii pentru terenurile cu coeficienţi de filtraţie de la 10^{-2} pînă la 10^{-4} cm/s se stabilesc după datele corespunzătoare terenurilor cu coeficienţi de filtraţie sub 10^{-4} cm/s.

În accepţia acestui STAS un element de beton sau beton armat se consideră sub presiune dacă asupra lui acţionează o presiune hidrostatică

unilaterală, cu gradient (raportul dintre presiunea H_2O în m, și grosimea elementului, în m) mai mare de 5.

Avînd în vedere datele problemei rezultă în cazul cimentului RIM:

$$(300 + C) \times D \times E.$$

Din tabelul VII.4.4 rezultă $C = -100$.
Din tabelul VII.4.5 rezultă $D = 1{,}00$.
Din tabelul VII.4.6 rezultă $E = 1{,}00$.
Deci, concentrația ionului SO_4^{2-} va fi:

$$(300 + C) \times D \times E = 200 \text{ mg/dm}^3 < 274{,}65 \text{ mg/dm}^3.$$

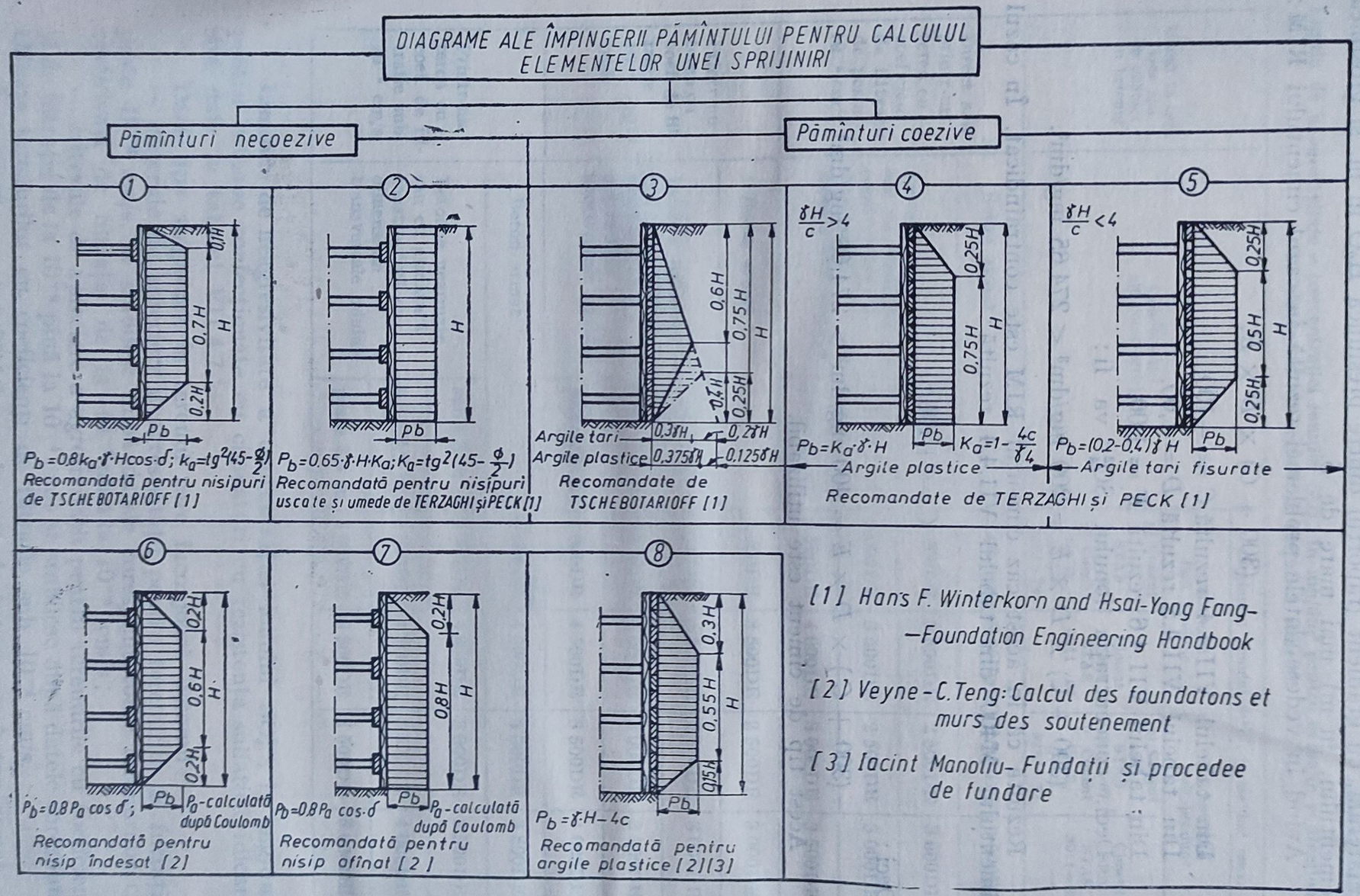
Rezultă că în acest caz cimentul RIM este contraindicat. În cazul cimentului M400 din tabelul VII.4.4 rezultă:

$$C = +100.$$

Deci:

$$(300 + C) \times D \times E = 400 \text{ mg/dm}^3 > 274{,}65 \text{ mg/dm}^3.$$

Acest tip de ciment este utilizabil.



[1] Hans F. Winterkorn and Hsai-Yong Fang– –Foundation Engineering Handbook

[2] Veyne - C. Teng: Calcul des foundatons et murs des soutenement

[3] Iacint Manoliu - Fundații și procedee de fundare

Anexa VII.1.1. Diagrame ale împingerii pământului pentru calculul elementelor unei sprijiniri

CAPITOLUL VIII

PROGRAME DE CALCUL PENTRU REZOLVAREA UNOR PROBLEME SIMPLE DE GEOTEHNICĂ ȘI FUNDAȚII

VIII.1 PROGRAMUL „CØNS-1"

VIII.1.1. DESCRIEREA PROGRAMULUI

Programul „CØNS-1" calculează presiunea apei din pori la diverse intervale de timp și la diverse adîncimi în cuprinsul unui strat argilos saturat încărcat cu o supraîncărcare uniform distribuită în plan, în timpul procesului de consolidare monoaxială (fig. VIII.1) pînă la atingerea unui grad de consolidare, U_v dat.

Presiunea apei din pori se calculează cu formula

$$u = \frac{2p_0}{M} \sum_{m=0}^{\infty} \sin (MZ) e^{-(M^2 T_v)}, \qquad \text{(VIII.1)}$$

în care: p_0 este încărcarea aplicată la suprafața stratului;

$$M = \frac{\pi}{2} (2m + 1) \qquad (m = 0;\ 1;\ 2 \ldots);$$

$$Z = z/H;$$

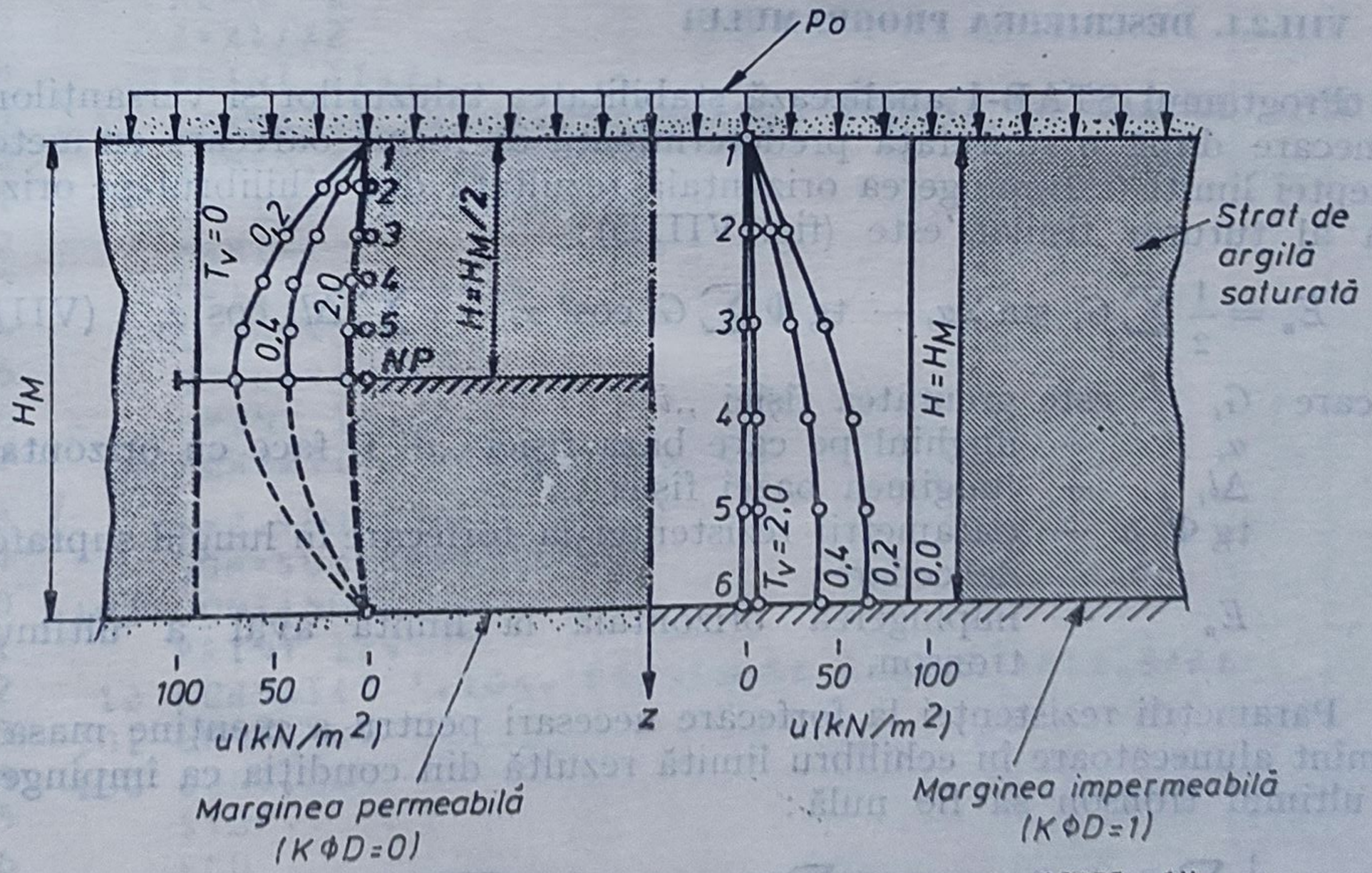


Fig. VIII.1. Schema de calcul utilizată la programul „CØNS—1" și rezultatele unui exemplu de control.

z — adîncimea punctului considerat ;
H — lungimea de drenaj (v. fig. VIII.1) ;
T_v — factorul de timp corespunzător intervalului de timp la care se calculează presiunea apei din pori.

VIII.1.2. LISTA PROGRAMULUI

În figura VIII.2 este prezentată lista programului.

VIII.1.3. GHID DE UTILIZARE

În figura VIII.3 sînt prezentate formularele de date cu notațiile utilizate în program.

VIII.1.4. EXEMPLU DE CONTROL

În figura VIII.4, *a* sînt prezentate formularele de date completate pentru exemplul de control, iar în figurile VIII.4, *b*—VIII.4, *e* sînt listate rezultatele obținute cu ajutorul programului.

Valorile presiunilor apei din pori sînt reprezentate grafic în figura VIII.1.

1	2 3 4 5	6	7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45
*	* * * *		C Φ N S O L I D A R E M Φ N Φ A X I A L A - T E M A 1
	0		6 1 0
	2.		0.025 90. 5.

Fig. VIII.4*a*. Datele de intrare pentru exemplul de control la programul „CØNS—1".

VIII.2. PROGRAMUL „STAB— 1"

VIII.2.1. DESCRIEREA PROGRAMULUI

Programul STAB-1 analizează stabilitatea taluzurilor și versanților la alunecare după o suprafață predeterminată de formă oarecare cu metoda „dreptei limită". Împingerea orizontală rezultată din echilibrul pe orizontala al tuturor fîșiilor este (fig. VIII.5) :

$$E_n = \frac{1}{2}\sum G_i \sin 2\alpha_i - \operatorname{tg}\Phi \sum G_i \cos^2 \alpha_i - c\sum \Delta l_i \cos \alpha_i \quad \text{(VIII.2)}$$

în care : G_i este greutatea fîșiei „i" ;
α_i — unghiul pe care baza fîșiei „i" îl face cu orizontala ;
Δl_i — lungimea bazei fîșiei „i" ;
$\operatorname{tg}\Phi$, c — parametrii rezistenței la forfecare în lungul suprafeței de cedare ;
E_n — împingerea orizontală la limita aval a ultimului tronson.

Parametrii rezistenței la forfecare necesari pentru a menține masa de pămînt alunecatoare în echilibru limită rezultă din condiția ca împingerea la ultimul tronson să fie nulă :

$$\frac{1}{2}\sum G_i \sin 2\alpha_i - \operatorname{tg}\Phi \sum G_i \cos^2 \alpha_i - c\sum \Delta l_i \cos \alpha_i = 0. \quad \text{(VIII.3)}$$

```
      DIMENSION AN(20)
      READ 1,(AN(I),I=1,20)
      PRINT 2,AN
    1 FORMAT(20A4)
    2 FORMAT(' ',10X,20A4/10X,30('*')///)
      READ 3,KOD,NP,NT
      READ 4,TV,CV,PO,HM
    3 FORMAT(16I5)
    4 FORMAT(' ',8F10.5)
      PRINT 5,KOD,NP,NT
      PRINT 6,TV,CV,PO,HM
    5 FORMAT(' ',10X,'DATE DE INTRARE'/
     *           10X,'KOD=                    ',I5/
     *           10X,'NUMAR PUNCTE=           ',I5/
     *           10X,'NUMAR PASI TIMP=        ',I5//)
    6 FORMAT(' ',10X,'FACTOR TIMP=             ',F10.5/
     *           10X,'COEFICIENT CONSOLIDARE=  ',F10.5/
     *           10X,'PRESIUNE=                ',F10.5/
     *           10X,'INALTIME=                ',F10.5//)
      IF(KOD.EQ.0) GO TO 7
      H=HM
      GO TO 8
    7 H=HM/2
    8 T=TV*H*H/CV
      PRINT 9,H,T
    9 FORMAT(' ',10X,'LUNGIME DE DRENAJ=   ',F10.5/
     *           10X,'TIMP NECESAR          =',F10.5//)
      DO 100 I=1,NT
      PRINT 10,I
   10 FORMAT(' ',10X,'PASUL DE TIMP',I5//)
      T=I*TV/NT
      PRINT 13,T
   13 FORMAT(' ','FACTOR DE TIMP=',F10.5//)
      DO 101 J=1,NP
      X1=J-1
      X2=NP-1
      Z=X1/X2
      PRINT 11,Z
   11 FORMAT(' ',10X,'ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL',F10.5//)
      SUM=0.0
      DO 102 M1=1,4
      M=M1-1
      C=1.57*(2*M+1)
      C2=-C*C*T
      C3=EXP(C2)
      PRINT 14,C2,C3
   14 FORMAT(' ',10X,2E10.3)
      B=2.*PO*C3/C
      SUM=SUM+B*SIN(C*Z)
  102 CONTINUE
      PRINT 12,SUM
   12 FORMAT(' ',10X,'PRESIUNEA NEUTRA',F10.5//)
  101 CONTINUE
  100 CONTINUE
      STOP
      END
```

Fig. VIII.2. Lista programului „CØNS—1".

PROGRAM „CONS-1" — GHID DE UTILIZARE

FORMULARUL — FORMAT (20 A 4)

AN(i) ; i = 1,20

1 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80

FORMULARUL 2 — AN(i), i = 1,20 — TITLUL PROBLEMEI (80 CARACTERE ALFANUMERICE)

FORMAT (3I5)

KØD	NP	NT	
1 5	10	15	20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80

KØD — COD INDICÎND CONDIȚIILE DE DRENAJ DE LA BAZA STRATULUI DE ARGILĂ :
KØD = 0 — MARGINE PERMEABILĂ
KØD = 1 — MARGINE IMPERMEABILĂ

NP — NUMĂRUL DE PUNCTE PE VERTICALĂ ÎN CARE SE CALCULEAZA PRESIUNEA APEI DIN PORI (LUNGIMEA DE DRENAJ, H, ESTE ÎMPĂRȚITĂ ÎN (NP-1) INTERVALE EGALE)

NT — NUMĂRUL DE INTERVALE DE TIMP LA CARE SE CALCULEAZĂ PRESIUNEA APEI DIN PORI

FORMULARUL 3 — FORMAT (4F10.5)

TV	CV	PØ	HM	
5 10	15 20	25 35	35 40	45 50 55 60 65 70 75 80

TV — FACTORUL DE TIMP CORESPUNZĂTOR GRADULUI DE CONSOLIDARE PINA LA CARE SE CALCULEAZA PRESIUNEA APEI DIN PORI

CV — COEFICIENTUL DE CONSOLIDARE (m^2/zi)

PØ — ÎNCĂRCAREA UNIFORM DISTRIBUITĂ PE SUPRAFAȚA STRATULUI (kN/m^2)

HM — GROSIMEA STRATULUI DE ARGILĂ SATURATĂ COMPRESIBILĂ

Fig. VIII.3. Formularele de date și notațiile utilizate în programul „CONS—1".

```
*****      CONSOLIDARE MONOAXIALA-TEMA 1
*******************************

 DATE DE INTRARE
KOD=                          0
NUMAR PUNCTE=                 6
NUMAR PASI TIMP=             10

 FACTOR TIMP=                 2.00000
COEFICIENT CONSOLIDARE=        .02500
PRESIUNE=                    90.00000
INALTIME=                  5.00000

 LUNGIME DE DRENAJ=      2.50000
TIMP NECESAR.       = 500.00000

 PASUL DE TIMP     1

FACTOR DE TIMP=    .20000

 ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL      .00000

 -.493E+00  .611E+00
 -.444E+01  .118E-01
 -.123E+02  .444E-05
 -.242E+02  .323E-10
 PRESIUNEA NEUTRA     .00000
```

```
ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL      .20000

 -.493E+00  .611E+00
 -.444E+01  .118E-01
 -.123E+02  .444E-05
 -.242E+02  .323E-10
PRESIUNEA NEUTRA   21.99521

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL      .40000

 -.493E+00  .611E+00
 -.444E+01  .118E-01
 -.123E+02  .444E-05
 -.242E+02  .323E-10
PRESIUNEA NEUTRA   41.57387

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL      .60000

 -.493E+00  .611E+00
 -.444E+01  .118E-01
 -.123E+02  .444E-05
 -.242E+02  .323E-10
PRESIUNEA NEUTRA   56.77480

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL      .80000

 -.493E+00  .611E+00
 -.444E+01  .118E-01
 -.123E+02  .444E-05
 -.242E+02  .323E-10
PRESIUNEA NEUTRA   66.32210
ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     1.00000

 -.493E+00  .611E+00
 -.444E+01  .118E-01
 -.123E+02  .444E-05
 -.242E+02  .323E-10
PRESIUNEA NEUTRA   69.57631
```

Fig. VIII.4,*b*. Rezultatele exemplului de control la programul „CONS—1".

```
PASUL DE TIMP    2

FACTOR DE TIMP=    .40000

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .00000

 -.986E+00   .373E+00
 -.887E+01   .140E-03
 -.246E+02   .197E-10
 -.483E+02   .104E-20
PRESIUNEA NEUTRA     .00000

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .20000

 -.986E+00   .373E+00
 -.887E+01   .140E-03
 -.246E+02   .197E-10
 -.483E+02   .104E-20
PRESIUNEA NEUTRA   13.21563

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .40000

 -.986E+00   .373E+00
 -.887E+01   .140E-03
 -.246E+02   .197E-10
 -.483E+02   .104E-20
PRESIUNEA NEUTRA   25.13579

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .60000

 -.986E+00   .373E+00
 -.887E+01   .140E-03
 -.246E+02   .197E-10
 -.483E+02   .104E-20
PRESIUNEA NEUTRA   34.59427

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .80000

 -.986E+00   .373E+00
 -.887E+01   .140E-03
 -.246E+02   .197E-10
 -.483E+02   .104E-20
PRESIUNEA NEUTRA   40.66859

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL    1.00000

 -.986E+00   .373E+00
 -.887E+01   .140E-03
 -.246E+02   .197E-10
 -.483E+02   .104E-20
PRESIUNEA NEUTRA   42.76830
```

Fig. VIII.4,*c*. Rezultatele exemplului de control la programul „CONS—1".

```
ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .80000

 -.148E+01   .228E+00
 -.133E+02   .166E-05
 -.370E+02   .876E-16
 -.725E+02   .337E-31
PRESIUNEA NEUTRA  24.84241

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL    1.00000

 -.148E+01   .228E+00
 -.133E+02   .166E-05
 -.370E+02   .876E-16
 -.725E+02   .337E-31
PRESIUNEA NEUTRA  26.12622

PASUL DE TIMP    4

FACTOR DE TIMP=     .80000

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .00000

 -.197E+01   .139E+00
 -.177E+02   .196E-07
 -.493E+02   .389E-21
 -.966E+02   .109E-41
PRESIUNEA NEUTRA     .00000

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .20000

 -.197E+01   .139E+00
 -.177E+02   .196E-07
 -.493E+02   .389E-21
 -.966E+02   .109E-41
PRESIUNEA NEUTRA   4.92889

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .40000

 -.197E+01   .139E+00
 -.177E+02   .196E-07
 -.493E+02   .389E-21
 -.966E+02   .109E-41
PRESIUNEA NEUTRA   9.37579

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .60000

 -.197E+01   .139E+00
 -.177E+02   .196E-07
 -.493E+02   .389E-21
 -.966E+02   .109E-41
PRESIUNEA NEUTRA  12.90536
```

Fig. VIII.4,*d*. Rezultatele exemplului de control la programul „CØNS—1".

```
PASUL DE TIMP   10

FACTOR DE TIMP=   2.00000

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .00000

 -.493E+01   .723E-02
 -.444E+02   .538E-19
 -.123E+03   .299E-53
 -.242E+03   .000E+00
PRESIUNEA NEUTRA     .00000

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .20000

 -.493E+01   .723E-02
 -.444E+02   .538E-19
 -.123E+03   .299E-53
 -.242E+03   .000E+00
PRESIUNEA NEUTRA     .25595

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .40000

 -.493E+01   .723E-02
 -.444E+02   .538E-19
 -.123E+03   .299E-53
 -.242E+03   .000E+00
PRESIUNEA NEUTRA     .48688

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .60000

 -.493E+01   .723E-02
 -.444E+02   .538E-19
 -.123E+03   .299E-53
 -.242E+03   .000E+00
PRESIUNEA NEUTRA     .67019

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL     .80000

 -.493E+01   .723E-02
 -.444E+02   .538E-19
 -.123E+03   .299E-53
 -.242E+03   .000E+00
PRESIUNEA NEUTRA     .78795

ADINCIMEA REDUSA DE CALCUL    1.00000

 -.493E+01   .723E-02
 -.444E+02   .538E-19
 -.123E+03   .299E-53
 -.242E+03   .000E+00
PRESIUNEA NEUTRA     .82[illegible]

*STOP*
```

Fig.VIII.4e. Rezultatele exemplului de control la programul „CONS—1".

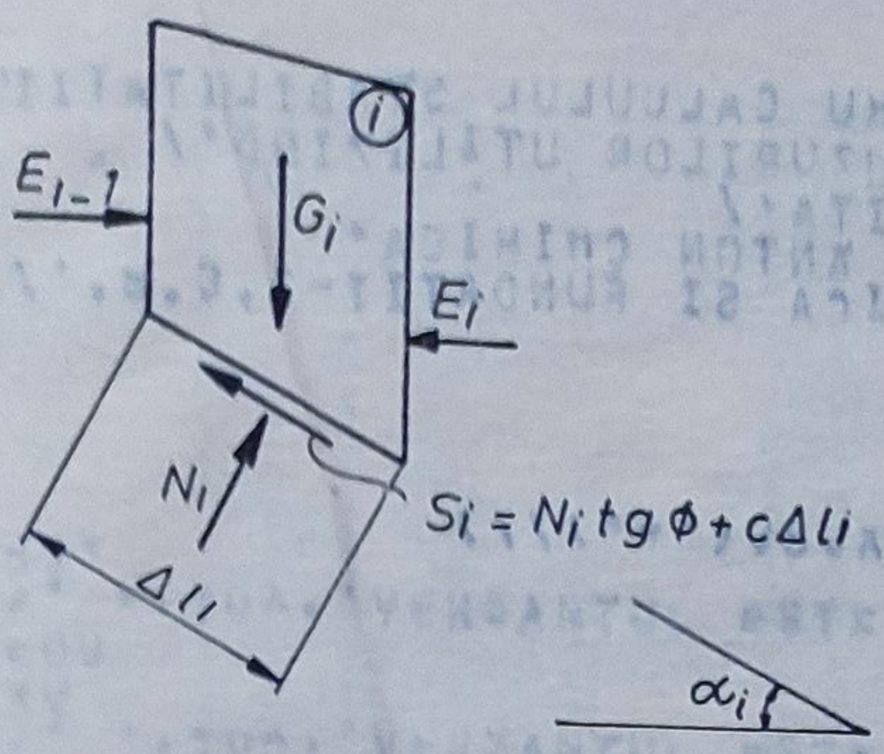


Fig. VIII.5. Schema de calcul utilizată în metoda „dreptei limita".

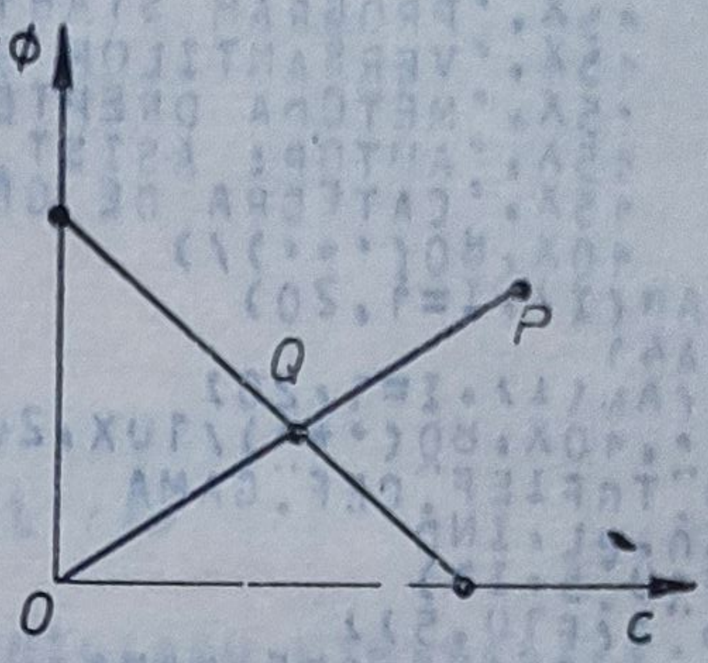


Fig. VIII.6. Dreapta limită de stabilitate.

Ecuația (VIII.3) este ecuația unei drepte (dreapta limită) în sistemul de axe tg Φ — c (fig. VIII.6). Orice punct Q de pe dreaptă reprezintă o pereche de valori tg Φ și c, care asigură echilibrul limită al masivului. Dacă perechea tg Φ și c reali ai pământului este reprezentată prin punctul P, atunci factorul de siguranță este definit ca:

$$F_s = \overline{OP}/\overline{OQ}. \qquad \text{(VIII.4)}$$

Avînd ca date coordonatele punctelor de pe suprafața terenului și cele ale punctelor de pe suprafața de cedare (fig. 8.7), programul determină factorul de siguranță la alunecare, F_s, tăieturile dreptei limită și cele ale unei drepte corespunzătoare situației cînd la baza versantului se află o sprijinire ce preia 100 kN/m.

VIII.2.2. LISTA PROGRAMULUI

În figura VIII.8 se prezintă lista programului „STAB-1".

VIII.2.3. GHIDUL DE UTILIZARE

În figura VIII.9 sînt prezentate formularele de date cu notațiile utilizate în program.

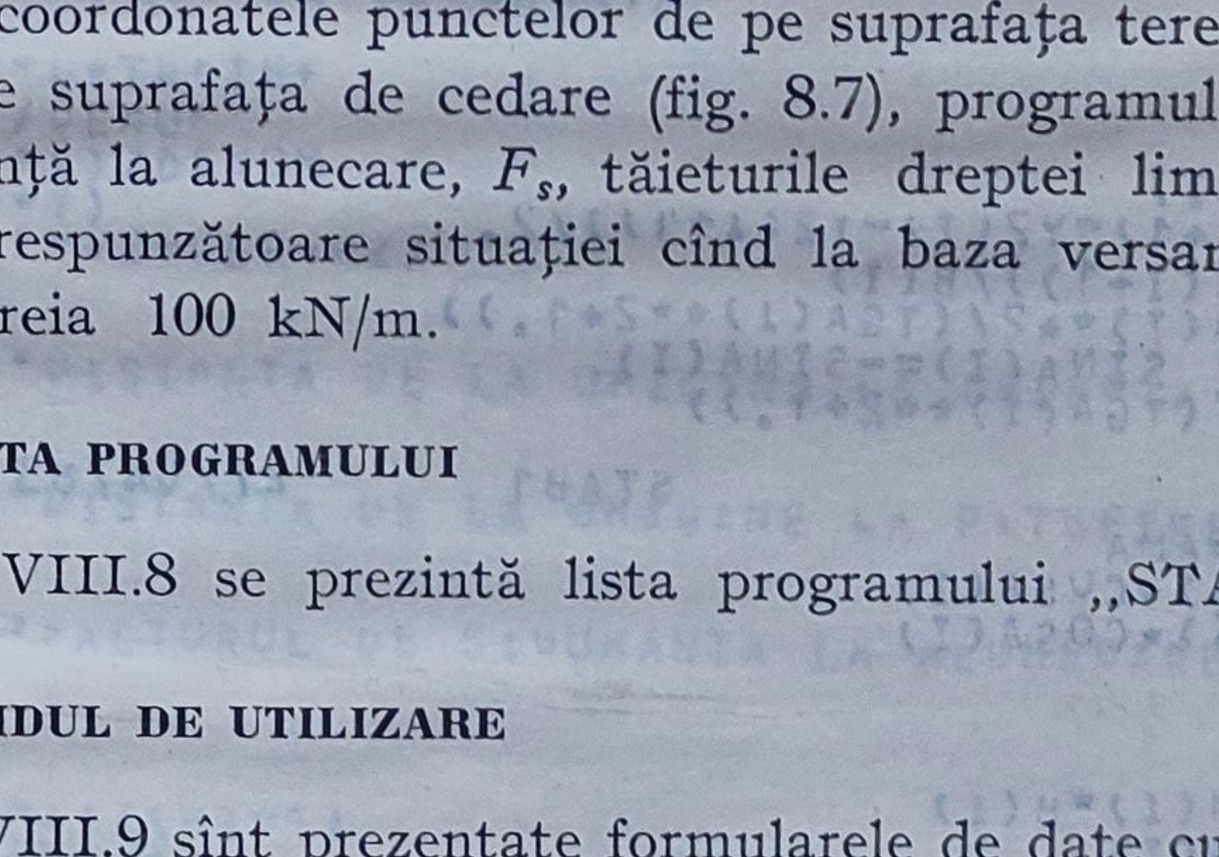


Fig. VIII.7. Schema generală de calcul utilizată în programul „STAB–1".

```
      DIMENSION B(100),TGA(100),H(100),SINA(100),COSA(100),G(100),AN(20)
     *,R(100),M(100),Y1(101),Y2(101),X1(101),X2(101)
      PRINT 8
      REAL M,KO
    8 FORMAT(////10X,80('*')//
     *        15X,'PROGRAM STAB1 PENTRU CALCULUL STABILITATII'/
     *        15X,'VERSANTILOR SI TALUZURILOR UTILIZIND'/
     *        15X,'METODA DREPTEI LIMITA'/
     *        15X,'AUTOR: ASIST. ING. ANTON CHIRICA'
     *        15X,'CATEDRA DE GEOTEHNICA SI FUNDATII-I.C.B.'//
     *        10X,80('*')//)
      READ 14,(AN(I),I=1,20)
   14 FORMAT(20A4)
      PRINT 16,(AN(I),I=1,20)
   16 FORMAT('  ',10X,80('*')/10X,20A4/10X,80('*')///)
      READ 10,N,TGFIEF,CEF,GAMA
      READ 40,KO,BL,IND
   40 FORMAT(2F10.5,I5)
   10 FORMAT(I5,3F10.5))
      PRINT 12,N,TGFIEF,CEF,GAMA
   12 FORMAT('  ',10X,'NUMARUL DE FISII                    ',I5/
     *        10X,'TANGENTA DE FI EFECTIV                ',F10.3/
     *        10X,'COEZIUNE EFECTIVA                     ',F10.3/
     *        10X,'GAMA MATERIAL FISII                   ',F10.3//)
      N1=N+1
      READ 11,(X1(I),Y1(I),Y2(I),I=1,N1)
   11 FORMAT(3F10.5)
      PRINT 9
    9 FORMAT('  ',10A,'I',10X,'X1',10X,'Y1',10X,'Y2'///)
      PRINT 15,(I,X1(I),Y1(I),Y2(I),I=1,N1)
      CALL PLOT(X1,Y1,Y1,Y2,N1,N1)
      P=GAMA*KO/BL*TGFIEF
      P1=2*CEF/BL
      P2=P/TGFIEF
      P3=P1/CEF
      SUM1=0
      SUM2=0
      SUM3=0
      SUM4=0
      SUM5=0
      DO 100 I=1,N
      B(I)=X1(I+1)-X1(I)
      H(I)=(Y1(I)+Y1(I+1)-Y2(I)-Y2(I+1))/2.
      TGA(I)=(Y2(I)-Y2(I+1))/B(I)
      SINA(I)=SQRT(TGA(I)**2/(TGA(I)**2+1.))
      IF(TGA(I).LT.0.) SINA(I)=-SINA(I)
      COSA(I)=SQRT(1./(TGA(I)**2+1.))
```



```
      G(I)=B(I)*H(I)*GAMA
      M(I)=G(I)*SINA(I)*COSA(I)
      R(I)=G(I)*COSA(I)*COSA(I)
      SUM1=SUM1+M(I)
      SUM2=SUM2+R(I)
      SUM3=SUM3+B(I)
      SUM4=SUM4+H(I)*M(I)*B(I)
      SUM5=SUM5+H(I)*B(I)
      X1(I)=SUM3
      Y1(I)=SUM1-TGFIEF*SUM2-CEF*SUM3-IND*(P*SUM4+P1*SUM5)
  100 CONTINUE
      PRINT 13
   13 FORMAT('  ',10A,'I',10X,'B',10X,'TGA',10X,'H'///)
      PRINT 15,(I,B(I),TGA(I),H(I),I=1,N)
   15 FORMAT('  ',6X,I5,5X,3F10.5)
      TGFI=SUM1/(SUM2+IND*P2*SUM4)
      C=SUM1/(SUM3+IND*P3*SUM5)
      PRINT 17
   17 FORMAT('  ',10A,'I',10X,'G*SINA*COSA',10X,'G*COSA*COSA'//)
      PRINT 18,(I,M(I),R(I),I=1,N)
   18 FORMAT('  ',6X,I5,8X,F15.5,10X,F15.5)
      PRINT 21,SUM1,SUM2
   21 FORMAT('  ',22A,F12.5,8X,F12.5)
      PRINT 23,SUM3
      PRINT 99,SUM5
   23 FORMAT('  ',10X,'ARIA=',F15.5//)
   22 FORMAT('  ',5X,'LUNGIMEA PROFILULUI PE ORIZONTALA SUM5=',F10.5//)
      PRINT 20
   20 FORMAT('  ',10A,'DIAGRAMA IMPINGERILOR LA LIMITA AVAL A FISIILOR'//
     *        10X,'  I',10X,'X',10X,'E(X)'///)
      PRINT 28,(I,X1(I),Y1(I),I=1,N)
   28 FORMAT('  ',10X,I5,3X,2F10.5)
      CALL PLOT(X1,Y1,X1,Y1,N,N)
      IF(Y1(N)) 300,200,400
```

Fig. 8*a* Lista programului „STAB—1".

```
500 PRINT 29
 29 FORMAT(' ',10X,'VERSANTUL ESTE STABIL'///)
    GO TO 500
200 PRINT 30
 30 FORMAT(' ',10X,'VERSANTUL ESTE IN ECHILIBRU LIMITA'///)
    GO TO 500
400 PRINT 31
 31 FORMAT(' ',10X,'VERSANTUL ESTE INSTABIL'///)
500 CONTINUE
    DO 600 J=1,2
    TGFI=TGF -100./SUM2*(J-1)
    C=C-100./SUM3*(J-1)
    PRINT 19,TGFI

                                        STAB1      27/04/83  10.26.10

 19 FORMAT(' ',5X,'TAIETURA DREPTEI LIMITA PE AXA TGFI=',F6.4)
    PRINT 20,C
 20 FORMAT(' ',5X,'TAIETURA DREPTEI LIMITA PE AXA   C=',F7.4)
    CALCULUL FACTORULUI DE SIGURANTA

    DENOM=CEF*TGFI+L*TGFIEF
    X=(CEF*TGFI*C)/DENOM
    Y=(TGFIEF*TGFI*C)/DENOM
    DLT=SQRT(X*X+Y*Y)
    DEF=SQRT(TGFIEF**2+CEF**2)
    FS=DEF/DLT
    PRINT 25,DLT
 25 FORMAT(' ',5X,'DISTANTA DE LA ORIGINE LA DREAPTA LIMITA ESTE DLT=
   *',F10.5///)
    PRINT 24,DEF
 24 FORMAT(' ',5X,'DISTANTA DE LA ORIGINE LA P(TGFIEF,CEF) ESTE DEF=',
   *F10.5///)
    PRINT 23,FS
 23 FORMAT(' ',5X,'FACTORUL DE SIGURANTA LA ALUNECARE ESTE FS=',F10.5/
   *///)
    N1=20
    DO 700 I=1,N1
    Y1(I)=TGFI*(N1-I)/(N1-1)
    X1(I)=C*(I-1)/(N1-1)
700 CONTINUE
    N2=1
    Y2(1)=TGFIEF
    X2(1)=CEF
    CALL PLOT(X1,Y1,X2,Y2,N1,N2)
100 CONTINUE
    STOP
    END
```

Fig. VIII.8.*b*. Lista programului „STAB—1".

PROGRAM STAB-1

FORMULARUL 1 — FORMAT (20A4)

AN(i) i = 1,20																			
1 5	6 10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75 80					

AN(i), i=1;20 — TITLUL PROBLEMEI (80 CARACTERE ALFANUMERICE)

FORMULARUL 2 — FORMAT (I5, 2F10.5)

N	TGFIEF	CEF	GAMA																
1 5	6 10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75 80					

N — NUMĂRUL DE FIȘII ÎN CARE ESTE ÎMPĂRȚIT VERSANTUL
TGFIEF } TANGENTA UNGHIULUI DE FRECARE INTERNĂ ȘI COEZIUNEA PĂMÎNTULUI DIN ZONA
CEF } SUPRAFEȚEI DE ALUNECARE (kN/m^2)
GAMA — GREUTATEA VOLUMICĂ (kN/m^2)

FORMULARUL 3 — FORMAT (2F10.5,I1)

KØ	BL	IND																	
1 5	6 10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75 80					

KO — COEFICIENTUL ÎMPINGERII LATERALE ÎN STARE DE REPAOS
BL — DISTANTA PE CARE SE APLICĂ PROFILUL ANALIZAT (m)
IND — COEFICIENT INDICÎND CONDIȚIILE DE MARGINE ALE PROFILULUI ANALIZAT CU PROFILELE ADIACENTE
IND = 0 — NU SE ȚINE SEAMA DE FRECAREA LATERALĂ
IND = 1 — SE ȚINE SEAMA DE FRECAREA LATERALĂ

FORMULARUL 4 — FORMAT (3F10.5)

X(i)	$Y_1(i)$	$Y_2(i)$																	
1 5	6 10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75 80					

X(i) — ABSCISA GRANIȚEI „i" DINTRE FIȘII (FIG.VIII.7) (m)
$Y_1(i)$ — COORDONATA SUPRAFEȚEI TERENULUI (m)
$Y_2(i)$ — COORDONATA SUPRAFEȚEI DE ALUNECARE (m)

Fig. VIII.9. Formularele de date și notațiile utilizate în programul „STAB—1".

VIII.2.4. EXEMPLU DE CONTROL

În figura VIII.10 sînt prezentate formularele de date completate cu datele necesare pentru analiza stabilităţii unui profil printr-o alunecare de teren, la Husnicioara. În figura VIII.11 sînt listate rezultatele obţinute cu ajutorul programului.

VIII.3. PROGRAMUL „BEAR–1"

VIII.3.1. DESCRIEREA PROGRAMULUI

Programul „BEAR-1" este conceput pentru determinarea capacităţii portante a terenului de fundare sub o fundaţie rectangulară încărcată cu forţele exterioare Q şi H a căror rezultantă este excentrică şi înclinată (fig. VIII.12). Programul este aplicabil în cazurile în care terenul de fundare este uniform pe o adîncime de (2—3) B, unde B este lăţimea fundaţiei, sub cota de fundare, D (fig. VIII.12).

VIII.3.2. LISTA PROGRAMULUI

În figura VIII.13 este prezentată lista programului „BEAR-1".

VIII.3.3. GHIDUL DE UTILIZARE

În figura VIII.14 sînt redate formularele de date cu notaţiile utilizate.

VIII.3.4. EXEMPLU DE CONTROL

În figura VIII.15 formularele de date sînt completate pentru calculul capacităţii portante a unei fundaţii avînd $L = 10{,}0$ m, $B = 3{,}0$ m şi $D = 3{,}50$ m în cazul cînd $EB = 0{,}8$ iar $\theta = 0$, pentru două cazuri de încărcare :

1. $Q = 3\,000$ t ; $H = 300$ t ;
2. $Q = 2\,000$ t ; $H = 300$ t.

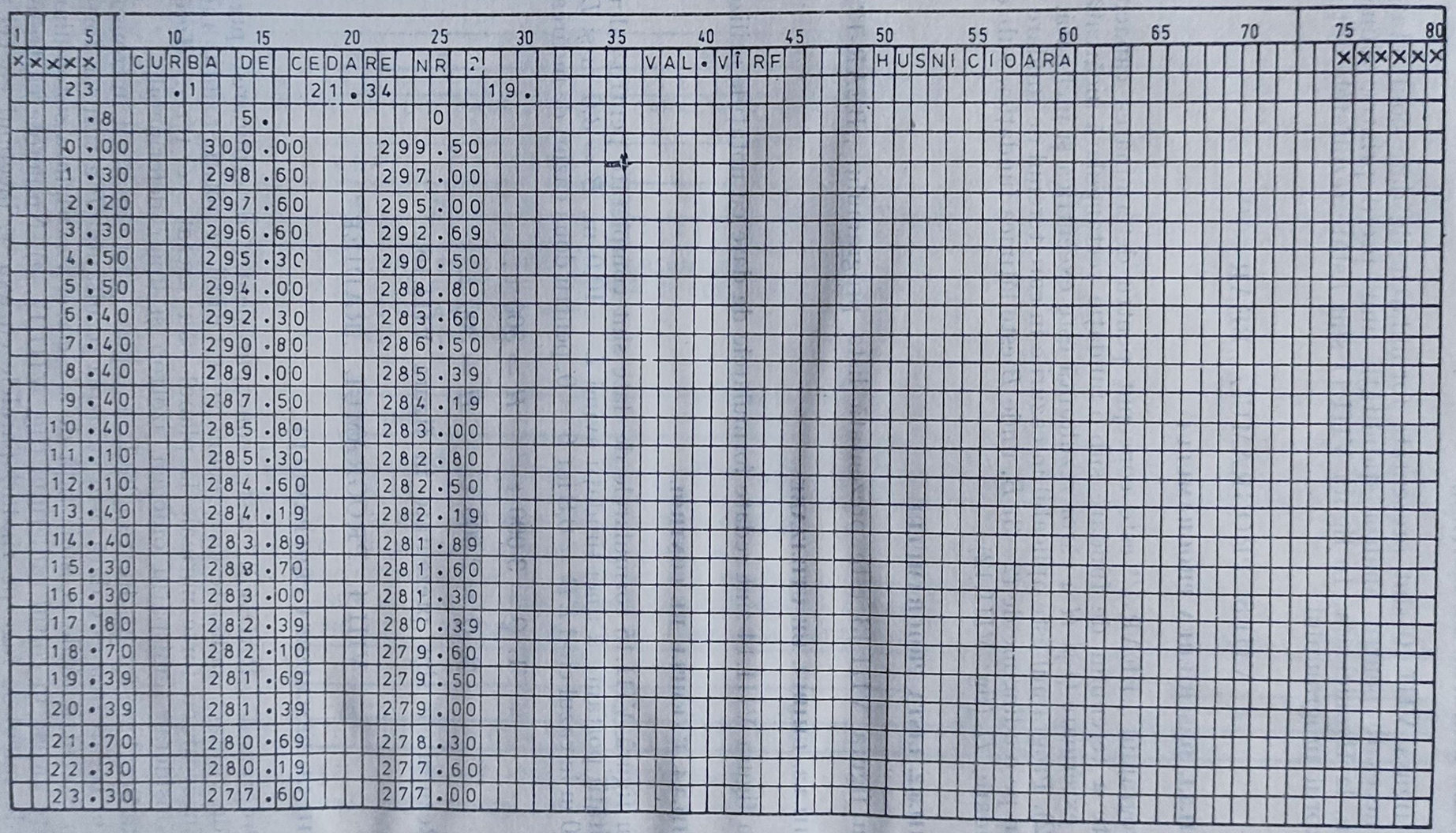
Rezultatele sînt prezentate în figura VIII.16.

VIII.4. PROGRAMUL „RADIER"

VIII.4.1. DESCRIEREA PROGRAMULUI

Programul „RADIER" este conceput pentru determinarea presiunilor de contact radier-teren precum şi a tasării şi rotirilor unui radier rigid încărcat cu forţe normale la planul său aşezat pe teren. Terenul este considerat semispaţiu omogen, izotrop şi liniar deformabil.

Radierul are formă dreptunghiulară în plan şi este împărţit în tronsoane pătrate. Încărcarea este dată prin valoarea rezultantei P a tuturor forţelor şi prin excentricităţile acesteia faţă de axele x şi y. Originea sistemului de axe este aleasă în colţul radierului (fig. VIII.17, *a*). Numerotarea tronsoanelor de calcul se face pe rînduri paralele cu axa x, începînd cu cel mai apropiat de origine, ca în figura VIII. 17, *a*.



| | | |

```
*****************************************************************************

     PROGRAM STAB1 PENTRU CALCULUL STABILITATII
     VERSANTILOR SI TALUZURILOR UTILIZIND
     METODA DREPTEI LIMITA
     AUTOR: ASIST. ING. ANTON CHIRICA                    CATEDRA DE GEOTEHNICA SI FUNDATII-I.C.B.

*****************************************************************************

 ***************************************************************************
*****  CURBA  DE  CEDARE  NR: 2          VAL. VIRF     HUSNICIOARA        ******
*****************************************************************************

 NUMARUL DE FISII                    23
TANGENTA DE FI EFECTIV                .100
COEZIUNE EFECTIVA                   21.340
GAMA MATERIAL FISII                 19.000

 I       X1        Y1        Y2

 1        .00000 300.00000 299.50000
 2       1.30000 298.60010 297.00000
 3       2.20000 297.60010 295.00000
 4       3.30000 296.60010 292.69995
 5       4.50000 295.30005 290.50000
 6       5.50000 294.00000 288.80005
 7       6.40000 292.30005 287.60010
 8       7.40000 290.80005 286.50000
 9       8.40000 289.00000 285.39990
10       9.40000 287.50000 284.19995
11      10.40000 285.80005 283.00000
12      11.10000 285.30005 282.80005
13      12.10000 284.60010 282.50000
14      13.40000 284.10995 282.19995
15      14.40000 283.80990 281.89990
16      15.30000 283.50000 281.60010
17      16.30000 283.00000 281.30005
18      17.80000 282.39990 280.39990
19      18.70000 282.10010 279.60010
20      19.39999 281.69995 279.50000
21      20.39999 281.39990 279.00000
22      21.70000 280.69995 278.30005
23      22.80000 280.10995 277.60010
24      23.30000 277.60010 277.00000
```

Fig. VIII.11,*a*. Rezultatele exemplului de control la programul „STAB—1".

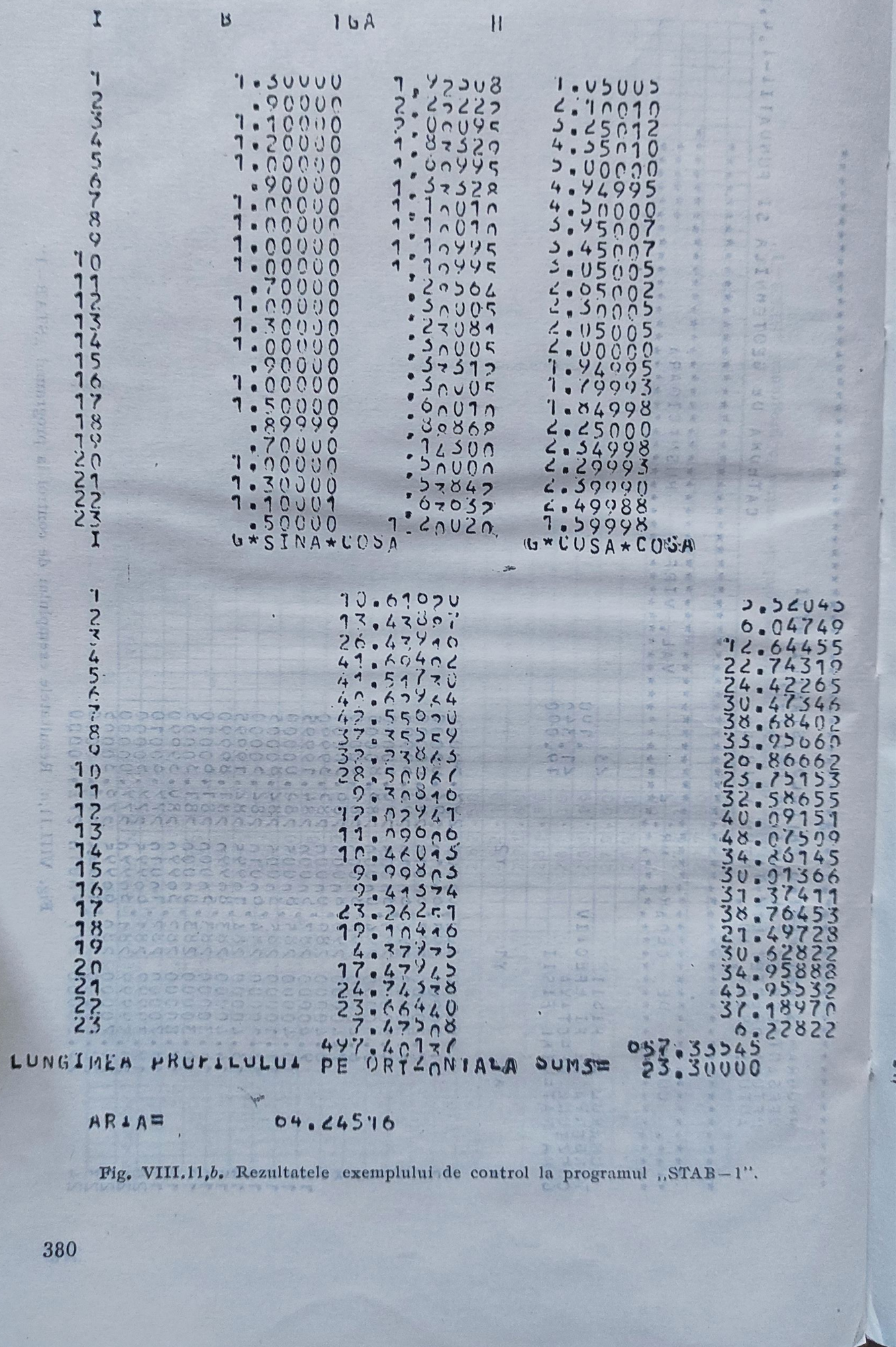


Fig. VIII.11,*b*. Rezultatele exemplului de control la programul „STAB—1".

DIAGRAMA IMPINGERILOR LA LIMITA AVAL A FISIILOR

I	X	E(X)
1	1.300000	-11.01703
2	2.200000	-24.04071
3	3.300000	-22.34900
4	4.500000	-8.53641
5	5.500000	9.79864
6	6.400000	27.57495
7	7.400000	44.92214
8	8.400000	57.54968
9	9.400000	65.75464
10	10.400000	70.54057
11	11.100000	67.65167
12	12.100000	48.53307
13	13.400000	26.87917
14	14.400000	12.51945
15	15.300000	3.00290
16	16.300000	-14.76050
17	17.800000	-27.38450
18	18.700000	-29.63590
19	19.399999	-43.25484
20	20.399999	-50.61729
21	21.700000	-58.20750
22	22.800000	-61.75437
23	23.300000	-63.55420

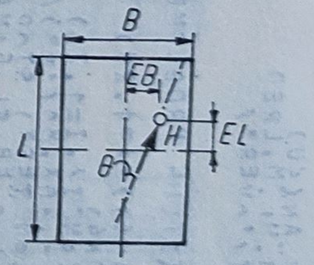
VERSANTUL ESTE STABIL

TAIETURA DREPTEI LIMITA PE AXA IGRA= .7507
TAIETURA DREPTEI LIMITA PE AXA C=21.3477
DISTANTA DE LA ORIGINE LA DREAPTA LIMITA ESTE DLI= 18.05524

DISTANTA DE LA ORIGINE LA P(IGRAEP.DER) ESTE DEP= 21.34023

FACTORUL DE SIGURANTA LA ALUNECARE ESTE FS= 1.13179

Fig. VIII.11.*c*. Rezultatele exemplului de control la programul „STAB—1".



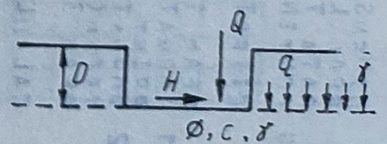


Fig. VIII.12. Schema de calcul utilizată în programul „BEAR—1."

```
      DIMENSION AN(20)
      REAL LMB,MI,M,LRED
      DATA TEST/'OVER'/
   10 CONTINUE
C
C     CITESTE TITLUL PROBLEMEI SI DATELE DE INTRARE
C
      READ 1,(AN(I),I=1,20)
    1 FORMAT(20A4)
      PRINT 2,(AN(I),I=1,20)
    2 FORMAT('1',10X,80('*')/11X,20A4/11X,80('*')//)
      IF(AN(1).EQ.TEST) STOP
      READ 3,B,L,D,EB,EL,GAMA,FI,C,Q,H,TET
C
C     CALCULEAZA FACTORII DE CAPACITATE PORTANTA
C
      XQ=EXP(3.14*SIN(FI)/COS(FI))
      XKP=SIN(3.14/4+FI/2.)/COS(3.14/4+FI/2.)
      XKP=XKD*XKP
      XQ=XQ*XKP
      XC=5.14
      IF(SIN(FI).NE.0.) XC=(XQ-1.)/SIN(FI)*COS(FI)
      XG=2.*(XQ+1.)*SIN(FI)/COS(FI)
C
C     CALCULEAZA FACTORII DE CORECTIE PENTRU INFLUENTA FORMEI IN PLAN
C
      FC=1+B/L*XQ/XC
      FQ=1+B/L*SIN(FI)/COS(FI)
      FG=1.-0.4*B/L
      BRED=B-2.*ED
      LRED=L-2.*EL
C
C     CALCULEAZA FACTORII DE CORECTIE PENTRU INFLUENTA INCLINARII
C
      PAR=1.-H/(Q+BRED*LRED/SIN(FI)*COS(FI))
      MB=(2.+B/L)/(1.+B/L)
      MI=(2.+L/B)/(1.+L/B)
      M=MI*COS(TET)*COS(TET)+MB*SIN(TET)*SIN(TET)
      FQI=PAR**M
      FGI=PAR**(M+1.)
      IF(SIN(FI)) 20,30,20
   30 FCI=(1.-M*H/BRED/LRED/C/XC)
      GO TO 40
   20 FCI=FQI-(1.-FQI)/XC/SIN(FI)*COS(FI)
   40 CONTINUE
C
C     CALCULEAZA CAPACITATEA PORTANTA A TERENULUI
C
                                        ADIA      05/05/83  10.45.39
      HCR=Q*SIN(FI)/COS(FI)+BRED*LRED*C
      PCR=0.5*GAMA*B*XG*FG*FGI+GAMA*D*XQ*FQ*FQI+C*XC*FC*FCI
      QCR=PCR*BRED*LRED
    3 FORMAT(11E5.0)
      PRINT 4,(B,L,D,EB,EL,GAMA,FI,C,Q,H)
    4 FORMAT('1',10X,'DATE DE INTRARE'//
     *                11X,'B(M).....',E10.3/
     *                11X,'L(M).....',E10.3/
     *                11X,'D(M).....',E10.3/
     *                11X,'EB(M)....',E10.3/
     *                11X,'EL(M)....',E10.3/
     *                11X,'GAMA(T/M3).',E10.3/
     *                11X,'FI(RADIANI).',E10.3/
     *                11X,'C(T/M2)....',E10.3/
     *                11X,'Q(T).....',E10.3/
     *                11X,'H(T).....',E10.3//)
      PRINT 5,PCR,QCR,HCR
    5 FORMAT('1',10X,'CAPACITATEA PORTANTA A FUNDATIEI ESTE:'/
     *                11X,'PRESTINE CRITICA.....',E10.3/
     *           11X,'FORTA CRITICA.....',E10.3/
     *           11X,'FORTA ORIZONTALA CRITICA...',E10.3//)
      GO TO 10
      END
```

Fig. VIII.13. Lista programului „BEAR – 1".

- GHID DE UTILIZARE -

FØRMULARUL 1 — FØRMAT (20 A4)

AN (i), i = 1.20

1	5	6	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80

AN (i), i = 1 20 — TITLUL PROBLEMEI (80 CARACTERE ALFANUMERICE)

FØRMULARUL 2 — FØRMAT (11 F 5.0)

B		L	D	EB	EL	GAMA	Fi	C	Q	H	TET						
1	5	6	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80

B - LĂȚIMEA FUNDAȚIEI, ÎN M
L - LUNGIMEA FUNDAȚIEI, ÎN M
D - ADÎNCIMEA DE FUNDARE, ÎN M
EB - EXCENTRICITATEA FAȚĂ DE AXA PARALELĂ CU L, ÎN M
EL - EXCENTRICITATEA FAȚĂ DE AXA PARALELĂ CU B, ÎN M
GAMA - GREUTATEA VOLUMICĂ UNITARĂ A TERENULUI DE DEASUPRA CØTEI DE FUNDARE ÎN T/M³

Fi - UNGHIUL DE FRECARE INTERNĂ AL TERENULUI, ÎN RADIANI
C - COEZIUNEA TERENULUI ÎN T/M²
ϕ, H - COMPONENȚA VERTICALĂ ȘI ORIZONTALĂ A ÎNCĂRCĂRILOR EXTERIOARE ÎN T
TET - UNGHIUL DINTRE PLANUL VERTICAL CARE CONȚINE REZULTANTA ȘI AXA PARALELĂ CU L ÎN RADIANI

FØRMULAR 3 — FØRMAT (20 A4)

1	5	6	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
OVER																	

OBS PENTRU FIECARE PROBLEMA CE TREBUIE EXECUTATA SE CITEȘTE UN SET DE CARTELE 1 ȘI 2
LA SFÎRSITUL ULTIMEI PROBLEME SE CITEȘTE O CARTELĂ 3

Fig. VIII.14. Formularele de date și notațiile utilizate în programul „BEAR—1".

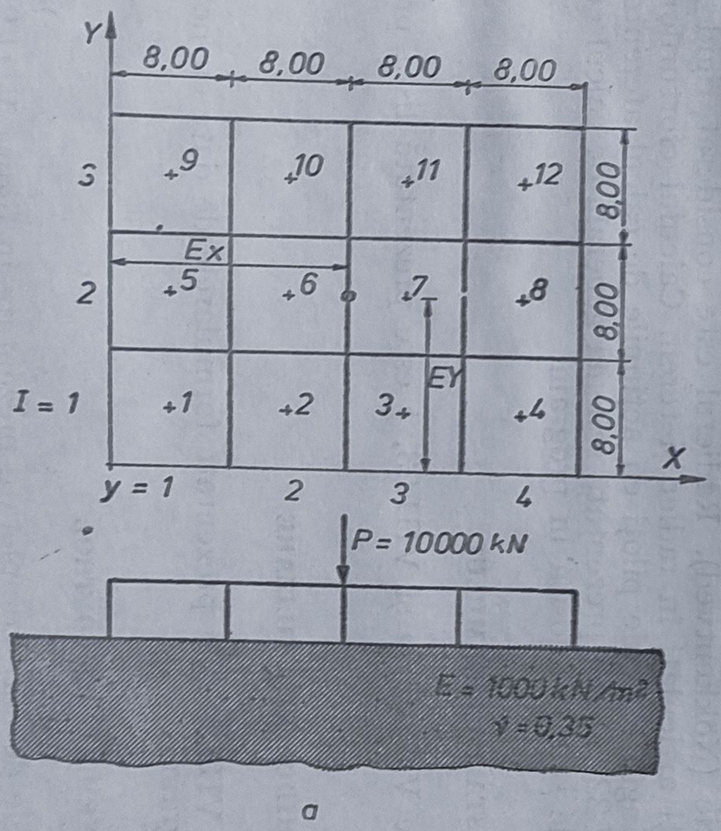
1	5	6	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
*****			EXEMPLU DE CØNTRØL						VARIANTA		1						*****
3.0	10.0	3.50	0.80	0.0	1.8	0.35	2.0	3000.300.	0.0								
*****			EXEMPLU DE CØNTRØL						VARIANTA		2						*****
3.0	10.0	3.5	0.80	0.0	1.8	0.35	2.0	2000.300.	0.0								
OVER																	
.			EØR														

Fig. VIII.15. Datele de intrare pentru exemplul de control la programul „BEAR—1".

```
*****************************************************************************
*****      EXEMPLU DE CONTROL          VARIANTA      1                  *****
*****************************************************************************

DATE DE INTRARE

B(M)..............  .300E+01
L(M)..............  .100E+02
D(M)..............  .350E+01
ER(M)..............  .800E+00
EL(M)..............  .000E+00
GAMA(T/M3)..........  .180E+01
FI(RADIANI)........  .350E+00
C(T/M2)............  .200E+01
Q(T)..............  .300E+04
H(T)..............  .300E+03

CAPACITATEA PORTANTA A FUNDATIEI ESTE:
PRESIUNE CRITICA.............E  .785E+02
FORTA CRITICA...............  .110E+04
FORTA ORIZONTALA CRITICA .  .112E+04

*****************************************************************************
*****      EXEMPLU DE CONTROL          VARIANTA      2                  *****
*****************************************************************************

DATE DE INTRARE

B(M)..............  .300E+01
L(M)..............  .100E+02
D(M)..............  .350E+01
ER(M)..............  .800E+00
EL(M)..............  .000E+00
GAMA(T/M3)..........  .180E+01
FI(RADIANI)........  .350E+00
C(T/M2)............  .200E+01
Q(T)..............  .200E+04
H(T)..............  .300E+03

CAPACITATEA PORTANTA A FUNDATIEI ESTE:
PRESIUNE CRITICA.............E  .724E+02
FORTA CRITICA...............  .101E+04
FORTA ORIZONTALA CRITICA .  .758E+03
```

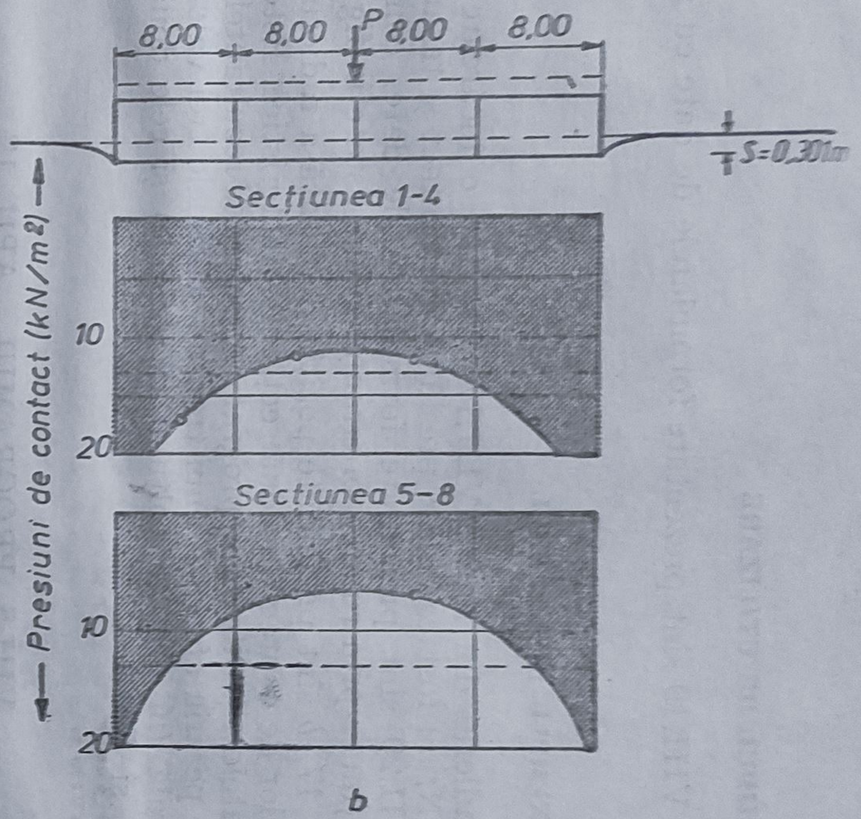
Fig. VIII.16. Rezultatele exemplului de control la programul „BEAR—1".

Fig. VIII.16. Rezultatele exemplului de control la programul „BEAR—1".



a

Fig. VIII.17*a*. Rețeaua de calcul a unui radier rigid.



b

Fig. VIII.17*b*. Rezultatele exemplului de control la programul „RADIER".

VIII.4.2. LISTA PROGRAMULUI

În figurile VIII.18, *a*—VIII.18, *c* este prezentată lista programului „RADIER".

VIII.4.3. GHIDUL DE UTILIZARE

În figura VIII.19 sînt prezentate formularele de date cu notațiile utilizate.

VIII.4.4. EXEMPLU DE CONTROL

Pentru radierul din figura VIII,17, *a*, avînd o încărcare centrică de $P = 10\,000$ kN, au fost calculate presiunile de contact și tasarea generală. În figura VIII.20 sînt prezentate formularele de date, completate, iar rezultatele obținute prin rularea programului sînt listate în figura VIII.21.

În figura 17, *b* sînt prezentate poziția deplasată a radierului și distribuția presiunilor de contact în două secțiuni caracteristice. Este de menționat că rezultatele tipărite prin program se referă la rezultantele presiunilor de contact de pe aria aferentă unui tronson. Ultimele trei valori reprezintă tasarea generală (în dreptul colțului de origine) și cele două rotiri față de axele Ox și Oy.

VIII.5. PROGRAMUL „APIL 1"

VIII.5.1. DESCRIEREA PROGRAMULUI

Programul are drept scop calculul eforturilor axiale în piloți cu metoda centrului elastic (Nökkentved). Radierul este considerat rigid iar piloții sînt considerați articulați în radier și teren. Calculul eforturilor axiale se referă la un singur rînd de piloți cu acțiunile de calcul aferente acestuia. În figura VIII.22, *a* este prezentată schema generală de calcul cu notațiile și convenția de semne folosită în program.

VIII.5.2. LISTA PROGRAMULUI

În figurile VIII.23, *a* și VIII.23, *b* este prezentată lista programului „APIL 1".

VIII.5.3. GHIDUL DE UTILIZARE

În figura VIII.24 sînt prezentate formularele de date cu notațiile utilizate în program.

VIII.5.4. EXEMPLU DE CONTROL

Formularele de date completate prezentate în figura VIII.25 se referă la radierul pe piloți din figura VIII.22, *b* pentru care s-au calculat forțele axiale din piloți cu ajutorul programului „APIL 1". Rezultatele sînt listate în figurile VIII.26, *a* și VIII.26, *b*.

```
* SEGMENT FXBLK
      DIMENSION  A1(20),A2(16)
      COMMON A(10000),B(100)
      REAL NU1,NU2,NU3
      READ  20, (A1(N),N=1,20)
      PRINT 21, (A1(N),N=1,20)
   51 READ  22,  NPROB,(A2(N),N=1,16)
      IF(NPROB)  41,999,41
   41 PRINT 23,  NPROB,(A2(N),N=1,16)
      READ  24,N,M,AT,P,EX,EY
      PRINT 25
      PRINT 26, N,M,AT,P,EX,EY
      READ  27, IP,EV,EH,NU1,NU2,NU3,EM,C
      PRINT 28
      PRINT 29, IP,EV,EH,NU1,NU2,NU3,EM,C
      NN=N*M
      NN3=NN+3
      NN3P=NN3*NN3
      DO 70 I=1,NN3
   70 B(I)=0.0
      DO 75 J=1,NN3P
   75 A(J)=0.0
      PRINT 301
      DO 40 K=1,NN
      I1=K/M
      IR=K-I1*M
      IF(IR.EQ.0) I1=I1-1
      IK=I1+1
      JK=K-(IK-1)*M
      XK=JK*AT-0.5*AT
      YK=IK*AT-0.5*AT
      PRINT 30,K,IK,JK,XK,YK
      DO 50 L=K,NN
      I2=L/M
      IS=L-I2*M
      IF(IS.EQ.0) I2=I2-1
      IL=I2+1
      JL=L-(IL-1)*M
      XL=JL*AT-0.5*AT
      YL=IL*AT-0.5*AT
      GO TO (61,62,63),IP
   61 IF(L.EQ.K) GO TO 64
      RKL=SQRT((XK-XL)**2+(YK-YL)**2)
      RKL=RKL/AT
      IF(RKL.EQ.0.0) GO TO 64
      DNOM=SQRT((2*RKL+1)**2+1)
      DNUM=SQRT((2*RKL-1)**2+1)
      F1=ALOG((1+DNOM)*(1+DNUM))
      F2=                ALOG((1+DNOM)/(1+DNUM))
      F2=2*RKL*F2
      F3=ALOG((2*RKL+1+DNOM)/(2*RKL-1+DNUM))
      F4=ALOG((2*RKL+1)/(2*RKL-1))
      F4=        2*RKL*F4
      F5=ALOG((2*RKL)**2-1.)
      FKL=F1+F3-F4-F5+F2
      GO TO 65
   64 FKL=3.56
   65 KL=(K-1)*NN3+L
      LK=(L-1)*NN3+K
      A(KL)=(1-NU1**2)/3.14/EV/AT*FKL
      A(LK)=A(KL)
      GO TO 50
   62 GO TO 50
   63 GO TO 50
   50 CONTINUE
      B(K)=0.0
      KN1=(K-1)*NN3+NN+1
      N1K=NN*NN3+K
      N2K=N1K+NN3
      N3K=N2K+NN3
      A(KN1)=1.0
      A(KN1+1)=XK
      A(KN1+2)=YK
      A(N1K)=A(KN1)
      A(N2K)=A(KN1+1)
      A(N3K)=A(KN1+2)
   40 CONTINUE
```

TEST04

Fig. VIII.18.a Lista programului „RADIER"

```
      R(NN+1)=P
      R(NN+2)=P*EX
      R(NN+3)=P*EY
      CALL REZIST(A,B,NN3,NN3P,KS)
      IF(KS.EQ.1) GO TO 999
      PRINT 31
      PRINT 302,(B(I),I=1,NN3)
      GO TO 51
   20 FORMAT(20A4)
   21 FORMAT(' ',5X,20A4)
   22 FORMAT(I5,5X,16A4)
   23 FORMAT(' ',I5,5X,16A4)
   24 FORMAT(2I5,4E10.3)
```

TESI04 05/07/75 11.15.36

```
   25 FORMAT(' ',10X,'TABELUL A'/5X,20('*')//)
   26 FORMAT(' ',10X,'NUMAR DE TRONSOANE PE DIRECTIA Y ....',I5/
     *           10X,'NUMAR DE TRONSOANE PE DIRECTIA X ....',I5/
     *           10X,'LATURA UNUI TRONSON ..................',E10.3/
     *           10X,'REZULTANTA VERTICALA A INCARCARILOR...',E10.3/
     *           10X,'EXCENTRICITATEA DUPA X A REZULTANTEI.',E10.3/
     *           10X,'EXCENTRICITATEA DUPA Y A REZULTANTEI.',E10.3//)
   27 FORMAT(I5,7E10.3)
   28 FORMAT(' ',10X,'TABELUL B'/5X,20('*')//)
   29 FORMAT(' ',10X,'IPOTEZA DE CALCUL(IP=1-MEDIU ELASTIC,'/
     *           10X,'IZOTROP SI LINIAR DEFORMABIL;IP=2-MED'/
     *           10X,'II ANIZOTROP;IP=3-MODULUL DE ELASTICI'/
     *           10X,'TATE LINIAR CRESCATOR CU ADINCIMEA...',I5/
     *           10X,'MODULUL DE ELASTICITATE IN DIR.VERT..',E10.3/
     *           10X,'MODULUL DE ELASTICITATE IN DIR.ORIZ..',E10.3/
     *           10X,'COEFICIENTUL LUI POISSON VERT/ORIZ...',E10.3/
     *           10X,'COEFICIENTUL LUI POISSON ORIZ/VERT...',E10.3/
     *           10X,'COEFICIENTUL LUI POISSON ORIZ/ORIZ...',E10.3/
     *           10X,'PARAMETRII IPOTEZEI N/O 3 : '/
     *           10X,'                          EM.............',E10.3/
     *           10X,'                          EC.............',E10.3//)
  301 FORMAT(' ',10X,'TABELUL C'/5X,20('*')//
     *           10X,'TRONSON        I          J          X          Y'//)
   30 FORMAT(' ',11X,5(I5,5X))
   31 FORMAT(' ',10X,'TABELUL D - REZULTATE'/5X,35('*')//)
  302 FORMAT(' ',10(1X,E10.3))
  999 STOP
      END
```

Fig. VIII.18.b Lista programului „RADIER"

```
      SUBROUTINE RESIST(A,B,N,NN,KS)
      DIMENSION A(NN),B(N)
      TOL=0.0
      KS=0
      IN=0
      PRINT 1,(A(I),I=1,NN)
      PRINT 1,(B(I),I=1,N)
    1 FORMAT(' ',10E10.3)
      DO 10 K=1,N
      BIGA=0.0
      IN=IN+1
      DO 30 I=IN,N
      IND=(IN-1)*N+I
      IF(ABS(BIGA)-ABS(A(IND))) 20,30,30
   20 BIGA=A(IND)
      IMAX=I
   30 CONTINUE
      IF(ABS(BIGA)-TOL) 35,35,40
   35 KS=1
      PRINT 2
    2 FORMAT(' ',10A4,' ******* **** *** ** *-*!!-
      RETURN
   40 DO 50 I=IN,N
      IT=(I-1)*N+IN
      IJ=(I-1)*N+IMAX
      SAVE=A(IJ)
      A(IJ)=A(IT)
   50 A(IT)=SAVE/BIGA
      SAVE=B(IMAX)
      B(IMAX)=B(IN)
      B(IN)=SAVE/BIGA
      IF(K-N) 55,60,55
   55 J=K+1
      DO 60 I=J,N
      IT=(K-1)*N+I
      DO 70 IJ=J,N
      IND=(IJ-1)*N+I
      IX=(IJ-1)*N+K
   70 A(IND)=A(IND)-A(IX)*A(IT)
   60 B(I)=B(I)-B(K)*A(IT)
   10 CONTINUE
   80 NY=N-1
      IT=N*N
      DO 90 K=1,NY
      IB=N-K
      IC=N
      IA=IT-K

                                        TEST04      05/07/75

      DO 90 I=1,K
      B(IB)=B(IB)-A(IA)*B(IC)
      IA=IA-1
   90 IC=IC-1
      RETURN
      END
```

Fig. VIII.18.*b*. Lista programului „RADIER".

Fig. VIII.18.*c*. Lista programului „RADIER".

FORMULAR 1 — FORMAT (20 A4)

A1(N), N=1,20
1 5 6 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80

A1(N), N=1,20 TITLUL RULĂRII (80 CARACTERE ALFANUMERICE)

FORMULAR 2 — FORMAT (I 5,5x, 16 A4)

NPROB		A2(N), N=1,16	
1 5	6 10	15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70	75 80

NPROB – NUMĂRUL PROBLEMEI (DACĂ NPROB=0 EXECUȚIA ESTE OPRITĂ)
A2(N), N=1,16 – TITLUL PROBLEMEI (64 CARACTERE ALFANUMERICE)

FORMULAR 3 — FORMAT (2 I 5,4 E10.3)

N	M	AT	P	EX	EY	
1 5	6 10	15 20	25 30	35 40	45 50	55 60 65 70 75 80

N – NUMĂRUL DE RINDURI DE ELEMENTE DISCRETE IN CARE ESTE ÎMPĂRȚIT RADIERUL
M – NUMĂRUL DE COLOANE DE ELEMENTE DISCRETE ÎN CARE ESTE ÎMPĂRȚIT RADIERUL
AT – LATURA UNUI ELEMENT DISCRET
P – REZULTANTA ÎNCĂRCĂRILOR
EX – EXCENTRICITATEA REZULTANTEI FAȚĂ DE AXA X
EY – EXCENTRICITATEA REZULTANTEI FAȚĂ DE AXA Y

FORMULAR 4 — FORMAT (I 5, E 10.3, 10 x, E 10.3)

IP	EV		NU1	
1 5	6 10 15	20 25	30 35	40 45 50 55 60 65 70 75 80

IP – IPOTEZA DE COMPORTARE A TERENULUI (IP=1 – MEDIU ELASTC, IZOTROP, LINIAR DEFORMABIL)
EV – MODULUL LUI YOUNG PENTRU TEREN
NU1 – COEFICIENTUL POISSON PENTRU TEREN

Fig. VIII.19. Formularele de date și notațiile utilizate în programul „RADIER".

```
CALCULUL RADIERULUI RIGID IN IPOTEZA SEMISPATIULUI EL.OM.IZ.SI LIN.DEF
1    RADIER INCARCAT CENTRIC
3    4+0.800E+01+0.100E+04+0.160E+02+0.120E+02
1+0.100E+03                +0.350E+00
```

Fig. VIII.20. Datele de intrare pentru exemplul de control la programul „RADIER".

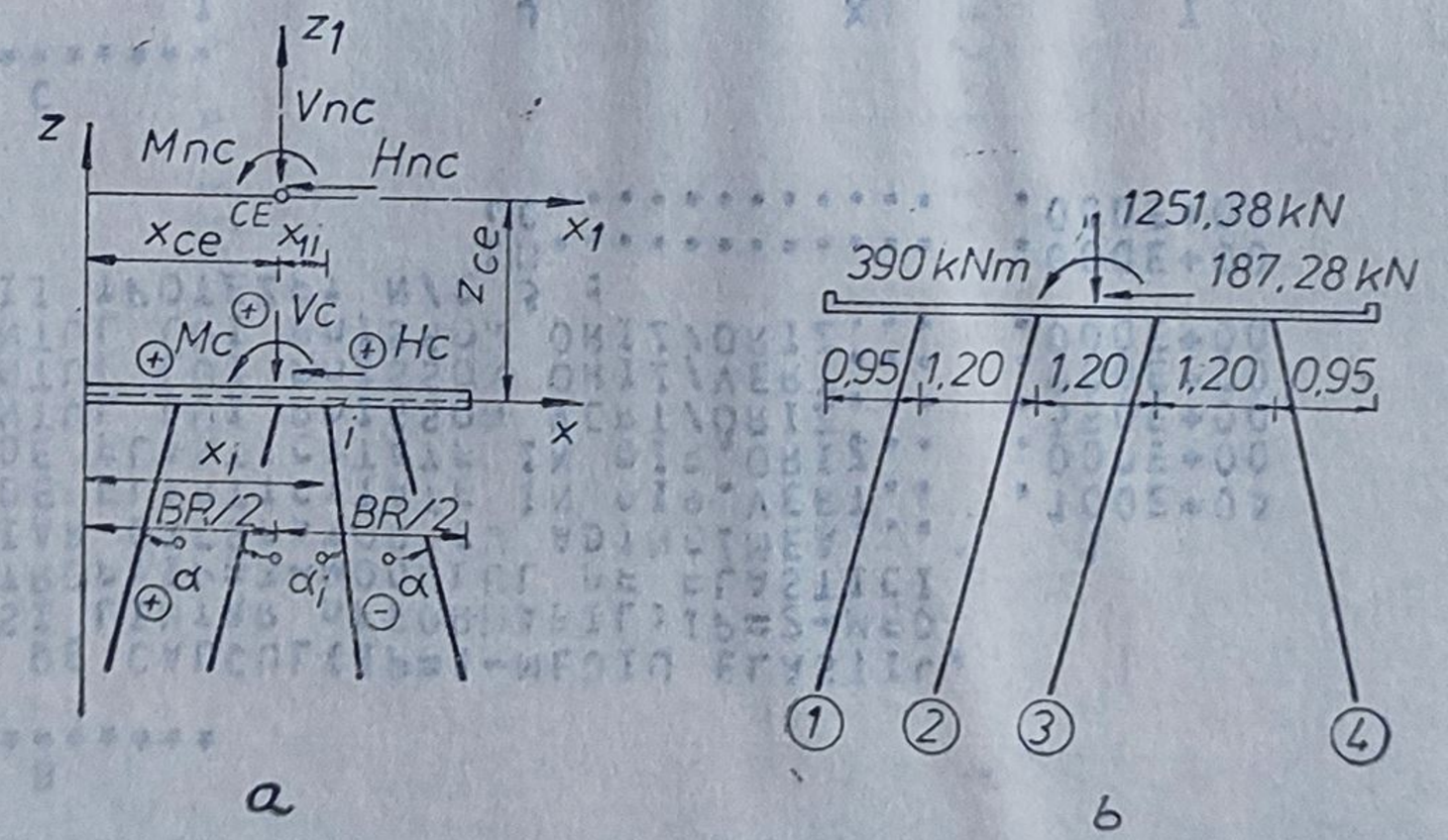


Fig. VIII.22.*a*. Schema de calcul utilizată în programul „APIL—1".

Fig. VIII.22.*b*. Schema de încărcare pentru exemplul de control la programul „APIL—1".

```
 CALCULUL RADIERULUI RIGID IN IPOTEZA SEMISPATIULUI EL,OM.IZ.SI LIN.DEF.
 RADIER INCARCAT CENTRIC
 TABELUL A
**********************

 NUMAR DE TRONSOANE PE DIRECTIA Y ....      3
NUMAR DE TRONSOANE PE DIRECTIA X ....      4
LATURA UNUI TRONSON ..................   .800E+01
REZULTANTA VERTICALA A INCARCARILOR..   .100E+04
EXCENTRICITATEA DUPA X A REZULTANTEI.   .160E+02
EXCENTRICITATEA DUPA Y A REZULTANTEI.   .120E+02

 TABELUL B
**********************

 IPOTEZA DE CALCUL(IP=1-MEDIU ELASTIC,
IZOTROP SI LINIAR DEFORMABIL;IP=2-MED
IU ANIZOTROP;IP=3-MODULUL DE ELASTICI
TATE LINIAR CRESCATOR CU ADINCIMEA...      1
MODULUL DE ELASTICITATE IN DIR.VERT..   .100E+05
MODULUL DE ELASTICITATE IN DIR.ORIZ..   .000E+00
COEFICIENTUL LUI POISSON VERT/ORIZ...   .350E+00
COEFICIENTUL LUI POISSON ORIZ/VERT...   .000E+00
COEFICIENTUL LUI POISSON ORIZ/ORIZ...   .000E+00
PARAMETRII IPOTEZEI N/O 3 :
                          EM.........   .000E+00
                          EC.........   .000E+00

 TABELUL C
**********************
 TRONSON        I          J          X          Y

        1          1          1          4          4
        2          1          2         12          4
        3          1          3         20          4
        4          1          4         28          4
        5          2          1          4         12
        6          2          2         12         12
        7          2          3         20         12
        8          2          4         28         12
        9          3          1          4         20
       10          3          2         12         20
       11          3          3         20         20
       12          3          4         28         20

 TABELUL D - REZULTATE
**********************************

 .111E+03   .769E+02   .769E+02   .111E+03   .795E+02   .450E+02   .450E+02   .795E+02   .111E+03   .769E+02
 .769E+02   .111E+03  -.301E+00   .101E-07  -.204E-07
 *STOP*
```

Fig. VIII.21. Rezultatele exemplului de control la programul „RADIER".

```
      DIMENSION X(50),TGA(50),COSA(50),COTA(50),CPTA(50),CPTP(50),R(50),
     *S(50),AN(20),XN(50),XXN(50),T(50),C(50),D(50),E(50),P(50)
      READ 1,(AN(I),I=1,20)
    1 FORMAT(20A4)
      READ 2,NRPIL,BR
    2 FORMAT(I5,F10.5)
      READ 3,(I,X(I),TGA(I),I=1,NRPIL)
    3 FORMAT(I5,2F10.5)
      READ 4,VC,HC,MC
    4 FORMAT(3F10.5)
C
C     CALCUL ELEMENTE GEOMETRICE
C
      SUM1=0
      SUM2=0
      SUM3=0
      SUM4=0
      SUM5=0
      DO 10 I=1,NRPIL
      COSA(I)=SQRT(1./(TGA(I)**2+1.))
      COTA(I)=COSA(I)*COSA(I)
      CPTA(I)=COTA(I)*TGA(I)
      CPTP(I)=CPTA(I)*TGA(I)
      R(I)=X(I)*COTA(I)
      S(I)=R(I)*TGA(I)
      SUM1=SUM1+CPTA(I)
      SUM2=SUM2+COTA(I)
      SUM3=SUM3+CPTP(I)
      SUM4=SUM4+R(I)
      SUM5=SUM5+S(I)
   10 CONTINUE
C
C     CALCUL COORDONATE CENTRU ELASTIC
C
      TGAV=SUM1/SUM2
      TGAH=SUM3/SUM1
      DOG=SUM4/SUM2
      CIP=SUM5/SUM1
      XCE=(TGAH*DOG-TGAV*CIP)/(TGAH-TGAV)
      ZCE=(DOG-CIP)/(TGAH-TGAV)
C
C     CALCULUL ABSCISELOR CAPETELOR PILOTILOR IN NOUL SISTEM DE AXE
C
      SUM6=0
      DO 20 I=1,NRPIL
      XN(I)=X(I)-XCE+ZCE*TGA(I)
      XXN(I)=XN(I)*XN(I)
```

Fig. VIII.23.*a* **Lista programului „APIL—1".**

```
C     CALCULUL EFORTURILOR AXIALE DIN PILOTI /
      R1=VNC/SUM2
      R2=TGAH-TGAV
      R3=HNC/(TGAV*SUM2)
      DO 60 I=1,NRPIL
      C(I)=(TGAH-TGA(I))/R2
      D(I)=(TGA(I)-TGAV)/R2
      E(I)=MNC*YN(I)/SUM6
      P(I)=COSA(I)*(R1*C(I)+R3*D(I)+E(I))
   60 CONTINUE
      PRINT 78
   78 FORMAT(///10X,80('*')//
     *       15X,'PROGRAM APTL7 PENTRU CALCULUL EFORTURILOR'/
     *       15X,'AXIALE DIN PILOTI UTILIZIND '/
     *       15X,'METODA CENTRULUI ELASTIC'/
     *       15X,'AUTOR: ASIST. ING. ANTON CHIRICA'/
     *       15X,'CATEDRA DE GEOTEHNICA SI FUNDATII-I.C.B.'//
     *       11X,80('*')//)
      PRINT 5,(AN(I),I=1,20)
    5 FORMAT(' ',10X,80('*')/11X,20A4/11X,80('*')///)
      PRINT 6,NRPIL,BR
    6 FORMAT(' '
     *       5X,'NUMARUL RINDURILOR DE PILOTI ESTE .....',I5/
     *       6X,'LATIMEA RADIERULUI ESTE.....',F6.2///)
      PRINT 7
    7 FORMAT(' ',20X,'CALCUL COORDONATE CENTRU ELASTIC'//)
      PRINT 8
    8 FORMAT(' ',5X,98('*')/6X,'NRPIL COSA(I)COSZA(I)'
     *,'   TGA(I)   X(I)    1*1*3     5*3       4*2     4*2*3'
     *,'    XN(I)     9*9       9*1     '/6X,98('*')/6X
     *,'  0       1         2         3         4         5         6'
     *,'  8       9        10        11     '/6X,98('*')///)
      PRINT 88,(I,COSA(I),COTA(I),TGA(I),X(I),CPTA(I),CPTP(I),R(I),S(I),
     *XN(I),YN(I),T(I),I=1,NRPIL)
   88 FORMAT(' ',6X,I5,11F8.3//)
      PRINT 9,SUM ,SUM1,SUM3,SUM4,SUM5,SUM6

                                        APTL4DIS   26/04/83  15.53.30

    9 FORMAT(' ',18X,F8.3,16X,4F8.3,16X,F8.3///)
      PRINT 15,XCE,ZCE
   15 FORMAT(' ',10X,'ABSCISA CENTRULUI ELASTIC  XCE=',F8.3/
     *       11X,'ORDONATA CENTRULUI ELASTIC ZCE=',F8.3//)
      PRINT 77,TGAV,TGAH,MC,VC,HC,MNC,VNC,HNC
   77 FORMAT(' ',9X,'  TGAV=',F10.5/
     *       10X,'  TGAH=',F10.5/
     *       10X,'  MC=',F10.5/
     *       10X,'  VC=',F10.5/
     *       10X,'  HC=',F10.5/
     *       10X,'  MNC=',F10.5/
     *       10X,'  VNC=',F10.5/
     *       10X,'  HNC=',F10.5///)
      PRINT 11
   11 FORMAT(' ',20X,'CALCUL EFORTURI AXIALE PILOTI'///)
      PRINT 12
   12 FORMAT(' ',4X,'CALCULUL SE FACE IN IPOTEZA UNUI RADIER RIGID'/
     *       5X,'PILOTII SE CONSIDERA ARTICULATI IN RADIER'/
     *       5X,'SI TEREN'/
     *       5X,'SE FOLOSESTE METODA NOKKENTVED'///)
      PRINT 13
   13 FORMAT(' ',10X,13('**')/11X,'NRPIL  P(I)'/11X,13('**')//)
      PRINT 14,(I,P(I),I=1,NRPIL)
   14 FORMAT(' ',10X,I3,2X,F8.3//)
      STOP
      END
```

Fig. VIII.23.*b*. Lista programului „APIL—1".

PROGRAM „APIL-1" GHID DE UTILIZARE

FORMULARUL 1 — FORMAT (20 A4)

AN (i), i = 1 20																				
1 5	6 10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80					

AN(i), i=1,20 — TITLUL PROBLEMEI (80 CARACTERE ALFANUMERICE)

FORMULARUL 2 — FORMAT (I 5, F 10.5)

NRPIL	BR																			
1 5	6 10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80					

NRPIL — NUMĂRUL DE PILOȚI BR — LĂȚIMEA RADIERULUI ÎN METRI

FORMULARUL 3 — FORMAT (I5, 2F 10.5)

I	X(i)	TGA(i)																		
1 5	6 10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80					

X(i) — ABSCISA CAPĂTULUI PILOTULUI „i" ÎN METRI TGA(i) - TANGENȚA UNGHIULUI CU VERTICALA DE AXA PILOTULUI

FORMULARUL 4 — FORMAT (3F 10.5)

VC	HC	MC																		
1 5	6 10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80					

VC — FORȚA EXTERIOARĂ VERTICALĂ ÎN kN
HC — FORȚA EXTERIOARA ORIZONTALA ÎN kN
MC — MOMENT ÎNCOVOIETOR EXTERIOR ÎN kNm

Fig. VIII.24. Formularele de date și notațiile utilizate în programul „APIL—1".

Fig. VIII.25. Datele de intrare pentru exemplul de control la programul „APIL—1".

```
*****************************************************************************
      PROGRAM APIL1 PENTRU CALCULUL EFORTURILOR
      AXIALE DIN PILOTI UTILIZIND
      METODA CENTRULUI ELASTIC
      AUTOR: ASIST. ING. ANTON CHIRICA
      CATEDRA DE GEOTEHNICA SI FUNDATII-I.C.B.
*****************************************************************************
*****************************************************************************
C****     FUNDATIE PE PILOTI-VARIANTA A-METODA NOKKENTVED-CORINA SOARE  *****
*****************************************************************************

NUMARUL RINDURILOR DE PILOTI ESTE .......     4
LATIMEA RADIERULUI ESTE.................  5.50

            CALCUL COORDONATE CENTRU ELASTIC

*****************************************************************************
NRPIL COSA(I)COS2A(I)  TGA(I)  X(I)   1*1*3    5*3     4*2    4*2*3   XN(I)    9*0     9*1
*****************************************************************************
 0     1       2       3       4       5       6       7       8       9       10      11
*****************************************************************************

 1    .981    .962    .200    .950    .192    .038    .913    .183   -1.200   1.440   1.385
 2    .981    .962    .200   2.150    .192    .038   2.067    .413    .000    .000    .000
 3    .981    .962    .200   3.350    .192    .038   3.221    .644   1.200   1.440   1.385
 4    .981    .962   -.200   4.550   -.192    .038   4.375   -.875    .000    .000    .000
                3.846                  .385    .154  10.577    .365                   2.769
```

Fig. VIII.26.*a* Lista rezultatelor exemplului de control la programul „APIL—1".

```
ABSCISA CENTRULUI ELASTIC  XCE=    3.350
ORDONATA CENTRULUI ELASTIC YCE=    6.000
 TGAV=      .70000
TGAH=       .40000
MC= 390.00000
VC=1251.38110
HC= 187.27699
MNC= 762.00000
VNC=1251.38110
HNC= 187.27699

          CALCUL EFORTURI AXIALE PILOTI

CALCULUL SE FACE IN IPOTEZA UNUI RADIER RIGID
PILOTII SE CONSIDERA ARTICULATI IN RADIER
SI TEREN
SE FOLOSESTE METODA NOKKENTVED

**************
NRPIL  P(I)
**************
 1      48,007

 2     317,049

 3     695,037

 4     760,077

*STOP*
```

Fig. VIII.26.*b*. Lista rezultatelor exemplului de control la programul „APIL—1".

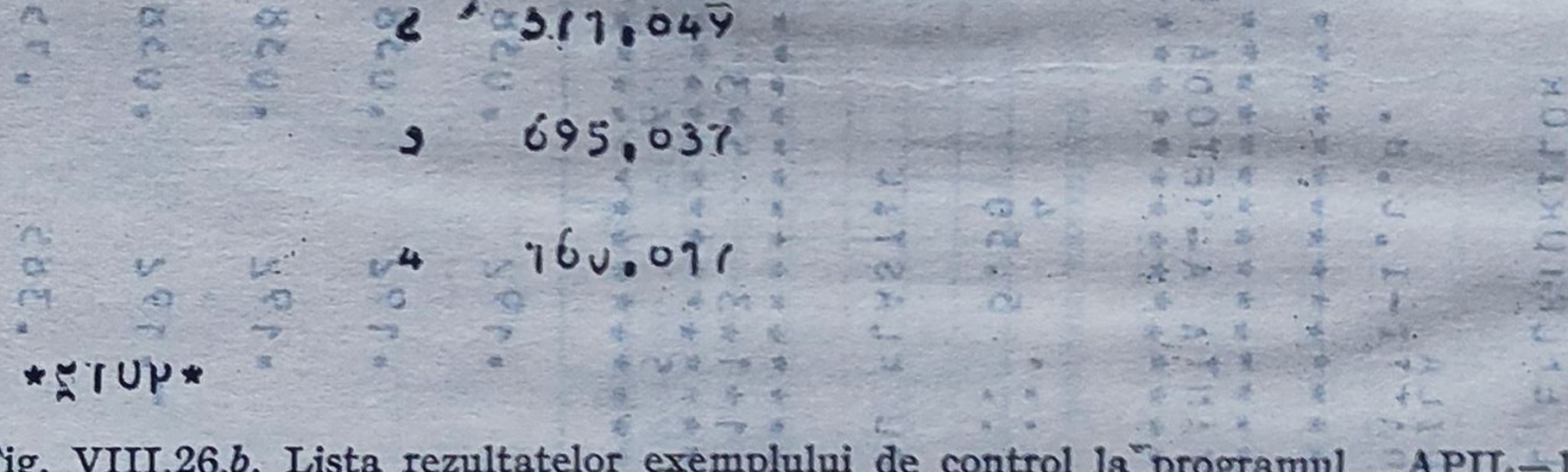


Fig. VIII.27.*a*. Schema de calcul utilizată în programul „APIL—2".

Fig. VIII.27.*b*. Schema de încărcare pentru exemplul de control la programul „APIL—2".

VIII.6. PROGRAMUL „APIL-2"

VIII.6.1. DESCRIEREA PROGRAMULUI

Programul „APIL-2" calculează eforturile axiale în piloții fundațiilor cu metoda analitică în ipoteza radierului rigid și a piloților articulați în radier și teren. Se obțin, de asemenea, deplasările radierului sub acțiunea încărcărilor exterioare. Notațiile și convenția de semne sînt prezentate în figura VIII.27, *a*.

VIII.6.2. LISTA PROGRAMULUI

În figura VIII.28 este prezentată lista programului „APIL-2".

VIII.6.3. GHIDUL DE UITILIZARE

În figura VIII.29 este redat ghidul de utilizare al programului cu notațiile utilizate.

VIII.6.4. EXEMPLU DE CONTROL

Pentru radierul din figura VIII.27, *b* pe care acționează solicitările $V = 100$ t, $H = -20$ t și $M = 200$ t m s-au determinat cu ajutorul programului „APIL-2" deplasările u, v și θ ale radierului și eforturile axiale din piloții 1—5. Completarea formularelor de date este redată în figura VIII.30, iar rezultatele obținute sînt listate în figurile VIII.31, *a*—VIII.31, *c*.

```
      DIMENSION AN(20),X(50),COSF(50),COTA(50),SINF(50),R(50),T(50),
     *S(50),XX(50),S1(50),R1(50),P1(50),P2(50),P3(50),P(50),
     *SL(10,10),TL(10)
      READ 1,(AN(I),I=1,20)
    1 FORMAT (20A4)
      READ 2,NRPIL,V,H,M,RO
    2 FORMAT(I5,3F10.5,F10.3)
      READ 3,(I,X(I),COSF(I),I=1,NRPIL)
    3 FORMAT(I5,2F10.5)
C
C       CALCULUL ELEMENTELOR GEOMETRICE
C
      SUM1=0
      SUM2=0
      SUM3=0
      SUM4=0
      SUM5=0
      SUM6=0
      SUM7=0
      SUM8=0
      DO 10 I=1,NRPIL
      COTA(I) = COSF(I)*COSF(I)
      SINF(I) = SQRT(1-COTA(I))
      R(I) = COSF(I)*SINF(I)
      T(I) = SINF(I)*SINF(I)
      S(I) = X(I)*T(I)
      XX(I) = X(I)*X(I)
      S1(I) = XX(I)*T(I)
      R1(I)=X(I)*R(I)
      SUM1 = SUM1+R(I)
      SUM2 = SUM2+T(I)
      SUM3=SUM3+COTA(I)
      SUM4 = SUM4+S(I)
      SUM5=SUM5+XX(I)
      SUM6 = SUM6+S1(I)
      SUM7 = SUM7+R1(I)
   10 CONTINUE
C
C       REZOLVAREA SISTEMULUI DE ECUATII
C
      SL(1,1)=SUM3
      SL(1,2)=SUM1
      SL(1,3)=SUM7
      TL(1)=M
      SL(2,1)=SUM1
      SL(2,2)=SUM2
      SL(2,3)=SUM4
```

Fig. VIII.28.*a* Lista programului „APIL—2".

```
      TL(2)=V
      SL(3,1)=SUM7
      SL(3,2)=SUM4
      SL(3,3)=SUM6
      TL(3)=M
      CALL EQSOLV(3,SL,TL)
      DELH=TL(1)
      DELV=TL(2)
      ROT=TL(3)

C     CALCULUL EFORTURILOR AXIALE DIN PILOTI

      DO 20 I=1,NRPIL
      P1(I)=DELH*COSF(I)
      P2(I)=DELV*SINF(I)
      P3(I)=ROT*X(I)*SINF(I)
      P(I)=P1(I)+P2(I)+P3(I)
   20 CONTINUE
      PRINT 999
  999 FORMAT(////9X,80('*')//
     *           15X,'PROGRAM APIL 2 PENTRU CALCULUL EFORTURILOR'/
     *           15X,'AXIALE DIN PILOTI UTILIZIND '/
     *           15X,'METODA HRENNIKOFF'/
     *           15X,'AUTOR:ASIST.ING.ANTON CHIRICA'/
     *           15X,'CATEDRA DE GEOTEHNICA SI FUNDATII-I.C.B.'//
     *           10X,80('*')//)
      PRINT 4,(AN(I),I=1,20)
    4 FORMAT(' ',9X,80('*')/10X,20A4/10X,80('*')///)
      PRINT 17
   17 FORMAT(' ',4X,'CALCULUL SE FACE IN IPOTEZA UNUI RADIER RIGID'/
     *           5X,'PILOTII SE CONSIDERA ARTICULATI IN RADIER SI '/
     *           5X,'TEREN'//)
      PRINT 5,H,V,M
    5 FORMAT(' ',5X,'FORTA EXTERIOARA ORIZONTALA ESTE=',F10.5/
     *           5X,'FORTA EXTERIOARA VERTICALA ESTE.=',F10.5/
     *           5X,'MOMENTUL EXTERIOR ESTE..........=',F10.5//)
      PRINT 6
    6 FORMAT(' ',20X,'SOLUTIILE SISTEMULUI DE ECUATII'//)
      DELH=DELH/RO
      DELV=DELV/RO
      ROT=ROT/RO
      PRINT 7,DELH,DELV,ROT
    7 FORMAT(' ',9X,'DEPLASAREA PE ORIZONTALA A RADIERULUI ESTE=',
     *F9.5/
     *           10X,'DEPLASAREA PE VERTICALA A RADIERULUI ESTE=',F9.5/
     *           10X,'ROTIREA RADIERULUI ESTE.....=',F9.5//
     *)
```

Fig. VIII.28.*b* Lista programului „APIL—2".

```
      PRINT 8
    8 FORMAT(' ',9X,'SINF(I)=1'/
     *           10X,'COSF(I)=2'/
     *           10X,'SINF(I)*COSF(I)=3'/
     *           10X,'SINF(I)*SINF(I)=4'/
     *           10X,'COSF(I)*COSF(I)=5'/
     *           10X,'X(I)=6'/
     *           10X,'X(I)*SINF(I)*SINF(I)=7'/
     *           10X,'X(I)*X(I)=8'/
     *           10X,'X(I)*X(I)*SINF(I)*SINF(I)=9'/
     *           10X,'X(I)*SINF(I)*COSF(I)=10'//)
      PRINT 9
    9 FORMAT(' ',2X,80('*')/3X,'NRPIL  1      2      3      4'
     *,'      5      6      7      8      9      10 '/3X,80('*')///)
      PRINT 11,(I,SINF(I),COSF(I),X(I),T(I),COTA(I),X(I),S(I),XX(I),S(I
     *),RI(I),I=1,NRPIL)
   11 FORMAT(' ',I3,2X,10F6.3//)
      PRINT 12,SUM1,SUM2,SUM3,SUM4,SUM6,SUM7
   12 FORMAT(' ',17X,3F6.3,6X,F6.3,6X,2F6.3///)
      PRINT 13
   13 FORMAT(' ',20X,'EFORTURI AXIALE IN PILOTI'//)
      PRINT 14
   14 FORMAT(' ',10X,25('*')//11X,'NRPIL          P(I) '/11X,26('*')///)
      PRINT 15,(I,P(I),I=1,NRPIL)
   15 FORMAT(' ',10X,I3,4X,F10.5//)
      STOP
      END

      SUBROUTINE EQSOLV (N,S,TL)
      DIMENSION S(10,10),TL(10)
      N1=N-1
      DO 1 K=1,N1
      K1=K+1
      DO 2 I=K1,N
      IF(S(I,K).EQ.0) GO TO 2
      TL(I)=TL(K)/S(K,K)-TL(I)/S(I,K)
      DO 3 J=K1,N
      S(I,J)=S(K,J)/S(K,K)-S(I,J)/S(I,K)
    3 CONTINUE
    2 CONTINUE
    1 CONTINUE
      TL(N)=TL(N)/S(N,N)
      DO 4 K=2,N
      I=N-K+1
      SUM=0.
      I1=I+1
      DO 5 J=I1,N
      SUM=SUM+S(I,J)*TL(J)
    5 CONTINUE
      TL(I)=(TL(I)-SUM)/S(I,I)
    4 CONTINUE
      RETURN
      END
```

Fig. VIII.28.*c* Lista programului „APIL—2".

FØRMULAR 1 FØRMAT (20 A4)

AN(i), i= 1,20																			
1	5	6	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80

FØRMULAR 2 FØRMAT (I5,4F 10,5)

NRPIL	V	H	M	RØ	
1 5	6 10 15	20 25	30 35	40 45	50 55 60 65 70 75 80

NRPIL – NUMĂRUL DE PILOȚI

V FORȚA VERTICALĂ EXTERIOARĂ DE CALCUL ÎN TF

H FORȚA ORIZONTALĂ EXTERIOARA DE CALCUL TF

M MOMENTUL ÎNCOVOIETOR EXTERIOR DE CALCUL ÎN TF

RØ RIGIDITATEA LA FORȚA AXIALĂ A UNUI PILOT/LUNGIMEA PILOTULUI (EA/L) ÎN T/M

FØRMULAR 3 FØRMAT (I5,2F 10,5)

I	X(i)	cos P(i)	
1 5	6 10 15	20 25	30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80

I – NUMĂRUL PILOTULUI

X(i) – ABSCISA CAPĂTULUI PILOTULUI „i" ÎN METRI cos F(i) – COSINUSUL UNGHIULUI φ

Fig. VIII.29. Formularele de date și notațiile utilizate în programul „APIL–2".

	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
xxxxx		EXEMPLU CØNTRØL APIL 2														
	5	100.		-20.		200.										
	1	.90		-.309												
	2	1.70		-.309												
	3	2.50		-.309												
	4	3.30		.309												
	5	4.10		.000												
.		EØJ														

Fig VIII.30. Datele de intrare pentru exemplul de control la programul „APIL– 2".

```
**********************************************************************

      PROGRAM APIL 2 PENTRU CALCULUL EFORTURILOR
      AXIALE DIN PILOTI UTILIZIND
      METODA HRENNIKOFF
      AUTOR:ASIST.ING.ANTON CHIRICA
      CATEDRA DE GEOTEHNICA SI FUNDATII-I.C.B.

**********************************************************************

**********************************************************************
#####       EXEMPLU CONTROL APIL 2
**********************************************************************

CALCULUL SE FACE IN IPOTEZA UNUI RADIER RIGID
PILOTII SE CONSIDERA ARTICULATI IN RADIER SI
TEREN


 FORTA EXTERIOARA ORIZONTALA ESTE= -20.00000
FORTA EXTERIOARA VERTICALA ESTE.= 100.00000
MOMENTUL EXTERIOR ESTE.........= 200.00000


                SOLUTIILE SISTEMULUI DE ECUATII

DEPLASAREA PE ORIZONTALA A RADIERULUI ESTE=    .00020
DEPLASAREA PE VERTICALA A RADIERULUI ESTE=    .00121
ROTIREA RADIERULUI ESTE ...............=   -.00025
```

Fig. VIII.31.*a* Lista rezultatelor exemplului de control la programul „APIL—2".

```
SINF(I)=1
COSF(I)=2
SINF(I)*COSF(I)=3
SINF(I)*SINF(I)=4
COSF(I)*COSF(I)=5
X(I)=6
X(I)*SINF(I)*SINF(I)=7
X(I)*X(I)=8
X(I)*X(I)*SINF(I)*SINF(I)=9
X(I)*SINF(I)*COSF(I)=10
```

NRPIL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	.951	-.309	-.294	.905	.095	.900	.814	.810	.733	-.264
2	.951	-.309	-.294	.905	.095	1.700	1.538	2.890	2.614	-.500
3	.951	-.309	-.294	.905	.095	2.500	2.261	6.250	5.653	-.735
4	.951	.309	.294	.905	.095	3.300	2.985	10.890	9.850	.970
5	1.000	.000	.000	1.000	.000	4.100	4.100	16.810	16.810	.000
			-.588	4.618	.382		12.698		35.660	-.529

Fig. VIII.31.*b* Lista rezultatelor exemplului de control la programul „APIL—2".

EFORTURI AXIALE IN PILOTI

```
**********************************
NRPIL          P(I)
**********************************

   1        34.79631

   2        27.11395

   3        19.43159

   4        16.61688

   5        6.83521
```

Fig. VIII.31*c*. Lista rezultatelor exemplului de control la programul „APII,—2".

BIBLIOGRAFIE

1. Andrei, S. *Apa în pământurile nesaturate*. Editura Tehnică, București, 1967.
2. Andrei, S., Antonescu, I. *Geotehnică și fundații*. Lito I.C.B. București, 1980.
3. Bally, R., Antonescu, I. *Loessurile în construcții*. Editura Tehnică, București, 1971.
4. Băncilă, I. *Geologie inginerească*, vol. II. Editura Tehnică, București, 1981.
5. Botea, E. *Geotehnică și fundații*, vol. I. Litografia Institutului de Căi Ferate, București, 1959.
6. Bowles, I. E. *Foundation Analysis and Design*. International student edition, New York, 1968.
7. Caquot, A., Kerisel, I. *Tratat de mecanica pământurilor*. Editura Tehnică, București, 1968.
8. Cernătescu, A., Silion, T. *Curs de geotehnică*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1963.
9. Kézdi, A. *Talajmechanika*. Tankönyvkiadó, Budapest, 1960.
10. Lehr, H. *Fundații*, vol. I și II. Editura de Stat pentru Arhitectură și Construcții, București, 1954, 1957.
11. Maior, N., Păunescu, M. *Geotehnică și fundații*. Editura Didactică și Pedagogică, Ediția II-a, București, 1973.
12. Manoliu, I. *Fundații și procedee de fundare*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1977.
13. Nichita, O. *Curs de geologie tehnică*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1962.
14. Păunescu, M. *Tehnica vibrării în realizarea fundațiilor*. Editura „Facla" Timișoara, 1979.
15. Păunescu, M. *Îmbunătățirea terenurilor slabe în vederea fundării directe*. Editura Tehnică, București, 1980.
16. Păunescu, M., Pop, V., Silion, T. *Geotehnică și fundații*. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
17. Peck, B. R. *Engineering Practice*. John Wiley & Sons, New York, 1949.
18. Peck, B. R. *Foundation Engineering*. Ediția II-a, John Wiley & Sons, 1974.
19. Pop, V. *Curs de geotehnică*. Institutul Politehnic Cluj, 1965.
20. Pop, V., Popa, A. *Curs de geotehnică și fundații*. Institutul Politehnic Cluj, Lito. I.P.C., 1981.
21. Răileanu, P. și colab. *Fundații și procedee de fundare, exemple de calcul*. Institutul Politehnic Iași, 1977.
22. Silion, T. *Geologie, geotehnică și fundații*, vol. I, II, III. Institutul Politehnic Iași, 1971—1973.

23. Stănculescu, I. *Curs de geotehnică și fundații.* Editura Didactică și Pedagogică, București, 1960.

24. Teng, C. W. *Calcul des foundations et murs de souténement.* Eyrolles, Paris, 1966.

25. Tomlinson, M. J. *Proiectarea și executarea fundațiilor.* Traducere din limba engleză. Editura Tehnică, București, 1971.

26. Terzaghi, K., Peck, R. B. *Soil Mechanics Engineering Practice.* New York, John Willy & Sons, Inc. New York, London, Sydney, 1967.

27. Tîtovici, A. N. *Mecanika gruntov.* Gosstroiizdat, Moskva, 1963.

28. Winterkorn, F. H. *Foundation engineering handbook.* V.N.B, New York, Cincinati, Toronto, London, Melburne, 1975.

29. * * * — Normative și prescripții STAS în vigoare.

Universitatea Al. I. Cuza Iași
Biblioteca de Geologie-Geografie

Cota veche	Prețul
Dcv Col. Fii	37,00

Coli de tipar: 25,5
Format: 16/70×100
Bun de tipar: 21.XII.1983. Ediția: 1983
Nr. de plan: 9504

ÎNTREPRINDEREA POLIGRAFICĂ CLUJ
B-dul Lenin Nr. 146
Municipiul Cluj-Napoca
Republica Socialistă România
Comanda Nr. 334

A. Calculul terenului de fundare utilizând presiunea convențională

Calculul presiunii convenționale se poate efectua atunci când sunt îndeplinite simultan două condiții:

- Construcțiile sunt obișnuite, terenul de sub ea nu prezintă sensibilitate la tasări, fără restricții de exploatare;
- Pământul este teren bun de fundare.

Presiunea convențională joacă rol de capacitate portantă a terenului de fundare, însă are caracter pur orientativ. Ea se determină pe baza naturii litologice a terenului şi pornind de la un număr minim de încercări de laborator. Ea se foloseşte atunci când nu dispunem de date cu încercări de laborator sau de teren privind coeziunea și unghiul de frecare interioară a pământului.

Presiunea convențională p_{conv} se determină luând în considerare mărimile p_{conv} din tabelele 2-6, care se corectează așa cum vom vedea în cele ce urmează. Pentru pământurile sensibile la umezire (PSU) p_{conv} se determină în baza unor prescripții speciale.

Valorile lui p_{conv} din tabelele date mai jos reprezintă presiunile convenționale pentru fundații cu lățimea de B = 1,00 m și adâncimea de fundare D_f = 2,00 m. Pentru alte dimensiuni ale lui B și D_f presiunea convențională p_{conv} se calculează cu ajutorul relației:

$$p_{conv} = \overline{p}_{conv} + C_B + C_D$$

unde:

- p_{conv} – valorile presiunii convenționale în conformitate cu tabelele 1-4;
- C_B – corecție de lățime;
- C_D – corecție de adâncime.

Corecția de lățime pentru B < 5 m se calculează cu ajutorul relației:

$$C_B = \overline{p}_{conv} \cdot k_1 \, (B-1)$$

unde:

- k_1 – coeficient care este: k_1 = 0,10, pentru pământuri necoezive (cu excepția pământului prăfos); k_1 = 0,05, pentru nisip prăfos și pământuri coezive.
- B – lățimea tălpii de fundație.

Pentru B ⩾ 5 m, corecția de lățime este:

$C_B = 0{,}4 \cdot p_{conv}$, pentru pământuri necoezive (cu excepția nisipului prăfos);

$C_B = 0{,}2 \cdot p_{conv}$, pentru pământuri coezive și nisip prăfos.

Corecția de adâncime se determină cu ajutorul următoarelor relații:

- pentru $D_f < 2$ m: $C_D = p_{conv} \frac{Df - 2}{4}$
- pentru D_f ⩾ 2 m: $C_D = k_2 \cdot \gamma \, (D_f - 2)$

unde:

- D_f – adâncime de fundare;
- k_2 – coeficient conform tabelului următor;
- γ – greutate volumică de calcul pentru straturile situate deasupra nivelului tălpii de fundare.

Tabel 1 Coeficientul adimensional k_2

Tipul de pământ	Coeficient k_2
Pământ necoeziv, cu excepția nisipului prăfos	2,5
Nisip prăfos și pământ coeziv cu Ip redus sau mediu	2,0
Pământ coeziv cu Ip mare sau foarte mare	1,5

Pentru clădirile cu subsol, se calculează corecția de adâncime de fundare pentru cele mai scăzute valori ale lui D_f și D'_f, unde D'_f – adâncime de fundare măsurată la exteriorul zidului de subsol; $D'_f = q/\gamma$, unde q – suprasarcina permanentă aplicată la nivelul tălpii de fundare la interiorul zidului de subsol, iar γ – greutate volumică de calcul pt. stratele situate deasupra nivelului tălpii de fundare la interiorul zidului de subsol.

Tabel 2 Valorile presiunilor convenționale pentru roci tari

Denumirea terenului de fundare		$\overline{p}_{conv}$ [kPa]
Roci stâncoase		1000 ÷ 6 000
Roci semi-stâncoase	Marne, marne argiloase și argile marnoase compacte	350 ÷ 1100
	Șisturi argiloase, argile șistoase și nisipuri cimentate	600 ÷ 850

Nota - În intervalul indicat, valorile $\overline{p}_{conv}$ se aleg ținând seama de compactitatea și starea de degradare a rocii stâncoase sau semistâncoase. Ele nu variază cu adâncimea de fundare și dimensiunile în plan ale fundațiilor.

Tabel 3 Valorile presiunilor convenționale pentru pietrișuri și bolovănișuri

Denumirea terenului de fundare		$\overline{p}_{conv}$ [kPa]
Pământuri foarte grosiere	Blocuri și bolovănișuri cu interspațiile umplute cu nisip și pietriș	750
	Blocuri cu interspațiile umplute cu pământuri argiloase	350 ÷ 600[1)]
Pământuri grosiere	Pietrișuri curate (din fragmente de roci cristaline)	600
	Pietrișuri cu nisip	550
	Pietrișuri din fragmente de roci sedimentare	350
	Pietrișuri cu nisip argilos	350 ÷ 500[1)]

Nota 1 - În intervalul indicat, valorile se aleg ținând seama de consistența pământului argilos aflat în interspații, interpolând între valorile minime pentru $I_c = 0,5$ și maxime corespunzătoare lui $I_c = 1$.

Tabel 4 Valorile presiunilor convenționale pentru pământuri necoezive

Denumirea terenului de fundare			Îndesate[1)]	Îndesare medie[1)]
			$\overline{p}_{conv}$ [kPa]	
Pământuri grosiere	Nisip mare		700	600
	Nisip mijlociu		600	500
	Nisip fin	uscat sau umed	500	350
		foarte umed sau saturat	350	250
	Nisip fin prăfos	uscat	350	300
		umed	250	200
		foarte umed sau saturat	200	150

Nota 1 - În cazul în care nu este posibilă prelevarea de probe nenulburate, stabilirea gradului de îndesare se poate face pe baza penetrării dinamice în foraj sau a penetrării statice.

Tabel 5 Valorile presiunilor convenționale la pământuri coezive

Denumirea terenului de fundare		Indicele porilor[1)] e	Consistența[1,2)]		
			$I_C = 0.5$	$I_C = 0,75$	$I_C = 1$
			$\overline{p}_{conv}$ [kPa]		
Pământuri fine	Cu plasticitate redusă: ($I_P \leq 10\%$): nisipuri argiloase, prafuri nisipoase și prafuri, având $e < 0.7$				
	• $I_C \geq 0,75$	0,5		325	350
		0,7		285	300
	• $0,5 < I_C < 0,75$	0,5	300	325	
		0,7	275	285	
	Cu plasticitatea mijlocie: ($10\% < I_P \leq 20\%$): nisipuri argiloase, prafuri nisipoase-argiloase, având $e < 1,0$				
	• $I_C \geq 0,75$	0,5		325	350
		0,7		285	300
		1,0		225	250
	• $0,5 < I_C < 0,75$	0,5	300	325	
		0,7	275	285	
		1,0	200	225	
	Cu plasticitate mare ($I_P > 20\%$): argile nisipoase, argile prăfoase și argile, având $e < 1,1$				
	• $I_C \geq 0,75$	0,5		600	650
		0,6		485	525
		0,8		325	350
		1,1		260	300
	• $0,5 < I_C < 0,75$	0,5	550	600	
		0,6	450	485	
		0,8	300	325	
		1,1	225	260	

Nota 1 - La pământuri coezive având valori intermediare ale indicelui porilor e și indicelui de consistență I_C, se admite interpolarea liniară a valorii presiunii convenționale de calcul după I_C și e succesiv.

Nota 2 - În cazul în care nu este posibilă prelevarea de probe nemodificate, aprecierea consistenței se poate face pe baza penetrării dinamice în foraj sau a penetrării statice.

Tabel 6 Valorile presiunilor convenționale pentru umpluturi

Denumirea terenului de fundare	Pământuri nisipoase și zguri (cu excepția nisipurilor prăfoase)		Nisipuri prăfoase, pământuri coezive, cenușă etc.	
	S_r			
	≤0,5	≥0,8	≤0,5	≥0,8
	$\overline{p}_{conv}$ [kPa]			
Umpluturi compactate realizate pe baza unei documentații de execuție și controlate calitativ	250	200	180	150
Umpluturi de proveniență cunoscută, conținând materii organice sub 6 %, realizate organizat, sau având o vechime mai mare de 10-12 ani și necompactate inițial.	180	150	120	100

Notă - Pentru valori $0,5 < S_r < 0,8$ valorile presiunii convenționale se determină prin interpolare liniară.

B. Calculul terenului de fundare la starea limită de deformare (SLD)

Capacitatea portantă la starea limită de deformații reprezintă valoarea maximă a unei presiuni ce poate fi preluată de terenul de fundare și care să ducă la o tasare mai mică sau cel mult egală cu tasarea admisibilă acceptată de proiectant pentru construcția respectivă. Capacitatea portantă la starea limită de deformație corespunde sarcinilor din gruparea fundamentală, în care intră

$$p_i - p_{min} = \frac{e_i - e_{max}}{e_{max} - e_{min}} \cdot (p_{max} - p_{min})$$

$$p_i = p_{min} + \frac{e_i - e_{max}}{e_{max} - e_{min}} \cdot (p_{max} - p_{min})$$

$e_{min} = 0,7$, $p_{min} = 300$ kPa

$e_{max} = 1,0$, $p_{max} = 225$ kPa

$e_i = 0,75$, $p_i = ?$

$$p_{0,9} = p_{0,7} + \frac{e_{0,9} - e_{0,7}}{e_{1,0} - e_{0,7}} \cdot (p_{1,0} - p_{0,7}) =$$

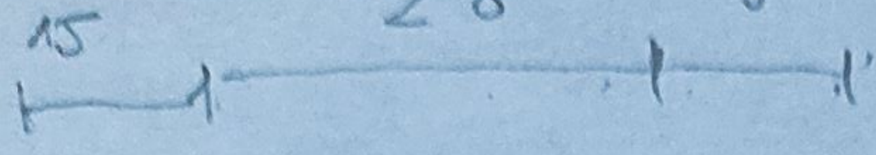
$$= 300 + \frac{0,9 - 0,7}{1 - 0,7} \cdot (225 - 300) =$$

$$= 300 - \frac{0,2 \cdot 75}{0,3} = 250 \text{ kPa}$$

$$p_{0,9} = p_{0,7} - \frac{(e_{0,9} - e_{0,7}) \cdot (p_{0,7} - p_{1,0})}{e_{1,0} - e_{0,7}}$$

$$\frac{p_{0,7} - p_{0,9}}{e_{0,9} - e_{0,7}} = \frac{p_{0,7} - p_{1,0}}{e_{1,0} - e_{0,7}}$$

$$\frac{p_{0,9} - p_{0,7}}{e_{0,9} - e_{0,7}} = \frac{p_{1,0} - p_{0,7}}{e_{1,0} - e_{0,7}}$$



15 + 28 - 5 = 38 g.

$$f_i = f_{min} - \frac{(e_i - e_{min}) \cdot (f_{min} - f_{min})}{e_{max} - e_{min}} =$$

$$= 300 - \frac{(0,9 - 0,7) \cdot (300 - 225)}{1 - 0,7} =$$

$$= 300 - \frac{0,2 \cdot 75}{0,3}$$

$$f_{min} - f_i = \frac{(e_i - e_{min}) \cdot (f_{min} - f_{max})}{e_{max} - e_{min}}$$

$$(f_{min} - f_i)(e_{max} - e_{min}) = (f_{min} - f_{max}) \cdot (e_i - e_{max})$$

$$\frac{f_{min} - f_i}{f_{min} - f_{max}} = \frac{e_i - e_{max}}{e_{max} - e_{min}}$$

sau

$$\frac{f_{min} - f_i}{e_i - e_{max}} = \frac{f_{min} - f_{max}}{e_{max} - e_{min}}$$

$$\frac{f_i - f_{min}}{e_i - e_{max}} = \frac{f_{max} - f_{min}}{e_{max} - e_{min}} = ?$$

2.2. $\bar{p}_{conv}$ = ?

$B = 2,5 m < 5 m$

$\bar{p}_{conv} = 300 \, KPa = 300 \, \frac{KN}{m^2}$

$D_f = 2,5 m$

$\gamma = 24,3 \, KN/m^3$

$I_c = 0,5$

$e = 0,8$

$C_B = \bar{p}_{conv} \cdot k_1 \cdot (B-1) =$

$= 300 \cdot 0,05 \cdot (2,5-1) = 22,5$

$k_1 = 0,05$ pământuri coezive

$C_D = k_2 \cdot \gamma \cdot (D_f - 2) =$

$= 2 \cdot 24,3 \cdot (2,5-2) = 24,3$

$p_{conv} = \bar{p}_{conv} + C_B + C_D =$

$= 300 + 22,5 + 24,3 = 346,8 \, KN/m^2 \, (kPa)$

1.2. $\bar{p}_{conv}$ = ?

$e = 0,75$

$I_c = 0,87$

$I_p = 0,36$

$\gamma = 19,5 \, \frac{KN}{m^3}$

$B = 2,8 m$

$D_f = 1,7$

- se interpolează liniar valorile lui $\bar{p}_{conv}$ pentru $I_c = 0,87$ și $e_i = 0,75$.

$I_c = 0,75$ } $I_c = 0,87$

$e_{min} = 0,7$ ——— $p_{0,7} = 285 \, kPa$

$e_{max} = 1,0$ ——— $p_{1,0} = 225 \, kPa$

$\Delta e = 0,3$ ——— $\Delta p_{conv} = 60 \, kPa$

Pt. $e = 0,75 \Rightarrow p_{conv} = 285 - \frac{0,5 \cdot 60}{0,3} = 185 \, kPa$

$p_{conv} = p_{0,7} - \frac{(e^{0,75} - e^{0,7}) \cdot (p_{0,7} - p_1)}{(e^{1,0} - e^{0,7})} =$

$= 285 - \frac{(0,75 - 0,7) \cdot (285 - 225)}{1 - 0,7} = 285 - \frac{0,5 \cdot 60}{0,3} = 185 \, kPa$

$e = 0,7$

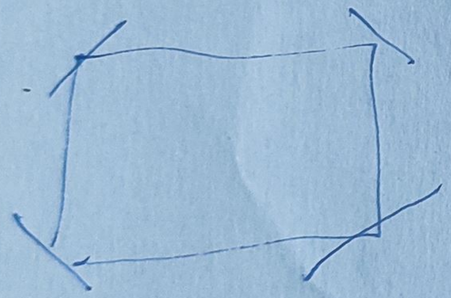
$I_c = 0,87$

$I_p = 36\%$

$\gamma = 19,5\ KN/m^3$

$B = 3\ m$

$D_f = 2\ m$



$f_{conv} = \overline{f}_{conv} + C_B + C_D$

$B < 5m$

$C_B = f_{conv} \cdot f_{k_1} \cdot (B-1)$

$\overline{f}_{conv} = 325\ KN$

$f_{k_1} = 0,1$

$C_B = 325 \cdot 0,05 \cdot (3-1) = 32,5\ KN$

$C_D = f_{k_2} \cdot \gamma \cdot (\underbrace{D_f}_{0} - 2) = 0$

$f_{conv} = 325 + 32,5 = 357,5\ KN$

Universitatea „ Al.I.Cuza" Iasi
Departamentul de Geologie
Anul III - Inginerie Geologica

NR. 1

Sesiunea: IUNIE 2016

***Studentul (a)*.....**

RESTANTE,
Geologie inginerească şi ambientală

REZOLVARE

Subiectul 1.1.

Să se caracterizeze poluarea globală a unui sol apelând la metoda indicelui „*Z*", dacă se cunosc datele din tabelele alăturate.

Conţinutul elementelor în sol

Element	Continut C_i
	ppm
Cu	362
Zn	608
Cd	5
Pb	172

Valorile clarkului, în ppm

Elementul	Clark
As	1,7
Cd	0,13
Cs	18,0
Cr	83,0
Cu	47,0
Hg	0,05
Mn	1000,0
Mo	1,1
Ni	58,0
Pb	16,0
Sn	2,5
Sb	0,5
V	90,0
Zn	83,0

Gradul de poluare a solului:

$Z <= 8$ - poluare minimă;
$8 < Z < 16$ - poluare slabă;
$16 < Z < 32$ - poluare medie;
$32 < Z < 64$ - poluare puternică;
$64 < Z < 128$ - poluare foarte puternică;
$Z >= 128$ - poluare maximă

$Z = 64,239$

Subiectul 1.2.

O hală industrială este amplasată pe un strat de argilă prăfoasă, având indicele porilor e = 0,7, indicele de consistenţă Ic = 0,87, indicele de plasticitate Ip = 36% şi γ = 19,5 KN/m^3. Să se determine capacitatea portantă a terenului de fundare folosind presiunea convenţională, ştiind că fundaţiile halei (fundaţii izolate) au lăţimea de B = 3 m şi adâncimea de fundare D_f = 2 m.